

# НЕМАРКОВСКАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПАРАМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА ЛОКАЛИЗОВАННЫХ И КВАЗИЛОКАЛИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СПИНОВ НА ПРИМЕРЕ МАНГАНИТОВ С КОЛОССАЛЬНЫМ МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЕМ

**Э. Х. Халваси<sup>\*</sup>**

*Батумский политехнический институт Грузинского технического университета  
384500 (6000), Батуми, Грузия*

Поступила в редакцию 3 июня 2004 г.

В подходе, который основывается на формализме функций памяти, на примере мanganитов с колоссальным магнитосопротивлением, находящихся в условиях электронного парамагнитного резонанса (ЭПР), получены немарковские уравнения движения для  $x$ -,  $y$ - и  $z$ -компонент намагниченности локализованных и квазилокализованных электронных спинов. Общие уравнения, являющиеся уравнениями типа уравнений Хасегавы–Блоха, применены для описания некоторых экспериментальных данных, касающихся формы и ширины линий ЭПР, продольной и поперечной скоростей релаксации, а также содержат в себе в качестве частных случаев некоторые хорошо известные теоретические результаты, касающиеся ЭПР в мanganитах с колоссальным магнитосопротивлением. Полученные результаты объясняют некоторые хорошо известные экспериментальные данные, а также могут содействовать выявлению и объяснению новых данных.

PACS: 71.10.-w, 71.30.+h, 74.70.Wz, 76.30.-v, 76.30.Pk

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Формализм функций памяти, являющийся одним из мощных и простых методов неравновесной статистической физики, связан с именем Цванцига, впервые введшего в неравновесную статистическую механику проекционный оператор  $P$ , получившего основное кинетическое уравнение для статистического оператора  $\rho(t)$ , немарковское основное кинетическое уравнение, описывающее эволюцию макроскопического состояния физической системы, а также предложившего вывод выражений для кинетических ядер переноса (интегральных ядер интегродифференциальных уравнений — функций памяти) в самом общем виде, избавив, тем самым, пользователя от довольно сложной задачи — построения неравновесного статистического оператора  $\rho(t)$ . Формализм функций памяти связан также с именем Мори, предложившего метод построения проекционного опера-

тора  $P$  (супероператора) и, таким образом, положившего начало модифицированной неравновесной динамике в ее нынешнем виде [1–3].

В магнитном резонансе формализм функций памяти впервые был использован Ладо, Мемори и Паркером [4–6].

Немарковская теория магнитного резонанса в твердых телах для системы локализованных спинов с преобладающим диполь–дипольным взаимодействием была построена в работах [7, 8].

В этой статье мы будем следовать работе [7] и найдем в общем виде уравнения, описывающие тривиальную и нетривиальную (релаксационную) немарковскую динамику намагниченности трех компонент локализованных электронных спинов и трех компонент квазилокализованных электронных спинов (соответственно электроны  $s$  и  $e$ ) в условиях ЭПР. Полученные в этой статье общие уравнения будут применены для нахождения скоростей релаксации, расчета формы линии ЭПР, зависимости ши-

---

\*E-mail: bpi@mail.ge, omaric@rambler.ru

рины линии ЭПР от температуры и для исследования релаксационного узкого горла. Для конкретности рассмотрим спиновую систему соединений мanganитов.

Большой интерес к мanganитам с примесью щелочно-земельных металлов с общей формулой  $A_{1-x}A'_x\text{MnO}_3$  (где  $A = \text{La}, \text{Pr}, \dots$ ,  $A' = \text{Ca}, \text{Sr}, \text{Ba}, \dots$ ) и структурой первовскита обусловлен обнаруженным в этих материалах явлением колоссального магнитосопротивления. ЭПР-исследования посвящены различным образцам мanganитов с колоссальным магнитосопротивлением в широком температурном диапазоне. В частности, исследуются ширина линии ЭПР, поперечное  $T_2$  и продольное  $T_1$  электронные спиновые времена релаксации, электронная спиновая восприимчивость, поведение спиновой системы в зависимости от температуры и концентрации дивалентных ионов и т. п. (см., например, работы [9–17]).

При исследовании мanganитов с колоссальным магнитосопротивлением формализм функций памяти впервые был использован в работе [9], в которой анализировались и интерпретировались данные для ширины линии ЭПР, отождествленной со скоростью релаксации поперечной (по отношению к приложеному постоянному магнитному полю) компоненты полного спина. Прежде чем перейти к осуществлению поставленной задачи — применению формализма функций памяти для построения немарковской динамики спиновой системы мanganита, — сделаем несколько замечаний общего характера.

Недостаток применяемого метода, на наш взгляд, несущественный, характерен для всей современной теории неравновесных процессов: это отсутствие критерия для выбора набора релевантных операторов. Выбор делается интуитивно с учетом предшествующих экспериментальных и теоретических данных и, как правило, весьма успешен. Если набор релевантных операторов окажется неполным, то характеристики неравновесного процесса — кинетические коэффициенты (скорости релаксации, коэффициенты переноса и т. п.) — определяются лишь приблизительно. Если же указанный набор содержит больше операторов, чем необходимо для описания неравновесного состояния, то это никак не влияет на вычисление кинетических коэффициентов [2]. К сильным сторонам используемого метода — формализма функций памяти — можно отнести следующее. Полученные с его помощью уравнения динамики справедливы для любых взаимодействий и являются «точными», так как при выводе основного

кинетического уравнения Цванцига не было сделано никаких приближений [1, 5, 6]. Кроме того, как было отмечено выше, здесь нет необходимости в весьма сложной процедуре построения и использования неравновесной матрицы плотности, что позволяет, и это немаловажно, избежать введения концепции спиновой температуры [6]. Наконец, этот метод прост в применении, так как почти все сводится к вычислению коммутаторов или (и) оперированию с производными релевантных операторов (потоками) под знаком  $\text{Sp}$  внутри функций памяти (внутри соответствующих корреляционных функций составленных из операторов потоков) и применению к указанным корреляционным функциям аппроксимаций (гауссовой (чаще всего), лоренцевой и т. п.) [1, 18].

## 2. ГАМИЛЬТОНИАН

Рассмотрим магнитную систему как ансамбль, состоящий из двух подсистем локализованных и квазилокализованных электронных спинов с гамильтонианом

$$H = H_{ex}^{is} + H_{ex}^{doub} + H^{anis} + H^z + H_1, \quad (1)$$

где

$$H_{ex}^{is} = \sum_{ij} \lambda_{ij}^{is} \mathbf{M}_{si} \mathbf{M}_{sj} \quad (2)$$

— изотропное гейзенберговское суперобменное взаимодействие между ионами марганца, находящимися в узлах  $i$  и  $j$  (оно может состоять из двух частей с обменными константами внутри плоскости  $ac$  и между плоскостями  $ac$  [9]),

$$H_{ex}^{doub} = H_H + H_t \quad (3)$$

— гамильтониан двойного обмена [19],

$$H_H = -\lambda_H \sum_i \mathbf{M}_{si} \mathbf{M}_{ei} \quad (4)$$

— гамильтониан Хунда,

$$H_t = -t \sum_{ij\sigma} \left( c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} + c_{i\sigma} c_{j\sigma}^\dagger \right) \quad (5)$$

— гамильтониан прыжковых электронов,

$$H^{anis} = H_{CF} + H_{DM}, \quad (6)$$

$$H_{CF} = \lambda_{CF}^x (M^x)^2 - \lambda_{CF}^y (M^y)^2 - \lambda_{CF}^z (M^z)^2 \quad (7)$$

— гамильтониан взаимодействия ионов марганца с некубическим кристаллическим полем от соседних ионов кислорода [9],

$$H_{DM} = \sum_{i>j} \frac{d_{ij}}{\gamma_s^2} \mathbf{M}_{si} \times \mathbf{M}_{sj} = \sum_{i>j} \sum_{\alpha\beta} \lambda_{ij} M_i^\alpha M_j^\beta = \\ = \sum_{i>j} (G_0^{DM} + G_1^{DM} + G_{-1}^{DM}) \quad (8)$$

описывает антисимметричное обменное взаимодействие Дзялошинского–Мория между локализованными спинами [15, 20], где

$$G_0^{DM} = \frac{1}{2} i \lambda_{ij}^{xy} (M_{si}^+ M_{sj}^- - M_{si}^- M_{sj}^+), \\ G_1^{DM} = \frac{1}{2} (\lambda_{ij}^{xz} - i \lambda_{ij}^{yz}) (M_{si}^+ M_{sj}^z - M_{si}^z M_{sj}^+), \\ G_{-1}^{DM} = \frac{1}{2} (\lambda_{ij}^{xz} + i \lambda_{ij}^{yz}) (M_{si}^- M_{sj}^z - M_{si}^z M_{sj}^-), \quad (9)$$

$$\lambda_{ij}^{xy} = \frac{1}{2} (d_{ij}^X \sin \theta \cos \varphi - d_{ij}^Y \sin \theta \sin \varphi + d_{ij}^Z \cos \theta), \\ \lambda_{ij}^{xz} = d_{ij}^X \sin \varphi - d_{ij}^Y \cos \varphi, \\ \lambda_{ij}^{yz} = d_{ij}^X \cos \theta \cos \varphi - d_{ij}^Y \cos \theta \sin \varphi + d_{ij}^Z \sin \theta, \quad (10)$$

оси  $X, Y, Z$  являются фиксированными кристаллическими осями  $a, b, c$ , ось  $Z$  параллельна оси  $c$ , внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}_0$  параллельно оси  $z$  и направлено под полярным  $\theta$  и азимутальным  $\varphi$  углами относительно оси  $c$ ,

$$H^z = -\mathbf{H}_0 \cdot (\gamma_s \mathbf{M}_s + \gamma_e \mathbf{M}_e) \quad (11)$$

— зеемановское взаимодействие спинов с полем  $\mathbf{H}_0$ ,  $H_1$  — взаимодействие спинов с внешним переменным (радиочастотным, РЧ) полем,

$$M_s = \gamma_s \sum_i S_i, \quad M_e = \gamma_e \sum_i s_i = \gamma_e \sum_i c_{i\sigma}^\dagger \tau_{\sigma\nu} c_{i\nu}$$

— намагниченности локализованных ( $M_s$ ) и квазилокализованных ( $M_e$ ) спинов,  $c_{i\sigma}^\dagger$  ( $c_{i\sigma}$ ) — операторы рождения (уничтожения) квазилокализованного электрона с ориентацией спина  $\sigma(\nu)$ ,  $\tau_{\sigma\nu}$  — спиновые матрицы Паули,

$$\lambda_{ij}^{is} = \frac{2J_{ij}}{\gamma_s^2}, \quad \lambda_{CF}^x = \lambda_{CF}^y = \frac{E}{\gamma_s^2},$$

$$\lambda_{CF}^z = \frac{D}{\gamma_s^2}, \quad \lambda_H = \frac{2J_H}{g_s g_e \mu_B^2},$$

$J_{ij}$ ,  $J_H$  и  $d_{ij}$  — константы суперобменного, хундовского взаимодействий и обменного взаимодействия Дзялошинского–Мория,  $E$  и  $D$  — константы кристаллического поля,  $t$  — прыжковый интеграл,  $\gamma_{s,e}$  и  $g_{s,e}$  — гиромагнитное отношение и  $g$ -фактор спинов  $S$  и  $s$ ,  $\mu_B$  — магнетон Бора.

### 3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

В данном случае выбор релевантного набора очевиден — это  $x$ -,  $y$ - и  $z$ -составляющие операторов намагниченностей локализованных и квазилокализованных электронных спинов  $M_k^\alpha$  ( $\alpha = x, y, z$ ,  $k = s, e$ ). С их помощью опишем динамику спиновой системы манганита. В отличие от работы [7], где секулярная часть диполь–дипольного взаимодействия, уширяя линию магнитного резонанса, принимает участие в нетривиальной спиновой динамике [21], здесь мы не берем в качестве релевантного, например, оператор  $H_{ex}^{is}$ , так как он коммутирует с  $x$ -,  $y$ - и  $z$ -компонентами намагниченности.

При подобной постановке задачи оператор проектирования Мори имеет вид

$$P = \sum_{\alpha k} |M_k^\alpha\rangle \langle M_k^\alpha| / \langle M_k^\alpha | M_k^\alpha \rangle, \quad (12)$$

где  $\langle Q | Q \rangle = \text{Sp}(Q)^2$ . Кроме того, выполняется характеристическое для этого супероператора тождество  $P^2 = P$ .

Следуя работам [5–7], можно получить уравнения движения для намагниченностей  $M_k^\alpha$ :

$$\sum_{k\alpha} \frac{d\langle M_k^\alpha(t)\rangle}{dt} = \\ = \sum_{k\alpha} \left[ \left( \frac{d\langle M_k^\alpha(t)\rangle}{dt} \right)_{TD} + \left( \frac{d\langle M_k^\alpha(t)\rangle}{dt} \right)_{NTD} \right], \quad (13)$$

где члены

$$\sum_{k\alpha} \left( \frac{d\langle M_k^\alpha(t)\rangle}{dt} \right)_{TD} = \\ = -\text{Sp} \left\{ \sum_{k\alpha} [M_k^\alpha, H] \sum_{l\beta} \frac{M_l^\beta}{\text{Sp}(M_l^\beta)^2} \right\} \langle M_l^\beta(t) \rangle \quad (14)$$

и

$$\sum_{k\alpha} \left( \frac{d\langle M_k^\alpha(t)\rangle}{dt} \right)_{NTD} = \\ = - \sum_{k\alpha} \int_0^t dt' K_k^\alpha(\tau) \langle M_k^\alpha(t') \rangle \quad (15)$$

описывают соответственно тривиальную и нетривиальную (релаксационную) динамики, функции

$$K_k^\alpha(\tau) = \text{Sp} \left\{ [M_k^\alpha, H] \sum_{l,\beta} \frac{[M_l^\beta, H(\tau)]}{\text{Sp}(M_l^\beta)^2} \right\} \quad (16)$$

представляют собой функции памяти,  $\tau = t - t'$ ,  $\alpha \neq \beta = x, y, z$ ,  $k \neq l = s, e$ ,

$$\langle Q(t) \rangle = \text{Sp}\{Q\rho(t)\}, \quad Q(\tau) = e^{-iH\tau} Q(0) e^{iH\tau}.$$

Надо отметить, что в интегралах (15), (16) нетривиальной динамики мы для упрощения задачи учли следующее. В экспоненциальных «обкладках» функций памяти приняли во внимание, что

$$(1 - P)H = H_{ex}^{is} + H^{doub} + H_{ex}^{anis},$$

так как

$$P(H_{ex}^{is} + H^{doub} + H_{ex}^{anis}) = 0, \quad P(H^z + H_1) = H^z + H_1.$$

В гамильтонианах, содержащихся в коммутаторах, отбросили зеемановский и РЧ-члены (последними членами мы пренебрегли и в (14)), после чего руководствовались тем, что

$$(1 - P)[M_k^\alpha, H(\tau)] = [M_k^\alpha, H(\tau)],$$

так как

$$\langle M_k^\alpha | H \rangle = \langle M_k^\alpha | [M_k^\alpha, H(\tau)] \rangle = 0.$$

Если мы вычислим коммутаторы в выражениях (14) и (15) (см. также (16)), отбросим, ради краткости, угловые скобки и скобки с зависимостью от времени  $t$ , то из уравнений (13) найдем

$$\begin{aligned} \frac{dM_s^\alpha}{dt} &= \left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{HB} + \left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{CF} + \\ &+ \left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{DM}^{dir} + \left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{DM}^{cr}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{dM_e^\alpha}{dt} = \left( \frac{dM_e^\alpha}{dt} \right)_{HB}, \quad (18)$$

где слагаемые

$$\begin{aligned} \left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{HB} &= \left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{HB}^{TD} + \\ &+ \left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{HB}^{NTD} - \frac{M_s^\alpha - M_{s0}^\alpha}{T_s^\alpha}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{dM_e^\alpha}{dt} \right)_{HB} &= \left( \frac{dM_e^\alpha}{dt} \right)_{HB}^{TD} - \\ &- \frac{\gamma_e}{\gamma_s} \left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{HB}^{NTD} - \frac{M_e^\alpha - M_{e0}^\alpha}{T_e^\alpha} \end{aligned} \quad (20)$$

представляют собой аналог уравнений Хасегавы–Блоха, которые ранее были получены феноменологически для описания ЭПР в металлах (можно сказать, что и выражения (17) и (18) являются уравнениями типа уравнений Хасегавы–Блоха) [22, 23]; члены

$$\left( \frac{dM_{s,e}^\alpha}{dt} \right)_{HB}^{TD} = \gamma_{s,e} \mathbf{M}_{s,e} \times (\mathbf{H}_0 + \lambda_H \mathbf{M}_{e,s}) \quad (21)$$

описывает тривиальную динамику операторов  $M_s^\alpha$  и  $M_e^\alpha$  (здесь, как было отмечено выше, мы пренебрегли РЧ-полем); члены  $(M_{s,e}^\alpha - M_{s,e0}^\alpha)/T_{s,eL}^\alpha$  добавленные в правую часть уравнений (19) и (20) феноменологически, описывают спин-решеточную релаксацию  $s$ - и  $e$ -спинов и, для наглядности, выделены из нетривиальной динамики (эти члены также можно было получить с помощью формализма функций памяти, добавив к гамильтониану задачи соответствующие взаимодействия); слагаемое

$$\begin{aligned} \left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{HB}^{NTD} &= - \int_0^t dt' K_H^\alpha(\tau) \times \\ &\times \left[ M_s^\alpha(t') - \frac{\gamma_e \text{Sp}(M_s^\alpha)^2}{\gamma_s \text{Sp}(M_e^\alpha)^2} M_e^\alpha(t') \right] \end{aligned} \quad (22)$$

есть явный вид нетривиальной динамической части уравнений (19) и (20) (без спин-решеточной динамики); члены

$$\left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{CF} = - \int_0^t dt' K_{CF}^\alpha(\tau) M_s^\alpha(t') \quad (23)$$

и

$$\left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{DM}^{dir} = - \int_0^t dt' K_{DM}^\alpha(\tau) M_s^\alpha(t') \quad (24)$$

описывают релаксацию компонент  $M_s^\alpha$  вследствие соответственно взаимодействия с кристаллическим полем и взаимодействия Дзялошинского–Мория; слагаемое

$$\begin{aligned} \left( \frac{dM_s^\alpha}{dt} \right)_{DM}^{cr} &= \\ &= - \int_0^t dt' \left[ K_{DM}^{\alpha\beta}(\tau) M_s^\beta(t') + K_{DM}^{\alpha\gamma}(\tau) M_s^\gamma(t') \right] \end{aligned} \quad (25)$$

— перекрестный вклад двух компонент  $M_s^\alpha$  в релаксацию третьей компоненты. Величины

$$K_{H,CF}^\alpha(\tau) = K_{H,CF}^\alpha(0) G_{H,CF}^{\beta\gamma}(\tau), \quad (26)$$

$$\begin{aligned} K_{DM}^\alpha(\tau) &= K_{DM}^{\alpha\beta dir}(0) G_{DM}^{\alpha\beta}(\tau) + \\ &+ K_{DM}^{\alpha\gamma dir}(0) G_{DM}^{\alpha\gamma}(\tau), \end{aligned} \quad (27)$$

$$K_{DM}^{\alpha\beta,\gamma}(\tau) = K_{DM}^{\alpha\beta,\gamma cr}(0) G_{DM}^{\alpha\beta}(\tau) \quad (28)$$

— функции памяти, полученные из (16),

$$K_{H,CF}^\alpha(0) = (\gamma_s \lambda_{H,CF}^\alpha)^2 \sum_i \frac{\text{Sp}(F_{iH,CF}^{\beta\gamma})^2}{\text{Sp}(M_s^\alpha)^2}, \quad (29)$$

$$K_{DM}^{\alpha\beta,\gamma dir}(0) = \sum_{i>j} (\gamma_s \lambda_{ij}^{\alpha\beta,\gamma})^2 \frac{\text{Sp}(F_{ij}^{\alpha\beta,\gamma})^2}{\text{Sp}(M_s^\alpha)^2}, \quad (30)$$

$$K_{DM}^{\alpha\beta,\gamma cr}(0) = \gamma_s^2 \sum_{i>j} A_{ij}^{\alpha\beta,\gamma} \frac{\text{Sp}(F_{ij}^{\alpha\beta,\gamma})^2}{\text{Sp}(M_s^{\beta,\gamma})^2} \quad (31)$$

представляют собой вклады хундовского и анизотропных взаимодействий во второй момент  $M_2$  резонансной линии, так как  $M_2 = K(0)$  [12, 13], а

$$G_{H,CF}^{\beta\gamma}(\tau) = \frac{\text{Sp} F_{iH,CF}^{\beta\gamma}(0) F_{iH,CF}^{\beta\gamma}(\tau)}{\text{Sp}(F_{iH,CF}^{\beta\gamma})^2}, \quad (32)$$

$$G_{DM}^{\alpha\beta,\gamma}(\tau) = \frac{\text{Sp} F_{ij}^{\alpha\beta,\gamma}(0) F_{ij}^{\alpha\beta,\gamma}(\tau)}{\text{Sp}(F_{ij}^{\alpha\beta,\gamma})^2}, \quad (33)$$

— четырехспиновые корреляционные функции. Здесь мы также использовали обозначения

$$\begin{aligned} A_{ij}^{xy} &= \lambda_{ij}^{xz} \lambda_{ij}^{yz}, & A_{ij}^{zx} &= \lambda_{ij}^{zx} \lambda_{ij}^{xy}, \\ A_{ij}^{yz} &= \lambda_{ij}^{xy} \lambda_{ij}^{yz}, \\ F_{iH,CF}^{\beta\gamma} &= M_{si}^\beta M_{ei,si}^\gamma - M_{si}^\gamma M_{ei,si}^\beta, \\ F_{ij}^{\alpha\beta,\gamma} &= M_{si}^\alpha M_{sj}^{\beta,\gamma} - M_{si}^{\beta,\gamma} M_{sj}^\alpha, \\ \alpha \neq \beta \neq \gamma &= x, y, z. \end{aligned} \quad (34)$$

Заметим, что при получении уравнений (21) тривидальной динамики мы использовали приближение молекулярного поля [24]. Из тривидальной части уравнений (21) видно, что локализованные и квазилокализованные спины сдвигают резонансные частоты друг друга.

Отметим также, что после выключения РЧ-поля величины  $\langle M^{x,y}(t) \rangle$  стремятся к нулю, а  $\langle M^z(t) \rangle$  — к своему равновесному значению  $\langle M^z \rangle_0 = M_0^z$ . Поэтому в уравнениях (22)–(25) во всех выражениях для  $\langle M^z(t) \rangle$  (напомним, что  $\langle Q(t) \rangle = \text{Sp}\{Q\rho(t)\}$ ) надо использовать замену  $\rho \rightarrow \rho - \rho_0$  ( $\rho_0$  — равновесная матрица плотности), как это сделано в [25], т. е. вместо  $\langle M^z(t) \rangle$  надо брать  $\langle M^z(t) \rangle - M_0^z$ .

Необходимо отметить также, что, в отличие от работы [9], в нашем рассмотрении релаксация носит тензорный характер. Кроме того, видно, что из-за присутствия произведений различных констант взаимодействия Дзялошинского–Мория (см. (25), (28), (31) и (33)) вклад перекрестных скоростей релаксации в релаксацию локализованных спинов зависит от строения манганита с колосальным магнитосопротивлением и экспериментальных условий (направления магнитного поля и т. п.). Например, если в уравнениях (8)–(10) считать, что вектор  $\mathbf{d}_{ij}$  направлен вдоль оси  $c$ , поле  $\mathbf{H}_0$  параллельно (т. е.

$\theta = 0$ ) или перпендикулярно (т. е.  $\theta = \pi/2$ ) оси  $c$ , то, согласно (34), вклад перекрестной релаксации (25) равен нулю. Вклад перекрестной релаксации равен нулю, например, и в случае, когда  $\theta = \pi/2$ ,  $\varphi = \pi/4$ , а  $d_{ij}^X = d_{ij}^Y$  и  $d_{ij}^Z \neq 0$ . Если же  $d_{ij}^X, d_{ij}^Y, d_{ij}^Z \neq 0$ , то могут возникнуть различные, более сложные, ситуации. В частности, при произвольном направлении  $\mathbf{H}_0$  (при произвольном направлении полярного  $\theta$  и азимутального  $\varphi$  углов) вклад перекрестной релаксации (26) в большинстве случаев не равен нулю. Более того, например, при  $\theta = \varphi = 0$ , когда

$$\lambda_{ij}^{xy} = d_{ij}^Z, \quad \lambda_{ij}^{yz} = d_{ij}^X, \quad \lambda_{ij}^{xz} = -d_{ij}^Y,$$

возможен как положительный, так и отрицательный вклад в релаксацию (как увеличение, так и уменьшение ширины линии ЭПР) локализованных  $s$ -спинов. Заметим, что тензорный характер релаксации и, возможно, заметный вклад перекрестных членов в релаксацию локализованных спинов, выявленный нашим теоретическим рассмотрением, может проявиться в изменении, например, ширины линии ЭПР при варьировании экспериментальных условий (направления магнитного поля и т. п.) и при использовании различных образцов манганита с колосальным магнитосопротивлением.

Из уравнений (17) и (18) можно получить также хорошо известные результаты.

**1.** В равновесии из уравнений (17) и (18) (точнее, из уравнений (19)–(21)) легко найти соотношения [23, 26]

$$\begin{aligned} \chi_s^\alpha &= \chi_{s0}^\alpha \frac{1 + \lambda_H \chi_{e0}^\alpha}{1 - \lambda_H^2 \chi_{s0}^\alpha \chi_{e0}^\alpha}, \\ \chi_e^\alpha &= \chi_{e0}^\alpha \frac{1 + \lambda_H \chi_{s0}^\alpha}{1 - \lambda_H^2 \chi_{s0}^\alpha \chi_{e0}^\alpha}. \end{aligned} \quad (35)$$

Необходимо отметить, что в классических выражениях, с которыми мы сравниваем соотношения (35), фигурируют восприимчивости ионов  $\text{Mn}^{3+}$  и  $\text{Mn}^{4+}$  по отдельности. Согласно же нашей модели, в выражениях (35) одна из восприимчивостей связана с суммарной намагниченностью локализованных спинов  $s$  (ионов  $\text{Mn}^{3+}$  и  $\text{Mn}^{4+}$ ), а другая — с намагниченностью квазилокализованных электронных спинов  $e$ . В случае доминирующего изотропного обменного взаимодействия эта модель представляется более общей и адекватной.

**2.** Если в уравнениях (23) за знак интегрирования вынести величины  $M_s^\alpha(t)$  и  $M_e^\alpha(t)$  и верхний предел интеграла заменить на бесконечность, что некорректно по отношению к  $M_e^\alpha(t)$ , однако дает возможность качественно оценить поведение спиновой под-

системы квазилокализованных электронов  $e$ , в равновесии найдем

$$T_{es}^\alpha / T_{se}^\alpha = g_s \chi_e^\alpha / g_e \chi_s^\alpha. \quad (36)$$

Это хорошо известный результат (см., например, работу [27]).

Количественные оценки величин поперечной и продольной скоростей релаксации, формы и ширины резонансной линии, их зависимости от концентрации примеси, температуры и строения образца можно получить из строгого решения и детального анализа уравнений (17) и (18). Такое изучение выходит за рамки данной работы.

#### 4. ШИРИНА И ФОРМА ЛИНИИ ЭПР: АППРОКСИМАЦИИ И НЕКОТОРЫЕ ВЫВОДЫ

Приведем несколько аппроксимаций для корреляционных функций (32), (33) и вторых моментов (30), (31), из которых составлены функции памяти (26)–(28). Это может позволить нам судить о форме, ширине и зависимости ширины резонансной линии от температуры, а также о «принадлежности» спектральных линий ЭПР.

##### 4.1. Гауссова аппроксимация для корреляционных функций: форма и ширина резонансной линии (связь вторых моментов и времен корреляций функций памяти с вторым и четвертым моментами линий ЭПР)

Для функций памяти (16) (см. также их явный вид (26)–(28)), точнее, для входящих в них корреляционных функций (32), (33), можно взять хорошо известную гауссову аппроксимацию [5, 6, 8, 24]:

$$G_{H,CF}^{\beta\gamma}(\tau) \propto \exp(-N_{2H,CF}^\alpha \tau^2/2), \quad (37)$$

$$G_{DM}^{\alpha\beta,\gamma}(\tau) \propto \exp(-N_{DM}^\alpha \tau^2/2), \quad (38)$$

где

$$N_2 = M_2(\mu - 1), \quad \mu = M_4/M_2^2, \quad (39)$$

$N_2$  — второй момент функции памяти, а  $M_2$  и  $M_4$  — второй и четвертый спектральные моменты линии ЭПР.

Заметим, что если для корреляционных функций (32), (33) воспользоваться гауссовой аппроксимацией, определяемой с помощью времени корреляции  $\tau_{INT}$  (где  $INT = H, CF, DM$ ),

$$G(\tau) \propto \exp(-\tau^2/\tau_{INT}^2),$$

то легко можно установить связь между соответствующими величинами  $N_2$  и  $\tau_{INT}$ :

$$\begin{aligned} \tau_{INT} &= \left( \frac{N_{2INT}^{\beta\gamma}}{2} \right)^{-1/2} = \\ &= \left[ \frac{M_{2INT}^2}{2} \left( \frac{M_{4INT}}{2M_{2INT}^2} - 1 \right) \right]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (40)$$

Согласно работам [5, 6], можно утверждать, что а) при обменном сужении

$$\tau_{INT} = \left( \frac{N_{2INT}^{\beta\gamma}}{2} \right)^{-1/2} = \left( \frac{M_{4INT}}{2M_{2INT}^2} \right)^{-1/2},$$

так как в этом случае выполняется условие  $M_4/M_2^2 \gg 1$  и форма линии ЭПР близка к лоренцевой форме;

б) в отсутствие обменного сужения  $\tau_{INT} = M_{2INT}^{-1/2}$ , так как в этом случае  $M_4/M_2^2 \approx 3$  и форма линии ЭПР напоминает гауссову форму.

Заметим, что суперобменное взаимодействие  $H_{ex}^{is}$  дает вклад в резонансную линию только локализованных спинов через  $N_{2CF}$  и  $N_{2DM}$  (через  $M_{4CF}$  и  $M_{4DM}$ ), поэтому обменно-суженную линию ЭПР с формой лоренцева типа могут дать только локализованные спины, тогда как близкую к гауссовой форму могут дать спины обоих сортов. Необходимо отметить также, что если имеется единственная линия ЭПР, то она обязательно будет содержать в себе вклад от спинов обоих сортов, но из-за преобладания одного из взаимодействий ( $H^{doub}$  или  $H_{ex}^{is}$ ) гауссова линия перекрывает лоренцеву или наоборот (случай одной линии с формой лоренцевого типа рассмотрен ниже в разд. 6 и в Приложении). Если же резонансные частоты локализованных и квазилокализованных спинов достаточно «разведены» и имеются две линии ЭПР, то каждую из них можно идентифицировать с тем или иным сортом спинов при условии, что форма линии является чисто гауссовой или чисто лоренцевой (лоренцева «принадлежит» локализованным, а гауссова — квазилокализованным спинам). В случае, когда обе линии гауссовые (здесь  $H^{doub} > H_{ex}^{is}$ ), идентификация может быть осуществлена только по резонансным частотам. Таким образом, формы и резонансные частоты экспериментальных линий ЭПР могут помочь установить, какое из спин-спиновых взаимодействий доминирует и какому сорту электронов «принадлежит» та или иная резонансная линия. Необходимо при этом иметь в виду, что реальность может оказаться сложнее, так как в ширину и форму линии

ЭПР могут дать вклад не учтенные настоящим теоретическим подходом взаимодействия (сопровождающее прыжковую проводимость возмущение электронной структуры ионов марганца и кристаллического поля на них, неоднородность магнитного поля, наличие неучтенных примесей и т. п.).

#### 4.2. Приближение из теории

##### Блоха – Вангнесса – Редфильда — спин в флюктуирующем поле

В этом приближении [25], например, произведение  $M_{si}^\beta M_{ei}^\gamma$ , взятое из четырехспиновых корреляционных функций (32), (33), можно представить в виде

$$M_{si}^\beta M_{ei}^\gamma \approx \frac{1}{2\lambda_H} (M_{si}^\beta H_{ei}^\gamma + M_{ei}^\gamma H_{si}^\beta), \quad (41)$$

где  $H_{s,ei}^\alpha = \sqrt{\lambda_H^2 \langle (\delta M_{s,ei}^\alpha)^2 \rangle}$  — среднеквадратичные флюктуации полей, создаваемых спином  $s(e)$  на спине  $e(s)$ , а  $\delta M_{s,ei}^\alpha = M_{s,ei}^\alpha - \langle M_{s,ei}^\alpha \rangle$ . Кроме того, в рассматриваемой теории [25] используется аппроксимация

$$\overline{H_{s,ei}^\alpha H_{s,ei}^\alpha(t)} = (H_{s,ei}^\alpha)^2 \exp(-t/\tau_{e,s}), \quad (42)$$

где черта сверху означает усреднение по ансамблю, а  $\tau_{s,e}$  — времена корреляции флюктуирующих полей, создаваемых соответственно локализованными  $s$  и квазилокализованными  $e$  электронными спинами.

Получим теперь с помощью уравнений (17), (18) и приведенных выше приближений теории [25], например, выражения для скоростей  $(T_{se}^\alpha)^{-1}$  хундовской релаксации локализованных спинов  $s$  к квазилокализованным спинам  $e$ . Запишем для этого выражение для  $(T_{se}^\alpha)^{-1}$  явном виде с помощью соотношений (23), (29), (34):

$$(T_{se}^\alpha)^{-1} \approx \int_0^\infty dt K_H^\alpha(t) = \frac{(K_H^\alpha(0))^2}{\text{Sp}(F_{iH}^{\beta\gamma})^2} \int_0^\infty dt \times \\ \times \text{Sp}(M_{si}^\beta M_{ei}^\gamma - M_{si}^\gamma M_{ei}^\beta)(M_{si}^\beta M_{ei}^\gamma - M_{si}^\gamma M_{ei}^\beta)(t). \quad (43)$$

Заметим, что временная зависимость четырехспиновых корреляционных функций под интегралом в (43) определяется экспоненциальными обкладками вида  $\exp[i(H_{DM} + H_{CF} + H_H + H_s^z + H_e^z)t]$  с некоммутирующими операторами (оператор  $H_{DM} + H_{CF} + H_H$  не коммутирует с  $H_s^z$ , а  $H_H$  — с  $H_e^z$ ).

Итак, с помощью выражения (43), а также учитывая, что, например,

$$\exp(-i\omega_s S^z t) M_{si}^y \exp(i\omega_s S^z t) = \\ = M_{si}^y \cos \omega_s t - M_{si}^x \sin \omega_s t,$$

легко получить

$$(T_{se}^\perp)^{-1} = \left(\frac{\gamma_s}{2}\right)^2 \times \\ \times \sum_i \left\{ (H_{ei}^\perp)^2 \tau_e + (H_{ei}^z)^2 \frac{\tau_e}{1 + \omega_s^2 \tau_e^2} + \frac{\text{Sp}(M_{ei}^\alpha)^2}{\text{Sp}(M_{si}^\alpha)^2} \times \right. \\ \left. \times \left[ (H_{si}^\perp)^2 \tau_s + (H_{si}^z)^2 \frac{\tau_s}{1 + \omega_e^2 \tau_s^2} \right] \right\}, \quad (44)$$

$$(T_{se}^z)^{-1} = \left(\frac{\gamma_s}{2}\right)^2 \sum_i \left\{ (H_{ei}^y)^2 \frac{\tau_e}{1 + \omega_s^2 \tau_e^2} + \right. \\ \left. + \frac{\text{Sp}(M_{ei}^\alpha)^2}{\text{Sp}(M_{si}^\alpha)^2} (H_{si}^x)^2 \frac{\tau_s}{1 + \omega_e^2 \tau_s^2} \right\}, \quad (45)$$

где  $\perp = x, y$  и  $\omega_{s,e}$  — зеемановские частоты  $s$ - и  $e$ -спинов. Заметим, что тепловое усреднение позволяет провести в (44) и (45) замену

$$\text{Sp}(M_e^\alpha)^2 / \text{Sp}(M_s^\alpha)^2 = \chi_e^\alpha(T) / \chi_s^\alpha(T).$$

Видно, что полученные выражения имеют вид, сходный с выражениями теории Блоха – Вангнесса – Редфильда для  $T_2^{-1}$  и  $T_1^{-1}$  (см. формулы (5.210) из [25]). Анализ подобных выражений можно найти в [25]. Напомним, что в величины  $(T_{se}^\alpha)^{-1}$  не дает вклад суперобменное взаимодействие  $H_{ex}^{is}$  и, так же как в [25], они пропорциональны  $(H_{s,e}^\alpha)^2$ . Заметим, что величина  $\tau_e$  отличается от  $\tau_s$ , так как  $[M_e^\alpha, H^{anis}] = 0$ , а  $[M_s^\alpha, H^{anis}] \neq 0$ , однако это различие может оказаться несущественным, поскольку  $M_{s,e}^\alpha$  не коммутируют с взаимодействием  $H^{doub}$  (точнее, с его хундовской частью  $H_H$ ), которое в определенной области концентраций и температур может оказаться доминирующим в мanganитах с колоссальным магнитосопротивлением. Кроме того, из-за различия между приближением «флюктуирующих» полей и приближением, связанным с гауссовой аппроксимацией в формализме функций памяти, величины  $\tau_{e,s}$  и  $\tau_{INT}$  отличаются друг от друга: первые характеризуют корреляцию между  $H_{s,e}^\alpha(0)$  и  $H_{s,e}^\alpha(t)$ , т. е. фактически между  $M_{s,e}^\alpha(0)$  и  $M_{s,e}^\alpha(t)$ , тогда как вторые — корреляцию между потоками  $\dot{M}_{s,e}^\alpha(0)$  и  $\dot{M}_{s,e}^\alpha(t)$ , т. е. между  $[M_{s,e}^\alpha, H](0)$  и  $[M_{s,e}^\alpha, H](t)$  из (16). Преимущество формализма функций памяти, по нашему мнению, заключается в том, что времена  $\tau_{H,CF,DM}$  можно рассчитать количественно, выражая их через второй момент соответствующей функции памяти (38), т. е. через соответственные второй и четвертый моменты линий ЭПР (через  $M_2$  и  $M_4$ ). Данный формализм позволяет учесть и более высокие моменты линий ЭПР [5, 6].

Заметим, наконец, что в пределе быстрого движения имеем  $T_{se}^\perp = T_{se}^z$ , тогда как в противном случае, при  $\omega_{s,e}\tau_e \ll 1$ , отношение  $T_{se}^z/T_{se}^\perp$  велико [10–12].

#### 4.3. Температурная аппроксимация: релаксация и ширина резонансных линий

Следуя работе [9], для кинетических коэффициентов уравнений нетривиальной динамики (22)–(25), точнее для их немарковской разновидности (49)–(52), т. е. для скоростей спиновой релаксации в общем виде можно получить

$$(T_{s,e}^\alpha)^{-1} = \frac{\chi_{0s,e}}{\chi_{s,e}(T)} \frac{1}{4kC\gamma_{s,e}^2} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dt \operatorname{Sp} \frac{dM_{s,e}^\alpha(t)}{dt} \frac{dM_{s,e}^\alpha(0)}{dt}, \quad (46)$$

где выражениями  $\operatorname{Sp}\{[dM_{s,e}^\alpha(t)/dt][dM_{s,e}^\alpha(0)/dt]\}$  обобщенно представлены числители функций памяти из (16),  $\chi_{s,e}(T)$  — зависящая от температуры восприимчивость, тогда как  $\chi_{0s,e} = C/T$  является восприимчивостью Кюри,  $C$  — постоянная Кюри,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура.

С учетом соотношения (46) для ширины линии ЭПР легко получить «закон Хьюбера» [9]:

$$\Delta H_{s,e}(T) = \frac{2(T_{s,e}^\perp)^{-1}}{\sqrt{3}\gamma_{s,e}^3 k} = \frac{\chi_{0s,e}}{\chi_{s,e}(T)} \Delta H_{s,e}(\infty), \quad (47)$$

где

$$\Delta H_{s,e}(\infty) = \frac{2}{\sqrt{3}\gamma_{s,e}^3 k C} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dt \operatorname{Sp} \frac{dM_{s,e}^\alpha(t)}{dt} \frac{dM_{s,e}^\alpha(0)}{dt}. \quad (48)$$

В случае рассматриваемого нами параметрического состояния наиболее приемлемым приближением для восприимчивости является закон Кюри–Вейса [10–12]

$$\chi_{s,e}(T) = C/(T - \Theta),$$

где  $\Theta$  — температура Кюри–Вейса. Подстановка закона Кюри–Вейса в выражение (47) дает хорошее согласие со множеством экспериментальных данных для температурной зависимости восприимчивости, ширины линии ЭПР, поперечной и продольной релаксаций в широком диапазоне температур и концентраций примеси [10–12].

#### 5. РЕЛАКСАЦИОННОЕ УЗКОЕ ГОРЛО

Продемонстрируем теперь возможности уравнений (17) и (18) при исследовании релаксации и релаксационного узкого горла в связанной друг с другом системе локализованных  $s$  и квазилокализованных  $e$  спинов в случаях сильной и слабой связанности между ними.

Для простоты пренебрежем вкладом перекрестных членов,  $(dM_s^\alpha/dt)_{DM}^{cr} = 0$  (см. замечание в разд. 3). Кроме того, для упрощения нетривиальной части уравнений (17) и (18) обратим внимание на следующее. Из коммутационных соотношений

$$\sum_i [M_{si}^\alpha M_{ei}^\beta, H_{ex}^{is}] = 0, \quad \sum_i [M_{si}^\alpha M_{si}^\beta, H_{ex}^{is}] \neq 0,$$

$$\sum_{i>j} [M_{si}^\alpha M_{sj}^\beta, H_{ex}^{is}] \neq 0$$

вытекает, что  $\exp(-iH_{ex}^{is}t)M_s^\alpha \exp(iH_{ex}^{is}t) = M_s^\alpha$ ,  $[K_H^\alpha, \exp(iH_{ex}^{is}t)] = 0$  и  $\exp(-iH_{ex}^{is}t) \times K_{CF,DM}^\alpha \exp(iH_{ex}^{is}t) = K_{CF,DM}^\alpha(t)$ , т. е. оператор  $H_{ex}^{is}$  отсутствует в экспоненциальных обкладках величин  $M_s^\alpha(t)$  и  $K_H^\alpha(t)$ , но присутствует в экспоненциальных обкладках величин  $K_{CF,DM}^\alpha(t)$ . Поэтому, если взаимодействие  $H_{ex}^{is}$  преобладает над  $H^{doub}$  и остальными взаимодействиями, функции  $K_{CF,DM}^\alpha(t)$  меняются (убывают) «быстро», а  $M_s^\alpha(t)$  и  $K_H^\alpha(t)$  — «медленно». Следовательно, в уравнениях (23)–(25) намагниченности  $M_s^\alpha(t)$  убывают медленнее, чем соответствующие функции памяти, поэтому здесь, так же как это было указано в п. 1 (разд. 3), мы можем применить марковскую аппроксимацию: вынести  $M_s^\alpha(t)$  из-под знака интегрирования и заменить верхний предел на бесконечность. В этом случае вместе с функциями  $M_s^\alpha(t)$  и  $K_H^\alpha(t)$  «медленно» меняется и  $M_e^\alpha(t)$ , следовательно, это приближение неприменимо к интегралам уравнений (19) и (20), см. также (22). В случае, когда  $H_{ex}^{is} < H^{doub}$ , подобное марковское приближение неприменимо вовсе, так как все переменные под знаками интеграла меняются одинаково «быстро» (соответствующие операторы не коммутируют с  $H^{doub}$ ). Исходя из сказанного, необходимо отметить, что для строгого решения системы уравнений (17) и (18) к ней надо применить преобразование Лапласа и т. д., как это сделано, например, в работе [7]. Однако для качественной оценки поведения спиновой системы мы применим марковскую аппроксимацию к уравнениям движения (19)–(25), в результате чего нетривиальные

слагаемые этих уравнений (см. (22)–(25)) примут вид

$$\left(\frac{dM_s^\alpha}{dt}\right)_{HB}^{NTD} = -\sqrt{\frac{\pi}{2N_{2H}^\alpha}} K_H^\alpha(0) \times \\ \times \left[ M_s^\alpha(t) - \frac{\gamma_e \text{Sp}(M_s^\alpha)^2}{\gamma_s \text{Sp}(M_e^\alpha)^2} M_e^\alpha(t) \right], \quad (49)$$

$$\left(\frac{dM_s^\alpha}{dt}\right)_{CF} = -\sqrt{\frac{\pi}{2N_{2CF}^\alpha}} K_{CF}^\alpha(0) M_s^\alpha(t), \quad (50)$$

$$\left(\frac{dM_s^\alpha}{dt}\right)_{DM}^{dir} = -\sqrt{\frac{\pi}{2N_{2DM}^\alpha}} \times \\ \times \left[ K_{DM}^{\alpha\beta dir}(0) + K_{DM}^{\alpha\gamma dir}(0) \right] M_s^\alpha(t), \quad (51)$$

$$\left(\frac{dM_s^\alpha}{dt}\right)_{DM}^{cr} = -\sqrt{\frac{\pi}{2N_{2DM}^\alpha}} \times \\ \times \left[ K_{DM}^{\alpha\beta cr}(0) M_s^\beta(t) + K_{DM}^{\alpha\gamma cr}(0) M_s^\gamma(t) \right]. \quad (52)$$

Итак, с учетом уравнений (49)–(52), для нетривиальной части уравнений (17) и (18) получим

$$\left(\frac{dM_s^\alpha}{dt}\right)^{NTD} = \\ = -[(T_{DM}^\alpha)^{-1} + (T_{CF}^\alpha)^{-1} + (T_{sL}^\alpha)^{-1} + (T_{se}^\alpha)^{-1}] \times \\ \times (M_s^\alpha - M_{s0}^\alpha) + (T_{es}^\alpha)^{-1} (M_e^\alpha - M_{e0}^\alpha), \quad (53)$$

$$\left(\frac{dM_e^\alpha}{dt}\right)^{NTD} = -[(T_{eL}^\alpha)^{-1} + (T_{es}^\alpha)^{-1}] \times \\ \times (M_e^\alpha - M_{e0}^\alpha) + (T_{se}^\alpha)^{-1} (M_s^\alpha - M_{s0}^\alpha), \quad (54)$$

где величины  $(T_{DM}^\alpha)^{-1}$  и  $(T_{CF}^\alpha)^{-1}$  представлены кинетическими коэффициентами при членах  $M_s^\alpha(t)$  в правых частях уравнений (50) и (51); скорости релаксаций  $(T_{se}^\alpha)^{-1}$  и  $(T_{es}^\alpha)^{-1}$  могут быть представлены кинетическими коэффициентами из уравнений (49) или (44) и (45) в зависимости от выбора аппроксимации к функциям памяти. Напомним, что  $M_{s,e0}^{x,y} = 0$  в уравнениях (53) и (54).

Итак, для исследования релаксации (релаксационного узкого горла) в системе связанных  $s$ - и  $e$ -спинов мы имеем уравнения (17) и (18) с тривиальной частью в виде (21) (в эти выражения возвращены члены, обусловленные учетом взаимодействия спинов с РЧ-полем) и нетривиальной частью в виде (53) и (54). Заметим, что здесь мы положили  $g$ -факторы  $s$ - и  $e$ -спинов равными, поскольку для

решения данной системы уравнений мы используем результаты работ [28, 29], в которых при решении феноменологических уравнений Хасегавы–Блоха с помощью теории связанных осцилляторов рассмотрен, для простоты, именно этот случай. Кроме того, в этих работах считается, что как локализованный, так и делокализованный спины равны  $1/2$ , тогда как в мanganитах с колоссальным магнитосопротивлением с остовом иона марганца связан спин  $3/2$ . Однако указанная разница не влияет на оценочные результаты настоящего раздела. Заметим также, что в указанных работах роль  $(T_{se}^\alpha)^{-1}$  и  $(T_{es}^\alpha)^{-1}$  играют соответственно релаксации Корринга и Оверхаузера. Рассмотрим теперь решение уравнений (53), (54) совместно с (21) (упрощенного варианта уравнений (17) и (18)) в указанных выше случаях сильной и слабой связанности между локализованными  $s$  и квазилокализованными  $e$  спинами. Всюду ниже будем использовать обозначения работ [28, 29], а также иметь в виду, что  $\alpha = x, y$ .

### 5.1. Сильная связанность спинов $s$ и $e$ (релаксационное узкое горло)

В этой ситуации справедливо условие

$$\sigma^\alpha = \frac{(T_{se}^\alpha)^{-1} + (T_{es}^\alpha)^{-1}}{|\delta^{*\alpha} + (T_{sL}^\alpha)^{-1} - (T_{eL}^\alpha)^{-1}|} \gg 1,$$

где  $\sigma^\alpha$  — параметр «связанности» спиновых подсистем  $s$  и  $e$ ,

$$\delta^{*\alpha} = \frac{(\delta^{0\alpha})^2}{(T_{se}^\alpha)^{-1}}, \quad \delta^{0\alpha} = (T_{CF}^\alpha)^{-1} + (T_{DM}^\alpha)^{-1}.$$

Заметим, что в работах [28, 29] в качестве уширяющего взаимодействия, дающего основной вклад в  $\delta^{0\alpha}$ , фигурирует диполь–дипольное взаимодействие локализованных  $s$ -спинов, которое в мanganитах с колоссальным магнитосопротивлением не существенно [9]. Итак, в этом случае для нормального затухания поперечных компонент намагниченностей  $s$ - и  $e$ -спинов, т. е. в качестве решений соответственно уравнений (53) и (54), можно использовать выражения (19) из работы [29]:

$$\begin{aligned} \omega''_{(t=+)} &\approx (T_{se}^\alpha)^{-1} + (T_{es}^\alpha)^{-1} + \\ &+ \frac{\chi_e^\alpha (T_{sL}^\alpha)^{-1} + \chi_s^\alpha (T_{eL}^\alpha)^{-1}}{\chi_e^\alpha + \chi_s^\alpha} + \frac{\chi_e^\alpha}{\chi_e^\alpha + \chi_s^\alpha} \delta^{*\alpha}, \\ \omega''_{(-t=-)} &\approx \frac{\chi_s^\alpha (T_{sL}^\alpha)^{-1} + \chi_e^\alpha (T_{eL}^\alpha)^{-1}}{\chi_e^\alpha + \chi_s^\alpha} + \\ &+ \frac{\chi_s^\alpha}{\chi_e^\alpha + \chi_s^\alpha} \delta^{0\alpha}, \end{aligned} \quad (55)$$

где  $\omega''_t$  и  $\omega''_{-t}$  — нормальные скорости затухания (наблюдаемые ширины линии ЭПР);  $t$  обозначает моду и принимает значения «+» и «-»,  $t$ -мода всегда  $s$ -подобна, а  $(-t)$ -мода —  $e$ -подобна.

### 5.2. Слабая связанность между спиновыми подсистемами $s$ и $e$ ( $\sigma^\alpha \ll 1$ )

Здесь в качестве решения уравнений (53), (54) необходимо использовать выражения (11) из работы [29]:

$$\begin{aligned} \omega''_{(t=+)} &\approx (T_{se}^\alpha)^{-1} + (T_{sL}^\alpha)^{-1} + \delta_s^{0\alpha} + \\ &+ \frac{\sigma^\alpha}{4} [(T_{se}^\alpha)^{-1} + (T_{es}^\alpha)^{-1}], \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \omega''_{(-t=-)} &\approx (T_{es}^\alpha)^{-1} + (T_{eL}^\alpha)^{-1} - \\ &- \frac{\sigma^\alpha}{4} [(T_{se}^\alpha)^{-1} + (T_{es}^\alpha)^{-1}]. \end{aligned} \quad (57)$$

При получении выражений (56) и (57) было использовано условие

$$(T_{es}^\alpha)^{-1} + (T_{sL}^\alpha)^{-1} < \delta_s^{0\alpha} + (T_{se}^\alpha)^{-1} + (T_{sL}^\alpha)^{-1},$$

которое осуществимо и в мanganитах с колоссальным магнитосопротивлением.

Заметим, что ситуация, рассмотренная в работах [28, 29], ведет к тому, что секулярное диполь-дипольное взаимодействие локализованных  $s$ -спинов дает вклад только в поперечную релаксацию (в  $T_2$ ). В нашем же случае взаимодействие с кристаллическим полем и взаимодействие Дзялошинского–Мория, а через них и суперобменное взаимодействие дают вклад как в  $T_2$ , так и в продольную релаксацию  $T_1$ .

Детальный анализ выражений, из которых вытекают соотношения (54)–(57), можно найти в работах [28, 29].

Итак, из приведенного в данном разделе примера использования уравнений (17) и (18) видно, что они являются квантовостатистическим аналогом уравнений типа Хасегавы–Блоха, причем каждому феноменологическому члену последних соответствует один из членов уравнений (17) и (18), естественным образом получающийся с помощью метода статистической физики неравновесных процессов — формализма функций памяти.

## 6. УРАВНЕНИЯ БЛОХА

Применим теперь уравнения (17) и (18) для описания ситуации, когда имеется одна линия ЭПР ло-

ренцева типа. Такая ситуация может возникнуть, когда манганит с колоссальным магнитосопротивлением находится в парамагнитном и изоляторном состояниях<sup>1)</sup>.

В этом случае, как было отмечено выше, в рамках предлагаемой модели взаимодействие  $H_{ex}^{is}$  является доминирующим и линия ЭПР — кривая лоренцева типа, обусловленная локализованными спинами, перекрывает резонансную линию гауссова вида от спинов обоих сортов. Исходя из сказанного можно пренебречь ролью квазилокализованных спинов и положить  $\mathbf{M}_e = 0$ .

В результате из уравнений (17) и (18) получим уравнения типа уравнений Блоха (см. Приложение):

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{M}_s}{dt} &= \gamma_s \mathbf{M}_s \times \mathbf{H}_0 - i \frac{M_s^x}{T^x} - j \frac{M_s^y}{T^y} - k \frac{M_s^z - M_{s0}^z}{T^z} + \\ &+ i \left( \frac{dM_s^x}{dt} \right)_{DM}^{cr} + j \left( \frac{dM_s^y}{dt} \right)_{DM}^{cr} + \\ &+ k \left( \frac{dM_s^z}{dt} \right)_{DM}^{cr}, \end{aligned} \quad (58)$$

где

$$(T^{x,y})^{-1} = (T_{CF}^{x,y})^{-1} + (T_{DM}^{x,y})^{-1},$$

$$(T^z)^{-1} = (T_{CF}^z)^{-1} + (T_{DM}^z)^{-1} + (T_{sL}^z)^{-1},$$

$(T_{CF,DM}^\alpha)^{-1}$  — кинетические (релаксационные) коэффициенты в уравнениях (50) и (51) при соответствующих компонентах намагниченности  $\mathbf{M}_s$ ; член  $(dM_s^\alpha(t)/dt)_{DM}^{cr}$  представлен выражениями (25) и (52),  $i, j$  и  $k$  — единичные векторы, направленные соответственно вдоль координатных осей  $x, y$  и  $z$ . Этот случай соответствует ситуации, рассмотренной в работах [9, 31], поскольку намагниченность  $\mathbf{M}_s$  есть сумма намагнченностей локализованных спинов ионов  $Mn^{3+}$  и  $Mn^{4+}$ . Кроме того, вследствие обменного сужения [5, 6], справедливо неравенство  $\mu \gg 1$ . Поэтому из соотношений (39) имеем

$$N_{2CF} \approx \frac{M_{4CF}}{M_{2CF}}, \quad N_{2DM} \approx \frac{M_{4DM}}{M_{2DM}}.$$

На основе сказанного выше с помощью кинетических (релаксационных) коэффициентов из уравнений (49)–(52) можно сделать следующие качественные выводы.

1. Принимая во внимание, что  $\mu \gg 1$  ( $N_2 \approx M_4/M_2$ ), и учитывая, что  $K(0) = M_2$ , например, из релаксационного коэффициента в выражении (50) легко найдем, что

<sup>1)</sup> Подобные области, например, на фазовых диаграммах из работ [15, 30] для  $La_{1-x}Sr_xMnO_3$  и  $La_{1-x}Ca_xMnO_3$  обозначены соответственно как O/I, PM; O'/I, PM и PI. Сходные области концентраций примеси и температур можно найти, например, в работах [10–13].

$$T_2^{-1} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{M_2^3}{M_4} \quad (59)$$

в соответствии с результатами работ [9, 32]. Если воспользоваться выражениями для второго и четвертого моментов из [9], то, согласно (59), имеем

$$(T_{CF}^{x,y})^{-1} = (T_{CF}^\perp)^{-1} \sim T_2^{-1} \sim D^2 / \langle J \rangle,$$

где  $\langle J \rangle$  — суперобменная константа для ближайших соседей. Таким же по порядку величины будет вклад в поперечную релаксацию (59) от взаимодействия Дзялошинского–Мория.

2. Если мы последуем работе [9], то для ширины линии найдем

$$\Delta H_{p,p}(\infty) = \frac{2\sqrt{3}}{\gamma_s T_2} = \frac{1}{\gamma_s} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \frac{M_2^3}{M_4}. \quad (60)$$

Естественно, что вклад в ширины линий вследствие взаимодействий с кристаллическим полем и Дзялошинского–Мория можно оценить так же, как и в предыдущем пункте данного раздела. Здесь, как было указано ранее, изотропное суперобменное взаимодействие (через вклад в  $M_4$ ) обусловливает обменное сужение резонансной линии.

3. Если в этой температурной и концентрационной области пренебречь анизотропией, что, как будет отмечено в Приложении, вполне реально из-за присутствия доминирующего взаимодействия  $H_{ex}^{is}$ , то можно предположить, что все вторые и четвертые моменты одинаковы для направлений  $x$ ,  $y$  и  $z$ , т.е.  $M_{2,4}^x = M_{2,4}^y = M_{2,4}^z$  и, следовательно, будут равны друг другу обусловленные ими соответствующие времена релаксации ( $T^x = T^y = T^z = T_1 = T_2$ ) из уравнений (58) (см. выражения (50)–(52)), что соответствует экспериментальным данным работ [10–12].

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие оригинальные результаты.

1. С помощью формализма функций памяти получена в общем виде система уравнений, описывающая тривиальную и нетривиальную (релаксационную) динамику  $x$ -,  $y$ - и  $z$ -компонент спиновых намагниченностей локализованных и квазилокализованных электронов мanganита с колоссальным магнитосопротивлением в условиях ЭПР.

2. Из указанных выше уравнений динамики в качестве частных случаев получены уравнения типа уравнений Хасегавы–Блоха, уравнений Блоха и выражения, подобные выражениям из теории Блоха–Вангнесса–Редфильда, в которых каждый кинетический коэффициент (скорость релаксации) при динамической переменной количественно связан с тем или иным взаимодействием в спиновой системе мanganита. Полученные уравнения воспроизводят ряд хорошо известных теоретических результатов, а также описывают некоторые экспериментальные данные, касающиеся скоростей поперечной и продольной релаксации в мanganитах с колоссальным магнитосопротивлением.

3. Если к корреляционным функциям кинетических коэффициентов применить аппроксимацию, связанную с методом моментов, то по форме резонансной кривой становится возможным определить, какое из спин-спиновых взаимодействий доминирует и какому из двух сортов спинов «принадлежит» линия ЭПР. Применение же к указанным корреляционным функциям приближения ближайших соседей дает хорошо известную закономерность температурной зависимости ширины линии ЭПР — «закон Хьюбера», с помощью которого также появляется возможность идентификации линии ЭПР с одним из спиновых сортов спиновой системы мanganита.

4. Впервые для спиновой системы мanganитов с колоссальным магнитосопротивлением выявлен тензорный характер релаксации и получены выражения для так называемых перекрестных скоростей релаксации, в связи с чем указана экспериментальная возможность обнаружения их влияния на релаксацию и ширину линии ЭПР.

Заметим, наконец, что для более детального исследования спиновой системы мanganитов с колоссальным магнитосопротивлением, а также для уточнения полученных в данной работе качественных результатов и получения новых (например, зависимости формы линии ЭПР от направления внешних магнитных полей и т.п.) необходимо использовать сведения о строении конкретного мanganита с колоссальным магнитосопротивлением и об условиях эксперимента. В рамках данного теоретического подхода в дальнейшем можно будет исследовать динамику спиновой системы мanganита с колоссальным магнитосопротивлением в условиях ферромагнитного резонанса (в областях температур и концентраций примеси, где материал находится в ферромагнитном состоянии).

Мы благодарны Л. Л. Буишвили за большую заботу. Мы благодарим Н. П. Фокину за привлечение нашего внимания к этой тематике, за полезные замечания и рекомендации, а также В. А. Ацаркина и В. В. Демидова за предоставление работы [11] до ее публикации и стимулирующие замечания.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Здесь мы продемонстрируем применение, например, уравнений (58). Если использовать вращающуюся с частотой  $\omega$  систему координат, вернуть в уравнения (58) члены тривиальной динамики, обусловленные РЧ-полем, и для простоты рассмотреть случай, приведенный в разд. 5, когда члены перекрестной релаксации равны нулю, то из уравнений (58) получим классические уравнения Блоха [32] с  $T^x$  и  $T^y$  вместо  $T_2$  и  $T^z$  вместо  $T_1$ :

$$\frac{dM_s^x}{dt} = \Delta M_s^y - \frac{M_s^x}{T^x}, \quad (\text{П.1})$$

$$\frac{dM_s^y}{dt} = -\Delta M_s^x - \frac{M_s^y}{T^y} - \omega_1 M_s^z, \quad (\text{П.2})$$

$$\frac{dM_s^z}{dt} = -\frac{M_s^z - M_{s0}^z}{T^z} + \omega_1 M_s^y, \quad (\text{П.3})$$

где  $\Delta = \omega - \omega_s$ ,  $\omega_s$  — зеемановская частота локализованных спинов,  $\omega_1$  — амплитуда РЧ-поля и, согласно уравнениям (50) и (51),

$$(T^x)^{-1} = (T_{CF}^x)^{-1} + (T_{DM}^x)^{-1} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\ \times \left[ \frac{K_{CF}^x(0)}{\sqrt{N_{2CF}^x}} + \frac{K_{DM}^{yxdir}(0) + K_{DM}^{xzdir}(0)}{\sqrt{N_{2DM}^x}} \right], \quad (\text{П.4})$$

$$(T^y)^{-1} = (T_{DM}^y)^{-1} = \\ = \sqrt{\frac{\pi}{2N_{2DM}^y}} \left[ K_{DM}^{yzdir}(0) + K_{DM}^{yxdir}(0) \right], \quad (\text{П.5})$$

$$(T^z)^{-1} = (T_{DM}^z)^{-1} = \\ = \sqrt{\frac{\pi}{2N_{2DM}^z}} \left[ K_{DM}^{zxdir}(0) + K_{DM}^{zydir}(0) \right]. \quad (\text{П.6})$$

Если принять во внимание выражения (49) и  $K(0) = M_2$ , а также учесть, что  $\mu \gg 1$  при обменном сужении, то из (П.4)–(П.6) легко получить выражения, подобные (59). Подбирая далее константы взаимодействия с кристаллическим полем и взаимодействия Дзялошинского–Мория и вычисляя  $M_2$  и  $M_4$ , можно получить скорости релаксации для конкретного материала с колоссальным магнитосопротивлением.

Отметим, что, в отличие от предположения о полной изотропности в общих замечаниях в разд. 4, здесь видно, что величина  $T^x$  отличается от  $T^y$  и  $T^z$ , однако это существенно не сможет изменить общую картину из-за наличия в выражении для  $M_4$  константы суперобменного взаимодействия  $H_{ex}^{is}$ .

Приравнивая нуль правые части выражений (П.1)–(П.3), легко получить стационарные значения  $M_s^\alpha$ , а следовательно, и выражения для формы резонансного поглощения и дисперсии. В частности, для стационарного значения  $M_s^y$  имеем соотношение

$$|M_s^y| = M_{s0}^z \omega_1 T^y (1 + T^y T^x \Delta^2 + T^y T^z \omega_1^2)^{-1}, \quad (\text{П.7})$$

точно такое же, как в [32], только с указанной выше заменой  $T^x$  и  $T^y$  на  $T_2$  и  $T^z$  на  $T_1$ . Из (П.3), аналогично [32], можно заключить, что форма линии резонансного поглощения в случае, когда нет заметного насыщения ( $\omega_1^2 T^y T^z \ll 1$ ), является лоренцевой с полушириной на половине высоты равной  $(T^y)^{-1}$  из (П.4). Кроме того, ближе к центру линии, где  $\Delta \approx 0$ , ширина линии определяется только величиной  $(T^y)^{-1}$ , т. е. выражением (60), в котором моменты  $M_2$  и  $M_4$  обусловлены взаимодействием Дзялошинского–Мория, но нет вклада от взаимодействия с кристаллическим полем, что, как было отмечено выше, несущественно из-за вклада взаимодействия  $H_{ex}^{is}$  в величину  $M_4$ .

Наконец, заметим, что, подставив в выражения для  $T^x$ ,  $T^y$  и  $T^z$  вторые и четвертые моменты, например из [9], с помощью выражений (П.5)–(П.7) можно получить графическое изображение формы линии резонансного поглощения [8].

## ЛИТЕРАТУРА

- Д. Н. Зубарев, в сб. *Современные проблемы математики*, т. 15 (Итоги науки и техники), ВИНТИИ АН СССР, Москва (1980).
- Г. Рёпке, *Неравновесная статистическая механика*, Мир, Москва (1990).
- Р. Балеску, *Равновесная и неравновесная статистическая механика*, т. 2, Мир, Москва (1978).
- F. Lado, J. D. Memory, and J. W. Parker, Phys. Rev. B 4, 1406 (1971).
- A. Abragam and M. Goldman, *Nuclear Magnetism: Order and Disorder*, Clarendon Press, Oxford (1982).
- M. Mehring, *High Resolution NMR Spectroscopy in Solids*, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York (1976).

7. Э. Х. Халвashi, ЖЭТФ **110**, 703 (1996).
8. Э. Х. Халвashi, М. В. Чхартишвили, ФТТ **40**, 1036 (1998).
9. D. L. Huber, G. Alejandrio, A. Caneiro et al., Phys. Rev. B **60**, 12155 (1999).
10. V. A. Atsarkin, V. V. Demidov, G. A. Vasneva et al., Phys. Rev. B **63**, 092405 (2001).
11. F. Simon, V. A. Atsarkin, V. V. Demidov et al., Phys. Rev. B **67**, 223344 (2003).
12. V. A. Atsarkin, V. V. Demidov, G. A. Vasneva et al., Appl. Magn. Reson. **21**, 147 (2001).
13. O. Chauvet, G. Goglio, P. Molinie et al., Phys. Rev. Lett. **81**, 1102 (1998).
14. M. T. Causa, M. Tovar, A. Caneiro et al., Phys. Rev. B **58**, 3233 (1988).
15. V. A. Ivanshin, J. Deisenhofer, H.-A. Krug von Nidda et al., Phys. Rev. B **61**, 6213 (2000).
16. A. Shengelaya, Guo-meng Zhao, H. Keller et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 5296 (1996).
17. A. Shengelaya, Guo-meng Zhao, H. Keller et al., Phys. Rev. B **61**, 5888 (2000).
18. Л. Л. Буишили, Э. Х. Халвashi, *Радиоспектроскопия*, Изд-во Пермского университета, Пермь (1987), с. 58.
19. C. Zener, Phys. Rev. **81**, 440 (1951), **82**, 403 (1951).
20. I. Yamada, H. Fujii, and M. Hidaka, J. Phys.: Condens. Matter **1**, 3397 (1989).
21. Е. Н. Провоторов, ЖЭТФ **41**, 1582 (1961).
22. H. Hasegawa, Progr. Theor. Phys. **23**, 483 (1959).
23. H. Hasegawa and A. M. Stewart, Progr. Theor. Phys. **74**, 943 (1985).
24. А. Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1973).
25. C. P. Slichter, *Principles of Magnetic Resonance*, Springer, Berlin–Heidelberg–New York (1980).
26. S. E. Barnes, Adv. Phys. **30**, 801 (1981).
27. N. P. Fokina and K. O. Khutishvili, Appl. Magn. Reson. **17**, 503 (1999).
28. Н. П. Фокина, К. О. Хуцишвили, ЖЭТФ **123**, 98 (2003).
29. Н. П. Фокина, М. О. Элизбарашили, В. А. Ацаркин и др., ФТТ **45**, 1921 (2003).
30. V. Cataudella, G. De Filippis, and G. Ladonisi, Phys. Rev. B **63**, 052406 (2001).
31. D. L. Huber, Phys. Rev. B **12**, 31 (1975).
32. A. Abragam, *The Principles of Nuclear Magnetism*, Clarendon, Oxford (1961), pp. 435–440.