

# СТИМУЛИРОВАННОЕ РАМАНОВСКОЕ АДИАБАТИЧЕСКОЕ ПРОХОЖДЕНИЕ В ПОЛЯХ СО СТОХАСТИЧЕСКОЙ АМПЛИТУДОЙ

***B. I. Романенко\*, Л. П. Яценко***

*Институт физики Национальной академии наук Украины  
03028, Киев, Украина*

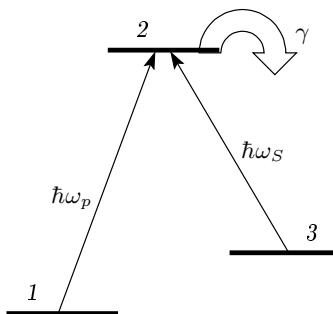
Поступила в редакцию 23 июня 2005 г.

Теоретически изучается влияние корреляции амплитудных флуктуаций лазерных импульсов на перенос населенности между связанными полем состояниями трехуровневого атома. Несущие частоты импульсов близки к частотам переходов между основным ( $|1\rangle$ ) и возбужденным ( $|2\rangle$ ), возбужденным и метастабильным ( $|3\rangle$ ) состояниями атома ( $\Lambda$ -система). Последовательность лазерных импульсов выбрана так, что при условии отсутствия флуктуаций реализуется эффективный перенос населенности между состояниями  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  в процессе стимулированного рамановского адиабатического прохождения (СТИРАП). Для некоррелированных лазерных полей эффект СТИРАП отсутствует. В случае, когда флуктуации амплитуды одного из импульсов повторяют флуктуации другого, эффект СТИРАП может наблюдаться при больших, чем при отсутствии флуктуаций, амплитудах импульсов.

PACS: 32.80.Bx, 32.80.Qk, 42.50.Gy, 42.50.Hz

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из перспективных путей управления внутренним состоянием атомов и молекул, которому посвящен ряд теоретических и экспериментальных исследований (см., например, обзор [1]), является стимулированное рамановское адиабатическое прохождение (СТИРАП, STIRAP). Это явление наблюдается в атомах и молекулах (говоря об атоме, в дальнейшем мы также будем иметь в виду и молекулы), взаимодействующих с двумя лазерными импульсами, частично перекрывающимися во времени. В простейшем случае СТИРАП взаимодействие атома с полем можно описать, принимая во внимание только три состояния атома ( $\Lambda$ -схема взаимодействия атома с полем, см. рис. 1). Сначала атом находится в стабильном или метастабильном состоянии  $|1\rangle$ . Это состояние связывается импульсом накачки с возбужденным состоянием  $|2\rangle$ , которое в свою очередь связывается стоксовым импульсом с метастабильным состоянием  $|3\rangle$ . Явление переноса населенности из состояния  $|1\rangle$  в состояние  $|3\rangle$  наблюдается, если на атом вначале действует стоксовый импульс,



**Рис. 1.** Схема взаимодействия атома с полем. Первым на атом действует стоксов импульс с несущей частотой  $\omega_s$

а импульс накачки приходит позже. Существенно, что в течение некоторого времени атом взаимодействует с обоими импульсами одновременно, а в конце — только с импульсом накачки.

В основе переноса населенности в трехуровневом атоме лежит тот факт, что одно из собственных состояний гамильтониана («темное» состояние), которые описывают атом в поле двух импульсов, является линейной комбинацией только состояний  $|1\rangle$  и

\*E-mail: vr@iop.kiev.ua, victor\_romanenko@list.ru

$|3\rangle$  атома, причем в начале взаимодействия атома с полем это состояние совпадает с состоянием  $|1\rangle$ , а в конце — с состоянием  $|3\rangle$ . В результате при условии достаточно медленного изменения полей, при котором процесс взаимодействия атома с полем можно считать адиабатическим, атом переходит из состояния  $|1\rangle$  в состояние  $|3\rangle$ , не заселяя в процессе взаимодействия возбужденное состояние  $|2\rangle$ . Таким образом, перенос населенности при помощи СТИРАП практически нечувствителен к спонтанному излучению с возбужденного состояния, что существенно для экспериментов с атомными пучками, где время взаимодействия атома со светом обычно значительно превышает время жизни атома в возбужденном состоянии.

Эффективность переноса населенности при помощи СТИРАП определяется тем, насколько этот процесс близок к адиабатическому, и точностью поддерживания двухфотонного резонанса, при котором «темное» состояние является собственным состоянием гамильтониана атома в электромагнитном поле. Зависимость эффективности переноса населенности от отстройки несущих частот полей от двухфотонного резонанса (двуухфотонная форма линии) изучалась в работах [2–5]. Неконтролированная отстройка частот полей от двухфотонного резонанса возникает за счет флуктуаций частот лазерного излучения, влияние которых на эффективность переноса населенности изучалось в [5–7]. Совсем не изучено на сегодняшний день влияние флуктуаций амплитуды лазерных полей на перенос населенности в процессе СТИРАП. Освещению этого вопроса и посвящена настоящая работа.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Чтобы отделить эффекты, связанные с шумом, от влияния отстройки несущих частот импульсов от частот переходов на эффективность переноса населенности, изученного ранее [2–5], мы здесь рассматриваем резонансный случай, когда несущая частота импульса накачки  $\omega_p$  совпадает с частотой перехода  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ , а несущая частота стоксова импульса  $\omega_S$  — с частотой перехода  $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ . Поле, действующее на атом, можно записать в виде

$$E = E_p(t) \exp(-i\omega_p t) + E_S(t) \exp(-i\omega_S t) + \text{с.с.} \quad (1)$$

Будем считать, что доля атомов, возвращающихся в состояние  $|1\rangle$  или  $|3\rangle$  в процессе спонтанного излучения из состояния  $|2\rangle$ , незначительна, и здесь мы ей

пренебрежем. Тогда состояние атома можно описать волновой функцией

$$\Psi = [c_1(t), c_2(t), c_3(t)]^T,$$

где  $c_k(t)$  ( $k = 1, 2, 3$ ) — амплитуда вероятности найти атом в состоянии  $|k\rangle$ . Ее изменение со временем описывается уравнением Шредингера с гамильтонианом

$$H = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & \Omega_p(t) & 0 \\ \Omega_p^*(t) & -i\gamma & \Omega_S^*(t) \\ 0 & \Omega_S(t) & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где

$$\Omega_p(t) = -d_{12}E_p(t)/\hbar, \quad \Omega_S(t) = -d_{32}E_S(t)/\hbar$$

— частоты Раби, связанные с действующими на атом импульсом накачки и стоксовым импульсом,  $\gamma$  — скорость перехода атома в другие, отличные от  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$ , состояния за счет спонтанного излучения с возбужденного состояния.

## 3. ФОРМА ИМПУЛЬСОВ

Аналитические вычисление и численное моделирование мы проведем для двух форм лазерных импульсов, а именно

$$\begin{aligned} \Omega_p(t) &= \\ &= \begin{cases} \Omega_0 f_p(t) \sin(\pi t/\tau), & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Omega_S(t) &= \\ &= \begin{cases} \Omega_0 f_S(t) \cos(\pi t/\tau), & -\frac{1}{2}\tau \leq t \leq \frac{1}{2}\tau, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \Omega_p(t) &= \Omega_0 f_p(t) \exp\left(-\frac{(t-t_d/2)^2}{\tau^2}\right), \\ \Omega_S(t) &= \Omega_0 f_S(t) \exp\left(-\frac{(t+t_d/2)^2}{\tau^2}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\Omega_0$  — максимальная амплитуда лазерных импульсов при отсутствии флуктуаций,  $\tau$  — длительность импульсов,  $t_d$  — длительность задержки импульса накачки относительно стоксова импульса (для импульсов вида (3) эта задержка равна  $\tau/2$ ),

$f_p(t)$  и  $f_S(t)$  описывают флуктуации амплитуд импульсов. В случае отсутствия флуктуаций

$$f_p(t) = f_S(t) = 1.$$

Мы рассматриваем две модели амплитудных флуктуаций огибающих лазерных импульсов [8]: гауссову модель амплитудных флуктуаций, когда  $f_p(t)$  и  $f_S(t)$  можно считать действительными величинами с функциями корреляции

$$\begin{aligned} \langle f_n(t) \rangle &= 0, \\ \langle f_n(t) f_n(t') \rangle &= \exp(-G|t - t'|), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $n = p, S$ , и модель хаотического поля, когда флуктуируют как действительные, так и мнимые части  $f_n(t)$ :

$$\begin{aligned} \langle f_n(t) \rangle &= 0, \quad \langle \operatorname{Re} f_n(t) \operatorname{Im} f_n(t') \rangle = 0, \\ \langle \operatorname{Re} f_n(t) \operatorname{Re} f_n(t') \rangle &= \frac{1}{2} \exp(-G|t - t'|), \\ \langle \operatorname{Im} f_n(t) \operatorname{Im} f_n(t') \rangle &= \frac{1}{2} \exp(-G|t - t'|). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь скобки  $\langle \rangle$  означают усреднение по ансамблю. Множитель  $1/2$  в правой части выражения (6) введен для того, чтобы средние значения  $|f_n(t)|^2$  для обеих моделей амплитудных флуктуаций (5) и (6) совпадали. Модель хаотического поля (6) близка к реальному полю излучения многомодового лазера [8].

Введем корреляцию стоксова поля и поля накачки, считая, что  $f_p(t)$  повторяет  $f_S(t)$  с некоторым опозданием:

$$f_p(t) = f_S(t - t_N). \quad (7)$$

Предельным случаям  $t_N = 0$  и  $t_N = \infty$  отвечают полная корреляция и независимость флуктуаций этих полей.

#### 4. ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ

Примером реализации коррелированных флуктуаций стоксова поля и поля накачки может быть взаимодействие атома, находящегося в состоянии с полным моментом  $J = 1$  и его проекцией  $M = 1$ , с двумя циркулярно поляризованными полями импульсов, полученными из одного многомодового лазера. Эти поля связывают упомянутое состояние с возбужденным с  $J = 0$  и возбужденное с  $J = 1, M = -1$ . Атом движется поперек пространственно смешенных параллельных лазерных лучей, пересекая вначале стоксовы лучи, вызывающий переходы

$J = 0 \leftrightarrow J = 1, M = -1$ . В результате возможен перенос населенности из состояния  $J = 1, M = 1$  в  $J = 1, M = -1$  (до начала взаимодействия это состояние должно быть опустошено оптической накачкой). Желаемую задержку  $t_N$  можно легко реализовать, выбирая надлежащим образом разность времени прохода лучей до области взаимодействия с атомом.

#### 5. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ

Последовательности значений случайной величины  $\xi(t_j)$ , моделирующие действительную (гауссову модель амплитудных флуктуаций) и действительную и мнимую (модель хаотического поля) части  $f_S(t_j)$  в моменты времени  $t_j = t_{j-1} + \Delta t$ , получаем, пользуясь предложенным в [9, 10] алгоритмом реализации цветного шума:

$$\xi(t_{j+1}) = \xi(t_j) \exp(-G\Delta t) + h(t_j), \quad (8)$$

причем  $h(t_j)$  распределены по гауссову закону с нулевым первым моментом, а

$$\langle h(t_j)^2 \rangle = (1 - e^{-2G\Delta t}) \quad (9)$$

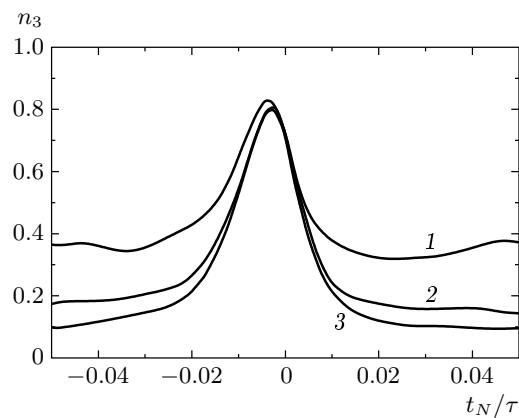
для гауссовой модели флуктуаций и

$$\langle h(t_j)^2 \rangle = \frac{1}{2} (1 - e^{-2G\Delta t}) \quad (10)$$

для модели стохастического поля. Последовательность  $h(t_j)$  формируем, пользуясь стандартной функцией Matlab `randn`.

##### 5.1. Пример численного расчета

На рис. 2 приведена зависимость населенности целевого состояния  $|3\rangle$  от времени задержки  $t_N$  между флуктуациями импульса накачки и стоксова импульса для гауссовой модели амплитудных флуктуаций, когда флуктуирует только амплитуда поля, а его фаза остается постоянной (5). С увеличением  $|t_N|$  выше времени корреляции  $1/G$  эффективность переноса населенности (населенность  $n_3$  состояния  $|3\rangle$ ) значительно уменьшается, в большей степени для больших скоростей спонтанного излучения. Следует отметить, что эффективность переноса населенности максимальна не в случае полной корреляции флуктуаций амплитуд световых импульсов, а при некоторой, значительно меньшей времени корреляции  $1/G$ , задержке флуктуаций стоксова импульса относительно импульса накачки. Значения  $n_3$  в



**Рис. 2.** Зависимости населенности целевого состояния  $|3\rangle$  от задержки  $t_N$  между флюктуациями импульса накачки и стоксова импульса в единицах  $\tau$  для гауссовой модели амплитудных флюктуаций и поля вида (3), полученные из решения уравнения Шредингера усреднением по 100 реализациям случайного процесса. Параметры:  $\Omega_0\tau = 100$ ,  $G\tau = 50$  для всех кривых,  $\gamma\tau = 0$  (кривая 1),  $\gamma\tau = 10$  (кривая 2),  $\gamma\tau = 20$  (кривая 3)

максимумах приведенных зависимостей для разных  $\gamma$  практически не различаются, что указывает на незначительное заселение возбужденного состояния в процессе взаимодействия атома с полем, характерное для процесса СТИРАП.

## 6. ГАУССОВА МОДЕЛЬ ФЛУКТУАЦИЙ АМПЛИТУДЫ

Рассмотрим сначала гауссову модель флюктуаций амплитуды, когда флюктуирует лишь амплитуда поля, а его фаза остается постоянной (5). В этом случае без ограничения общности фазы можно положить равными нулю. Кроме того, будем считать, что флюктуации поля накачки повторяют флюктуации стоксова поля ( $t_N = 0$ ), что дает возможность в случае, когда время спонтанного излучения с возбужденного состояния  $|2\rangle$  значительно меньше времени взаимодействия атома с полем, найти выражение для эффективности переноса населенности из состояния  $|1\rangle$  в состояние  $|3\rangle$ . При этом эффективность переноса несколько меньше максимальной, которую можно получить, выбирая надлежащим образом  $t_N$ . Для удобства перейдем от частот Раби  $\Omega_p(t)$ ,  $\Omega_S(t)$  к среднеквадратичной частоте Раби  $\Omega_m(t)$  и углу смешения  $\theta(t)$ :

$$\begin{aligned}\Omega_p(t) &= \Omega_m(t) \sin \theta(t), \\ \Omega_S(t) &= \Omega_m(t) \cos \theta(t),\end{aligned}\quad (11)$$

где  $\Omega_m(t)$  и  $\theta(t)$  — действительные величины, и от базиса «голых» состояний атома  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  и  $|3\rangle$  к базису возбужденного  $\varphi_2 = |2\rangle$ , «яркого»  $\varphi_b$  и «темного»  $\varphi_d$  состояний, определяемых выражениями

$$\begin{aligned}\varphi_b &= \sin \theta(t) |1\rangle + \cos \theta(t) |3\rangle, \\ \varphi_d &= \cos \theta(t) |1\rangle - \sin \theta(t) |3\rangle.\end{aligned}\quad (12)$$

Тогда состояние атома можно описать волновой функцией

$$\Psi = [B_b(t), B_2(t), B_d(t)]^T,$$

где  $B_k(t)$  ( $k = b, 2, d$ ) — амплитуда вероятности найти атом в состоянии  $\varphi_k$ . Гамильтониан атома в этом базисе имеет вид:

$$H_d = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & \Omega_m(t) & 2i\dot{\theta}(t) \\ \Omega_m(t) & -i\gamma & 0 \\ 2i\dot{\theta}(t) & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Мы считаем, что до начала взаимодействия с полем лазерных импульсов атом находился в состоянии  $|1\rangle$ . Вначале на атом действует стоксов импульс, потом некоторое время вместе с ним на атом действует импульс накачки, и в конце взаимодействия атома с полем на атом действует только импульс накачки. При отсутствии флюктуаций амплитуды в рассматриваемом здесь случае такая последовательность приводит к монотонному изменению от 0 до  $\pi/2$  угла смешения

$$\theta(t) = \arctg(\Omega_p(t)/\Omega_S(t))$$

с течением времени. До начала взаимодействия атома с полем заселено только состояние  $\varphi_d$ , которое в этом случае совпадает с  $|1\rangle$ . В случае, если  $\Omega_0\tau \gg 1$  (процесс взаимодействия с полем при отсутствии флюктуаций близок к адиабатическому), производной в гамильтониане (13) можно пренебречь, так что населенность «темного» состояния  $\varphi_d$  остается неизменной в течение всего времени взаимодействия атома с полем. После окончания взаимодействия с полем  $\varphi_d$  совпадает с  $|3\rangle$  и имеет место 100 % перенос населенности из состояния  $|1\rangle$  в состояние  $|3\rangle$ . Учет скорости изменения  $\theta(t)$  в гамильтониане (13) приведет к заселению состояний  $|2\rangle$  и  $|b\rangle$  и уменьшению эффективности переноса населенности. Можно построить теорию переноса населенности в нефлюктуирующих полях, исходя из разложения волновой функции в ряд по малому параметру  $\dot{\theta}(t)\tau$ . Теорию

возмущений по  $\dot{\theta}(t)\tau$  можно также построить и в случае флуктуаций амплитуды при условии полной корреляции флуктуаций (синхронности флуктуаций),  $f_p(t) = f_S(t)$ , когда значение  $\theta(t)$  от флуктуаций не зависит.

Далее будем рассматривать случай полной корреляции флуктуаций, когда при условии большой длительности импульсов производной  $\dot{\theta}(t)$  в гамильтониане (13) можно пренебречь, а его собственные значения  $\lambda_n$  и соответствующие им собственные функции  $\chi_n$  имеют вид

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{1}{2}\Omega_m(t), & \chi_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_2 + \varphi_b), \\ \lambda_2 &= -\frac{1}{2}\Omega_m(t), & \chi_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_2 - \varphi_b), \\ \lambda_3 &= 0, & \chi_3 &= \varphi_d.\end{aligned}\quad (14)$$

Благодаря синхронности флуктуаций стоксова поля и поля накачки мгновенное распределение среднеквадратичной частоты Раби  $\Omega_m(t)$  гауссово, с наиболее вероятным значением нуль. В результате в течение всего времени взаимодействия атома с полем не может быть выполнено условие адиабатического приближения

$$|\lambda_3 - \lambda_n|\tau_{corr} \gg 1, \quad n = 1, 2,$$

где  $\tau_{corr} = 1/G$  — время автокорреляции лазерных полей, что приводит к потере населенности «темного состояния» и вследствие этого к уменьшению эффективности переноса населенности. В случае независимых флуктуаций световых импульсов значение  $|\lambda_3 - \lambda_n|\tau_{corr}$  значительно возрастает, поскольку вероятность одновременно иметь близкие к нулю значения для двух независимых величин значительно меньше, чем для одной. Однако в этом случае флуктуирует  $\theta(t)$  с характерным временем  $\tau_{corr}$ , что также приводит к уменьшению населенности «темного» состояния, и в результате потери населенности становятся большими, чем в случае синхронных флуктуаций, как это видно на рис. 2. Небольшая же временная задержка между флуктуациями полей  $t_N \ll \tau_{corr}$  может сыграть положительную роль — увеличить  $|\lambda_3 - \lambda_n|$  без значительных флуктуаций  $\theta(t)$  (за исключением тех промежутков времени, где  $\Omega_p(t)$  или  $\Omega_S(t)$  близки к нулю). Вероятно, этим объясняется сдвиг максимумов кривых на рис. 2 относительно нуля.

Введем

$$\Phi(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^t \Omega_m(t') dt' \quad (15)$$

и

$$\begin{aligned}a_d(t) &= \ln(B_d(t)), \\ a_2(t) &= B_2(t)/B_d(t), \\ a_b(t) &= B_b(t)/B_d(t).\end{aligned}\quad (16)$$

Тогда, вводя явно малый параметр  $\varepsilon$  для обозначения малости скорости изменения угла  $\theta(t)$ , получим уравнения для  $a_b(t)$ ,  $a_2(t)$ ,  $a_d(t)$ :

$$\begin{aligned}\dot{a}_b(t) &= \varepsilon \dot{\theta}(t) - \dot{a}_d(t)a_b(t) - i\dot{\Phi}(t)a_2(t), \\ \dot{a}_2(t) &= -\dot{a}_d(t)a_2(t) - i\dot{\Phi}(t)a_b(t) - \frac{\gamma}{2}a_2(t), \\ \dot{a}_d(t) &= -\varepsilon \dot{\theta}(t)a_b(t).\end{aligned}\quad (17)$$

Эти уравнения можно решить методом теории возмущений, разлагая  $a_b(t)$ ,  $a_2(t)$ ,  $a_d(t)$  в ряд по  $\varepsilon$  и принимая во внимание, что до начала взаимодействия с полем заселено лишь «темное» состояние. В общем случае произвольной формы импульсов так же, как и при взаимодействии двухуровневого атома со световым импульсом с несущей частотой, резонансной частоте атомного перехода [11], решение можно получить только в случае, когда спонтанным излучением из возбужденного состояния можно пренебречь. Положив  $\gamma = 0$ , находим из (17) во втором порядке по  $\varepsilon$

$$\dot{a}_d(t) = -\varepsilon^2 \dot{\theta}(t) \int_{-\infty}^t \dot{\theta}(t') \cos(\Phi(t) - \Phi(t')) dt'. \quad (18)$$

Будем считать, что время корреляции флуктуаций амплитуды  $1/G$  мало по сравнению с длительностью лазерных импульсов  $\tau$ . Противоположный случай,  $1/G \gg \tau$ , когда амплитуды не флуктуируют в течение времени взаимодействия атома с полем, но флуктуируют от одного импульса к другому, и задача сводится к усреднению эффективности переноса населенности в нефлуктуирующих полях по распределению амплитуд лазерных импульсов, здесь рассматривать не будем.

Принимая во внимание, что для произвольного гауссова процесса  $\xi(t)$  с нулевым средним значением справедливо выражение [12]

$$\langle \exp(i\xi(t)) \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}\langle \xi(t) \rangle^2\right), \quad (19)$$

и учитывая (5), можно записать

$$\begin{aligned} \langle a_d(t) \rangle = & - \int_{-\infty}^t \dot{\theta}(t') \int_{-\infty}^{t'} \dot{\theta}(t'') \times \\ & \times \exp \left( -\frac{1}{8G} \int_{t''}^{t'} \langle \Omega_m(t''')^2 \rangle \times \right. \\ & \times [2 - \exp(G(t'' - t''')) - \exp(G(t''' - t'))] dt''' \Big) \times \\ & \times dt'' dt'. \quad (20) \end{aligned}$$

Здесь мы положили  $\varepsilon = 1$  и приняли во внимание неравенство  $G\tau \gg 1$ . После окончания взаимодействия атома с полем населенность «темного» состояния совпадает с населенностью состояния  $|3\rangle$ , так что эффективность переноса населенности из состояния  $|1\rangle$  в состояние  $|3\rangle$  определяется выражением

$$\eta = \langle \exp(2a_d(\infty)) \rangle.$$

Принимая во внимание равенство

$$\langle \exp(X) \rangle = \exp(\langle X \rangle) \left( 1 + \frac{1}{2} \langle (X - \langle X \rangle)^2 \rangle + \dots \right),$$

мы для вычисления  $\eta$  будем пользоваться приближенным выражением

$$\eta = \exp(2\langle a_d(\infty) \rangle), \quad (21)$$

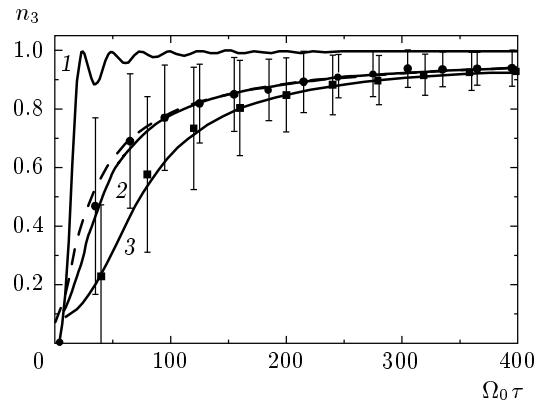
справедливым при небольших среднеквадратичных отклонениях  $a_d(\infty)$  от среднего значения. Это приближение уже использовалось при изучении влияния флюктуаций частоты на перенос населенности в процессе СТИРАП [7]. Выражения (20) и (21) позволяют найти эффективность переноса населенности в поле импульсов с флюктуирующей амплитудой для гауссовой модели флюктуаций амплитуды с произвольной временной зависимостью интенсивности световых импульсов, усредненной по ансамблю.

Для полей вида (3) выражение (20) значительно упрощается. Проводя интегрирование и учитывая условие  $G\tau \gg 1$ , при котором оно справедливо, получим, подставляя значение  $a_d(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  в (21):

$$\begin{aligned} \eta = \exp \left\{ -\frac{\pi^2}{(G\tau)^2} \left[ \frac{e^z}{zz} (G\tau - 2) (\Gamma(z) - \Gamma(z, z)) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{z^2} \left( e^{z(1-G\tau/2)} - 1 \right) \right] \right\}. \quad (22) \end{aligned}$$

Здесь  $z = \Omega_0^2/(2G)^2$ ,

$$\Gamma(x, y) = \int_y^\infty \exp(-t) t^{x-1} dt \quad (23)$$



**Рис. 3.** Зависимости населенности целевого состояния  $|3\rangle$  от площади лазерных импульсов, параметризованных значением  $\Omega_0\tau$ , для гауссовой модели амплитудных флюктуаций и поля вида (3), полученные из решения уравнения Шредингера усреднением по 100 реализациям случайного процесса (кружки и квадраты) и из формулы (22) (кривые 2 и 3). Отрезками показано среднеквадратичное отклонение эффективности переноса от среднего значения. Кривая 1 отвечает случаю отсутствия флюктуаций амплитуды. Параметры:  $\gamma = 0$  для всех кривых,  $G\tau = 20$  (кривая 2 и кружки),  $G\tau = 100$  (кривая 3 и квадраты). Штрихами показана зависимость (24)

— неполная гамма-функция. В предельном случае  $\Omega_0 \gg G$  имеем

$$\eta = \exp \left[ \frac{8\pi^2}{\Omega_0^2\tau^2} - \frac{\pi^2\sqrt{2\pi}}{\Omega_0\tau} \right]. \quad (24)$$

Здесь мы приняли во внимание, что в этом случае основной вклад в выражение (20) дают значения  $t'''$ , близкие к  $t''$  и  $t'$ , такие что

$$G(t''' - t'') \ll 1, \quad G(t' - t''') \ll 1.$$

При отсутствии флюктуаций амплитуды ( $f_p(t) = f_s(t) = 1$ ) для эффективности переноса населенности находим из (18):

$$\eta_0 = \exp \left[ -\frac{8\pi^2}{\Omega_0^2\tau^2} \left( 1 - \cos \frac{\Omega_0\tau}{4} \right) \right]. \quad (25)$$

Сравнение выражений (25) и (24) показывает, что быстрые флюктуации амплитуды световых импульсов приводят к изменению закона стремления к нулю логарифма эффективности переноса населенности с возрастанием  $\Omega_0\tau$  с  $(\Omega_0\tau)^{-2}$  на  $(\Omega_0\tau)^{-1}$ .

На рис. 3 показаны зависимости населенности состояния  $|3\rangle$  от  $\Omega_0\tau$  для гауссовой модели амплитудных флюктуаций и поля вида (3), полученные для

различных значений времени корреляции флюктуаций  $G^{-1}$  из решения уравнения Шредингера усреднением по 100 реализациям случайного процесса и из формулы (22). Кривая 1 отвечает случаю отсутствия флюктуаций амплитуды; она практически совпадает с зависимостью (25), начиная с  $\Omega_0\tau \approx 20$ . Численные расчеты по методу Монте-Карло хорошо согласуются с расчетами по формуле (22). Видно, что флюктуации амплитуды значительно уменьшают эффективность переноса населенности по сравнению с идеальным случаем отсутствия флюктуаций, но в то же время увеличение интенсивности световых импульсов может компенсировать негативное влияние флюктуаций амплитуды. С увеличением интенсивности импульсов эффективность переноса стремится к пунктирной кривой, описывающей зависимость (24), практически совпадая с ней при  $\Omega_0 > 4G$ .

Для полей вида (4) непосредственное применение выражения (20) для вычисления эффективности переноса населенности требует длительных вычислений в связи с необходимостью интегрирования по трем переменным. Замечая, что основной вклад в (20) дают близкие между собой значения  $t'$ ,  $t''$  и  $t'''$ , такие что разница между ними составляет величину порядка  $1/G$ , можно вычислить интеграл в экспоненте (20). В результате получим

$$\langle a_d(t) \rangle = - \int_{-\infty}^t \dot{\theta}(t')^2 \int_{-\infty}^{t'} \exp \left\{ -\frac{1}{4G^2} \langle \Omega_m(t')^2 \rangle \times \right. \\ \left. \times [-1 + G(t' - t'') - \exp(-G(t' - t''))] \right\} dt'' dt'. \quad (26)$$

Это выражение несправедливо при малых значениях  $\Omega_0^2\tau/G$ , но эта область параметров малоинтересна, поскольку в данном случае эффективность переноса населенности мала.

На рис. 4 показаны зависимости населенности состояния  $|3\rangle$  от  $\Omega_0\tau$  для гауссовой модели амплитудных флюктуаций и гауссовой формы световых импульсов (4), найденные из численного решения уравнения Шредингера и из формул (21), (26). Как видно из рисунка, вычисления эффективности переноса населенности по формулам (21), (26) хорошо согласуются с вычислениями по методу Монте-Карло. Это дает основания ожидать, что вычисления эффективности переноса населенности можно проводить по формулам (21), (26) и для импульсов другой, негауссовой формы с плавной огибающей интенсивности, усредненной по ансамблю.

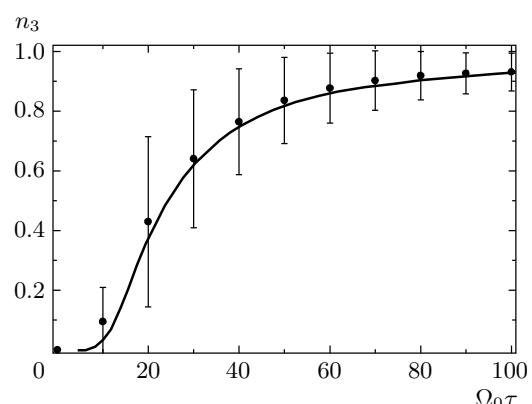
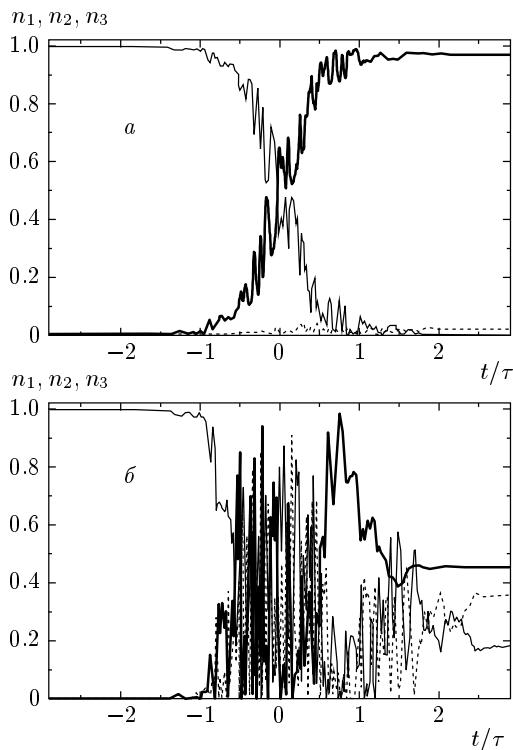


Рис. 4. Зависимости населенности целевого состояния  $|3\rangle$  от площади лазерных импульсов, параметризованных значением  $\Omega_0\tau$ , для гауссовой модели амплитудных флюктуаций и поля вида (4), полученные из решения уравнения Шредингера усреднением по 100 реализациям случайного процесса (кружки) и из формул (21), (26) (сплошная кривая). Отрезками показано среднеквадратичное отклонение эффективности переноса от среднего значения. Параметры:  $\gamma = 0$ ,  $G\tau = 50$ ,  $t_d = \tau$

## 7. МОДЕЛЬ ХАОСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Для модели хаотического поля, когда флюктуируют как действительная, так и мнимая части комплексной амплитуды лазерного поля и эти флюктуации независимы, построение теории аналогично рассмотренному выше случаю гауссовой модели флюктуаций амплитуды невозможна. Основным препятствием на этом пути являются трудности усреднения по ансамблю в случае двух случайных гауссовых величин.

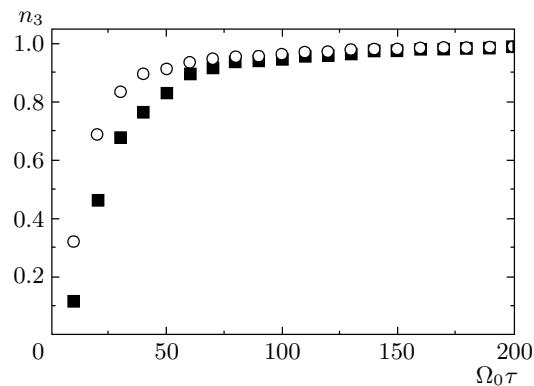
Рисунок 5 показывает, что достижение высокого, большего 90 %, переноса населенности в этом случае также связано с корреляцией флюктуаций амплитуды стоксова поля и поля накачки. На нем приведено изменение населенностей  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$  состояний  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  и  $|3\rangle$  со временем для случаев полной корреляции ( $t_N = 0$ ) флюктуаций и сдвига временной зависимости флюктуаций амплитуды стоксова поля относительно флюктуаций амплитуды поля накачки на время корреляции  $1/G$ . Видно, что в последнем случае изменение населенностей со временем носит бессистемный характер, тогда как в случае  $t_N = 0$  изменение населенностей со временем близко к соответствующей зависимости для СТИРАП в поле нефлюктуирующих импульсов [1]. Кроме того, при полной корреляции флюктуаций, как и в СТИРАП в нефлюктуирующих полях, населенность возбужден-



**Рис. 5.** Зависимости населенностей состояний  $|1\rangle$  (тонкая кривая),  $|2\rangle$  (пунктир),  $|3\rangle$  (толстая кривая) от  $\Omega_0\tau$  для модели хаотического поля и импульсов вида (4), полученные из решения уравнения Шредингера для одной из реализаций случайного процесса. Параметры:  $\gamma = 0$ ,  $t_d = \tau$ ,  $G\tau = 50$ ,  $\Omega_0\tau = 100$ ;  $t_N = 0$  (a),  $1/G$  (b)

ного состояния очень мала, что, собственно говоря, и делает процесс СТИРАП привлекательным для переноса населенности между метастабильными состояниями.

На рис. 6 показаны зависимости  $n_3$  населенности состояния  $|3\rangle$  от частоты Раби  $\Omega_0$  для модели стохастического поля, гауссовой формы световых импульсов (4) и синхронных флюктуаций стоксова поля и поля накачки ( $t_N = 0$ ), полученные из решения уравнения Шредингера усреднением по ансамблю 100 реализаций случайного процесса. Как и в случае гауссовых флюктуаций, наблюдается значительное возрастание эффективности переноса с увеличением площади импульсов.



**Рис. 6.** Зависимости населенности целевого состояния  $|3\rangle$  от  $\Omega_0\tau$  для модели хаотического поля и импульсов вида (4), полученные из решения уравнения Шредингера усреднением по 100 реализациям случайного процесса. Параметры:  $\gamma = 0$ ,  $t_d = \tau$ ,  $G\tau = 20$  (кружки),  $G\tau = 50$  (квадраты)

## 8. ВЫВОДЫ

Мы показали, что флюктуации амплитуды лазерного излучения не являются препятствием для переноса населенности между метастабильными состояниями атомов и молекул в процессе СТИРАП в случае, когда эти флюктуации происходят синхронно.

Для короткого по сравнению со временем спонтанного излучения времени взаимодействия атома с полем и гауссовой модели флюктуаций амплитуды найдено выражение для населенности целевого состояния, зависящее от параметров лазерных импульсов. Полученные результаты хорошо согласуются с результатами численного моделирования методом Монте-Карло.

Перенос населенности в случае флюктуаций амплитуды, описываемых моделью стохастического поля (независимо флюктуируют действительная и мнимая части комплексной амплитуды электрического поля) исследован численно. Полученные зависимости эффективности переноса населенности от площади световых импульсов близки к аналогичным, построенным для модели гауссовых флюктуаций амплитуды.

Авторы благодарны профессору К. Бергманну за плодотворное обсуждение работы.

Работа выполнена в рамках тем НАН Украины ВІЦ 93/24, В/112 и Ф7/445.

## ЛИТЕРАТУРА

1. K. Bergmann, H. Theur, and B. W. Shore, Rev. Mod. Phys. **70**, 1003 (1998).
2. M. V. Danileiko, V. I. Romanenko, and L. P. Yatsenko, Opt. Comm. **109**, 462 (1994).
3. V. I. Romanenko and L. P. Yatsenko, Opt. Comm. **140**, 231 (1997).
4. F. Renzoni, A. Lindner, and E. Arimondo, Phys. Rev. A **60**, 450 (1999).
5. В. И. Романенко, Л. П. Яценко, Л. Бергманн, УФЖК **48**, 533, (2003).
6. A. Kuhn, S. Schiemann, G. Z. He, G. Coulston, W. S. Warren, and K. Bergmann, J. Chem. Phys. **96**, 4215 (1992).
7. V. I. Romanenko, L. P. Yatsenko, B. W. Shore, and K. Bergmann, Phys. Rev. A **65**, 043409 (2002).
8. A. T. Georges, Phys. Rev. A **21**, 2034 (1980).
9. R. F. Fox, I. R. Gatland, R. Roy, and G. Vemuri, Phys. Rev. A **38**, 5938 (1988).
10. G. Vemuri and R. Roy, Opt. Comm. **77**, 318 (1990).
11. B. W. Shore, *The Theory of Coherent Atomic Excitation*, Wiley, New York (1990).
12. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С. Чиркин, *Введение в статистическую радиофизику и оптику*, Наука, Москва (1981).