ЖЭТФ, 2004, том 126, вып. 1 (7), стр. 181–193

ПЕРЕХОД ЛАТТИНЖЕРОВСКОЙ ЖИДКОСТИ С ДВУХУРОВНЕВЫМИ ПРИМЕСЯМИ В ФЕРМИЖИДКОСТНОЕ СОСТОЯНИЕ

*Л. А. Манакова**

Российский научный центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 ноября 2003 г.

В настоящей работе предлагаются механизмы, приводящие к неустойчивости нефермижидкостного состояния латтинжеровской жидкости с двухуровневыми примесями. Поскольку в одномерных системах обменное рассеяние в определенной области параметров является двухканальным, вблизи уровня Ферми существуют несколько типов нефермижидкостных возбуждений с различными квантовыми числами. Это, во-первых, флуктуации зарядовой плотности латтинжеровской жидкости, во-вторых, многочастичные возбуждения, обусловленные двухканальным обменным взаимодействием и связанные как с зонными, так и с примесными фермионными состояниями. В настоящей работе показано, что рассеяние многочастичных возбуждений разных типов друг на друге приводит к появлению дополнительной фермижидкостной особенности вблизи уровня Ферми. Определены условия, при которых основным состоянием системы является фермижидкостное состояние с новым энергетическим масштабом, много меньшим температуры Кондо.

PACS: 75.20.Hr, 71.55.Jv, 05.30.Fk, 03.75.Fi

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы возобновился интерес к низкоразмерным, в частности, к одномерным системам в связи с созданием вырожденных квантовых газов в квазиодномерных магнитных и оптических ловушках, а также в одномерных оптических решетках. Предыдущий пик интереса к одномерным системам примерно десятилетней давности (см. ссылки в [1, 2], а также в настоящей работе) был обусловлен созданием так называемых квантовых проволок — одномерных электронных систем в инверсионных слоях GaAs [3]. В настоящее время уже получены вырожденные атомные ферми-газы в ловушках [4–7]. Следует отметить, что в ловушках можно создавать ферми-газы практически с любым числом частиц и любой силой взаимодействия между ними. Последнее достигается с помощью использования резонанса Фешбаха [7]. Таким образом, в подобных системах с квазиодномерной геометрией можно надеяться на экспериментальное наблюдение различных замечательных свойств, предсказанных теоретически для одномерных систем как в рамках низкоэнергетической модели Латтинжера [8], так и с помощью точно решаемых моделей (см., например, [9]).

Свойства одномерных ($1D$) металлов в достаточно широкой области параметров описываются в рамках модели Латтинжера (см., например, обзоры последнего времени [1, 2] и ссылки там) и, соответственно, называются латтинжеровской жидкостью (в отличие от ферми-жидкости в трехмерном случае). В этих системах даже слабое взаимодействие приводит к качественной перестройке спектра возбуждений при низких энергиях. А именно, в $1D$-металлах отсутствуют хорошо определенные одночастичные возбуждения. Единственными устойчивыми возбуждениями вблизи уровня Ферми оказываются коллективные флуктуации зарядовой и спиновой плотностей — звуковые моды. Эти возбуждения являются динамически независимыми, что отвечает полному разделению спиновых и зарядовых степеней свободы. Взаимодействия приводят также к степенному распаду всех корреляционных функ-

*E-mail: manakova@kurm.polyn.kiae.su

ций на больших расстояниях и временах. Существенной проблемой для реальных систем является отклик на локальные возмущения. В этом случае поведение одномерных систем также качественным образом отличается от ситуации в трехмерных металлах. В знаменитой работе [10] было показано, что в латтинжеровской жидкости с отталкивательными взаимодействиями потенциальное рассеяние правых фермионов на левых (так называемое рассеяние назад) приводит при низких энергиях к полному отражению возбуждений от потенциала, так что остается только слабое туннелирование через барьер. Довольно интенсивно изучался отклик на рентгеновские лучи в латтижеровской жидкости [11–14], в том числе, с учетом рассеяния назад [14]. Обменное взаимодействие со спиновой примесью является, как хорошо известно, одной из центральных задач в сильнокоррелированных системах [15]. Следует отметить, что если число электронных каналов, участвующих в обменном рассеянии, превышает удвоенное значение примесного спина, то система имеет нефермижидкостную фиксированную точку, демонстрируя аномальное поведение теплоемкости и восприимчивости [16, 17]. Эффект Кондо в латтинжеровской жидкости изучался в работах [18–20]. Было показано, что, так же как в трехмерном случае, задача ренормируется к пределу сильной связи. Однако есть два существенных отличия. Во-первых, в латтинжеровской жидкости эффект Кондо существует как для антиферромагнитного, так и для ферромагнитного взаимодействий. Во-вторых, система имеет три фиксированные точки: две из них отвечают одноканальному поведению Кондо и одна — двухканальному, т. е. нефермижидкостному (рассматривается примесный спин 1/2). Условия устойчивости двухканального поведения Кондо относительно обменного рассеяния назад получены в [20].

Для дальнейшего важно подчеркнуть, что в отсутствие взаимодействия между фермионами нефермижидкостное состояние, обусловленное многоканальным (двухканальным) обменным взаимодействием, неустойчиво к любым механизмам, снимающим вырождение каналов, участвующих в обменном рассеянии. В частности, в работе [21] рассматривалась неустойчивость нефермижидкостного состояния в двухканальной модели Кондо при введении анизотропии обменных констант в разных каналах. В работах [22, 23] показана неустойчивость того же состояния относительно потенциального рассеяния многочастичных возбуждений с разными квантовыми числами в квантоворазмерных структурах и в металлах, содержащих примеси d- или f-элементов.

В настоящей работе предлагаются механизмы, приводящие к неустойчивости нефермижидкостного состояния латтинжеровской жидкости с двухуровневыми (псевдоспиновыми) примесями. Поскольку в одномерных системах обменное рассеяние в определенной области параметров является двухканальным, вблизи уровня Ферми существуют несколько типов NFL-возбуждений: в зарядовом канале это флуктуации плотности латтинжеровской жидкости, в псевдоспиновом — многочастичные возбуждения, порожденные двухканальным обменным взаимодействием. В данной ситуации, как показано ниже, учет (наряду с потенциальным рассеянием $1D$-фермионов назад) их резонансного рассеяния на многочастичных возбуждениях, порожденных двухканальным обменным взаимодействием, приводит к появлению дополнительных узких фермижидкостных резонансов вблизи уровня Ферми (даже при очень слабом рассеянии назад) и, в этом смысле, к неустойчивости нефермижидкостного состояния. Переход из нефермижидкостного в фермижидкостное состояние сопровождается появлением нового малого энергетического масштаба и, как следствие, аномальным увеличением плотности состояний при малых энергиях.

2. ГАМИЛЬТОНИАН И ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ

1. Рассмотрим ситуацию, когда в одномерной решетке с числом фермионов на узел меньшим единицы (металлическое состояние) имеются локализованные фермионы с двумя внутренними степенями свободы. Энергия локализованного состояния лежит много ниже уровня Ферми. Локализованные фермионы не взаимодействуют между собой. Однако предполагается, что волновые функции локализованных и зонных фермионов могут перекрываться и по этой причине локализованное состояние взаимодействует с зонными фермионами. Поскольку, как хорошо известно, двухуровневый атом описывается псевдоспиновой переменной с двумя значениями z-компоненты, будем называть описанную ситуацию псевдоспиновой примесью в металлической $1D$-решетке. Предполагается, что отталкивание фермионов на примесном узле велико, так что на нем может находиться только один фермион. Ниже рассматривается $1D$-система с периодическими граничными условиями. Подчеркнем, что в случае атомного ферми-газа в оптической решетке псевдоспиновые степени свободы отвечают двум внутренним атомным уровням сверхтонкой структуры.

Гамильтониан рассматриваемой системы запишем в виде

$$
\begin{aligned}
&H = \mathcal{H} + H_{sc} \equiv H_{\mathcal{L}} + H_{0d} + H_h + H_{int} + H_{sc};\\
&H_{0d} = \sum_{\sigma} E_d n_{d\sigma};\\
&H_h = \sum_{k\alpha\sigma} \left(V_{kd}^{\alpha} a_{k\alpha\sigma}^{+} d_{\sigma} + \text{H.c.} \right),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где $H_{\mathcal{L}}$ — гамильтониан $1D$-фермионов, который в непрерывном пределе совпадает с гамильтонианом модели Латтинжера, H_{0d} — гамильтониан локализованного уровня с энергией E_d, $n_{d\sigma} = d_{\sigma}^{+} d_{\sigma}$, H_h — гибридизация между зонными и локализованными фермионами, операторы $a_{k\alpha\sigma}^{+}, a_{k\alpha\sigma}$, $\alpha = R, L \equiv \pm$ описывают правые и левые $1D$-фермионы: $\psi_{\alpha\sigma}(x) = (1/\sqrt{L}) \sum_k e^{ikx} a_{k\alpha\sigma}$, L — длина цепи; напомним здесь, что в непрерывном пределе выполняются соотношения $N \to \infty$, $L \to \infty$, $(2\pi N/L) = k_F$, N — число фермионов, k_F — импульс Ферми. Член H_{sc} описывает потенциальное рассеяние зонных фермионов с разными квантовыми числами, иными словами, рассеяние назад, а именно,

$$
H_{sc} = \sum_{kk'} \sum_{\alpha \neq \alpha', \sigma} \left(T_{kk'}^{\alpha\alpha'} a_{k\alpha\sigma}^{+} a_{k'\alpha'\sigma} + \text{H.c.} \right). \tag{2}
$$

Взаимодействия между зонными фермионами и локализованным состоянием порождается, наряду с гибридизацией, оттталкиванием между фермионами на глубоком уровне. В H_{int} из (1) ему соответствует член

$$
H_{int} = \frac{1}{2} U \sum_{\sigma} n_{d\sigma} n_{d-\sigma}.
$$

2. Возбуждения в системе с гамильтонианом $H = \mathcal{H} + H_{sc}$ полностью определяются функцией Грина комплексного аргумента z, $\mathbf{G}_d(z) = \langle d | (z - \hat{H})^{-1} | d \rangle$, которая может быть вычислена методом уравнений движения.

Система уравнений движения для $\mathbf{G}_d(z)$ имеет вид (спиновые индексы временно опущены)

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{G}_d^{(0)-1}(z) \mathbf{G}_d(z) - \sum_{p\alpha = L,R} V_{dp}^{\alpha} \mathbf{G}_{d\alpha}(p; z) = \hat{1},\\
&\mathbf{G}_L^{-1}(p; z) \mathbf{G}_{dL}(p; z) -\\
&\qquad - \sum_{p'} T_{pp'}^{LR} \mathbf{G}_{dR}(p'; z) - V_{pd}^{L} \mathbf{G}_d(z) = 0,\\
&\mathbf{G}_R^{-1}(p; z) \mathbf{G}_{dR}(p; z) -\\
&\qquad - \sum_{p'} T_{pp'}^{RL} \mathbf{G}_{dL}(p'; z) - V_{pd}^{R} \mathbf{G}_d(z) = 0.
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Здесь $\mathcal{G}_d^{(0)}(z) = \langle d | (z - (H_{0d} + H_{int})^{-1} | d \rangle$, $\mathbf{G}_{\alpha}(p; z) = \langle a_{p\alpha} | (z - \hat{H})^{-1} | a_{p\alpha} \rangle$, $\mathbf{G}_{d\alpha}(k; z) = \langle d | (z - \hat{H})^{-1} | a_{k\alpha} \rangle$ — функции Грина с учетом всех взаимодействий, но без учета рассеяния. В формуле (3) и ниже спиновые индексы временно опущены.

В случае сепарабельных и/или слабо зависящих от энергии матричных элементов, описывающих потенциальное рассеяние, в частности, при $T_{kk'}^{\alpha\alpha'} = T_k^{\alpha} T_{k'}^{*\alpha'}$, $(\nu \neq \nu')$, $\mathbf{G}_d(z)$ вычисляется точно.

Решение для $\mathbf{G}_d(z)$ выглядит следующим образом:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{G}_d(z) = \frac{\mathcal{G}_d(z)}{1 - \Sigma_{sc}(z) \mathcal{G}_d(z)}, \quad \mathcal{G}_d^{-1}(z) = \mathcal{G}_d^{(0)-1}(z) - \sum_{\alpha} \Sigma_{\alpha}^{VV}(z),\\
&\Sigma_{sc}(z) = \frac{\Sigma_L^{VT}(z) \left[\Sigma_R^{TV}(z) + \Sigma_R^{TT}(z) \Sigma_L^{TV}(z) \right] + \Sigma_R^{VT}(z) \left[\Sigma_L^{TV}(z) + \Sigma_L^{TT}(z) \cdot \Sigma_R^{TV}(z) \right]}{1 - \Sigma_L^{TT}(z) \Sigma_R^{TT}(z)},\\
&\Sigma_{\alpha}^{ab}(z) = \sum_p W_{\alpha}^{ab}(p) \mathbf{G}_{\alpha}(p; z).
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Здесь $\mathcal{G}_d(z)$ — функция Грина примесных степеней свободы без учета процессов рассеяния, обусловленных гамильтонианом H_{sc}. Однако в ней по определению учтены все взаимодействия между зонными и локализованными фермионами, порожденные отталкиванием фермионов на примесном узле H_{int}. Собственно-энергетические функции $\Sigma_{\alpha}^{ab}(z)$ записаны в виде спектральных разложений многочастичных функций Грина $1D$-фермионов, W_{α}^{ab} — произведения матричных элементов, определенные верхними индексами собственно-энергетических функций, $\rho_{\alpha}(\varepsilon)$ — плотность состояний, отвечающая спектру многочастичных возбуждений с учетом взаимодействий. Этот спектр определяется функцией Грина $\mathbf{G}_{\alpha}(p; z)$. Полная функция Грина в (4) имеет два типа особенностей. Функция $\mathcal{G}_d(z)$ содержит особенности, порожденные взаимодействием между зонными фермионами и локализованным состоянием. Появление знаменателя в (4) обусловлено рассеянием разных типов многочастичных возбуждений друг на друге. Как следует из выражения для $\Sigma_{sc}(z)$, в системе происходит, во-первых, потенциальное рассеяние правых фермионов на левых (член с $\Sigma_L^{TT}(z)\Sigma_R^{TT}(z)$), но с учетом модификации плотности состояний из-за обменного взаимодействия, во-вторых, резонансное рассеяние $1D$-фермионов многочастичными возбуждениями, которые описываются функцией Грина $\mathcal{G}_d(z)$. Как показано ниже, в обоих случаях рассеяние может приводить к появлению вблизи уровня Ферми дополнительных особенностей, а именно, простых полюсов, в функции Грина. Полюсы отвечают фермижидкостным возбуждениям. Положение полюсов $z_r = \varepsilon_r + i\gamma_r$ определяется из решения уравнения

$$1 - \Sigma_{sc}(z_r)\mathcal{G}_d(z_r) = 0. \tag{5}$$

В свою очередь, собственно-энергетические функции могут быть записаны в виде спектральных разложений многочастичных функций Грина $1D$-фермионов

$$\Sigma_\alpha^{ab}(z) = \sum_p \frac{W_\alpha^{ab}(p)}{z - \varepsilon_\alpha(p)} = \\ = W_\alpha^{ab}(p_F)\int d\varepsilon \frac{\rho_\alpha(\varepsilon)}{z-\varepsilon} \equiv W_\alpha^{ab}(p_F)\Sigma_\alpha(z), \tag{6}$$

где W_α^{ab} — матричные элементы, определенные в (4), $\varepsilon_\alpha(p)$ — спектр низкоэнергетических возбуждений и $\rho_\alpha(\varepsilon)$ — плотность состояний, отвечающая этому спектру.

Таким образом, для решения задачи рассеяния необходимо знать многочастичную плотность состояний $1D$-фермионов в актуальной области энергий (без учета рассеяния) и функцию Грина резонансного уровня $\mathcal{G}_d(z)$.

Когда U является максимальным параметром задачи, естественно сначала решить задачу с гамильтонианом $\mathcal{H}$ и определить $\mathcal{G}_d(z)$ с помощью методов, используемых для двухканальной задачи Кондо, а затем, подставив полученные выражения в (4), решить тем самым задачу рассеяния. Иными словами, сначала, считая взаимодействия фермионов между собой и с примесью сильными, мы ищем низкоэнергетические многочастичные возбуждения, а затем учитываем их рассеяние друг на друге.

3. ДВУХКАНАЛЬНОЕ ОБМЕННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

1. В случае невзаимодействующих между собой зонных фермионов взаимодействия между ними и локализованным фермионом со спином 1/2 при больших U выводятся с помощью применения метода проекционных операторов или преобразования Шриффера–Вольфа к гамильтониану $\mathcal{H}$ с $H_{\mathcal{L}} \to H_{00}$ (см., например, [15]).

Аналогичным образом может быть получено обменное взаимодействие для одномерной системы с гамильтонианом $\mathcal{H}$ в пределе больших U, которые обеспечивают однократное заполнение локализованного состояния. А именно, преобразование аналогичное преобразованию Шриффера–Вольфа, в низшем порядке по V_{dk} дает гамильтониан

$$\begin{aligned} H_{eff} &= H_{\mathcal{L}} + H_{ex} + H_{ex}^{(B)} + H'_{sc} + H', \\ H_{ex} &= \sum_\alpha \sum_{i=x,y,z} \sum_{\sigma\neq\sigma'} J^i \psi_{\alpha\sigma}^+(0)\hat{\tau}_{\sigma,\sigma'}^i \psi_{\alpha\sigma'}(0)\mathbf{S}^i, \\ H_{ex}^{(B)} &= \sum_{\alpha\neq\alpha'} \sum_{i=x,y,z} \sum_{\sigma\neq\sigma'} J_B^i \psi_{\alpha\sigma}^+(0)\hat{\tau}_{\sigma,\sigma'}^i \psi_{\alpha'\sigma'}(0)\mathbf{S}^i. \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $J^i \sim |V_{dk_F}|^2/E_d$ — константы обменного взаимодействия, $\mathbf{S}$ — примесный псевдоспин, τ^i — матрицы Паули. Гамильтониан $H_{ex}^{(B)}$ отвечает обменному рассеянию назад, которое возникает при наличии анизотропии каналов рассеяния. Член H'_{sc} описывает полное потенциальное рассеяние фермионов с учетом дополнительного вклада, обусловленного обменной связью. В дальнейшем штрих в H_{sc} опускается. Гамильтониан H' представляет собой совокупность членов, которые несущественны при малых энергиях.

Взаимодействия в зарядовом канале латтинжеровской жидкости характеризуются параметром K_c (см. ниже выражение (10)). Как показано в работе [20], в случае отталкивательных взаимодействий ($K_c < 1$) малая анизотропия (J_B) каналов обменного рассеяния вблизи фиксированной точки сильной связи по J релевантна только при $1/2 < K_c < 1$. В этом случае справедливы результаты работы [19], в которой получено, что двухканальная модель Кондо абсолютно неустойчива. Однако при $K_c < 1/2$ двухканальное поведение Кондо устойчиво относительно обменной анизотропии каналов. При этом, однако, не был рассмотрен еще один механизм, нарушающий вырожденность каналов в двухканальном обменном взаимодействии — это слабое резонансное и потенциальное рассеяние многочастичных возбуждений. Этот механизм рассмотрен в настоящей работе.

Используя факт, что обменная анизотропия каналов нерелевантна при $K_c < 1/2$, рассмотрим ситуацию, когда примесный псевдоспин имеет симметричную связь с соседними узлами решетки, так что $J_B^i = 0$. В этом случае, как показано ниже, гамильтониан (7) может быть приведен к модели резонансного уровня, которая для двухканального обменного взаимодействия была получена в работе [24].

Для определения механизма формирования нефермижидкостного состояния при взаимодействии с псевдоспиновой примесью существенную роль играет величина расщепления Δ двухуровневой примеси. Расщепление может быть обусловлено следующими причинами: а) локальными искажениями в области примесного узла; б) преобразованием к обменному гамильтониану; в) сверхтонкими взаимодействиями внутри атома. При наличии расщепления в гамильтониане появляется член

$$H_\Delta = \Delta S^z.$$

Для того чтобы представить двухканальное обменное взаимодействие в виде модели резонансного уровня, введем бозонное представление фермионных полей $\psi_{\alpha\sigma}(0)$. Последнее в модели Латтинжера определяется выражением (см., например, [2], а также [8])

$$\begin{aligned}\psi_{\alpha\sigma}(x) &= \frac{\hat{\eta}_{\alpha\sigma}}{\sqrt{2\pi a}}\exp\Big[-i\sqrt{4\pi}\Phi_{\alpha\sigma}(x)\Big],\\ \Phi_{\alpha\sigma}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}\Big[\alpha\Big(\phi_c(x)+\sigma\phi_s(x)\Big)+\\ &\quad+\Big(\theta_c(x)+\sigma\theta_s(x)\Big)\Big],\end{aligned} \tag{8}$$

$\eta_{\alpha\sigma}$ — так называемые факторы Клейна, $\alpha = \pm$. Поля ϕ_ν и $\Pi_\nu \equiv \partial_x\theta_\nu$ являются канонически-сопряженными: $[\phi_\nu(x), \phi_{\nu'}(x')] = 0$, $[\Pi_\nu(x), \Pi_{\nu'}(x')] = 0$, $[\phi_\nu(x), \Pi_{\nu'}(x')] = i\delta_{\nu,\nu'}\delta(x-x')$. Бозонные поля $\phi_{c,s}$ определяют флуктуации соответственно зарядовой и псевдоспиновой плотностей: $\rho_c = \partial_x\phi_c/\sqrt{\pi}$, $\rho_s = \partial_x\phi_s/\sqrt{\pi}$. В свою очередь, общая фермионная плотность записывается с помощью бозонных полей следующим образом: $\rho_{\alpha\sigma} = (1/\sqrt{8\pi})\Big(\partial_x\phi_c - \alpha\Pi_c + \sigma(\partial_x\phi_s - \alpha\Pi_s)\Big)$. Гамильтониан чистой латтинжеровской жидкости имеет вид

$$\begin{aligned}&H_{\mathcal{L}} = H_c + H_s,\\ &H_\nu = \int dx\frac{u_\nu}{2}\Big(K_\nu\Pi_\nu^2 + \frac{1}{K_\nu}(\partial_x\phi_\nu)^2\Big), \quad \nu = c, s,\\ &u_\nu = \sqrt{\Big(v_F + \frac{g_{4\nu}}{\pi}\Big)^2 - \Big(\frac{g_\nu}{2\pi}\Big)^2},\\ &K_\nu = \sqrt{\frac{2\pi v_F + 2g_{4\nu} + g_\nu}{2\pi v_F + 2g_{4\nu} - g_\nu}},\end{aligned} \tag{9}$$

где $g_c = g_1 - 2g_2$, $g_s = g_1$, $g_{4c} = g_4$, $g_{4s} = 0$, $g_{4\nu}$, g_ν — взаимодействия в латтинжеровской жидкости. В данной работе рассматривается случай, когда взаимодействия в латтинжеровской жидкости не зависят от псевдоспинов. Как известно [1], в этом случае тождественно выполняется условие $g_1 = 0$. Соответственно, $K_s = 1$ независимо от наличия расщепления Δ. В зарядовом канале случаю $g_1 = 0$ отвечают параметры

$$\begin{aligned}u_c &= \sqrt{\Big(v_F + \frac{g_4}{\pi}\Big)^2 - \Big(\frac{g_2}{\pi}\Big)^2},\\ K_c^2 &= \frac{\pi v_F + g_4 - g_2}{\pi v_F + g_4 + g_2}.\end{aligned} \tag{10}$$

Гамильтонианы H_ν приводятся к каноническому для свободных бозонов виду

$$H'_\nu = \frac{u_\nu}{2}\int dx\Big(\Pi_\nu'^2 + (\partial_x\phi'_\nu)^2\Big)$$

с помощью следующего переопределения бозонных полей: $\phi_\nu = \sqrt{K_\nu}\phi'_\nu$; $\Pi_\nu = (1/\sqrt{K_\nu})\Pi'_\nu$. При этом фазы $\Phi_{\alpha s}$ в (8) преобразуются к виду

$$\begin{aligned}\Phi'_{\alpha\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big[\pm\Big(\phi'_c\sqrt{K_c} + \sigma\phi'_s\sqrt{K_s}\Big)+\\ +\Big(\frac{\theta'_c}{\sqrt{K_c}} + \sigma\frac{\theta'_s}{\sqrt{K_s}}\Big)\Big].\end{aligned} \tag{11}$$

Переходя в (7) к полям ϕ'_ν, θ'_ν, получаем с учетом (11)

$$\begin{aligned}&\sum_{\sigma\neq\sigma'} J_\perp \psi'^{+}_{\alpha\sigma}(0)\hat{\tau}^i_{\sigma,\sigma'}\psi'_{\alpha\sigma'}(0)S^+ =\\ &= \frac{J_\perp}{2\pi a}S^+\left[\exp\left[i\left(\phi'_s\sqrt{4\pi K_s} - \sqrt{\frac{4\pi}{K_s}}\cdot\theta'_s\right)\right]+\right.\\ &\quad\left.+\exp\left[-i\left(\phi'_s\sqrt{4\pi K_s} + \sqrt{\frac{4\pi}{K_s}}\cdot\theta'_s\right)\right]\right]_{x=0},\\ &J_zS^z\sum_\alpha(\rho_{\alpha\uparrow} - \rho_{\alpha\downarrow}) = J_zS^z\sqrt{\frac{2}{\pi K_s}}(\partial_x\theta'_s)_{x=0}.\end{aligned}$$

Таким образом, в общем случае обменное взаимодействие в латтинжеровской жидкости имеет вид

$$H_{ex} = \frac{J_\perp}{\pi a}\left[S^+\cos\left(\sqrt{4\pi K_s}\phi_s'(0)\right) \times \right. \\ \times \exp\left(-i\sqrt{4\pi/K_s}\theta_s'(0)\right) + \text{H.c.}\Big] + \\ + J_z S^z\sqrt{\frac{2}{\pi K_s}}(\partial_x\theta_s')_{x=0} + \Delta S^z. \quad (12)$$

Подчеркнем, что в обменное взаимодействие вошли только псевдоспиновые поля.

Чтобы привести (12) к гамильтониану модели резонансного уровня, проделаем следующие преобразования.

1. Вводим поля $\Phi_{L,R}$ вместо ϕ_s', θ_s':

$$\phi_s' = \frac{\Phi_L + \Phi_R}{\sqrt{4\pi K_s}}, \quad \theta_s' = (\Phi_L + \Phi_R)\sqrt{\frac{K_s}{4\pi}}.$$

2. Для удобства заменяем правое поле Φ_R на левое Φ_L':

$$\Phi_L'(x) = -\Phi_R(-x).$$

3. Вводим симметричное и антисимметричное поля $\Phi_{S,A}$:

$$\Phi_L = \frac{\Phi_S + \Phi_A}{\sqrt{2}}, \quad \Phi_L' = \frac{\Phi_S - \Phi_A}{\sqrt{2}}.$$

В результате этих преобразований гамильтониан (12) принимает вид

$$H_{ex} \equiv H_{ex}^{(s)} = \frac{J_\perp}{2\pi a} \times \\ \times \left[S^+\left(e^{-2i(\Phi_S+\Phi_A)} + e^{-2i(\Phi_S-\Phi_A)}\right) + \text{H.c.}\right] + \\ + \frac{J_z}{2\pi}S^z(\partial_x\Phi_S)_{x=0} + \Delta S^z. \quad (13)$$

Поле Φ_S из поперечной части взаимодействия исключается поворотом вокруг оси S^z: $U = e^{2i\Phi_S S^z}$. При $g_1 = 0$, или, что то же, для $K_s = 1$, кинетическая энергия в спиновом канале приводится к виду для свободных бозонных полей, так что

$$H_s = \frac{v_F}{\pi}\int dx\left(\left[\nabla\Phi_S(x)\right]^2 + \left[\nabla\Phi_A(x)\right]^2\right). \quad (14)$$

Поскольку $UH_sU^{-1} = H_s - 4(v_F/\pi)(\partial_x\Phi_S)S^z$, в результате преобразования $U(H_s + H_{ex}^{(s)})U^{-1}$ получаем в псевдоспиновом канале гамильтониан модели резонансного уровня, а именно, $H_s = H_s + H_{ex}^{(s)} + H_\Delta$:

$$H_{ex}^{(s)} = \frac{J_\perp}{\sqrt{2\pi a}}\left[\psi_A^+(0) + \psi_A(0)\right](d^+ - d) + \\ + \frac{1}{2\pi}(J_z - 8v_F)\psi_S^+(0)\psi_S(0)\left(d^+d - \frac{1}{2}\right), \\ \psi_{S,A}^+(x) = \hat\eta\frac{e^{-2i\Phi_{S,A}(x)}}{\sqrt{2\pi a}}, \quad S^+ = d^+\hat\eta, \\ S^z = \left(d^+d - \frac{1}{2}\right), \quad \hat\eta^2 = 1. \quad (15)$$

Отметим, что фазы $\Phi_{S,A}(x)$ описывают симметричные и антисимметричные флуктуации псевдоспиновой плотности.

Полный гамильтониан латтинжеровской жидкости с двухуровневой примесью имеет вид

$$H = H_c + H_s + H_{ex}^{(s)} + H_{sc}' \equiv H_0 + H_{ex}^{(s)} + H_{sc}'. \quad (16)$$

Без учета H_{sc} гамильтониан (16) дает в зарядовом канале возбуждения латтинжеровской жидкости, имеющие скорость u_c. В псевдоспиновом канале возбуждения $\psi_{S,A}^+$ определяются двухканальным обменным взаимодействием, которое порождает, в частности, резонансный многочастичный уровень при малых энергиях.

2. В отсутствие рассеяния H_{sc} многочастичные возбуждения на уровне Ферми описываются функцией Грина

$$\mathcal{G}_d(z) = \langle d|(z - \mathcal{H})^{-1}|d\rangle \approx \langle d|[z - (H_0 + H_{ex}^{(s)})]^{-1}|d\rangle.$$

Как известно [25, 26], в двухканальной модели (7), (15) характер поведения физических величин зависит от соотношения между T_K и Δ, T_K — температура Кондо.

При условии $T_K \gg \Delta$ физические свойства системы определяются кондо-эффектом. Ниже эта область обозначается как «кондо-режим». В этом случае модель (15) ренормируется к пределу сильной связи [25, 26], причем в этом пределе $\Delta \to (\Delta^2/T_K) \ll T_K$. Фиксированная точка лежит на линии $\tilde J_z = (J_z - 8v_F) = 0$ [21] (Emery–Kivelson (EK) линия). На этой линии с примесными степенями свободы гибридизуется только поле, связанное с антисимметричными псевдоспиновыми флуктуациями. Температура Кондо T_K определяется на ЕК-линии, так что параметры T_K и Δ являются независимыми. При $T = 0$ функция Грина вблизи уровня Ферми имеет вид

$$\mathcal{G}_d(\varepsilon) = \frac{1}{2}\left[\frac{\hat\tau_0 - \hat\tau_x}{\varepsilon + i\Gamma_K\text{sign}\,\varepsilon} + \frac{\hat\tau_0 + \hat\tau_x}{\varepsilon + i\delta\text{sign}\,\varepsilon}\right]. \quad (17)$$

В пределе сильной связи $T_K \sim \Gamma_K$. Появление второго слагаемого в (17) обусловлено тем, что в двухканальной кондо-модели половина примесных степеней свободы не гибридизуется с коллективными переменными зонных фермионов. Поскольку гамильтониан (15) не сохраняет число фермионов, $\mathcal{G}_d(z)$ имеет отличные от нуля аномальные матричные элементы, пропорциональные $\langle dd\rangle$ и $\langle d^+d^+\rangle$.

С другой стороны, если выполнены условия $T_K \ll \Delta$, $\tilde J_z \gg J_\perp$, то модель (15) не ренормируется к пределу сильной связи при низких температурах, так как Δ слабо перенормируется [25].

В этом случае нефермижидкостное состояние порождается экранирующим взаимодействием в гамильтониане (15). Ниже этот механизм обозначается как «X-ray-edge»-режим. При $J_\perp = 0$ гриновская функция определяется хорошо известным выражением [27]

$$\mathcal{G}_d(\varepsilon) = A\Gamma(1-\alpha_S)e^{-i\pi\alpha_S}\left(\frac{W}{\varepsilon-\tilde{\Delta}}\right)^{1-\alpha_S}, \quad \varepsilon-\tilde{\Delta}>0. \tag{18}$$

Здесь $A \sim W^{-1}$, $\Gamma(x)$ — гамма-функция, $W \sim \varepsilon_F$ — параметр обрезания, $\alpha_S = (\delta_S/\pi)^2$ и $\delta_S \sim \tilde{J}_z^2$ — фазовый сдвиг из-за экранирующего взаимодействия в S-канале, $\tilde{\Delta} = \Delta - \varepsilon_J$, $\varepsilon_J \sim \tilde{J}_z^2/\varepsilon_F$ — «поляронный» сдвиг, обусловленный тем же взаимодействием.

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ СОСТОЯНИЙ И СОБСТВЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

1. Для определения многочастичной плотности состояний при малых энергиях можно использовать следующие соображения. Для локализованной в пространстве примеси функция Грина зонных фермионов имеет вид

$$\mathbf{G}_{\alpha\alpha\sigma}(k,k';z) = \delta(k-k')\mathcal{G}_{\alpha\sigma}(k;z) + \mathcal{G}_{\alpha\sigma}(k;z)\mathcal{T}_{\alpha\alpha}(k,k';z)\mathcal{G}_{\alpha\sigma}(k';z), \tag{19}$$

где $\mathcal{G}_\alpha(k;z)$ — функция Грина чистой латтинжеровской жидкости, $\mathcal{T}_{\alpha\alpha}(k,k';z)$ — матрица рассеяния на псевдоспиновой примеси. Если предполагать, что основной эффект обменного взаимодействия в актуальной области энергий сводится к формированию резонансного уровня, то приближенное выражение для матрицы рассеяния может быть получено методом уравнений движения в следующем виде:

$$\mathcal{T}_{\alpha\alpha}(k,k';z) = \Gamma^\alpha_{kd}\mathcal{G}_d(z)\Gamma^\alpha_{dk'}, \quad \mathcal{G}_d(z) = \langle d|(z-\mathcal{H})^{-1}|d\rangle,$$

где Γ^α_{kd} — слабо зависящие от энергии вершинные части и $\mathcal{G}_d(z)$ — функция Грина многочастичного резонансного уровня, которая определяется выражением (17). Ниже предполагается, что $\Gamma^\alpha_{kd} = V^\alpha_{kd}$. При этом плотность состояний определяется выражением

$$\rho_{\alpha\sigma}(\varepsilon) = \mp\pi^{-1}\mathrm{Im}\left[\mathrm{Sp}\,\mathbf{G}_{\alpha\alpha\sigma}(k,k';\varepsilon)\right] = \rho_{0\alpha\sigma}(\varepsilon) \mp \pi^{-1}\,\mathrm{Im}\left[\mathrm{Sp}\,\mathcal{G}_d(\varepsilon)\sum_k |V^\alpha_{kd}|^2\mathcal{G}^2_{\alpha\sigma}(k;\varepsilon)\right], \tag{20}$$

«$\mp$» — соответственно для $\varepsilon > 0$, $\varepsilon < 0$, $\rho_{0\alpha\sigma}(\varepsilon)$ — плотность состояний чистой латтинжеровской жидкости.

Для чистой латтинжеровской жидкости функция Грина $\mathcal{G}_{\alpha\sigma}(x;t)$ получена в работе [28]. Спектральные функции и, соответственно, плотность состояний $\rho_{0\alpha\sigma}(\varepsilon)$ были вычислены почти двадцать лет спустя в работах [29, 30]. В частности, полная спектральная функция (плотность состояний) чистой латтинжеровской жидкости в длинноволновом пределе определяется выражением

$$\rho_{0\alpha\sigma}(\varepsilon) = \frac{A}{\Gamma(1+\eta_c+\eta_s)\varepsilon_0}\left(\frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_0}\right)^{\eta_c+\eta_s}, \quad \eta_\nu = \frac{(K_\nu-1)^2}{4K_\nu}. \tag{21}$$

Здесь $A \sim 1$, $\varepsilon_0 \sim \varepsilon_F$ — энергия обрезания в модели Латтинжера, η_c, η_s — аномальные размерности в зарядовом и псевдоспиновом каналах, параметры K_c, K_s определены в (9). Началом отсчета энергии является уровень Ферми.

Функция Грина примесных степеней свободы при малых энергиях определяется выражением (17). Итак, для того чтобы вычислить плотность состояний (20) при наличии псевдоспиновой примеси, нужно знать величину

$$\sum_k |V^\alpha_{kd}|^2\mathcal{G}^2_{\alpha\sigma}(k;\varepsilon) \approx |V^\alpha_{k_Fd}|^2\sum_k \mathcal{G}^2_{\alpha\sigma}(k;\varepsilon),$$

причем

$$\sum_k \mathcal{G}^2_{\alpha\sigma}(k;\varepsilon) = -\frac{\partial\Sigma_{0\alpha\sigma}(\varepsilon)}{\partial\varepsilon}.$$

Функции $\Sigma_{0\alpha\sigma}(\varepsilon)$ определяются выражениями (4) с плотностью состояний $\rho_{\alpha\sigma}(\varepsilon) = \rho_{0\alpha\sigma}(\varepsilon)$ из (21), а именно,

$$\Sigma^{(+)}_{0\alpha\sigma}(z) = \int\limits_{-\varepsilon_0}^{+\varepsilon_0} d\varepsilon'\frac{\rho_{0\alpha\sigma}(\varepsilon')}{z-\varepsilon'} = \frac{1}{\Gamma(1+\eta_c)\varepsilon_0^{1+\eta_c}} \times \left[\int\limits_0^{\varepsilon_0} d\varepsilon'\frac{(\varepsilon')^{\eta_c}}{z_+-\varepsilon'} + \int\limits_0^{\varepsilon_0} d\varepsilon'\frac{(\varepsilon')^{\eta_c}}{z_-+\varepsilon'}\right] = A_0(J_{0-}+J_{0+}). \tag{22}$$

Здесь $z_\pm \equiv \varepsilon \pm i\gamma$, $\varepsilon > 0$. При $\varepsilon < 0$ имеем $\Sigma^{(-)}_{0\alpha\sigma}(z) = -\Sigma^{(+)}_{0\alpha\sigma}(z)$. Интегралы $J_{0\mp}(z)$, представляющие гильбертовы трансформы плотности состояний латтинжеровской жидкости, определяются выражениями

$$J_{0\mp}(z) = \frac{\varepsilon_0^{\eta_c+1}}{(\eta_c+1)z}F\left(1,\eta_c+1;\eta_c+2;\pm\frac{\varepsilon_0}{z_\pm}\right),$$

где $F(\alpha,\beta;\gamma;x)$ — гипергеометрическая функция. Поскольку в данной работе рассматривается только случай $\varepsilon_0/|z| \gg 1$, то, используя формулы преобразования для гипергеометрической функции при $|x| \gg 1$ [31]

$$F(\alpha,\beta;\gamma;x) = \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma-\alpha)}(-1)^{\alpha}x^{-\alpha} + \\ + \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(-\beta+\alpha)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\beta)}(-1)^{\beta}x^{-\beta},$$

получаем следующие выражения для $I_3^{(\mp)}(z)$:

$$J_{0+} = -\frac{\pi z_+^{\eta_c}}{\sin(\pi\eta_c)} + \frac{\varepsilon_0^{\eta_c}}{\eta_c+1},$$

$$J_{0-} = -(-1)^{(\eta_c+1)}\frac{\pi z_-^{\eta_c}}{\sin(\pi\eta_c)} - \frac{\varepsilon_0^{\eta_c}}{\eta_c+1}.$$

Были использованы известные соотношения $\Gamma(1) = 1$; $\Gamma(\eta_c+1) = \eta_c\Gamma(\eta_c)$; $\Gamma(1-\eta_c)\Gamma(\eta_c) = \pi/\sin(\pi\eta_c)$. Таким образом, в длинноволновом пределе получаем при $\gamma \to 0$

$$\Sigma_{0\alpha\sigma}^{(+)}(\varepsilon) = \Big(\frac{2i\pi\sin[(\pi/2)\eta_c]\exp[i(\pi/2)\eta_c]}{\sin(\pi\eta_c)\Gamma(1+\eta_c)\varepsilon_0^{1+\eta_c}}\Big)\varepsilon^{\eta_c}. \quad (23)$$

Поскольку $F(1,1;2;\mp x) = \mp x^{-1}\ln(1\pm x)$, при $\eta_c = 0$ выражение (23) отвечает главному члену разложения по параметру $x = (\varepsilon_0/\varepsilon) \gg 1$. Используя выражения

$$\sum_k \mathcal{G}_{\alpha\sigma}^2(k;\varepsilon) = -\frac{\partial\Sigma_{0\alpha\sigma}^{(+)}(\varepsilon)}{\partial\varepsilon}, \quad \varepsilon > 0;$$

$$\sum_k \mathcal{G}_{\alpha\sigma}^2(k;\varepsilon) = -\frac{\partial\Sigma_{0\alpha\sigma}^{(-)}(\varepsilon)}{\partial\varepsilon} = -\frac{\partial\Sigma_{0\alpha\sigma}^{(+)}(\varepsilon)}{\partial|\varepsilon|}, \quad \varepsilon < 0,$$

получаем с помощью (22), (23)

$$\sum_k \mathcal{G}_{\alpha\sigma}^2(k;\varepsilon) = \sum_k \mathcal{G}_{\alpha\sigma}^2(k;|\varepsilon|) = \\ = \Big(\frac{-2i\exp[i(\pi/2)\eta_c]}{\Gamma(1+\eta_c)\varepsilon_0^{1+\eta_c}}\Big) \times \\ \times \Big(\frac{\pi\eta_c\sin[(\pi/2)\eta_c]}{\sin(\pi\eta_c)}\Big)|\varepsilon|^{\eta_c-1}. \quad (24)$$

В кондо-режиме, подставляя (24) в (20), находим следующее выражение для примесного вклада в плотность состояний:

$$\rho_{d\alpha}(|\varepsilon|) = \left[\frac{2V^2\eta_c\sin[(\pi/2)\eta_c]}{\Gamma(1+\eta_c)\varepsilon_0^{1+\eta_c}\sin(\pi\eta_c)}\right] \times \\ \times \left[\frac{\cos[(\pi/2)\eta_c]}{\Gamma_K^2}|\varepsilon|^{\eta_c} + \frac{\sin[(\pi/2)\eta_c]}{\Gamma_K}|\varepsilon|^{\eta_c-1} + \\ + \cos\left(\frac{\pi}{2}\eta_c\right)|\varepsilon|^{\eta_c-2}\right]. \quad (25)$$

Здесь введено обозначение $V^2 \equiv |V_{dk_F}^{\alpha}|^2$. При малых энергиях наиболее сингулярный член в плотности состояний это $\rho_{d\alpha}(|\varepsilon|) \propto |\varepsilon|^{\eta_c-2}$. Обратим внимание на то, что этот вклад обусловлен членом вида $\mathrm{Re}\,\mathcal{G}_d(\varepsilon)\cdot\mathrm{Im}\sum_k \mathcal{G}_{\alpha\sigma}^2(k;\varepsilon)$ и в $\mathrm{Re}\,\mathcal{G}_d(\varepsilon)$ берется часть, отвечающая негибридизованным степеням свободы (второй член в (17)). При выводе (25) учтено, что член с δ-функцией в $\mathrm{Im}\,\mathcal{G}_d(\varepsilon)$ не дает вклада в плотность состояний при $\eta_c \neq 0$.

Таким образом, мы видим, что, в отличие от невзаимодействующего ферми-газа, возбуждения латтинжеровской жидкости существенно модифицируют пики на уровне Ферми, порожденные взаимодействием с двухуровневой примесью. При $\eta_c < 1$ особенность в примесной плотности состояний усиливается, при $\eta_c > 2$, наоборот, ослабляется.

2. Вклад в $\Sigma_\alpha(z)$ от примесного члена $\rho_{d\alpha}(\varepsilon)$ в плотность состояний определяется выражением

$$\Sigma_\alpha(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon\frac{\rho_{d\alpha}(\varepsilon)}{z-\varepsilon} = \int_0^{\infty} d\varepsilon\frac{\rho_{d\alpha}(|\varepsilon|)}{z_+-\varepsilon} + \\ + \int_0^{\infty} d\varepsilon\frac{\rho_{d\alpha}(|\varepsilon|)}{z_-+\varepsilon} \equiv \Sigma_\alpha^{(+)}(z_+) + \Sigma_\alpha^{(-)}(z_-). \quad (26)$$

Имея в виду выражение (25) для примесной плотности состояний, мы видим, что $\Sigma_\alpha(z)$ содержит интегралы, определенные в комплексной плоскости, трех типов:

$$I_1^{(\mp)} = \int_0^{+\infty} d\varepsilon\frac{\varepsilon^{\eta_c-2}}{z\mp\varepsilon}, \quad I_2^{(\mp)} = \int_0^{+\infty} d\varepsilon\frac{\varepsilon^{\eta_c-1}}{z\mp\varepsilon},$$

$$I_3^{(\mp)} = \int_0^{\varepsilon_0} d\varepsilon\frac{\varepsilon^{\eta_c}}{z\mp\varepsilon}.$$

Для вычисления сингулярных при малых z интегралов $I_1^{(\mp)}$, $I_2^{(\mp)}$ выберем в комплексной плоскости вспомогательную функцию вида $f(z') = (z')^{\mu-1}/(z'-z)$ и контур C, состоящий из большой окружности $C_R, R\to\infty$, малой окружности $c_r, r \to 0$, вокруг нуля и разреза вдоль вещественной оси (I, II — верхний и нижний берега разреза). Замечая, что на нижнем берегу разреза $f(e^{2i\pi}\varepsilon) = e^{2i\pi\mu}f(\varepsilon)$, и учитывая, что $\int_{c_r}, \int_{C_R} \to 0$, а также что внутри контура C имеется полюс при $z' = z$, получаем

$$J_{-}=\int\limits_{0}^{+\infty}d\varepsilon\frac{\varepsilon^{\mu-1}}{z-\varepsilon}=$$

$$=\int\limits_{C}f(z')\,dz'=\int\limits_{C_R}+\int\limits_{c_r}+\int\limits_{I}+\int\limits_{II}=2i\pi z^{\mu-1},$$

$$\int\limits_{I}+\int\limits_{II}=(1-e^{2i\pi\mu})J_{-},\quad J_{-}=\frac{2i\pi z^{\mu-1}}{1-e^{2i\pi\mu}}.$$

Подставляя полученное выражение с разными μ для интегралов в (26), находим

для $\rho_{d\alpha}\sim|\varepsilon|^{\eta_c-2}$

$$\Sigma_{\alpha}^{(\pm)}=A_1 z_{\pm}^{\eta_c-2}P_{\pm},\qquad(27)$$

где $P_{\pm}=-e^{-i\pi\eta_c},(-1)$ для «$\pm$»,

$$A_1=\frac{2\pi\eta_c\cos(\pi\eta_c/2)\sin(\pi\eta_c/2)V^2}{\varepsilon_0^{\eta_c+1}\sin(\pi\eta_c)\Gamma(\eta_c+1)},$$

для $\rho_{d\alpha}\sim|\varepsilon|^{\eta_c-1}$

$$\Sigma_{\alpha}^{(\pm)}=A_2 z_{\pm}^{\eta_c-1}P_{\pm},\qquad(28)$$

где $P_{\pm}=-e^{-i\pi\eta_c},(+1)$ для «$\pm$»,

$$A_2=\frac{2\pi\eta_c\sin^2(\pi\eta_c/2)V^2}{\Gamma_K\sin^2(\pi\eta_c)\Gamma(\eta_c+1)\varepsilon_0^{\eta_c+1}}.$$

Интегралы $I_3^{(\mp)}(z)$ определяются теми же выражениями, которые были получены при определении $\Sigma_{0\alpha}^{(\pm)}$.

3. В режиме X-ray-edge выражение (18) определяет запаздывающую функцию Грина $\mathcal{G}_d^R(\tilde{\varepsilon})$, $\tilde{\varepsilon}=\varepsilon-\tilde{\Delta}$. Рассмотрим случай, когда величина

$$\left[\sum_k\mathcal{G}_{\alpha\sigma}^R(k;\varepsilon)\right]^2\propto\varepsilon^{\eta_c-1}$$

как функция энергии меняется много медленнее, чем $\mathcal{G}_d^R(\tilde{\varepsilon})$. Как следует из определения двух величин, это возможно при $\eta_c\gg\alpha_S$.

В этом случае можно положить

$$\left[\sum_k\mathcal{G}_{\alpha\sigma}^R(k;\varepsilon)\right]^2\approx\left[\sum_k\mathcal{G}_{\alpha\sigma}^R(k;\tilde{\Delta})\right]^2.$$

Соответственно, нетрудно показать, что плотность состояний при $\tilde{\varepsilon}>0$ имеет вид

$$\rho_d(\tilde{\varepsilon})=Q_d\left(\frac{2V^2}{\pi\varepsilon_0^3}\right)\left(\frac{\varepsilon_0}{\tilde{\varepsilon}}\right)^{1-\alpha_S},$$
$$Q_d=\left(\frac{\pi^2}{\Gamma(\alpha_d)\Gamma(\eta_c)}\right)\left(\frac{\varepsilon_0}{\tilde{\Delta}}\right)^{1-\eta_c}.\qquad(29)$$

Запаздывающие собственно-энергетические функции определяются как

$$\Sigma_{\alpha}^R(z)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}d\varepsilon\frac{\rho_d(\varepsilon)}{z_{+}-\varepsilon}=\int\limits_{\tilde{\Delta}}^{\infty}d\varepsilon\frac{\rho_d(\varepsilon)}{z_{+}-\varepsilon}+$$
$$+\int\limits_{-\infty}^{\tilde{\Delta}}d\varepsilon\frac{\rho_d(\varepsilon)}{z_{+}-\varepsilon}=\int\limits_{0}^{\infty}d\tilde{\varepsilon}\Big[\frac{\rho_d(\tilde{\varepsilon})}{\tilde{z}_{+}-\tilde{\varepsilon}}+\frac{\rho_d(-\tilde{\varepsilon})}{\tilde{z}_{+}+\tilde{\varepsilon}}\Big],\qquad(30)$$

$\tilde{z}_{+}=z_{+}-\tilde{\Delta}$, $\operatorname{Re}\tilde{z}_{+}=\tilde{\varepsilon}>0$.

Используя формулы (29) и полученные выше выражения для интегралов, находим

$$\Sigma_{\alpha}^R(z)=-\tilde{Q}_d\Big(\frac{4V^2}{\varepsilon_0^3}\Big)\Big(\frac{\varepsilon_0}{\tilde{z}}\Big)^{1-\alpha_S},$$
$$\tilde{Q}_d=Q_d\operatorname{ctg}(\pi\alpha_S).\qquad(31)$$

Поскольку $\alpha_S<1$, рассмотренный вклад примесной плотности состояний в $\Sigma_{\alpha}^R(z)$ также является сингулярным при малых $|z|$.

5. ФЕРМИЖИДКОСТНЫЕ РЕЗОНАНСЫ ВБЛИЗИ УРОВНЯ ФЕРМИ

Обратимся к рассмотрению фермижидкостных особенностей в полной функции Грина (4), обусловленных рассеянием многочастичных возбуждений, которое описывается гамильтонианом H_{sc} в (2). При наличии резонансного и потенциального рассеяния положение полюсов определяется из решения уравнения (5). Подставляя в (5) Σ_{sc} и полагая, что все матричные элементы, входящие в $\Sigma_{\alpha}^{ab}(z)$, определяются их значениями при $k=k_F$, получаем уравнение

$$1-\mathcal{T}^2\Sigma_L(z_r)\Sigma_R(z_r)-V^2\mathcal{T}\mathcal{G}_d(z_r)\Sigma_L(z_r)\Sigma_R(z_r)\times$$
$$\times\Big[2+\mathcal{T}\Big(\Sigma_L(z_r)+\Sigma_R(z_r)\Big)\Big]=0,\qquad(32)$$

V, $\mathcal{T}$ — матричные элементы резонансного и потенциального рассеяний, $\Sigma_\alpha(z)$ — собственно-энергетические функции, вычисленные в (27), (28), (31). Три слагаемых в левой части уравнения (32), содержащих собственно-энергетические функции $\Sigma_\alpha(z)$, описывают различные процессы рассеяния многочастичных возбуждений: слагаемое, пропорциональное $\mathcal{T}^2$, отвечает рассеянию правых фермионов на левых с учетом того, что плотность состояний содержит примесный вклад $\rho_{d\alpha}$, слагаемые, пропорциональные $\mathcal{T}V^2$ и $\mathcal{T}^2V^2$, описывают два возможных процесса резонансного рассеяния, т. е. рассеяния флуктуаций зарядовой и псевдоспиновой плотностей многочастичными примесными степенями свободы, которые описываются гриновской функцией $\mathcal{G}_d(z_r)$, определенной в (17).

1. В кондо-режиме примесная плотность состояний определяется выражением (25) и, соответственно, полюсы вблизи уровня Ферми порождаются теми вкладами в $\Sigma_\alpha(z)$, которые в той или иной области параметров наиболее сингулярны при малых $|z| \ll \Gamma_K$. Прежде всего, рассмотрим решения (32), которые обусловлены рассеянием негибридизованных с зонными коллективными возбуждениями примесных степеней свободы. Согласно (17), негибридизованные степени свободы описываются функцией Грина $\mathcal{G}_d(z_r) = 1/z_r$. Начнем со случая, когда основной вклад в $\Sigma_\alpha(z)$ дает член, пропорциональный $|\varepsilon|^{\eta_c - 2}$, в плотности состояний. Оставляя в (32) главные при малых $|z|$ члены, получаем следующее уравнение для полюсов:

$$1 - V^2\mathcal{T}^2\mathcal{G}_d(z_r)\Sigma_L(z_r)\Sigma_R(z_r) \times \times \Big(\Sigma_L(z_r) + \Sigma_R(z_r)\Big) = 0. \quad (33)$$

Для $z_{r\pm}$ в (33) подставляются соответственно $\Sigma_\alpha^{(\pm)}(z_{r\pm})$. Отметим также, что, поскольку $\rho_L(|\varepsilon|) = \rho_R(|\varepsilon|)$, то и $\Sigma_L(z_r) = \Sigma_R(z_r)$.

Рассмотрим решения с z_{r-}. Запишем z_{r-} в виде $z_{r-} = |z_{r-}|\exp(i\varphi)$, причем физическим решениям отвечают значения $0 < \varphi < \pi/2$ для $\mathrm{Re}(z_{r-}) < 0$. Решая действительную и мнимую части уравнения (33), получаем следующее решение с $|z_{r-}| \ll \Gamma_K$:

$$\frac{|z_{r-}|}{\varepsilon_0} \approx A_1\left(\frac{\mathcal{T}}{\varepsilon_0}\right)^{2/(7-3\eta_c)}\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right)^{8/(7-3\eta_c)}, \quad \varphi = \frac{\pi}{7-3\eta_c}, \quad (34)$$

где A_1 — множитель порядка единицы. Данное решение существует при выполнении следующих условий:

$$1 < \eta_c < \frac{5}{3}, \quad \left(\frac{\mathcal{T}}{\varepsilon_0}\right)^{1/4}\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right) \ll \left(\frac{\Gamma_K}{\varepsilon_0}\right)^{(7-3\eta_c)/8}. \quad (35)$$

Первая система неравенств возникает из требования обращения в нуль мнимой части уравнения (33).

Когда условия (35) не выполняются, уравнение (33) может иметь решения за счет двух других вкладов в плотность состояний. При $\rho_{d\alpha} \sim |\varepsilon|^{\eta_c - 1}$ и $\mathcal{G}_d(z_r) = 1/z_r$ имеется решение $z_{r-} = \varepsilon_{r-} < 0$, отвечающее локализованному уровню ниже энергии Ферми. Положение уровня определяется энергией

$$\frac{|\varepsilon_r|}{\varepsilon_0} = A_2\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right)^{8/(4-3\eta_c)}\left(\frac{\mathcal{T}}{\varepsilon_0}\right)^{2/(4-3\eta_c)} \times \times \left(\frac{\varepsilon_0}{\Gamma_K}\right)^{3/(4-3\eta_c)}, \quad |\varepsilon_r| \ll \Gamma_K. \quad (36)$$

Наконец, при $\rho_{d\alpha} \sim |\varepsilon|^{\eta_c}$ и $\mathcal{G}_d(z_r) = 1/z_r$ имеется резонанс с z_{r+},

$$\frac{|z_{r+}|}{\varepsilon_0} \approx A_3\left(\frac{\mathcal{T}}{\varepsilon_0}\right)^{1/(1-2\eta_c)}\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right)^{6/(1-2\eta_c)} \times \times \left(\frac{\varepsilon_0}{\Gamma_K}\right)^{4/(1-2\eta_c)}, \quad \varphi = \frac{2\pi\eta_c}{1-2\eta_c}, \quad (37)$$

который существует при выполнении условий

$$\eta_c < \frac{1}{6}, \quad \left(\frac{\mathcal{T}}{\varepsilon_0}\right)^{1/4}\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right) \ll \left(\frac{\Gamma_K}{\varepsilon_0}\right)^{(5-2\eta_c)/8}. \quad (38)$$

Мы видим, что все полученные резонансы образуются в результате рассеяния негибридизованных примесных степеней свободы многочастичными возбуждениями, которые формируют плотность состояний при малых энергиях.

Процесс рассеяния многочастичных возбуждений с $\mathcal{G}_d(z_r) = 1/(z_{r\pm} + i\Gamma_K \mathrm{sign}\,\varepsilon_{r\pm})$, описываемый членом в Σ_{sc}, пропорциональным $\mathcal{T}^2V^2$, не приводит к формированию резонансов с $|z_r| \ll \Gamma_K$. Иными словами, в этом случае уравнение (33) не имеет физических решений.

В режиме X-ray-edge в уравнение (33) подставляются выражения для $\mathcal{G}_d$ и Σ_α соответственно из (18) и (31). При $\mathrm{Re}(\tilde{z}_r) > 0$ получаем резонанс, положение и ширина которого определяются формулами

$$\frac{|\tilde{z}_r|}{\varepsilon_0} \approx A_3\left(\frac{\mathcal{T}}{\varepsilon_0}\right)^{1/2(1-\alpha_S)}\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right)^{2/(1-\alpha_S)} \times \times \left(\frac{\tilde{\Delta}}{\varepsilon_0}\right)^{(\eta_c-1)/4(1-\alpha_S)}, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}, \quad (39)$$

здесь $A_3 \sim 1$. Поскольку $\tilde{\Delta} \ll \varepsilon_0$ и $\eta_c \gg \alpha_S$, при $\eta_c > 1$ резонанс может быть достаточно узким с шириной, много меньшей $\tilde{J}_z^2/\varepsilon_F$.

2. В той области параметров, где уравнение (33) не имеет решений, полюсы могут быть обусловлены другими процессами рассеяния, помимо тех, которые дают вклад в Σ_{sc}, пропорциональный $\mathcal{T}^2V^2$. Предполагая, что последний вклад мал в областях, где (33) не имеет решений, рассмотрим уравнение

$$1 - 2V^2\mathcal{T}\mathcal{G}_d(z_r)\Sigma_L(z_r)\Sigma_R(z_r) = 0. \quad (40)$$

В кондо-режиме, когда основной вклад в Σ_α дает член, пропорциональный $|\varepsilon|^{\eta_c-2}$ в плотности состояний, фермижидкостной резонанс формируется за счет рассеяния многочастичных возбуждений резонансным уровнем с

$$\mathcal{G}_d(z_r) = \frac{1}{z_{r\pm} + i\Gamma_K \mathrm{sign}\,\varepsilon_{r\pm}} \approx \mp \frac{i}{\Gamma_K}$$

соответственно для $\mathrm{Re}(z_r) > 0$, $\mathrm{Re}(z_r) < 0$. Положение и ширина фермижидкостного резонанса определяются следующим решением уравнения (40):

$$\frac{|z_{r-}|}{\varepsilon_0} \approx A\left(\frac{\mathcal{T}}{\varepsilon_0}\right)^{1/2(2-\eta_c)}\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right)^{6/2(2-\eta_c)} \times \\ \times \left(\frac{\varepsilon_0}{\Gamma_K}\right)^{1/2(2-\eta_c)}, \quad \varphi = \frac{\pi}{4(2-\eta_c)}, \quad (41)$$

где A — множитель порядка единицы. Данное решение существует при выполнении условий

$$1 < \eta_c < \frac{3}{2}, \quad \left(\frac{\mathcal{T}}{\varepsilon_0}\right)^{1/6}\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right) \ll \left(\frac{\Gamma_K}{\varepsilon_0}\right)^{(5-2\eta_c)/6}. \quad (42)$$

Тот же процесс рассеяния порождает фермижидкостный резонанс z_{r-} в случае, когда основной вклад в Σ_α дает член, пропорциональный $|\varepsilon|^{\eta_c-1}$ в плотности состояний. В данном случае новый резонанс существует при

$$\eta_c < 1, \quad \left(\frac{\mathcal{T}}{\varepsilon_0}\right)^{1/6}\left(\frac{V}{\varepsilon_0}\right) \ll \left(\frac{\Gamma_K}{\varepsilon_0}\right)^{(3-2\eta_c)/6}. \quad (43)$$

Естественно, что когда области существования резонансов пересекаются, определяющим в уравнении (32) является вклад, наиболее сингулярный при малых энергиях.

И, наконец, новые особенности могут возникать за счет потенциального рассеяния правых фермионов на левых с учетом примесной плотности состояний (25). Положение полюсов в этом случае определяется решениями уравнения $1 - \mathcal{T}^2\Sigma_L(z_r)\Sigma_R(z_r) = 0$. Нетрудно показать, что решение имеется в случае, когда основной вклад в Σ_α дает член, пропорциональный $|\varepsilon|^{\eta_c-2}$, и представляет собой локализованный уровень ниже энергии Ферми.

Можно также показать, что в режиме X-ray-edge потенциальное рассеяние порождает локализованный уровень выше энергии Ферми.

Если плотность состояний на уровне Ферми определяется выражением $\rho_{0\alpha}$ для чистой латтинжеровской жидкости, то потенциальное рассеяние правых фермионов на левых не приводит к формированию дополнительных фермижидкостных резонансов или уровней при малых энергиях. Этот случай рассматривался в работе [10].

В заключение этого раздела покажем, что полученные в (35), (38), (42), (43) неравенства для параметра η_c, определяющие области существования новых фермижидкостных резонансов, согласуются с неравенством $K_c < 1/2$. Напомним, что это есть условие применимости модели с $J_B = 0$. В частности, условия для η_c в (35), (42) отвечают соответственно неравенствам $0.13 < K_c < 0.2$ и $0.11 < K_c < 0.2$. Наконец, условию $\eta_c < 1$ в (43) отвечают значения $K_c > 0.2$. В этом случае рассмотренный в работе механизм обеспечивает неустойчивость в области $1 > \eta_c > 1/8$, что также согласуется с полученными выше условиями.

6. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ. ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

В латтинжеровской жидкости с двухуровневыми примесями существуют при малых энергиях несколько типов нефермижидкостных возбуждений с различными квантовыми числами. Это, во-первых, флуктуации зарядовой плотности латтинжеровской жидкости, во-вторых, многочастичные возбуждения, обусловленные двухканальным обменным взаимодействием и связанные как с зонными, так и с примесными фермионными состояниями. Полученные выше результаты показывают, что рассеяние многочастичных возбуждений разных типов друг на друге приводит к появлению дополнительной фермижидкостной особенности вблизи уровня Ферми в одномерной системе. Определены условия, при которых основным состоянием системы является фермижидкостное состояние с новым энергетическим масштабом, много меньшим температуры Кондо.

1. Характер многочастичных возбуждений при малых энергиях и соответственно тип фазового состояния определяются следующими параметрами: шириной Γ_K или, в пределе сильной связи, температурой Кондо T_K; начальной энергией глубокого уровня E_d, которая входит в обменные константы; значением аномальной размерности η_c в зарядовом канале латтинжеровской жидкости (или, что то же самое, величиной параметра K_c) и, наконец, величиной расщепления Δ примесного уровня. Определим состояния системы в зависимости от значений этих параметров.

Новые фермижидкостные резонансы отсутствуют. Согласно условиям (35), (37), (42), (43), это означает, что в кондо-режиме во всяком случае должно быть выполнено условие $\eta_c > 5/3$ и/или температура Кондо оказывается очень низкой. В последнем случае не выполняются условия типа $|z_r| \ll T_K$ и мы получаем фазовое состояние системы, в котором в зарядовом канале имеют место возбуждения латтинжеровской жидкости, а в псевдоспиновом — возбуждения, порожденные двухканальным обменным взаимодействием. В свою очередь, если вначале параметры таковы, что выполнено условие $T_K \gg \Delta$ и система находится в кондо-режиме, то, уменьшая затем T_K с помощью увеличения глубины примесного уровня и тем самым уменьшения J, мы переходим в режим X-ray-edge. Подобный переход может быть также реализован при фиксированном значении T_K путем увеличения величины Δ.

Низкотемпературное поведение теплоемкости $\mathcal{C}$ линейной цепи, как известно, определяется выражением γT, где величина γ обратно пропорциональна скорости звука. Это есть запись дебаевского закона в одномерном случае. В чистой латтинжеровской жидкости из-за разделения псевдоспиновых и зарядовых степеней свободы теплоемкость имеет два аддитивных вклада одинаковой формы с $\gamma_c \sim v_c^{-1}$ и $\gamma_s \sim v_s^{-1}$.

В присутствии двухуровневых примесей возбуждения в псевдоспиновом канале определяются двухканальным обменным взаимодействием. В этом случае, как известно [24, 32], γ ведет себя как $\ln(T_K/T)$ во втором порядке теории возмущений по $\tilde{J}_z/J_\perp$ и эта зависимость будет основной при низких температурах. При температуре кроссовера $T_{c1} \sim \Delta$ логарифмическая зависимость переходит в степенную: $\gamma \propto T^{-1+\alpha_S}$. Рост теплоемкости при понижении температуры продолжается до $T \propto \max[\gamma_c^{-1}, \Delta^2/T_K]$. Соответственно, $\gamma_{max} \propto \max[\gamma_c, T_K/\Delta^2]$. Однородная статическая восприимчивость ведет себя аналогичным образом на линии ЕК ($\tilde{J}_z = 0$), но, поскольку постоянного слагаемого в восприимчивости нет, низкотемпературный рост продолжается до $T \propto \Delta^2/T_K$.

Отметим существование аномальных корреляций на примесном узле. Расходимость коррелятора $\langle S^+S^-\rangle(\omega = 0, T) \sim \ln(1/T)$ отвечает свободному вращению примесного псевдоспина. Отметим также, что поскольку число фермионов при двухканальном обменном взаимодействии (15)) не сохраняется, в кондо-режиме отличны от нуля аномальные компоненты $\langle dd\rangle, \langle d^+d^+\rangle$ функции Грина $\mathcal{G}_d$ резонансного уровня.

Фермижидкостные резонансы существуют в кондо-режиме при сравнительно небольших значениях η_c и достаточно высоких T_K, как следует из полученных выше формул. Если значение η_c удовлетворяет какому-либо из условий существования резонансов, но не выполняется соответствующее условие типа $|z_r| \ll T_K$, то, уменьшая глубину примесного уровня и, тем самым, увеличивая температуру Кондо, мы получим дополнительный фермижидкостный резонанс вблизи уровня Ферми.

В режиме X-ray-edge, как следует из выражений (40), фермижидкостные резонансы существуют для всех допустимых значений α_S, т. е. глубин примесного уровня, но только в случае сильных взаимодействий в зарядовом канале латтинжеровской жидкости.

Как в кондо-режиме, так и в режимах X-ray-edge возможны переходы из нефермижидкостного в фермижидкостное состояние. Характеристические температуры кроссоверов $T_{c2} \propto \gamma_r$, γ_r — ширины фермижидкостных резонансов. При этом температурный переход в фермижидкостное состояние, который в отсутствие фермижидкостных резонансов имел место при $T \sim \max[\gamma_c^{-1}, \Delta^2/T_K]$, теперь может происходить при $T \sim \gamma_r$, если $\gamma_r > \max[\gamma_c^{-1}, \Delta^2/T_K]$.

2. Ферми-газы в ловушке представляют собой фермионные атомы массой m с двумя внутренними состояниями [4–7]. Число атомов в каждом состоянии одинаково. Если атомы охлаждены до температуры ниже температуры Ферми T_F, то они образуют вырожденный ферми-газ. Для того чтобы систему можно было рассматривать как эффективно одномерную, характерная энергия продольного движения должна быть много меньше характерного расстояния $\omega_\perp$ между уровнями поперечного квантования. Иными словами, должно выполняться соотношение $\varepsilon_F \ll \omega_\perp$ ($\hbar = 1$). При низких температурах возможны только s-столкновения между ферми-атомами с разными спинами, поэтому взаимодействия характеризуются одним параметром — длиной рассеяния $a \ll l_\perp$, где $l_\perp = (1/m\omega_\perp)^{1/2}$. Эффективное $1D$-взаимодействие может быть представлено в виде короткодействующего потенциала с характерной величиной $g = 2\pi a/ml_\perp^2$ [4, 5]. С учетом этих ограничений предположим, что в продольном направлении атомы находятся в ящике длиной L с периодическими граничными условиями. Тогда гамильтониан атомного ферми-газа без примесей имеет вид

$$H = \pi v_F \sum_{\alpha\sigma} \int dx \rho_{\alpha\sigma}^2(x) + \sum_{\alpha\sigma\sigma'} \int dx \Big[g_4^{\sigma\sigma'} \rho_{\alpha\sigma}(x)\rho_{\alpha\sigma'}(x) + \sum_{\alpha'\neq\alpha} \Big(g_2^{\sigma\sigma'} \rho_{\alpha\sigma}(x)\rho_{\alpha'\sigma'}(x) + g_1^{\sigma\sigma'} \psi_{\alpha\sigma}^+ \psi_{\alpha'-\sigma}^+ \psi_{\alpha\sigma} \psi_{\alpha'-\sigma} \Big) \Big],$$

т. е. является гамильтонианом модели Латтинжера.

Возможность описания атомного ферми-газа без примесей с помощью модели Латтинжера и способы экспериментального наблюдения спин-зарядового разделения рассматривались в работе [33]. При наличии примесей полученные выше результаты применимы для атомного газа, если наряду с уже приведенными, выполнено также соотношение $U < \omega_\perp$. В атомном ферми-газе зарядовые флуктуации отвечают флуктуациям средней плотности газа, тогда как псевдоспиновые флуктуации описывают флуктуации относительной плотности на двух уровнях, отвечающих внутренним состояниям атомов. Аномальное поведение одноузельного коррелятора $\langle S^+S^-\rangle(\omega = 0, T) \sim \ln(1/T)$, обусловленное двухканальным обменным взаимодействием, для атомных ферми-газов отвечает аномальному увеличению при понижении температуры корреляций между числами заполнения двух внутренних состояний примесного узла. Это может свидетельствовать о тенденции к формированию сверхтекучего состояния по относительной плотности двух компонент примесной подсистемы в квазиодномерной системе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Schonhammer, E-print archives, cond-mat/9710330.
2. H. J. Schulz, G. Cuniberti, and P. Pieri, E-print archives, cond-mat/9807366.
3. U. Meirav, M. A. Kastner, M. Heiblum, and S. J. Wind, Phys. Rev. B **40**, 5871 (1989).
4. B. DeMarco and D. S. Jin, Phys. Rev. A **58**, R4267 (1998).
5. B. DeMarco and D. S. Jin, Science **285**, 1703 (1999).
6. M. O. Mewes, G. Ferrary, F. Schrenk, A. Sinatra, and C. Salomon, Phys. Rev. A **61**, 011403(R) (1999).
7. J. L. Roberts, N. R. Claussen, S. L. Cornish, E. A. Donley, C. E. Wiemann, and E. A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **86**, 4211 (2001).
8. F. D. M. Haldane, J. Phys. C **14**, 2585 (1981).
9. A. M. Tsvelik, *Quantum Field Theory in Condensed Matter Physics*, Cambridge University Press, Cambridge (1995).
10. C. L. Kane and M. P. A. Fisher, Phys. Rev. B **46**, 15233 (1992).
11. T. Ogava, A. Furusaki, and N. Nagaosa, Phys. Rev. Lett. **68**, 3638 (1992).
12. D. K. K. Lee and Y. Chen, Phys. Rev. Lett. **69**, 1399 (1992).
13. A. O. Gogolin, Phys. Rev. Lett. **71**, 2995 (1993).
14. N. V. Prokof'ev, Phys. Rev. B **49**, 2148 (1994).
15. A. C. Hewson, *The Kondo Problem to Heavy Fermions*, Cambridge University Press, Cambridge (1993).
16. P. Nozieres and A. Blandin, J. de Phys. **41**, 193 (1980).
17. N. Andrei and S. Destri, Phys. Rev. Lett. **52**, 364 (1984).
18. Dung-Hai Lee and J. Toner, Phys. Rev. Lett. **69**, 3378 (1992).
19. A. Furusaki and N. Nagaosa, Phys. Rev. Lett. **72**, 892 (1994).
20. M. Fabrizio and A. O. Gogolin, Phys. Rev. B **51**, 17827 (1995).
21. M. Fabrizio, A. O. Gogolin, and Ph. Nozieres, Phys. Rev. Lett. **74**, 4503 (1995).
22. L. A. Manakova, JETP Lett. **67**, 1069 (1998).
23. L. A. Manakova, JETP Lett. **69**, 772 (1999).
24. V. J. Emery and S. Kivelson, Phys. Rev. B **46**, 10812 (1992).
25. J. L. Black, K. Vladar, and A. Zawadowski, Phys. Rev. B **26**, 1559 (1982).
26. K. Vladar and A. Zawadowski, Phys. Rev. B **28**, 1546 (1983).
27. P. Nozieres and C. T. de Dominicis, Phys. Rev. **178**, 1097 (1969); K. D. Schotte and U. Schotte, Phys. Rev. **182**, 479 (1969).
28. A. Luther and I. Peschel, Phys. Rev. B **9**, 2911 (1974).
29. V. Meden and K. Schonhammer, Phys. Rev. B **46**, 15753 (1992).
30. K. Schonhammer and V. Meden, Phys. Rev. B **47**, 16205 (1993).
31. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Физматлит, Москва (1962).
32. A. M. Sengupta and A. Georges, Phys. Rev. B **49**, 1020 (1994).
33. A. Ricati, P. O. Fedichev, W. Zweger, and P. Zoller, E-print archives, cond-mat/0212195.