ЖЭТФ, 2006, том 130, вып. 5 (11), стр. 902–910

КОНДАКТАНС КВАНТОВОГО КОЛЬЦА СО СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В ПРИСУТСТВИИ ПРИМЕСИ

В. М. Ковалев**, *А. В. Чаплик

Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 23 мая 2006 г.

В работе вычислен кондактанс квантового кольца на основе туннельного гамильтониана в квазибаллистическом режиме движения электронов с учетом спин-орбитального взаимодействия. Рассмотрено влияние рассеяния электронов одиночной короткодействующей примесью в квантовом кольце на туннельный ток электронов. Изучены примеси двух видов: бесспиновая и парамагнитная. Обсуждается симметрия кондактанса для различных ориентаций спина электрона по отношению к изменению знака магнитного потока через квантовое кольцо.

PACS: 73.23.-b, 72.10.-d, 71.70.Ej

1. ВВЕДЕНИЕ

В связи с интенсивным развитием спинтроники большой интерес вызывают структуры, в которых удается манипулировать спиновой степенью свободы носителей заряда [1]. Одна из таких возможностей предложена в работе [2], где рассмотрена возможность спиновой поляризации туннельных токов в системах с квантовыми кольцами. Спин-зависимое разделение токов происходит вследствие спин-орбитального взаимодействия электронов в области квантового кольца. Зависимость константы спин-орбитального взаимодействия от напряжения на затворе структуры дает возможность управлять спиновой поляризацией тока. В связи с этим несколько теоретических работ было посвящено расчету кондактанса квантового кольца со спин-орбитальным взаимодействием в баллистическом режиме [2–6]. Наложение магнитного поля (потока) приводит к осцилляциям спин-поляризованных токов. Присутствие примесей может существенно изменить движение электронов в квантовом кольце в квазибаллистическом режиме. Отметим, что хотя роль примесей в структурах с квантовыми кольцами неоднократно обсуждалась в литературе [7–11], эффекты, связанные со спин-орбитальным взаимодействием, в этих работах не рассматривались. При наличии спин-орбитального взаимодействия присутствие примесей может сказаться и в спиновой поляризации токов, поскольку электроны могут рассеиваться в квантовом кольце на примесях с переворотом спина.

При рассмотрении туннелирования электронов в мезоскопических системах, содержащих квантовые точки или квантовые кольца, в современной литературе используются два подхода. Первый основан на описании системы с помощью туннельного гамильтониана. На основании этого подхода было рассмотрено большое число явлений в мезоскопических системах: резонансное туннелирование [12, 13], эффекты многократного туннелирования (cotunneling process) [14, 15], эффект Кондо [16–20], фано-эффект [21–23] и т. д. Второй способ основан на рассмотрении матрицы рассеяния в точках крепления контактов к квантовой точке или кольцу (волноводный метод — waveguide approach). Основываясь на условии сохранения полного тока в точке крепления контакта и симметрии по отношению к обращению времени, несложно записать наиболее общий вид матрицы рассеяния [24, 25]. Тогда для нахождения коэффициента прохождения (через

*E-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru

него выражается кондактанс системы) достаточно решить систему уравнений для амплитуд отраженных/прошедших волн. В недавней работе [26] продемонстрирована эквивалентность обоих методов расчета.

В настоящей работе мы воспользуемся методом туннельного гамильтониана, поскольку одновременный учет спин-орбитального взаимодействия и рассеяния электрона на парамагнитной примеси в рамках волноводного метода приводит к весьма громоздким выражениям.

2. КОНДАКТАНС КВАНТОВОГО КОЛЬЦА БЕЗ ПРИМЕСЕЙ

Общей теории туннелирования электронов через область с дискретным спектром (например, квантовую точку или квантовое кольцо), туннельно-связанную с правым/левым контактом, посвящены работы [27, 28]. При расчете кондактанса в квантовом кольце мы будем следовать этим работам. Гамильтониан изучаемой системы запишем в виде

$$
\begin{aligned}
H = \sum_{k,\eta,\sigma} \varepsilon_{\eta k\sigma} c^{+}_{\eta k\sigma} c_{\eta k\sigma} + \\
+ \sum_{k,\eta,\sigma,m} \left(T_{\eta m\sigma} c^{+}_{\eta k\sigma} a_{m\sigma} + T^{*}_{\eta m\sigma} a^{+}_{m\sigma} c_{\eta k\sigma} \right) + \\
+ \sum_{m,\sigma} E_{m\sigma} a^{+}_{m\sigma} a_{m\sigma} + \sum_{m',\sigma',m,\sigma} V_{m'\sigma';m\sigma} a^{+}_{m'\sigma'} a_{m\sigma}.
\end{aligned}
\quad (1)
$$

Здесь $\varepsilon_{\eta k\sigma}$ — энергия электронов в левом ($\eta = L$)/правом ($\eta = R$) контакте; k — волновой вектор электронов в контактах, $\sigma(\uparrow,\downarrow)$ — спиновый индекс, $c^{+}_{\eta k\sigma}$ ($c_{\eta k\sigma}$) — оператор рождения (уничтожения) электронов в контактах; $T_{\eta m\sigma}$ — амплитуда туннелирования из η-го контакта на уровень $E_{m\sigma}$ в квантовом кольце, $a^{+}_{m\sigma}$ ($a_{m\sigma}$) — оператор рождения (уничтожения) электронов в квантовом кольце на этом уровне. Мы считаем, что процесс туннелирования происходит с сохранением спина. Четвертый член в выражении (1) — спин-орбитальное взаимодействие (СОВ). В дальнейшем будем рассматривать СОВ, обусловленное асимметрией ограничивающего потенциала двумерной системы в виде, предложенном Бычковым и Рашба [29], который в одномерном квантовом кольце в координатном представлении имеет вид [30]

$$
\begin{aligned}
V(\varphi) = \frac{\alpha}{2a} \left[e^{-i\varphi}, \left(-i\frac{d}{d\varphi} + \Phi \right) \right]_{+} \sigma_{+} + \\
+ \frac{\alpha}{2a} \left[e^{i\varphi}, \left(-i\frac{d}{d\varphi} + \Phi \right) \right]_{+} \sigma_{-},
\end{aligned}
\quad (2)
$$

где a — радиус кольца, α — постоянная спин-орбитального взаимодействия, φ — угол в полярной системе координат, $\sigma_{\pm} = \sigma_x \pm i\sigma_y$, σ_x, σ_y — матрицы Паули, $[\ldots,\ldots]_{+}$ — антикоммутатор, Φ — магнитный поток сквозь кольцо в единицах кванта $\Phi_0 = hc/e$. Уровни энергии электрона в одномерном квантовом кольце без учета СОВ — $E_{m\sigma} = B(m + \Phi - \sigma/2)^2$, здесь $\sigma = \pm 1$ соответственно для $\sigma = \uparrow, \downarrow$, $B = \hbar^2/2m^* a^2$, а соответствующие волновые функции имеют вид

$$
\psi_{m\sigma}(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i(m-\sigma/2)\varphi} |\sigma\rangle. \quad (3)
$$

Здесь величина m принимает полуцелые значения $m = \pm 1/2, \pm 3/2, \ldots$ Для отличных от нуля матричных элементов оператора (2) в базисе (3) получаем

$$
\begin{aligned}
V_{m'\uparrow,m\downarrow} = V_{m'\downarrow,m\uparrow} = V_m \delta_{m',m}, \\
V_m = \frac{\alpha}{a}(m + \Phi).
\end{aligned}
\quad (4)
$$

Исходя из вида гамильтониана (1) и следуя процедуре вычислений, изложенной в работах [27, 28], для спин-поляризованного тока через квантовое кольцо получаем выражение

$$
\begin{aligned}
I_\sigma = \frac{ie}{2h} \int d\varepsilon \sum_m \left(\left[\Gamma^{L}_{m\sigma}(\varepsilon) - \Gamma^{R}_{m\sigma}(\varepsilon) \right] G^{<}_{m\sigma,m\sigma}(\varepsilon) \right) + \\
+ \frac{ie}{2h} \int d\varepsilon \sum_m \left(\left[f_L(\varepsilon)\Gamma^{L}_{m\sigma}(\varepsilon) - f_R(\varepsilon)\Gamma^{R}_{m\sigma}(\varepsilon) \right] \times \right. \\
\left. \times \left[G^{R}_{m\sigma,m\sigma}(\varepsilon) - G^{A}_{m\sigma,m\sigma}(\varepsilon) \right] \right),
\end{aligned}
$$

где $\Gamma^{\eta}_{m\sigma}(\varepsilon) = 2\pi |T_{\eta m\sigma}|^2 \rho_\eta(\varepsilon)$ — туннельное уширение уровней в квантовом кольце, $\rho_\eta(\varepsilon)$, $f_\eta(\varepsilon)$ — соответственно плотность состояний и распределение Ферми в η-м контакте, $G^{R}_{m\sigma,m\sigma}(\varepsilon) = (G^{A}_{m\sigma,m\sigma}(\varepsilon))^*$, $G^{<}_{m\sigma,m\sigma}(\varepsilon)$ — функции Грина электронов в квантовом кольце. Далее будем рассматривать симметричную систему и в этом случае $\Gamma^{L}_{m\sigma} = \Gamma^{R}_{m\sigma} \equiv \Gamma_{m\sigma}$. Отметим, что мы рассматриваем ситуацию слабой связи кольца с контактами $\Gamma_{m\sigma} \ll h^2/2m^* a^2$. В работе [25] для характеристики величины связи используется параметр ε (используем обозначение, введенное в работе [25]), где $0 \le \varepsilon \le 1/2$. Предельные значения соответствуют изолированному $\varepsilon = 0$ и полностью проводящему кольцу $\varepsilon = 1/2$. В нашем случае условие $\Gamma_{m\sigma} \ll h^2/2m^* a^2$ соответствует $0 < \varepsilon \ll 1/2$.

Выражение для кондактанса с данной проекцией спина имеет вид

$$
g_\sigma = -\frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \left(-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) \sum_m \Gamma_{m\sigma} \operatorname{Im} G^{R}_{m\sigma,m\sigma}(\varepsilon). \quad (5)
$$

Как видно из этого выражения, для вычисления кондактанса системы требуется знать функции Грина электронов в квантовом кольце. По определению

$$iG^R_{m\sigma,n\sigma'}(t-t') = \langle [a_{m\sigma}(t), a^+_{n\sigma'}(t')]_+\rangle \theta(t-t'), \quad \hbar = 1, \tag{6}$$

где угловые скобки означают статистическое усреднение, $\theta(x)$ — функция Хевисайда. Для нахождения функции (6) воспользуемся уравнением Дайсона

$$\begin{aligned} G^R_{m\sigma,n\sigma'}(\omega) &= \delta_{m,n}\delta_{\sigma,\sigma'}G^{R0}_{m\sigma}(\omega) + \\ &+ \delta_{\sigma\uparrow}G^{R0}_{m\sigma}(\omega)V_m G^R_{m\downarrow,n\sigma'}(\omega) + \\ &+ \delta_{\sigma\downarrow}G^{R0}_{m\sigma}(\omega)V_m G^R_{m\uparrow,n\sigma'}(\omega), \end{aligned} \tag{7}$$

где

$$G^{R0}_{m\sigma}(\omega) = (\omega - E_{m\sigma} + i\Gamma_{m\sigma})^{-1}.$$

Уравнение (7) представляет собой матричное уравнение по индексам $(\sigma,\sigma') =\uparrow,\downarrow$. Выпишем два уравнения (остальные два аналогичны):

$$\begin{aligned} G^R_{m\uparrow,n\uparrow}(\omega) &= \delta_{n,m}G^{R0}_{m\uparrow}(\omega) + \\ &+ G^{R0}_{m\uparrow}(\omega)V_m G^R_{m\downarrow,n\uparrow}(\omega), \\ G^R_{m\downarrow,n\uparrow}(\omega) &= G^{R0}_{m\downarrow}(\omega)V_m G^R_{m\uparrow,n\uparrow}(\omega), \end{aligned} \tag{8}$$

решение которых имеет вид

$$\begin{aligned} G^R_{m\uparrow,n\uparrow}(\omega) &= \delta_{n,m}\frac{G^{R0}_{m\uparrow}(\omega)}{1 - G^{R0}_{m\uparrow}(\omega)V_m^2 G^{R0}_{m\downarrow}(\omega)}, \\ G^R_{m\downarrow,n\uparrow}(\omega) &= \delta_{n,m}\frac{G^{R0}_{m\downarrow}(\omega)V_m G^{R0}_{m\uparrow}(\omega)}{1 - G^{R0}_{m\uparrow}(\omega)V_m^2 G^{R0}_{m\downarrow}(\omega)}. \end{aligned} \tag{8$'$}$$

Полюсы этих выражений дают спектр квантового кольца со спин-орбитальным взаимодействием. Кондактанс системы находится подстановкой (8) в выражение (5).

3. КОНДАКТАНС КВАНТОВОГО КОЛЬЦА С БЕССПИНОВОЙ ПРИМЕСЬЮ

Для вычисления кондактанса квантового кольца в присутствии примеси уравнение (7) следует дополнить членом, описывающим электрон-примесное взаимодействие. Для короткодействующей примеси ($U(\varphi) = U_0\delta(\varphi)$, где $U_0 > 0$) имеем

$$H_{imp} = U_0 \sum_{m,\sigma,n,\sigma} a^+_{m\sigma}a_{n\sigma}.$$

Тогда вместо (8) получаем

$$\begin{aligned} G^R_{m\uparrow,n\uparrow}(\omega) &= \delta_{n,m}G^{R0}_{m\uparrow}(\omega) + G^{R0}_{m\uparrow}(\omega) \times \\ &\times V_m G^R_{m\downarrow,n\uparrow}(\omega) + U_0 G^{R0}_{m\uparrow}(\omega)\Lambda_n^{\uparrow\uparrow}, \\ G^R_{m\downarrow,n\uparrow}(\omega) &= G^{R0}_{m\downarrow}(\omega)V_m G^R_{m\uparrow,n\uparrow}(\omega) + \\ &+ U_0 G^{R0}_{m\downarrow}(\omega)\Lambda_n^{\downarrow\uparrow}, \end{aligned} \tag{9}$$

где введено обозначение $\Lambda_n^{\sigma,\sigma'} = \sum_m G^R_{m\sigma,n\sigma'}(\omega)$. После несложных преобразований в формулах (9) для величин $\Lambda_n^{\uparrow\uparrow}$, $\Lambda_n^{\downarrow\uparrow}$ получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \Lambda_n^{\uparrow\uparrow}(1 - U_0 S_\uparrow) &= S_{n\uparrow} + U_0 K\Lambda_n^{\downarrow\uparrow}, \\ \Lambda_n^{\downarrow\uparrow}(1 - U_0 S_\downarrow) &= K_n + U_0 K\Lambda_n^{\uparrow\uparrow}. \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь для краткости обозначено

$$\begin{aligned} S_{n\sigma} &= \frac{G^{R0}_{n\sigma}}{1 - G^{R0}_{n\uparrow}V_n^2 G^{R0}_{n\downarrow}}, \quad S_\sigma = \sum_n S_{n\sigma}, \\ K_n &= \frac{G^{R0}_{n\uparrow}V_n G^{R0}_{n\downarrow}}{1 - G^{R0}_{n\uparrow}V_n^2 G^{R0}_{n\downarrow}}, \quad K = \sum_n K_n. \end{aligned} \tag{11}$$

Решение системы (10) имеет вид

$$\begin{aligned} \Lambda_n^{\uparrow\uparrow} &= \frac{S_{n\uparrow}(1 - U_0 S_\downarrow) + U_0 K K_n}{(1 - U_0 S_\uparrow)(1 - U_0 S_\downarrow) - U_0^2 K^2}, \\ \Lambda_n^{\downarrow\uparrow} &= \frac{K_n(1 - U_0 S_\uparrow) + U_0 K S_{n\uparrow}}{(1 - U_0 S_\uparrow)(1 - U_0 S_\downarrow) - U_0^2 K^2}. \end{aligned} \tag{12}$$

Выражения для величин $\Lambda_n^{\downarrow\downarrow}$, $\Lambda_n^{\uparrow\downarrow}$ находятся совершенно аналогично. Отметим, что выражения (12) при $U_0 = 0$ эквивалентны (8). Таким образом, подставляя (12) в (9), можно найти функцию Грина электрона в квантовом кольце в присутствии бесспиновой примеси:

$$G^R_{n\uparrow,m\uparrow}(\omega) = \delta_{n,m}S_{n\uparrow} + U_0\frac{K_n K_m(1 - U_0 S_\uparrow) + S_{n\uparrow}S_{m\uparrow}(1 - U_0 S_\downarrow) + U_0 K(K_n S_{m\uparrow} + S_{n\uparrow}K_m)}{(1 - U_0 S_\uparrow)(1 - U_0 S_\downarrow) - U_0^2 K^2}. \tag{13}$$

Выражение для $G^R_{n\downarrow,m\downarrow}$ получается из (13) заменой $\uparrow\leftrightarrow\downarrow$. Кондактанс системы находится из формулы (5) с учетом равенства (13). Результаты расчета обсуждаются в разд. 5.

4. КОНДАКТАНС КВАНТОВОГО КОЛЬЦА С ПАРАМАГНИТНОЙ ПРИМЕСЬЮ

В случае парамагнитной примеси энергия взаимодействия определяется как $H_{mag} = J\mathbf{S}\mathbf{s}\delta(\varphi)$. Здесь $\mathbf{S}$ — оператор спина магнитной примеси, $\mathbf{s} = (1/2)\boldsymbol{\sigma}$ — оператор спина электрона. Для определенности рассмотрим парамагнитную примесь со спином $S = 1/2$. Волновые функции электронов в квантовом кольце и контактах можно представить в виде линейной суперпозиции:

$$\Psi_{ring} = \sum_{m\alpha} A_{m\alpha}\psi_{m\alpha}\chi_\alpha,$$
$$\Psi_{contact} = \sum_{k\eta\alpha} C_{k\eta\alpha}\varphi_{k\alpha}\chi_\alpha. \qquad (14)$$

Здесь $\psi_{m\alpha}, \varphi_{k\eta\alpha}$ — волновые функции орбитального движения электронов соответственно в кольце и контактах, A и C — операторы уничтожения электрона соответственно в квантовом кольце и контактах. Спиновая часть χ_α волновой функции выбирается в виде

$$\chi_1 = |\uparrow_e\rangle \otimes |\Uparrow_i\rangle, \quad \chi_2 = |\downarrow_e\rangle \otimes |\Downarrow_i\rangle,$$
$$\chi_3 = |\uparrow_e\rangle \otimes |\Downarrow_i\rangle, \quad \chi_4 = |\downarrow_e\rangle \otimes |\Uparrow_i\rangle. \qquad (15)$$

Волновая функция орбитального движения электрона в кольце дается уравнением (3) с $\sigma = 1$ для $\alpha = 1, 3$ и $\sigma = -1$ для $\alpha = 2, 4$. Можно показать, что кондактанс системы снова определяется выражением (5) с заменой индекса σ, нумеровавшего спиновые состояния электрона в случае бесспиновой примеси на индекс α, нумерующий состояния (15). Таким образом, для вычисления функции Грина снова решаем матричное (4×4) уравнение Дайсона:

$$G^R_{m\alpha,n\beta} = \delta_{m,n}\delta_{\alpha,\beta}G^{R0}_{m\alpha} + G^{R0}_{m\alpha}\sum_{l\gamma}(V)_{m\alpha,l\gamma}G^R_{l\gamma,n\beta} + G^{R0}_{m\alpha}J\sum_\gamma(\mathbf{Ss})_{\alpha,\gamma}\sum_l G^R_{l\gamma,n\beta}, \qquad (16)$$

где матрицы $(\mathbf{Ss})_{\alpha,\gamma}$ и $(V)_{m\alpha,l\gamma}$ имеют вид (в базисе (15))

$$(\mathbf{Ss})_{\alpha,\gamma} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix},$$
$$(V)_{m\alpha,l\gamma} = V_m\delta_{m,l}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (17)$$

и величина V_m определена в формулах (4). В развернутом виде уравнение (16) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} G^R_{m1,n\beta} &= \delta_{m,n}\delta_{1,\beta}G^{R0}_{m1} + G^{R0}_{m1}V_mG^R_{m4,n\beta} + G^{R0}_{m1}\frac{J}{4}\Lambda^{1,\beta}_n, \\ G^R_{m2,n\beta} &= \delta_{m,n}\delta_{2,\beta}G^{R0}_{m2} + G^{R0}_{m2}V_mG^R_{m3,n\beta} + G^{R0}_{m2}\frac{J}{4}\Lambda^{2,\beta}_n, \\ G^R_{m3,n\beta} &= \delta_{m,n}\delta_{3,\beta}G^{R0}_{m3} + G^{R0}_{m3}V_mG^R_{m2,n\beta} + G^{R0}_{m3}\frac{J}{4}(2\Lambda^{4,\beta}_n - \Lambda^{3,\beta}_n), \\ G^R_{m4,n\beta} &= \delta_{m,n}\delta_{4,\beta}G^{R0}_{m4} + G^{R0}_{m4}V_mG^R_{m1,n\beta} + G^{R0}_{m4}\frac{J}{4}(2\Lambda^{3,\beta}_n - \Lambda^{4,\beta}_n), \end{aligned} \qquad (18)$$

где $\Lambda^{\alpha,\beta}_n = \sum_m G^R_{m\alpha,n\beta}$. Как следует из выражений (18), спин-орбитальное взаимодействие (вторые члены в правой части) связывает между собой функции Грина с индексами $(1,\beta)$ и $(4,\beta)$, $(2,\beta)$ и $(3,\beta)$. Однако присутствие членов, описывающих спин-флип-процессы (первые члены в скобках), связывает функции $(3,\beta)$ и $(4,\beta)$. Таким образом, система уравнений (18) уже не распадается на две пары уравнений, как это было в случае бесспиновой примеси. После несложных, но довольно громоздких преобразований, получаем систему уравнений для величин $\Lambda^{\alpha\beta}_n$ (обозначения см. (11)):

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{J}{4}S_\uparrow & 0 & -\frac{J}{2}K & \frac{J}{4}K \\ 0 & 1 - \frac{J}{4}S_\downarrow & \frac{J}{4}K & -\frac{J}{2}K \\ 0 & -\frac{J}{4}K & 1 + \frac{J}{4}S_\uparrow & -\frac{J}{2}S_\uparrow \\ -\frac{J}{4}K & 0 & -\frac{J}{2}S_\downarrow & 1 + \frac{J}{4}S_\downarrow \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Lambda^{1\beta}_n \\ \Lambda^{2\beta}_n \\ \Lambda^{3\beta}_n \\ \Lambda^{4\beta}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_{1\beta}S_{n\uparrow} + \delta_{4\beta}K_n \\ \delta_{2\beta}S_{n\downarrow} + \delta_{3\beta}K_n \\ \delta_{3\beta}S_{n\uparrow} + \delta_{2\beta}K_n \\ \delta_{4\beta}S_{n\downarrow} + \delta_{1\beta}K_n \end{pmatrix}. \qquad (19)$$

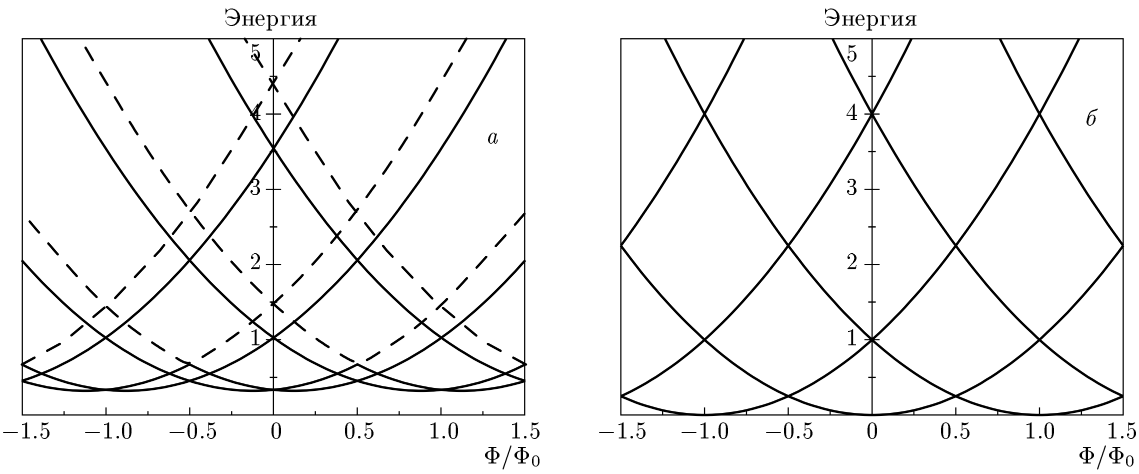

Рис. 1. Энергетический спектр баллистического квантового кольца со спин-орбитальным взаимодействием (*а*) и без спин-орбитального взаимодействия (*б*) в зависимости от магнитного потока. Сплошные линии соответствуют состояниям с отрицательной хиральностью ω_m^-, штриховые — состояниям с положительной хиральностью ω_m^+. Постоянная спин-орбитального взаимодействия $\alpha = 3.2\cdot 10^{-22}$ эрг$\cdot$см. Энергия дана в единицах вращательного кванта $B = \hbar^2/2m^*a^2$

Решение этой системы следует подставить в формулы (18), чтобы получить функцию Грина электрона в квантовом кольце в присутствии парамагнитной примеси:

$$\begin{aligned} G^R_{m1,n1} &= \delta_{m,n}S_{m\uparrow} + \frac{J}{4}K_m\left(2\Lambda_n^{3,1} - \Lambda_n^{4,1}\right) + \\ &\qquad + \frac{J}{4}S_{m\uparrow}\Lambda_n^{1,1}, \\ G^R_{m2,n2} &= \delta_{m,n}S_{m\downarrow} + \frac{J}{4}K_m\left(2\Lambda_n^{4,2} - \Lambda_n^{3,2}\right) + \\ &\qquad + \frac{J}{4}S_{m\downarrow}\Lambda_n^{2,2}, \\ G^R_{m3,n3} &= \delta_{m,n}S_{m\uparrow} + \frac{J}{4}S_{m\uparrow}\left(2\Lambda_n^{4,3} - \Lambda_n^{3,3}\right) + \\ &\qquad + \frac{J}{4}K_m\Lambda_n^{2,3}, \\ G^R_{m4,n4} &= \delta_{m,n}S_{m\downarrow} + \frac{J}{4}S_{m\downarrow}\left(2\Lambda_n^{3,4} - \Lambda_n^{4,4}\right) + \\ &\qquad + \frac{J}{4}K_m\Lambda_n^{1,4}. \end{aligned} \tag{20}$$

Решение системы (19) и расчет кондактанса проводились численными методами. Результаты расчета представлены в разд. 5.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Будем рассматривать случай нулевой температуры. В этом случае можно провести интегрирование в формуле (5) и получить

$$g_\sigma = -\frac{e^2}{h}\sum_m \Gamma_{m\sigma}(\mu)\,\mathrm{Im}\,G^R_{m\sigma,m\sigma}(\mu), \tag{21}$$

где μ — химический потенциал контактов. Несложно понять, что кондактанс квантового кольца как функция магнитного потока и химического потенциала имеет резонансы, положение и высота которых определяется положением (квази)дискретных уровней энергии электрона в квантовом кольце (полюсами функции Грина), которые, в свою очередь, сильно зависят от мощности дельта-функции U_0 и параметра J, тогда как ширина резонансов определяется величиной $\Gamma_{m\sigma}$. Положение уровней энергии в баллистическом кольце (без примеси) можно найти, приравняв знаменатель в формулах (8′) нулю:

$$1 - G^{R0}_{m\uparrow}(\omega)V_m^2 G^{R0}_{m\downarrow}(\omega) = 0. \tag{22}$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\begin{aligned} \omega_m^\pm = \frac{B}{4} + B(m+\Phi)^2 \pm \\ \pm |m+\Phi|\sqrt{B^2 + \left(\frac{\alpha}{a}\right)^2} - i\Gamma_m, \end{aligned} \tag{23}$$

где $m = \pm 1/2, \pm 3/2, \ldots$ На рис. 1 показан спектр кольца (23). Поскольку состояния в кольце являются квазидискретными (решения (23) — комплексные числа), на рис. 1*а* представлена действительная часть соответствующих уровней энергии. Для сравнения на рис. 1*б* показан спектр баллистического кольца без учета спин-орбитального взаимодействия: $E_\ell = B(\ell+\Phi)^2$, $\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Каждое

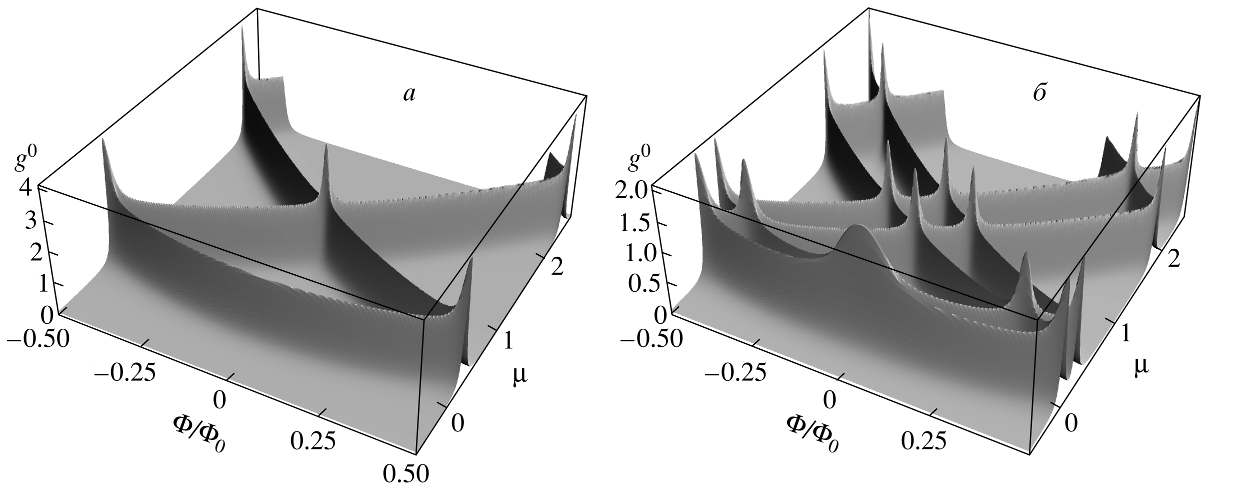

Рис. 2. Кондактанс баллистического квантового кольца без СОВ (*а*) и с учетом СОВ (*б*). Значения химического потенциала даны в единицах вращательного кванта $B = \hbar^2/2m^*a^2$, величина кондактанса — в единицах e^2/h

состояние с данным ℓ двукратно вырождено по спину, а при $\Phi = n/2$, где n — целое, вырождение четырехкратное. Учет спин-орбитального взаимодействия приводит к расщеплению этих состояний по хиральности (см. (23)), и вырождение при $\Phi = n/2$ становится двукратным. Чтобы качественно выяснить зависимость кондактанса от химического потенциала и магнитного потока, будем считать $\Gamma_{m\sigma}$ постоянной $\Gamma_{m\sigma} = \Gamma$. Тогда полный кондактанс равен

$$g = -\frac{e^2\Gamma}{h}\sum_{m,\sigma}\operatorname{Im} G^R_{m\sigma,m\sigma}(\mu). \qquad (24)$$

Для парамагнитной примеси индекс σ заменятся на α, где α нумерует состояния (15). На рис. 2 представлена зависимость $g^0(\mu,\Phi)$ для баллистического (без примесей) кольца для случая без СОВ (*а*) и при наличии СОВ (*б*). Величина кондактанса дана в единицах e^2/h. На рис. 2*а* видно, что, поскольку каждое состояние с данным ℓ двукратно вырождено по спину, величина кондактанса достигает значения $2e^2/h$. В точках, где $\Phi = n/2$, вырождение четырехкратное и кондактанс достигает величины $4e^2/h$. Как указывалось выше, СОВ снимает спиновое вырождение и максимально возможная кратность вырождения равна двум. Сказанное иллюстрирует рис. 2*б*. Действительно, значение кондактанса при наличии СОВ не превышает величины $2e^2/h$ в точках пересечения уровней.

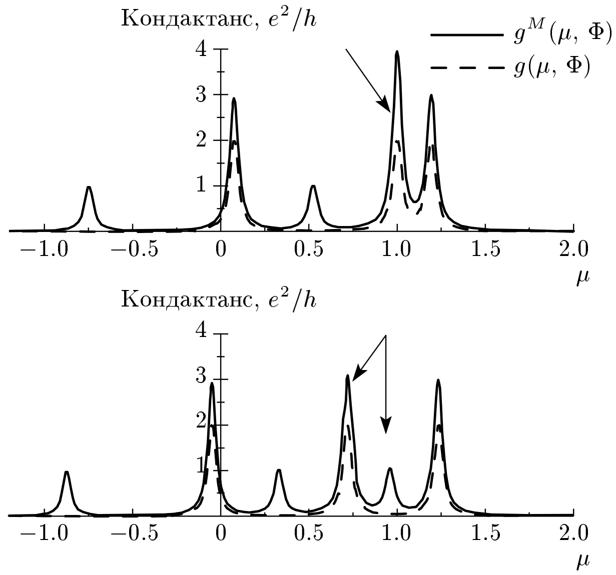

Рис. 3. Кондактанс квантового кольца для бесспиновой и парамагнитной примесей как функция химического потенциала при нулевом магнитном потоке без учета СОВ (*а*), при наличии СОВ (*б*). Значения химического потенциала даны в единицах вращательного кванта $B = \hbar^2/2m^*a^2$. Постоянная спин-орбитального взаимодействия $\alpha = 3.2\cdot 10^{-22}$ эрг · см, $U_0 = 0.1$, $J = 0.4$

Выясним теперь влияние примеси на высоту и положение резонансов кондактанса как функции магнитного потока и положения химического потенциала. На рис. 3 показана зависимость кондактанса от химического потенциала для бесспиновой g и парамагнитной g^M примесей при нулевом магнитном потоке. Для парамагнитной примеси первые два пика (слева направо) соответствуют основному ор-

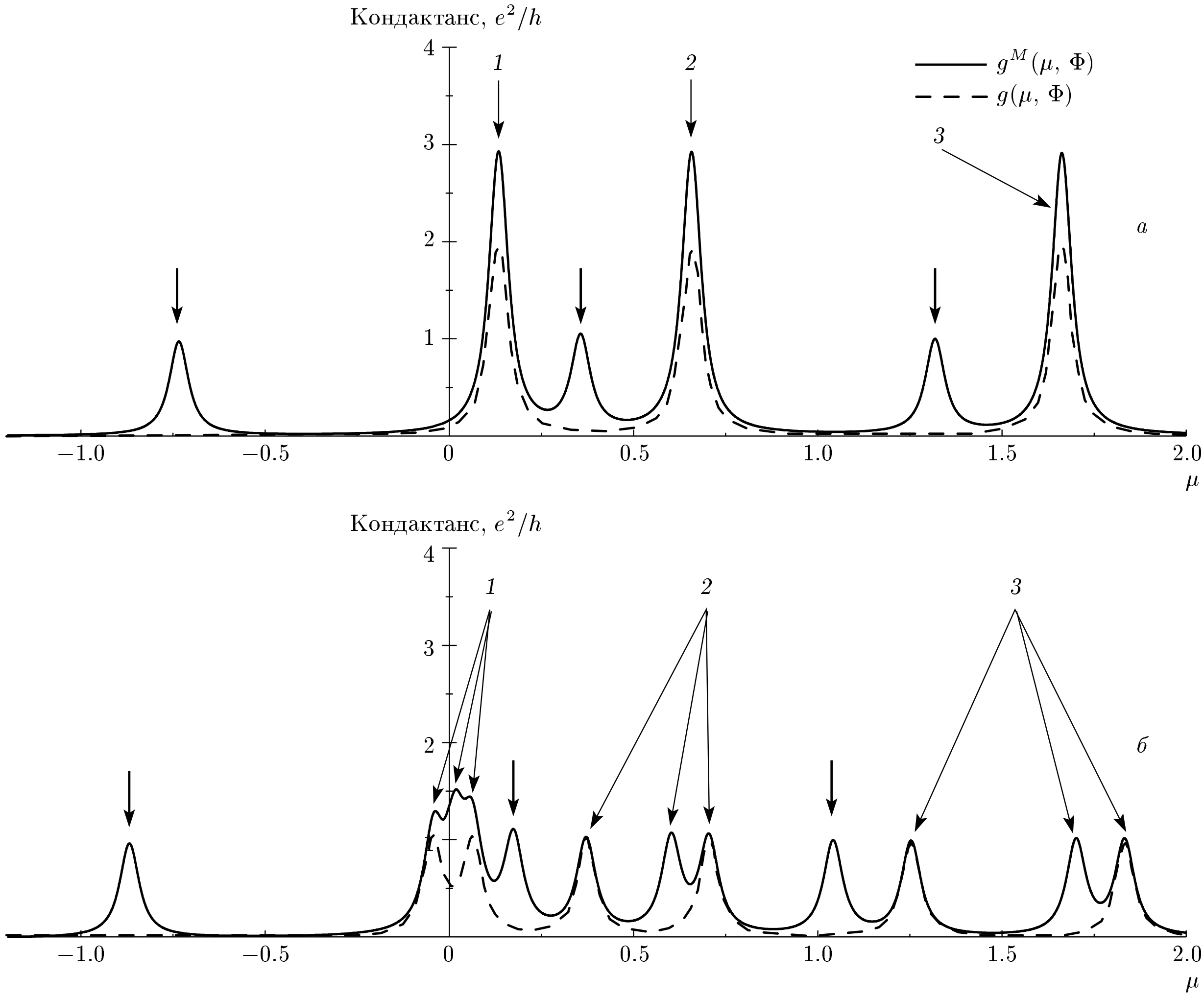

Рис. 4. Кондактанс квантового кольца для бесспиновой и парамагнитной примесей как функция химического потенциала при ненулевом магнитном потоке без учета СОВ (*а*), при наличии СОВ (*б*). Значения химического потенциала даны в единицах вращательного кванта $B = \hbar^2/2m^*a^2$. Постоянная спин-орбитального взаимодействия $\alpha = 3.2 \cdot 10^{-22}$ эрг · см, магнитный поток $\Phi = 0.25$, $U_0 = 0.1$, $J = 0.4$

битальному состоянию и значению полного спина ($\mathbf{I} = \mathbf{S}_i + \mathbf{s}_e$) $I = 0$ и $I = 1$. Состояние $I = 1$ трехкратно вырождено по проекции $I_Z = 0, \pm 1$ и, следовательно, высота пика кондактанса достигает величины $3e^2/h$. Высота резонанса при $I = 0$ равна e^2/h, что соответствует одному значению проекции $I_Z = 0$. Что касается бесспиновой примеси, то основному состоянию соответствует дважды вырожденное состояние (по спину электрона) и высота пика в резонансе равна $2e^2/h$. Следующая группа пиков в районе $0.5 \le \mu \le 1.5$ соответствует первым возбужденным орбитальным состояниям (при нулевом магнитном потоке для пустого кольца это состояния $E_{\ell=\pm 1}$). Чтобы выяснить характер вырождения и качественно определить расположение резонансов, будем считать величины U_0, J малыми, $U_0, J \ll B$ (в нашем расчете на рис. 3 $U_0 = 0.1B$, $J = 0.4B$), и для приближенного нахождения уровней энергии воспользуемся теорией возмущений для вырожденных состояний, поскольку при $\Phi = 0$ в кольце без примесей $E_{\ell=1} = E_{\ell=-1}$. Решение соответствующего секулярного уравнения дает

$$E_{\ell=\pm 1} \to \begin{cases} \varepsilon_1 = B, \\ \varepsilon_2 = B + 2U_0, \\ \varepsilon_1^M = B, \\ \varepsilon_2^M = B + 2J \cdot \dfrac{1}{2}\left(I(I+1) - \dfrac{3}{2}\right). \end{cases}$$

Первые два состояния соответствуют бесспиновой примеси, следующие два — парамагнитной. Отсюда видно, что для бесспиновой примеси имеются два двукратно (по спину электрона) вырожденных состояния, расположенные (в единицах вращательного кванта B) при $\mu = 1$, $\mu = 1 + 2 \cdot 0.1 = 1.2$. Эти значения (для малых U_0, J) хорошо согласуются с точным расчетом положения резонансов для бесспиновой примеси на рис. 3*а*. Высота этих резонансов равна $2e^2/h$ вследствие вырождения по спину. Для парамагнитной примеси имеются два состояния: одно, четырехкратно (по полному спину) вырожденное, расположенное при $\mu = 1$ с высотой $4e^2/h$ и два состояния $\varepsilon_2^M(I=0)$; $\varepsilon_2^M(I=1)$, расположенные при $\mu \approx 0.4$; $\mu = 1.2$. Высота резонансов на этих состояниях соответствует кратности их вырождения соответственно $g^M(\mu) = e^2/h$ для $\mu = \varepsilon_2^M(I=0)$ и $g^M(\mu) = 3e^3/h$ для $\mu = \varepsilon_2^M(I=1)$. Учет СОВ расщепляет четырехкратно вырожденное состояние на трехкратное и однократное, рис. 3*б*. Аналогичная картина расположения резонансов и кратности их вырождения при нулевом магнитном потоке имеет вид и для расщепления более высоких орбитальных состояний $E_{|\ell|>2}$. Отметим, что хотя мы и применили теорию возмущений для приближенного нахождения положений резонансов, результаты, представленные на рисунках, являются точными и пригодны при любых значениях U_0, J.

Рассмотрим теперь ненулевое значение магнитного потока (рис. 4). Для бесспиновой примеси в отсутствие СОВ имеются три двукратно вырожденных состояния, как показано на рис. 4*а*. При наличии СОВ (рис. 4*б*) вырождение по спину электрона снимается и имеется шесть резонансов высотой e^2/h. В случае парамагнитной примеси, в отсутствие СОВ имеются три трехкратно ($I = 1$) вырожденных состояния, отмеченные на рис. 4*а* длинными стрелками с цифрами и три однократно ($I = 0$) вырожденных, отмеченные короткими стрелками на рисунке. Четырехкратное вырождение при $\mu = \varepsilon_1^M$, имеющее место в нулевом потоке, при $\Phi \neq 0$ снимается. Учет СОВ при $\Phi \neq 0$ приводит к полному снятию вырождения всех трехкратно вырожденных состояний, в то время как состояния с $I = 0$ претерпевают лишь сдвиг в сторону меньших энергий. Соответствующие расщепления резонансов показаны на рис. 4*б*.

Обсудим теперь зависимость кондактанса от магнитного потока сквозь кольцо. Полный кондактанс для бесспиновой g и магнитной g^M примесей является четной функцией магнитного потока, как показано на рис. 5. Однако построение соответствующих графиков (мы не приводим) показывает, что парциальные вклады для бесспиновой примеси $g_\uparrow$, $g_\downarrow$ и

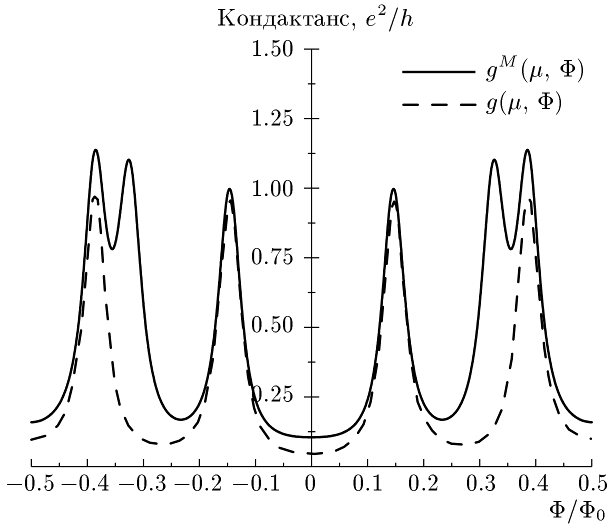

Рис. 5. Кондактанс квантового кольца для бесспиновой и парамагнитной примесей как функция магнитного потока сквозь кольцо при заданном значении химического потенциала. Химический потенциал $\mu = 0.5$, постоянная спин-орбитального взаимодействия $\alpha = 3.2 \cdot 10^{-22}$ эрг·см, $U_0 = 0.1$, $J = 0.4$

магнитной примеси $g^M_{\uparrow\Uparrow}$, $g^M_{\downarrow\Downarrow}$, $g^M_{\uparrow\Downarrow}$, $g^M_{\downarrow\Uparrow}$ в общем случае не обладают такой четностью. При наличии в кольце примеси (без СОВ) имеют место следующие соотношения: для бесспиновой примеси $g_\uparrow(\Phi) = g_\downarrow(\Phi)$, для парамагнитной примеси $g^M_{\uparrow\Uparrow}(\Phi) = g^M_{\downarrow\Downarrow}(\Phi)$ и $g^M_{\uparrow\Downarrow}(\Phi) = g^M_{\uparrow\Uparrow}(\Phi)$, где, однако, $g^M_{\uparrow\Uparrow}(\Phi) \neq g^M_{\uparrow\Downarrow}(\Phi)$. Для парамагнитной примеси первые два равенства очевидны (см. матрицу $(\mathbf{Ss})_{\alpha,\gamma}$ в (26)) вследствие вырождения состояний (в отсутствие СОВ и зеемановских членов). Третье неравенство связано с учетом спин-флип процессов в (27). При изменении знака потока имеем равенства

$$g_\uparrow(\Phi) = g_\uparrow(-\Phi), \quad g^M_{\uparrow\Uparrow}(\Phi) = g^M_{\uparrow\Uparrow}(-\Phi),$$

$$g^M_{\uparrow\Downarrow}(\Phi) = g^M_{\uparrow\Downarrow}(-\Phi).$$

При наличии СОВ

$$g_\uparrow(\Phi) \neq g_\downarrow(\Phi), \quad g^M_{\uparrow\Uparrow}(\Phi) \neq g^M_{\downarrow\Downarrow}(\Phi),$$

$$g^M_{\uparrow\Downarrow}(\Phi) \neq g^M_{\downarrow\Uparrow}(\Phi)$$

вследствие расщепления электронных состояний ($\uparrow\downarrow$), причем каждая из приведенных функций не обладает определенной четностью по Φ. Однако из анализа графиков следует, что суммы $g^M_{\uparrow\Uparrow}(\Phi) + g^M_{\downarrow\Downarrow}(\Phi)$ и $g^M_{\uparrow\Downarrow}(\Phi) + g^M_{\downarrow\Uparrow}(\Phi)$ будут четными функциями Φ и, более того, выполняются следующие условия симметрии: $g^M_{\uparrow\Uparrow}(\Phi) = g^M_{\downarrow\Downarrow}(-\Phi)$ и

$g^M_{\uparrow\Downarrow}(\Phi) = g^M_{\downarrow\Uparrow}(-\Phi)$ (инвариантность по отношению к изменению знака времени). Разумеется, это заключение справедливо для бесспиновой примеси и в случае чисто баллистического кольца.

В заключение отметим, что все приведенные выше зависимости остаются в силе при изменении знака постоянной СОВ (изменения направления нормали к плоскости кольца). Для кольца без примесей и при наличии бесспиновой примеси это следует из анализа выражений (5), (8) и (13). Для парамагнитной примеси такой анализ сложно провести ввиду громоздкости выражений (19), (20). Однако построение соответствующих графиков (мы не приводим) показывает, что это утверждение справедливо и для парамагнитной примеси. При расчетах мы использовали следующие значения параметров: $a = 200$ нм, $\alpha = 3.2 \cdot 10^{-22}$ эрг $\cdot$ см, $m^* = 0.063 m_0$(GaAs), $\Gamma = 0.03B$.

Благодарим Э. Г. Батыева за полезные обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-16939), Совета при Президенте РФ (НШ 4500, 2006.2) и программы РАН. Один из авторов (В. М. К.) благодарит за поддержку фонд «Династия».

ЛИТЕРАТУРА

1. I. Zutic, J. Fabian, and S. Das Sarma, Rev. Mod. Phys. **76**, 323 (2004).
2. J. Nitta, F. E. Meijer, and H. Takayanaji, Appl. Phys. Lett. **75**, 695 (1999).
3. D. Frustaglia and K. Richter, Phys. Rev. B **69**, 235310 (2004).
4. B. Molnar, F. Peeters, and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B **69**, 155335 (2004).
5. U. Aeberhard, K. Wakabayashi, and M. Sigrist, Phys. Rev. B **72**, 075328 (2005).
6. A. G. Aronov and Y. B. Lyanda-Geller, Phys. Rev. Lett. **70**, 343 (1993).
7. S. K. Joshi, D. Sahoo, and A. M. Jayannavar, Phys. Rev. B **64**, 075320 (2001).
8. B. S. Monozon and P. Schmelcher, Phys. Rev. B **67**, 045203 (2003).
9. L. G. G. V. Dias da Silva, S. E. Ulloa, and A. O. Govorov, Phys. Rev. B **70**, 155318 (2004).
10. B. S. Monozon, M. V. Ivanov, and P. Schmelcher, Phys. Rev. B **70**, 205336 (2004).
11. M. D. Kim, Ch. K. Kim, and K. Nahm, Phys. Rev. B **72**, 085333 (2005).
12. L. G. Mourokh, N. J. M. Horing, and A. Yu. Smirnov, Phys. Rev. B **66**, 085332 (2002).
13. T. V. Shahbazan, and M. E. Raikh, Phys. Rev. B **49**, 17123 (1994).
14. D. Loss and E. V. Sukhorukov, Phys. Rev. Lett. **84**, 1035 (2000).
15. H. Akera, Phys. Rev. B **47**, 6835 (1993).
16. U. Gerland, J. v. Delft, T. A. Costi, and Y. Oreg, Phys. Rev. Lett. **84**, 3710 (2000).
17. W. Hofstetter, J. König, and H. Schoeller, Phys. Rev. Lett. **87**, 156803 (2001).
18. D. Boese, W. Hofstetter, and H. Schoeller, Phys. Rev. B **66**, 125315 (2002).
19. T. Kim and S. Hershfield, Phys. Rev. Lett. **88**, 136601 (2002).
20. R. López, R. Aguado, and G. Platero, Phys. Rev. Lett. **89**, 136802 (2002).
21. B. Kubala and J. König, Phys. Rev. B **65**, 245301 (2002).
22. A. Silva, Y. Oreg, and Y. Gefen, Phys. Rev. B **66**, 195316 (2002).
23. A. Ueda, I. Baba, K. Suzuki, and M. Eto, J. Phys. Soc. Jpn. **72**, Suppl. **A 157** (2003).
24. Y. Gefen, Y. Imry, and M. Ya. Azbel, Phys. Rev. Lett. **52**, 129 (1984).
25. M. Büttiker, Y. Imry, and M. Ya. Azbel, Phys. Rev. A **30**, 1982 (1984).
26. B. Kubala, and J. König, Phys. Rev. B **67**, 205303 (2003).
27. Y. Meir and N. S. Wingreen, Phys. Rev. Lett. **68**, 2512 (1992).
28. A.-P. Jauho, N. S. Wingreen, and Y. Meir, Phys. Rev. B **50**, 5528 (1994).
29. Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, Письма в ЖЭТФ **39**, 66 (1984).
30. A. V. Chaplik and L. I. Magarill, Superlattices and Microstructures **18**, 321 (1995).