

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ НАНОПРОВОЛОКИ

*C. В. Николаев, К. Н. Югай**

*Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского
644077, Омск, Россия*

Поступила в редакцию 11 июля 2005 г.

Проводится исследование динамических свойств тонкой сверхпроводящей нанопроволоки. Для этого используется одномерное нестационарное уравнение Гинзбурга – Ландау, при выводе которого был введен параметр u , характеризующий «чистоту» сверхпроводящего материала. Уравнение решалось численными методами. Обнаружено, что в случае длинной сверхпроводящей нанопроволоки с длиной, гораздо большей длины когерентности, при $u > 1$ («чистый» предел) существуют два значения критического тока j_{c1} и j_{c2} . При $j < j_{c1}$ полный ток является только сверхпроводящим, а при $j > j_{c2}$ — нормальным. В области значений плотности тока $j_{c1} < j < j_{c2}$ полный ток состоит из сверхпроводящей и нормальной компонент и в этой области наблюдается излучение высокочастотных электромагнитных волн. Построены вольт-амперные характеристики и получен спектр излучения. В случае короткой сверхпроводящей нанопроволоки длиной порядка длины когерентности ее свойства совпадают со свойствами джозефсоновского перехода. При $u < 1$ («грязный» предел) существует одно значение критического тока.

PACS: 74.20.De, 74.40.+k, 74.25.Sv

1. ВВЕДЕНИЕ

В одномерных сверхпроводниках — нанопроволоках — возникают физические явления, которые не наблюдаются в объемных сверхпроводниках. Прежде всего это появление сопротивления при токе, значительно меньшем критического, в отсутствие внешнего магнитного поля. Впервые это явление было установлено экспериментально в работах [1, 2]. Последующие экспериментальные исследования [3–8] позволили сделать важные заключения о роли тепловых флюктуаций в этом явлении: они вызывают процесс проскальзывания фазы. При температурах, близких к критической, важную роль играет термически активированное проскальзывание фазы [4–8], а при температурах, значительно меньших критической, — квантовое туннелирование параметра порядка через барьер свободной энергии, т. е. квантовое проскальзывание фазы [3, 5–9].

На роль тепловых флюктуаций в одномерных сверхпроводящих системах впервые указано в теоретической работе [10]. В ряде последующих работ

этая идея получила дальнейшее развитие. В классических работах [11, 12] было показано теоретически, что большие маловероятные тепловые флюктуации в одномерных сверхпроводящих системах приводят к возникновению процесса проскальзывания фазы вследствие квантового туннелирования параметра порядка через барьер свободной энергии Гинзбурга – Ландау. В работах [13, 14] была найдена температурная зависимость сопротивления тонкой сверхпроводящей проволоки, обусловленная термически активированным проскальзыванием фазы при наличии электрического и магнитного полей. Было показано, что поля вносят малый вклад в подавление сверхпроводящего параметра порядка при проскальзывании фазы. В работах [15–17] было подтверждено, что квантовое проскальзывание фазы определяет температурную зависимость сопротивления тонких сверхпроводящих проволок при низких температурах.

В случае протекающего в нанопроволоке тока, близкого к критическому, ситуация существенно изменяется. Даже в случае постоянного тока в системе развиваются процессы, зависящие от времени. В работе [18] было показано, что процесс проскальзы-

*E-mail: yugay_klimenty@mail.ru

вания фазы определяется динамическими явлениями в отличие от случая малого тока. Динамический механизм подавления сверхпроводящего параметра порядка обусловлен внутренними нелинейными свойствами рассматриваемой системы, которые не проявляются при токах, существенно меньших критических. Именно этот случай и рассматривается в работах [1–17]. В настоящей работе, также как и в [18], рассматривается случай, когда реализуется динамический механизм возникновения явления проскальзывания фазы. Однако, в отличие от работы [18], мы рассматриваем излучение сверхпроводящей нанопроволоки. Изучение основано на численном решении нестационарного одномерного уравнения Гинзбурга–Ландау для параметра порядка. Решения этого уравнения показали, что при определенных значениях параметра u , характеризующего «чистоту материала» ($u > 1$), существуют два значения критической плотности тока j_{c1} и j_{c2} . При этом при уменьшении параметра u величина j_{c2} стремится к j_{c1} . В этом диапазоне значений плотности тока на вольт–амперной характеристике (ВАХ) возникает особенность, а сверхпроводящая нанопроволока находится в смешанном состоянии. В этой области токов была обнаружена высокочастотная генерация электромагнитных волн тонкой сверхпроводящей нанопроволокой. В работе также предложен механизм возникновения подобного излучения, основанный на теории джозефсоновских переходов и динамических центрах проскальзывания фазы.

2. ВОЛЬТ-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ НАНОПРОВОЛОКИ

Эволюцию параметра порядка в сверхпроводящей нанопроволоке при пропускании через нее постоянного во времени тока можно описать нестационарным одномерным уравнением Гинзбурга–Ландау в виде, предложенном в работе [19]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\psi + i\mu\psi &= \frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi + \psi - |\psi|^2\psi, \\ j &= \text{Im} \left(\psi^* \frac{\partial}{\partial x} \psi \right) - u \frac{\partial}{\partial x} \mu, \end{aligned} \quad (1)$$

где использованы следующие нормировки:

$$\begin{aligned} x &\rightarrow \frac{x}{\xi}, \quad \psi \rightarrow \frac{\Delta}{\Delta_0}, \quad t \rightarrow \frac{t}{t_0}, \\ t_0 &= \frac{\pi\hbar}{8k(T_c - T)}, \quad \mu \rightarrow \frac{\mu}{\mu_0}, \\ j &\rightarrow \frac{j}{j_0}, \quad j_0 = \frac{eN\hbar}{2m\xi}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ξ — длина когерентности, Δ_0 — равновесное значение энергетической щели, t_0 — время релаксации параметра порядка, μ — электрохимический потенциал,

$$\mu_0 = \frac{8k(T_c - T)}{\pi}$$

— нормированное значение электрохимического потенциала, j — плотность полного тока, m — масса электрона, N — плотность электронов проводимости.

В уравнения (1) введен параметр u , который определяется следующим образом:

$$u = \frac{8k(T_c - T)\tau_l}{\pi\hbar}. \quad (3)$$

Поскольку $\tau_l = l/\nu_F$, где l — длина свободного пробега электрона, а ν_F — скорость электрона на поверхности Ферми, выражение (3) можно записать в виде

$$u = 0.46 \frac{l}{\xi_0} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right), \quad (4)$$

где

$$\xi_0 = 0.18 \frac{\hbar\nu_F}{k_b T_c}. \quad (5)$$

В такой записи становится понятен физический смысл этого параметра. Случай $u < 1$ ($l \ll \xi_0$) соответствует «грязному» сверхпроводнику, а $u > 1$ ($l \gg \xi_0$) — «чистому».

Определим напряжение на нанопроволоке, используя следующее выражение:

$$V = \Phi(0) - \Phi(L), \quad (6)$$

где Φ — электрический потенциал, L — длина нанопроволоки, нормированная на ξ . Учитывая, что $\mu = 2e\Phi$, и нормируя μ на μ_0 , получим

$$V = \frac{4k(T_c - T)}{\pi e} (\mu(0) - \mu(L)). \quad (7)$$

Нормируя напряжение V на

$$V' = \frac{4k(T_c - T)}{\pi e},$$

имеем безразмерное напряжение на нанопроволоке:

$$V = \mu(0) - \mu(L). \quad (8)$$

Теперь определим начальные и граничные условия для системы (1). Граничные условия можно записать в виде

$$\psi(0) = 1, \quad \psi(L) = \exp(i\varphi_0), \quad (9)$$

где φ_0 — фаза волновой функции сверхпроводящих электронов на границе нанопроволоки. Согласно второму соотношению Джозефсона, электрохимический потенциал на границах нанопроволоки должен удовлетворять условию

$$\mu(0) = 0, \quad \mu(L) = -\frac{\partial\varphi_0}{\partial t}. \quad (10)$$

Мы полагаем, что в начальный момент времени нанопроволока находится в сверхпроводящем состоянии и по ней течет сверхпроводящий ток, равный полному току. Поэтому начальные условия можно записать в виде

$$|\psi(x)| = 1, \quad \varphi(x) = jx, \quad \mu(x) = 0. \quad (11)$$

Для численного интегрирования удобно перейти к декартовым переменным $\psi = R + iI$, в которых уравнения (1) и граничные и начальные условия (9)–(11) переписываются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}R &= \frac{\partial^2}{\partial x^2}R + (1 - R^2 - I^2)R + \mu I, \\ \frac{\partial}{\partial t}I &= \frac{\partial^2}{\partial x^2}I + (1 - R^2 - I^2)I - \mu R, \\ \mu &= \frac{1}{u} \left\{ \int_0^x \left(R \frac{\partial}{\partial x}I - I \frac{\partial}{\partial x}R \right) dx - jx \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} R(0, t) &= 1, \quad I(0, t) = 0, \\ R(L, t) + iI(L, t) &= \exp(i\varphi_0), \\ R(x, 0) + iI(x, 0) &= \exp(ix). \end{aligned} \quad (13)$$

Декартово представление для ψ выгодно отличается от обычного представления в полярных переменных, $\psi = f \exp(i\chi)$, тем, что для уравнений (12) точка $R = I = |\psi| = 0$ не является особой и процесс ее пересечения фазовой траекторией можно просчитать регулярно.

При численном интегрировании данной системы уравнений использовались два различных метода решения параболических уравнений: явная конечно-разностная схема и метод прямых. Явная схема является условно устойчивой с условием

$$\frac{a^2\tau}{h^2} \leq \frac{1}{2}$$

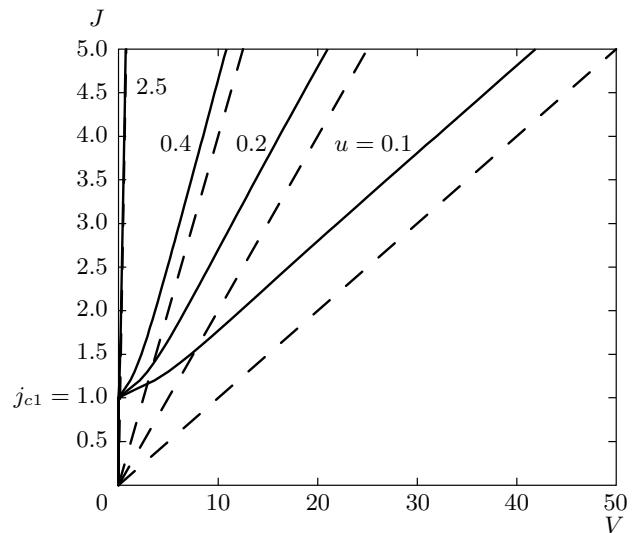


Рис. 1. Вольт-амперные характеристики сверхпроводящей нанопроволоки длиной $L = 1$ (сплошные кривые). Штриховые линии соответствуют закону Ома для нормальной нанопроволоки

(в нашем случае коэффициент $a = 1$), накладываемым на сеточные характеристики τ (шаг по времени) и h (шаг по координате). В методе прямых приведенная задача Коши решалась методом Рунге–Кутты 4-го порядка точности. Но для его устойчивости проводилась ручная подборка шага интегрирования по времени, которая привела к тому же условию, что и в явной схеме. В силу того что результаты, полученные по этим схемам, совпадали между собой с высокой точностью, оптимальной по скорости и точности вычисления оказалась явная схема. В данной работе представлены результаты, полученные по этой схеме, часть из которых была проверена методом прямых.

Численным интегрированием системы уравнений (12), (13) были получены ВАХ сверхпроводящей нанопроволоки. ВАХ, представленные на рис. 1 (сплошные кривые), получены в предельном случае короткой нанопроволоки, когда ее длина порядка ξ . Этот случай соответствует, как видно из рис. 1, джозефсоновскому переходу. На этом же рисунке штриховыми прямыми представлены ВАХ для нормальной нанопроволоки, соответствующие закону Ома. Видно, что ВАХ сверхпроводящей проволоки выходят на прямую, параллельную штриховой прямой, определяемой законом Ома. Такое явление хорошо известно в теории джозефсоновских переходов и называется явлением «избыточного тока». Оно связано с эффектом близости на границах нанопроволо-

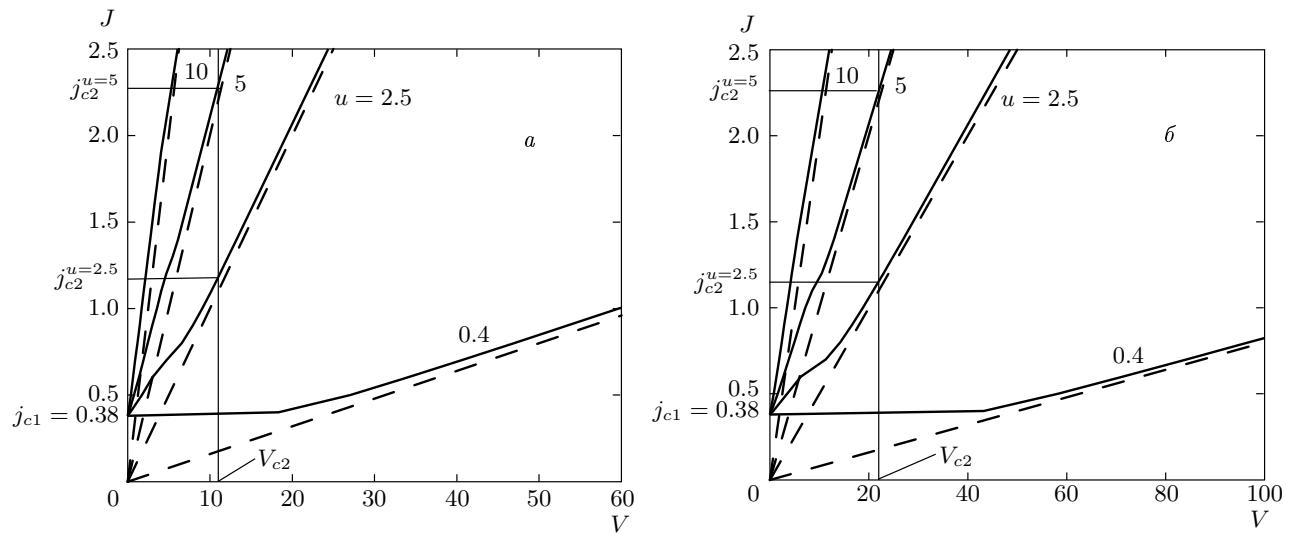


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики сверхпроводящей нанопроволоки длиной $L = 25$ (a), 50 (б) — сплошные кривые. Штриховые линии соответствуют закону Ома для нормальной нанопроволоки

ки [20].

Особый интерес представляют ВАХ для длин, больших ξ . Расчеты показывают, что для случая $u > 1$ появляются два характерных значения плотности тока, обозначенные нами j_{c1} и j_{c2} . Смысл этих токов заключается в следующем: при $j < j_{c1}$ полный ток является только сверхпроводящим, при $j > j_{c2}$ полный ток является нормальным. В промежутке между ними, $j_{c1} < j < j_{c2}$, полный ток состоит из сверхпроводящей и нормальной компонент. Иными словами, токи j_{c1} и j_{c2} имеют смысл критических токов. При $j = j_{c1}$ электрический потенциал равен нулю, и далее при росте j он возрастает до значения V_{c2} при $j = j_{c2}$. Это значение потенциала тоже можно назвать критическим. Если предположить, что напряженность электрического поля постоянна вдоль всей длины нанопроволоки, то можно записать следующее выражение:

$$j = \Omega u \frac{V}{L}, \quad (14)$$

где L — длина нанопроволоки, V — напряжение на нанопроволоке,

$$\Omega = \frac{e\pi\xi}{4k(T_c - T)}.$$

Отсюда видно, что $V_{c2} \propto L$ при прочих неизменных параметрах. На вольт-амперных характеристиках, представленных на рис. 2, вертикальной прямой отмечено значение критического напряжения на нити V_{c2} . При $L = 25$ оно принимает значение, в два

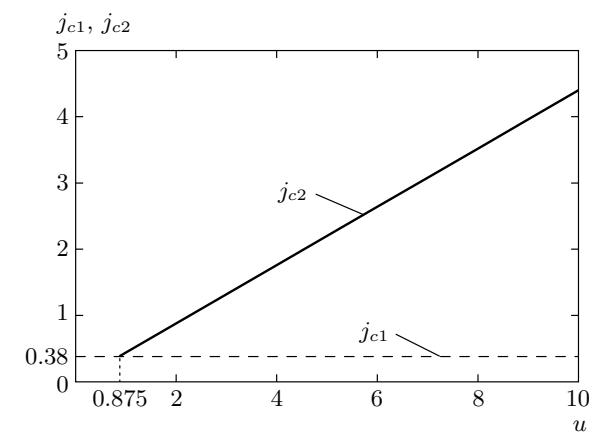
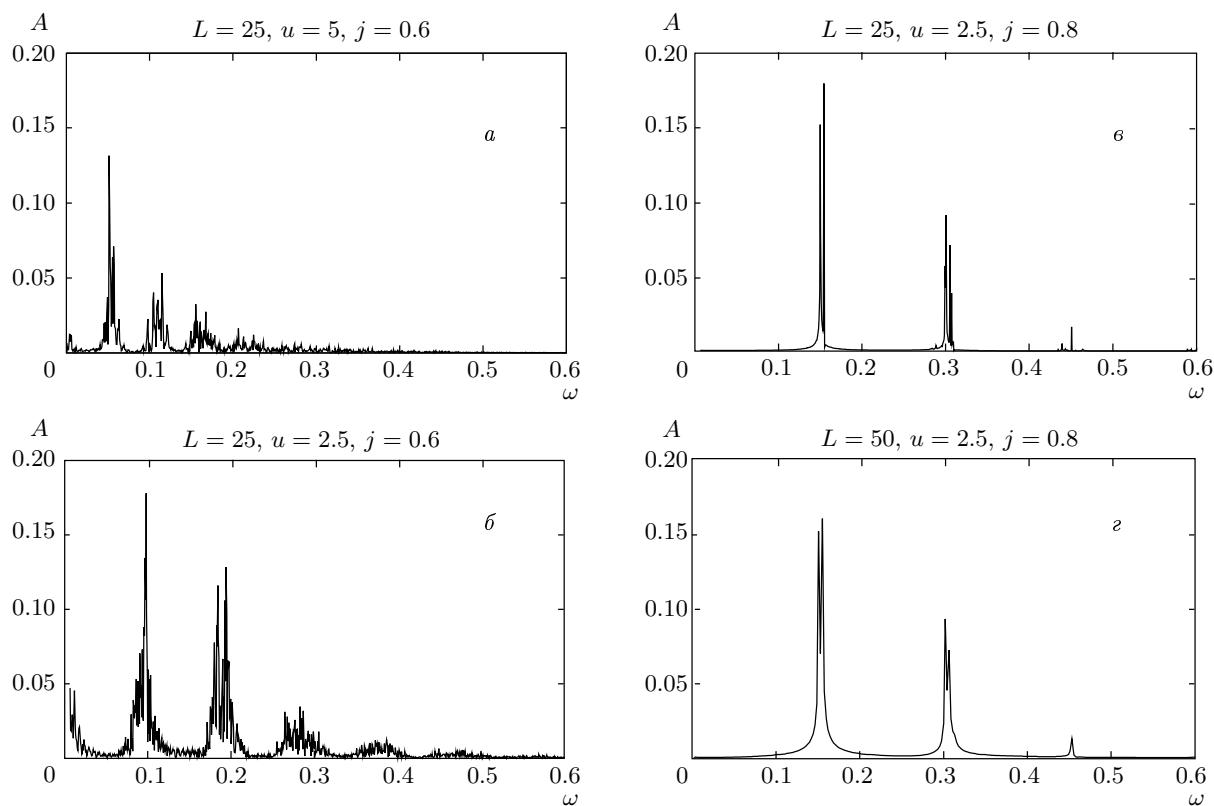


Рис. 3. Зависимости критических плотностей тока j_{c1} и j_{c2} от параметра u

раза меньшее, чем при $L = 50$, как и должно быть в соответствии с формулой (14). Пересечение этой прямой с графиками ВАХ определяет второе критическое значение плотности тока и, следовательно, разделяет графики на две области: $V < V_{c2}$ (резистивная область) и $V > V_{c2}$ (нормальная область). Существенно, что только в резистивной области, как показали расчеты, наблюдается излучение нанопроволоки. Еще одной интересной особенностью ВАХ является то, что в резистивной области на них появляется характерный изгиб.

Из расчетов также следует, что при $u < 1$ гене-

Рис. 4. Спектры излучения сверхпроводящей нанопроволоки ($L = 25, 50$)

рация излучения не наблюдается. На рис. 2 видно, что для этого диапазона значений параметра u в области $V = V_{c2}$ значения критических токов совпадают, $j_{c1} = j_{c2}$, и резистивная область сжимается до нуля. Подобное поведение критических параметров хорошо прослеживается на рис. 3, где представлены зависимости критических плотностей тока от параметра u . На рисунке видно, что ширина резистивной области изменяется пропорционально параметру u и при приближении его к единице обращается в нуль.

3. СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ

Для детального исследования полученного излучения было проведено прямое преобразование Фурье напряжения как функции времени и получено его спектральное разложение, которое представлено на рис. 4, 5. На этих рисунках видно, что существует некоторая основная частота ω_0 и ряд кратных ей частот $\omega = n\omega_0$. Отметим, что амплитуда и частота излучения на всех рисунках нормированы следующим образом:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \frac{A}{V'}, & V' &= \frac{4k(T_c - T)}{\pi e}; \\ \omega &\rightarrow \frac{\omega}{\omega'}, & \omega' &= \frac{8k(T_c - T)}{\pi \hbar}. \end{aligned} \quad (15)$$

Излучение представляет собой ряд гармоник, амплитуды которых уменьшаются с увеличением номера гармоники. Если сравнить спектры a и b на этих рисунках, можно заметить, что увеличение параметра u приводит к уменьшению частоты и амплитуды сигнала. Это изменение обратно пропорционально изменению параметра u . На спектральных разложениях рис. 4 c , d представлены спектры излучений для разных значений длины сверхпроводящей нанопроволоки ($L = 25, 50$). Видно, что с изменением длины сверхпроводящей нанопроволоки характер спектра излучения не меняется.

Интересно отметить, что спектр излучения существенно меняется при увеличении плотности тока. На рис. 4 a , b изображены спектры при $j = 0.6$, т. е. при тех значениях плотностей токов, которые лежат либо до области изгиба ВАХ, рассмотренной в предыдущем разделе, либо в самой этой области. Основные частоты в этих спектрах выражены нечетко и

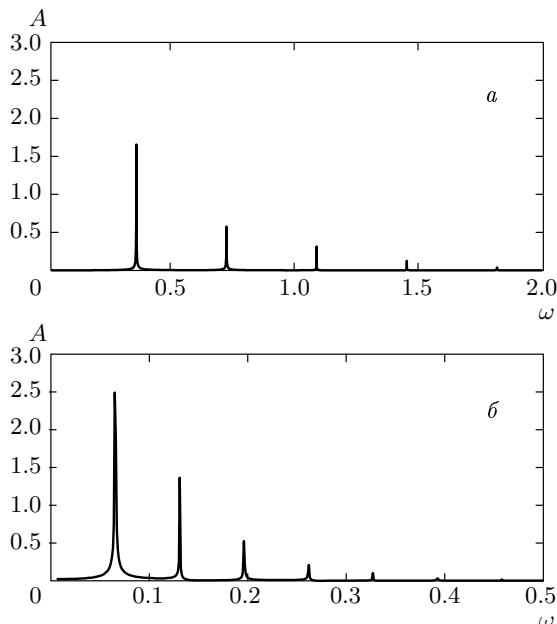


Рис. 5. Спектры излучения сверхпроводящей нанопроволоки длиной $L = 1$ (джозефсоновский переход), $j = 1.5$, $u = 0.4$ (а), 2.5 (б)

в излучении присутствует шум. При плотностях токов, лежащих выше области изгиба ВАХ, подобная картина не наблюдается, и спектр излучения содержит четко выделенные частоты (рис. 4 δ , ε). Также с увеличением плотности тока (рис. 4 δ , ε) происходит увеличение частоты сигнала и уменьшение числа гармоник.

Рассмотрим спектр, полученный при длине нанопроволоки $L = 1$ (рис. 5). В этом случае мы должны были бы получить джозефсоновскую генерацию, так как при длине нанопроволоки порядка ξ мы имеем джозефсоновский переход. Такая генерация действительно наблюдалась, причем, в отличие от длинных нанопроволок, во всей области значений плотности тока выше критической ($j > j_c$). Также в этом случае генерация осуществлялась при любых значениях параметра u . На рис. 5 представлены спектральные разложения излучений для двух значений параметра u . Как и должно быть в случае джозефсоновской генерации, спектр состоит из гармоник, амплитуды которых уменьшаются по закону геометрической прогрессии [21].

Видно также, что с увеличением параметра u уменьшается частота и амплитуда сигнала. Такое поведение излучения хорошо согласуется с известными формулами для джозефсоновского контакта:

$$\omega_0 = \frac{2e\bar{V}}{\hbar}, \quad \bar{V} = R\sqrt{I^2 - I_c^2}, \quad (16)$$

где R — сопротивление контакта в нормальном состоянии, I и I_c — соответственно, полный и критический ток, \bar{V} — среднее напряжение на переходе. Сопротивление R обратно пропорционально проводимости, которая пропорциональна длине свободного пробега l . Из определения параметра u (4) видно, что сопротивление R обратно пропорционально параметру u . Следовательно, с учетом выражений (16) получим, что частота и амплитуда излучения обратно пропорциональны параметру u .

Анализируя спектры излучений сверхпроводящих нанопроволок различной длины, можно заметить, что зависимости спектральных характеристик (амплитуды и частоты) от длины нанопроволоки, плотности тока и параметра u для короткой нанопроволоки ($L = 1$) качественно совпадают с такими же зависимостями для длинных нанопроволок ($L = 25, 50$).

Основываясь на полученных результатах и учитывая динамическое поведение центров проскальзывания фазы в резистивной области [18], можно предположить, что механизм излучения в длинных нанопроволоках обусловлен динамически появляющимися центрами проскальзывания фазы. Эти центры обладают свойствами джозефсоновских переходов. Именно эти переходы и создают наблюдаемое излучение в длинных сверхпроводящих нанопроволоках.

Любопытна аналогия, которую можно провести между рассматриваемой сверхпроводящей нанопроволокой и сверхпроводниками I и II рода, а именно, между причинами, приводящими к их отнесению к сверхпроводникам I или II рода. Параметр теории Гинзбурга–Ландау $\kappa = \lambda/\xi$ определяет границу между этими сверхпроводниками: $\kappa \gg 1$ (точнее $\kappa > 1/\sqrt{2}$) — сверхпроводник II рода, $\kappa \ll 1$ (точнее $\kappa < 1/\sqrt{2}$) — сверхпроводник I рода. В нашем же случае параметру κ соответствует параметр u , который разделяет «чистый» и «грязный» сверхпроводники. Известно, что для сверхпроводников II рода существуют два основных критических значения напряженности магнитного поля, H_{c1} и H_{c2} , а у сверхпроводников I рода только одно — H_{cm} . При этом в диапазоне значений напряженности магнитного поля между его критическими значениями наблюдается смешанное состояние. Возвращаясь к нашей задаче и вспоминая выражение (16), можно также выделить диапазон значений только напряженности электрического поля, в котором в «чистых» сверхпровод-

никах наблюдается смешанное состояние, проявляющееся в виде образования центра проскальзывания фазы и сопровождающееся излучением электромагнитных волн. Так же как и для сверхпроводников I рода, для «грязных» сверхпроводников существует только одно критическое значение напряженности электрического поля.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из анализа полученных спектров и ВАХ при различных значениях длин сверхпроводящей нанопроволоки можно сделать следующие выводы.

1. В случае «чистой» сверхпроводниковой нанопроволоки, т. е. при $u > 1$, резистивное состояние возникает в области постоянных токов, ограниченных значениями критических токов j_{c1} и j_{c2} . Длинная сверхпроводящая нанопроволока ($L \gg 1$) излучает в этом резистивном состоянии. Вне резистивного состояния излучение отсутствует.

2. Излучение длинной сверхпроводящей нанопроволоки зашумлено.

3. При длине сверхпроводящей нанопроволоки $L = 1$ ее ВАХ совпадают с ВАХ джозефсоновских переходов.

4. Для всех ВАХ (как для длинных, так и для коротких нанопроволок) проявляется эффект «избыточного тока», т. е. кривые не выходят на омическую зависимость для нормальной нанопроволоки, а смещены на некоторую величину.

5. В случае «грязной» сверхпроводящей нанопроволоки, т. е. при $u < 1$, резистивное состояние при пропускании постоянного тока отсутствует и, следовательно, нет излучения во всем диапазоне токов вплоть до критического значения, которое в этом случае единственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. E. Lukens, R. J. Warburton, and W. W. Webb, Phys. Rev. Lett. **25**, 1180 (1970).
2. R. S. Newbower, M. R. Beasley, and M. Tinkham, Phys. Rev. B **5**, 864 (1972).
3. N. Giordano, Phys. Rev. B **41**, 6350 (1990); Phys. Rev. B **43**, 160 (1991); Physica B **203**, 460 (1994).
4. F. Sharifi, A. V. Herzog, and R. C. Dynes, Phys. Rev. Lett. **71**, 428 (1993).
5. A. Bezryadin, C. N. Lau, and M. Tinkham, Nature **404**, 971 (2000).
6. C. N. Lau, N. Marcovic, N. Bockrath, A. Bezryadin, and M. Tinkham, Phys. Rev. Lett. **87**, 217003 (2001).
7. N. Marcovic, C. N. Lau, and M. Tinkham, Physica C **387**, 44 (2003).
8. M. Tinkham, J. U. Free, C. N. Lau, and N. Markovic, Phys. Rev. B **68**, 134515 (2003).
9. S. Michotte, S. Matefi-Tempfi, and L. Piraux, Physica C **391**, 369 (2003).
10. W. A. Little, Phys. Rev. **156**, 396 (1967).
11. J. S. Langer and V. Ambegaokar, Phys. Rev. **164**, 498 (1967).
12. D. E. McCumber and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **1**, 1054 (1970).
13. J.-M. Duan, Phys. Rev. Lett. **74**, 5128 (1995).
14. S. R. Renn and J.-M. Duan, Phys. Rev. Lett. **76**, 3400 (1996).
15. Y. Chang, Phys. Rev. B **54**, 9436 (1996).
16. A. D. Zaikin, D. S. Golubev, A. van Otterlo, and G. T. Zimanyi, Phys. Rev. Lett. **78**, 1552 (1997).
17. D. S. Golubev and A. D. Zaikin, Phys. Rev. B **64**, 014504 (2001).
18. S. V. Nikolaev, K. N. Yugay, J. U. Kim, and Y. Huh, J. Supercond. **18**, 261 (2005).
19. E. Abrahams and T. Tsuneto, Phys. Rev. **152**, 416 (1966).
20. К. К. Лихарев, Л. А. Якобсон, ЖЭТФ **68**, 1150 (1975).
21. Л. Г. Асламазов, А. И. Ларкин, Письма в ЖЭТФ **9**, 150 (1969).