ЖЭТФ, 2006, том 129, вып. 4, стр. 611–614

О ЗАВИСИМОСТИ ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ЭНЕРГИИ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ

М. И. Рязанов*

Московский инженерно-физический институт (государственный университет)
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 сентября 2005 г.

Обсуждена возможность сильной зависимости дифракционного излучения ультрарелятивистской заряженной частицы от ее лоренц-фактора. Показано, что распределение дифракционного излучения, возникающего при пролете ультрарелятивистской частицы параллельно тонкому диэлектрическому слою конечных размеров, сильно зависит от лоренц-фактора частицы.

PACS: 41.60.-m

1. ВВЕДЕНИЕ

При равномерном движении быстрой заряженной частицы вблизи поверхности вещества возникает излучение, источником которого служат поляризационные токи, возбуждаемые в веществе полем быстрой частицы. Если заряженная частица пересекает поверхность среды, то излучение называется переходным [1–4], если же частица не пересекает поверхность среды, то излучение называют дифракционным [5–10]. Важной особенностью переходного излучения ультрарелятивистской частицы является его сильная зависимость от энергии частицы, позволяющая использовать это излучение для детектирования частиц высокой энергии [4]. Дифракционное излучение возникает из-за тех же процессов, что и переходное, поэтому можно ожидать, что это излучение в ультрарелятивистском случае также может сильно зависеть от энергии частицы. Действительно, дифракционное излучение возникает в результате превращения части собственного поля быстрой частицы в свободное поле излучения.

Поперечный размер собственного поля ультрарелятивистской частицы с энергией $E = \gamma mc^2$ на частоте ω порядка $\gamma c/\omega$, что в γ раз больше длины волны излучения λ. Если расстояние от траектории частицы до поверхности вещества в какой-то точке меньше радиуса собственного поля, то формирование излучения должно сильно зависеть от лоренц-фактора γ. Возможны разные виды дифракционного излучения с сильно зависящей от энергии интенсивностью.

Простейшим примером является излучение ультрарелятивистской заряженной частицы, пролетающей параллельно тонкому слою вещества конечных размеров на расстоянии меньше радиуса собственного поля частицы. При этом часть собственного поля отсекается слоем от частицы и превращается в излучение с интенсивностью, которая сильно зависит от отношения радиуса собственного поля частицы $\gamma\lambda$ к расстоянию до поверхности b.

Представляет интерес найти зависимость интенсивности дифракционного излучения ультрарелятивистской частицы при пролете вблизи тонкого слоя вещества от энергии частицы.

2. ПЛОТНОСТЬ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ТОКА

Рассмотрим быструю заряженную частицу, движущуюся по закону

$$\mathbf{r} = \mathbf{v}t - \mathbf{b}$$

параллельно тонкому слою однородного вещества. Пусть объем слоя определен неравенствами

$$-a < x < a, \quad -\infty < y < \infty, \quad L > z > 0.$$

Пусть также скорость частицы $\mathbf{v}$ параллельна оси z, а вектор $\mathbf{b}$ направлен вдоль оси x и $|\mathbf{b}| > a$.

*E-mail: ryazanov@theor.msk.su

Как известно, при равномерном движении заряда параллельно бесконечному плоскому слою однородного вещества сохраняется продольная (вдоль скорости заряда) компонента импульса, поэтому невозможна необходимая для выполнения законов сохранения при излучении передача продольного импульса веществу и излучение не возникает. Если размеры слоя конечны, то возникает неоднородность, продольный импульс не сохраняется и появляется излучение. При движении заряда далеко от границы слоя различие между конечным и бесконечным слоями вещества несущественно, так что излучение формируется лишь вблизи границы слоя в области малых z.

Источником дифракционного излучения является созданный полем быстрой частицы поляризационный ток, фурье-образ которого связан с фурье-образом поля $\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$ и диэлектрической проницаемостью вещества $\varepsilon(\mathbf{r},\omega)$ соотношением

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},\omega) = i\frac{\omega}{4\pi}\left\{1-\varepsilon(\mathbf{r},\omega)\right\}\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega) = \sigma(\mathbf{r},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega). \quad (1)$$

В однородном веществе зависимость диэлектрической проницаемости от координат связана лишь с границами вещества, так что

$$\begin{gathered}\sigma(\mathbf{r},\omega) = \sigma(\omega)\eta(x-a)\eta(x+a)\eta(z)\eta(L-z),\\ \sigma(\mathbf{s},\omega) = \frac{1}{8\pi^3}\int d^3r\,\sigma(\mathbf{r},\omega)\exp(-i\mathbf{s}\cdot\mathbf{r}) = \\ = \sigma(\omega)\frac{1}{2\pi^2 s_x s_z}\sin(s_x a)\delta(s_y)\left(1-\exp(-is_zL)\right),\\ \eta(z)\equiv\frac{z+|z|}{2|z|}.\end{gathered} \quad (2)$$

Фурье-образ по координатам и времени плотности поляризационного тока имеет вид

$$\begin{gathered}\mathbf{j}(\mathbf{q},\omega) = \int d^3s\,\mathbf{E}(\mathbf{q}+\mathbf{s},\omega)\sigma(\mathbf{s},\omega) = \\ = \sigma(\omega)\frac{1}{2\pi^2}\iint ds_x ds_z \mathbf{E}(q_x+s_x,q_y,q_z+s_z,\omega)\times \\ \times\frac{i}{s_x s_z}\sin(s_x a)\left(1-\exp(-is_zL)\right).\end{gathered} \quad (3)$$

В области больших частот при вычислении поляризационного тока в первом приближении полем $\mathbf{E}$ в (3) можно считать поле равномерно движущегося в вакууме заряда:

$$\begin{gathered}\mathbf{E}_0(\mathbf{r},t) = \int d^3p\int d\omega\,\mathbf{E}_0(\mathbf{p},\omega)\exp(i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-i\omega t),\\ \mathbf{E}_0(\mathbf{q}+\mathbf{s},\omega) = \mathbf{E}_0(\mathbf{q}+\mathbf{s})\delta(\omega-q_zv-s_zv),\\ \mathbf{E}_0(\mathbf{q}+\mathbf{s}) = \frac{-ie\left(\omega\mathbf{v}-(\mathbf{q}+\mathbf{s})c^2\right)}{2\pi^2\left((\mathbf{q}+\mathbf{s})^2c^2-\omega^2\right)}\exp\left(i(q_x+s_x)b\right).\end{gathered} \quad (4)$$

В этом случае можно вместо (3) написать

$$\begin{gathered}\mathbf{j}(\mathbf{q},\omega) = i\sigma(\omega)\frac{1}{2\pi^2 Q}\left\{1-\exp(-iQL)\right\}\times \\ \times\int\frac{ds_x}{s_x}\mathbf{E}(q_x+s_x,q_y,\omega/v)\sin(s_x a),\\ Q\equiv\omega/v-q_z.\end{gathered} \quad (5)$$

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Зная фурье-образ поляризационного тока (5), можно получить распределение энергии, излученной поляризационным током за все время наблюдения в интервале частот $d\omega$ в элемент телесного угла $d\Omega$ в направлении вектора $\mathbf{k} = (\omega/c)\mathbf{r}/r$ в виде

$$d^2E(\mathbf{n},\omega) = c(2\pi)^6|\mathbf{k}\times\mathbf{j}(\mathbf{k},\omega)|^2 d\omega\,d\Omega. \quad (6)$$

Подстановка (5) в (6) дает

$$\begin{gathered}\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\,d\Omega} = \frac{c32\pi^2|\sigma(\omega)|^2}{K^2}\left(1-\cos(KL)\right)\times \\ \times\left|\int\frac{ds_x}{s_x}\mathbf{k}\times\mathbf{E}_0(k_x+s_x,k_y,\omega/v)\sin(s_x a)\right|^2,\\ K\equiv\omega/v-k_z.\end{gathered} \quad (7)$$

Из выражений (4) следует, что при интегрировании в (7) область значений $s_x > 1/b$ не дает вклада в интеграл из-за быстро осциллирующей экспоненты $\exp(is_xb)$. Поэтому эффективные значения переменной интегрирования s_x меньше $1/b$. Но тогда аргумент синуса меньше, чем a/b. Для тонкого слоя, толщина которого $2a$ мала по сравнению с расстоянием b от траектории частицы до слоя, аргумент синуса мал,

$$\sin(s_x a)\approx s_x a.$$

Тогда соотношение (7) принимает вид

$$\begin{gathered}\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\,d\Omega} = \frac{c32\pi^2|\sigma(\omega)|^2a^2}{K^2}\left(1-\cos(KL)\right)\times \\ \times\left|\int dp_x\mathbf{k}\times\mathbf{E}_0(p_x,k_y,\omega/v)\right|^2,\end{gathered} \quad (8)$$

где интегрирование проводится по $p_x = k_x + s_x$. В ультрарелятивистском случае

$$K\equiv\frac{\omega}{v}-k_z = \frac{\omega}{v}-k\cos\theta\approx\frac{k}{2}\left(\theta^2+\frac{1}{\gamma^2}\right). \quad (9)$$

Излучение создается поляризационным током, протекающим в слое длиной L. При

$$KL = (\omega/v - k_z)L \ll 1$$

излученная энергия пропорциональна квадрату длины слоя, поле излучения пропорционально длине слоя, т. е. из каждой точки слоя в точку наблюдения поле приходит с одинаковой фазой. В предельном случае $KL \to \infty$ функция $\cos(KL)$ является быстроосциллирующей, дает пренебрежимо малый вклад и может быть опущена. Тогда распределение излучения не зависит от L. Это связано с тем, что излучение формируется только у начала слоя при малых z на длине порядка $1/(\omega/v - k_z)$, а при дальнейшем движении заряда параллельно поверхности слоя излучение не возникает. Для углов вылета излучения порядка $1/\gamma$ длина формирования излучения порядка $\lambda\gamma^2$ и в пределе $\gamma \to \infty$ при конечном L интенсивность излучения пропорциональна $L/\lambda\gamma^2$. В ультрарелятивистском случае при $KL \gg 1$, т. е. при $1 \ll \gamma \ll (L/\lambda)^{1/2}$, учитывая (4), распределение излучения (8) можно преобразовать к виду

$$\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} = \frac{c8e^2|\sigma(\omega)|^2a^2}{\pi^2K^2} \times \\ \times \left|\int dp_x \frac{\mathbf{k}\times\mathbf{e}_x p_x + \mathbf{k}\times\mathbf{e}_y k_y}{p_x^2 + G^2}\exp(ip_x b)\right|^2, \tag{10}$$

$$G^2 = k_y^2 + (\omega/c)^2/\gamma^2.$$

Используя известное соотношение [11]

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx(1;x)\frac{1}{x^2+G^2}\exp(ixb) = \\ = (1;iG)\frac{\pi}{G}\exp(-bG), \tag{11}$$

нетрудно преобразовать (10) к виду

$$\frac{d^2E(\mathbf{n},\omega)}{d\omega\, d\Omega} = 8e^2|\sigma(\omega)|^2ca^2 \times \\ \times \frac{G^2[\mathbf{k}\times\mathbf{e}_x]^2 + k_y^2[\mathbf{k}\times\mathbf{e}_y]^2}{K^2G^2}\exp(-2bG). \tag{12}$$

В ультрарелятивистском случае функция $G(k)$ порядка k при $\theta \approx 1$ и $\sin^2\varphi \approx 1$, так что

$$\exp(-2bG) \approx \exp(-2bk),$$

а при малых θ и малых $\sin^2\varphi$ функция $G(k) \approx k/\gamma$, так что

$$\exp(-2bG) \approx \exp(-2bk/\gamma).$$

Таким образом, вклад в излучение от области углов $\theta \approx 1$ и $\sin^2\varphi \approx 1$ экспоненциально мал, и основной вклад в излучение вносит область малых углов $\theta \le 1/\gamma$ и углов φ, близких к нулю или к π. Такая зависимость от φ означает, что направления вылета излучения сосредоточены в основном вблизи плоскости xz, т. е. плоскости симметрии задачи.

В области углов $\theta \le 1/\gamma$ можно считать, что

$$\omega/v - k_z \approx k(\theta^2 + 1/\gamma^2)/2,$$

а функция

$$G(k_y) \approx k\left(\theta^2\sin^2\varphi + 1/\gamma^2\right)^{1/2} = \\ = \begin{cases} \sqrt{2}\,k/\gamma, & \varphi = \pi/2, \\ k/\gamma, & \varphi = 0, \pi. \end{cases}$$

В ультрарелятивистском случае, пренебрегая поправками порядка $1/\gamma$, можно представить выражение (12) в виде

$$\frac{d^2E(\theta,\varphi,\omega)}{d\omega\,\theta\, d\theta\, d\varphi} = 32e^2|\sigma(\omega)|^2ca^2 \times \\ \times \frac{2\theta^2\sin^2\varphi + 1/\gamma^2}{(\theta^2+1/\gamma^2)^2(\theta^2\sin^2\varphi + 1/\gamma^2)}\exp(-2bG). \tag{13}$$

4. СПЕКТР ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Для того чтобы получить спектр дифракционного излучения, удобно ввести вместо угла θ новую переменную интегрирования

$$u = \sqrt{\gamma^2\theta^2\sin^2\varphi + 1}\,,$$

после чего спектр излучения примет вид

$$\frac{d^2E(\omega)}{d\omega} = \gamma^2 32e^2|\sigma(\omega)|^2ca^2 \times \\ \times \int\limits_1^{\infty} du \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \frac{(2u^2-1)\sin^2\varphi}{(u^2-\cos^2\varphi)^2}\exp(-2bu\omega/\gamma c). \tag{14}$$

Интегрирование по φ дает с учетом (1)

$$\frac{dE(\omega)}{d\omega} = \frac{8e^2}{c\pi}\gamma^2\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2|1-\varepsilon(\omega)|^2 F(b\omega/\gamma c), \tag{15}$$

$$F(b\omega/\gamma c) = \int\limits_1^{\infty}\frac{du}{u^3}\,\frac{2u^2-1}{\sqrt{u^2-1}}\exp(-2bu\omega/\gamma c). \tag{16}$$

Область применимости выражений (10)–(16) определяется неравенством

$$1 \ll \gamma \ll \sqrt{L\omega/c}\,, \tag{17}$$

т. е. ограничена по частотам снизу значением

$$\omega \approx c/L\gamma^2 \equiv \omega_1.$$

Применимость полученных результатов ограничена как неравенством (17), так и предположением об однородности вещества. При очень больших частотах нельзя считать вещество однородным и необходимо учитывать флуктуации плотности электронов.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как показано на примере частицы, движущейся параллельно плоскому тонкому диэлектрическому слою, интенсивность дифракционного излучения сильно зависит от энергии частицы, если расстояние от частицы до вещества порядка или меньше радиуса собственного поля ультрарелятивистской частицы,

$$2b/\lambda\gamma \leq 1.$$

При расстоянии от траектории частицы до границы диэлектрика порядка сантиметров наблюдение рассмотренного эффекта возможно для частиц с лоренц-фактором $\gamma \sim 10^5$ и выше. Зависимость излучения от лоренц-фактора может заметно меняться при изменении толщины или длины слоя. Это подтверждает справедливость аргументации о зависимости дифракционного излучения от энергии ультрарелятивистской частицы и позволяет предположить возможность других видов сильной зависимости интенсивности излучения от энергии частицы для других вариантов дифракционного излучения. Отсюда следует возможность использования дифракционного излучения для разработки новых методов измерения энергии ультрарелятивистских частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946).

2. Г. М. Гарибян, Ян Ши, *Рентгеновское переходное излучение*, Изд. АН Арм. ССР, Ереван (1969).

3. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *Переходное излучение и переходное рассеяние*, Наука, Москва (1984).

4. B. Dolgoshein, Nucl. Instr. and Methods A **326**, 434 (1993).

5. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН **94**, 377 (1968).

6. Ю. Днестровский, Д. Костомаров, ДАН СССР **116**, 377 (1957); **124**, 1026 (1959).

7. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, ДАН СССР **147**, 74 (1962).

8. J. H. Brownell, G. Doucas, and J. Walsh, Phys. Rev. E **57**, 1075 (1998).

9. A. P. Potylitsyn, Nucl. Instr. and Methods B **145**, 169 (1968); Phys. Lett. A **238**, 112 (1968).

10. М. И. Рязанов, М. Н. Стриханов, А. А. Тищенко, ЖЭТФ **126**, 349 (2004).

11. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, изд. 4-е, Физматгиз, Москва (1962); *Tables of Integral Transforms*, v. 1, McGraw-Hill Book Company, Inc. (1954).