

# РЕЗОНАНСНОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ ЧЕРЕЗ КВАНТОВУЮ ЯМУ С ДВУМЯ БАРЬЕРАМИ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

**A. Ю. Серов\*, Г. Г. Зегря\*\***

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе  
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 8 октября 2003 г.

Теоретически исследовано туннелирование электронов через гетероструктуру с двумя барьераами и квантовой ямой между ними в магнитном поле, перпендикулярном току. Учен вклад в ток от электронов с различным положением центра магнитного осциллятора. Показано, что с усилением магнитного поля происходит сужение области  $Z$ -образности вольт-амперной характеристики гетероструктуры. Анализ показывает, что существует критическое значение напряженности магнитного поля, при котором  $Z$ -образная вольт-амперная характеристика переходит в  $N$ -образную. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

PACS: 73.40.Gk, 72.80.Ey, 72.20.Ht

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Полупроводниковые системы с сильно нелинейными вольт-амперными характеристиками получили широкое распространение в электронике. Они находят применение в качестве высокочастотных генераторов, логических элементов, переключателей [1]. Одним из примеров системы с сильно нелинейной вольт-амперной характеристикой является гетероструктура с двумя барьераами и квантовой ямой между ними. Такая структура называется резонансным туннельным диодом и впервые изучалась Есаки и Чангом [2]. В квантовой яме может существовать один или несколько уровней энергии. Область слева играет роль резервуара электронов проводимости, область справа играет роль коллектора. К этим областям примыкают контакты. В резонанском туннельном диоде используется следующая особенность двойного барьера: его туннельная прозрачность имеет ярко выраженный резонансный характер. Это значит, что величина тока сильно зависит от положения уровня энергии в квантовой яме по отношению к энергии Ферми электронов в эмиттере. Ток достигает максимального значения при таких напряжениях, когда энергия электронов в эмиттере

равна энергии дискретного уровня в квантовой яме. При более высоких напряжениях энергия налетающих электронов станет больше энергии дискретного уровня в квантовой яме и туннельная прозрачность барьера уменьшится.

Исследуемая в работе [2] вольт-амперная характеристика резонансного туннельного диода имела  $N$ -образный вид. В работе [3] было высказано предположение о влиянии носителей заряда в квантовой яме на потенциал системы и на вид вольт-амперной характеристики. Позже было установлено, что в такой системе вольт-амперная характеристика может иметь  $Z$ -образный вид [4]. Наличие  $Z$ -образного участка на вольт-амперной характеристике в этой работе объясняется влиянием на потенциал структуры электрического поля, создаваемого носителями заряда, накопленными в квантовой яме, и в дальнейшем многие исследователи пользовались этой моделью [5–8]. Однако в работе [9] было выдвинуто альтернативное объяснение этого эффекта, где в качестве причины  $Z$ -образности выступают высокочастотные осцилляции тока во внешней цепи в диапазоне отрицательного дифференциального сопротивления. В работе [10] в рамках динамической модели было показано, что следствием накопления электронов в квантовой яме и экранировки потенциала этиими электронами является не только  $Z$ -образность вольт-амперной характеристики, но и высокочастот-

\*E-mail: andserov@as11585.spb.edu

\*\*E-mail: zegrya@theory.ioffe.rssi.ru

ные осцилляции тока, которые предположительно наблюдались авторами работы [9]. В дальнейшем мы не будем касаться этих осцилляций.

В случае  $Z$ -образной вольт-амперной характеристики при одном напряжении возможны два значения выходного тока. Такую возможность будем в дальнейшем называть бистабильностью вольт-амперной характеристики. При этом не следует понимать под бистабильностью возможность реализации нескольких состояний при подключенной нагрузке.

Для дальнейшего изучения транспортных свойств резонансного туннельного диода было исследовано влияние магнитного поля. Оказалось, что магнитное поле, параллельное току, не влияет на такие параметры вольт-амперной характеристики как ширина области бистабильности и пиковое значение тока. Это связано с тем, что продольное магнитное поле не влияет на движение носителей заряда вдоль тока, а приводит к изменению плотности состояний. Эксперимент и теория [11–13] показали, что включение продольного магнитного поля приводит к появлению ступенек на вольт-амперной характеристике, количество которых связано с числом уровней Ландау.

Туннелирование через резонансный туннельный диод в магнитном поле, перпендикулярном току, представляет собой более сложную задачу из-за наложения магнитной осцилляторной составляющей потенциала на потенциал гетеробарьеров. Туннелирование через один барьер в поперечном магнитном поле было исследовано в работе [14]. Координаты центра магнитной составляющей потенциала могут принимать различные значения, от которых сильно зависит вероятность туннелирования. Для вычисления тока через гетероструктуру необходимо учитывать вклад от электронов с различным положением центра магнитного осциллятора.

Экспериментально было получено [15], что с увеличением поперечного магнитного поля область  $Z$ -образности вольт-амперной характеристики сужается и пиковое значение тока уменьшается. В работе [15] показано, что существует критическое значение магнитного поля, выше которого вольт-амперная характеристика вырождается в  $N$ -образную. Но количественных оценок и расчетов, подтверждающих исчезновение  $Z$ -образности, в работе нет. Теоретический расчет туннелирования через резонансный туннельный диод в поперечном магнитном поле был проделан в работах [16, 17]. Однако влияние заряда, накопленного в квантовой яме, на потенциал и, как следствие, эффект

бистабильности вольт-амперной характеристики в данных работах не исследованы.

В настоящей работе с помощью формализма туннельного матричного элемента [18] рассчитана вольт-амперная характеристика резонансного туннельного диода в поперечных электрическом и магнитном полях с учетом экранировки потенциала носителями заряда, накопленными в квантовой яме. Показано, что поперечное магнитное поле приводит к сужению области бистабильности на вольт-амперной характеристике, и при некотором критическом значении поля  $Z$ -образная характеристика вырождается в  $N$ -образную. Сужение области бистабильности сопровождается уменьшением пикового значения резонансного тока. Получено выражение для определения критического магнитного поля, при котором исчезает  $Z$ -образность вольт-амперной характеристики. Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными [15].

## 2. ГАМИЛЬТОНИАН СИСТЕМЫ, ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим резонансный туннельный диод в магнитном поле, перпендикулярном току. Направим вектор магнитного поля вдоль оси  $y$ , в то время как ток протекает вдоль оси  $z$ . Выберем калибровку векторного потенциала магнитного поля, позволяющую свести задачу к одномерной:

$$\mathbf{A} = (Hz, 0, 0), \quad (1)$$

где  $H$  — величина магнитного поля.

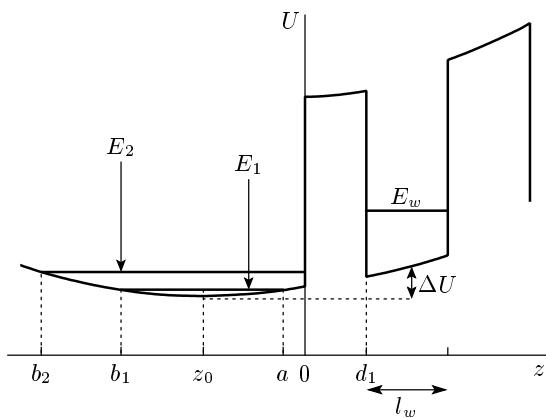
В этом случае гамильтониан системы принимает вид

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left( \hat{p}_x - \frac{e}{c} Hz \right)^2 + \frac{\hat{p}_y^2}{2m} + \frac{\hat{p}_z^2}{2m} + U_b(z), \quad (2)$$

где  $U_b$  — потенциал двух барьеров,  $e$  — величина заряда электрона. Из формулы (2) видно, что к  $U_b$  добавляется магнитная составляющая, квадратичная по координате  $z$  (рис. 1). При этом надо учитывать, что положение центра параболы определяется импульсом электрона  $p_x$  и, значит, может различаться для разных электронов. Потенциальная энергия для электронов имеет вид

$$U(z) = U_b + \frac{mw_c^2(z - z_0)^2}{2}, \quad (3)$$

$$z_0 = \frac{cp_x}{eH}, \quad w_c = \frac{eH}{mc},$$



**Рис. 1.** Потенциал системы в магнитном поле:  $z_0$  — положение центра магнитного осциллятора;  $E_1, E_2$  — квантованные уровни энергии в эмиттере;  $b_1, b_2$  — левые точки поворота для электронов с энергиями соответственно  $E_1$  и  $E_2$ ,  $a$  — правая точка поворота электрона с энергией  $E_1$ ;  $\Delta U$  — величина смещения дна квантовой ямы относительно эмиттера

где  $w_c$  — циклотронная частота в магнитном поле,  $z_0$  — центр магнитного осциллятора.

Необходимо учесть, что уровень энергии электрона в квантовой яме в присутствии поперечного магнитного поля сдвигается относительно эмиттера вверх на величину (см. рис. 1)

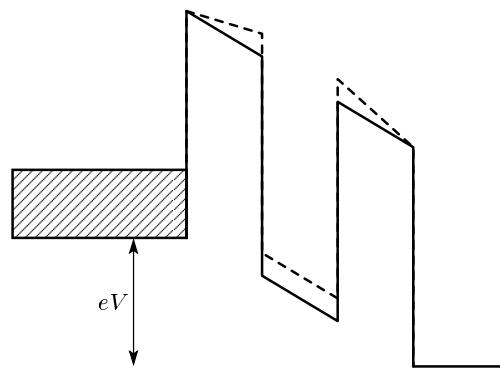
$$\Delta U(z_0) = \frac{m w_c^2 (|z_0| + d_1 + l_w/2)^2}{2}, \quad (4)$$

где  $d_1$  — ширина гетеробарьера,  $l_w$  — ширина квантовой ямы.

Приложенная к структуре разность потенциалов сдвигает дно квантовой ямы вниз, смещающая также уровни энергии относительно эмиттера. Помимо внешнего напряжения на положение уровня энергии электронов в квантовой яме влияет электрическое поле, создаваемое в ней электронами. Именно оно приводит к бистабильности вольт-амперной характеристики. Найдем суммарное смещение уровня энергии электрона  $\Delta E$  в квантовой яме в зависимости от величины внешнего напряжения и концентрации носителей заряда. Считая поле, создаваемое зарядами в квантовой яме, как поле заряженной плоскости, получаем выражение для смещения уровня энергии в яме [4]:

$$\Delta E = e\phi - \frac{eU}{2} = \frac{2\pi e^2 (d_1 + l_w/2)n}{\epsilon} - \frac{eU}{2}. \quad (5)$$

Здесь  $n$  — двумерная концентрация электронов в



**Рис. 2.** Потенциал системы в отсутствие магнитного поля без учета экранировки электронами (сплошная линия) и с учетом экранировки (штриховая линия)

квантовой яме,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $U$  — приложенное напряжение.

На рис. 2 показана зонная структура без учета поля электронов в квантовой яме (сплошная линия) и с учетом его влияния на потенциал (5) (штриховая линия). Из рис. 2 следует, что дно квантовой ямы смещается вверх под действием поля, создаваемого электронами в квантовой яме. Чем больше в ней концентрация электронов, тем сильнее создаваемое ими поле и тем выше смещается дно ямы относительно эмиттера, а вместе с ним и положение уровня энергии. Отсюда следует возможность возникновения бистабильности, когда в зависимости от концентрации электронов уровень энергии в квантовой яме находится ниже или выше дна зоны проводимости эмиттера. В первом случае ток через структуру будет мал, во втором случае будет наблюдаться резонансный ток.

Для вычисления тока через структуру будем пользоваться моделью, в которой предполагается, что ток когерентных электронов (проходящих через гетероструктуру без отражения) мал вследствие процессов рассеяния в квантовой яме. Экспериментальное подтверждение этого факта косвенно приведено в работе [13], где исследовано туннелирование через несимметричную резонансную туннельную гетероструктуру. Авторами рассмотрен случай прямого смещения под действием приложенной разности потенциалов (первый барьер гетероструктуры слабее, чем второй) и обратного смещения (второй барьер гетероструктуры слабее, чем первый), при этом ширина барьера гетероструктуры одинакова. Модель когерентного туннелирования (модель резонатора Фабри-Перо) должна давать одинаковые зна-

чения для когерентного вклада в ток в обоих случаях. Однако в случае прямого смещения (случай  $Z$ -образности вольт-амперной характеристики) значение пикового тока на порядок превышает значение пикового тока в случае обратного смещения. Даже если считать, что весь ток при обратном смещении определяется когерентным туннелированием, для случая прямого смещения этим током можно пренебречь.

Таким образом, электроны из эмиттера туннелируют через первый барьер в квантовую яму, откуда после многократных отражений от стенок барьера туннелируют в коллектор; состояния в эмиттере мы считаем постоянно занятыми, поэтому вернуться в эмиттер электроны из квантовой ямы не могут в силу запрета Паули. Ток из эмиттера в квантовую яму определяется потенциалом системы (положением уровня энергии в квантовой яме относительно эмиттера) и, следовательно, зависит от приложенного напряжения и концентрации носителей заряда в квантовой яме. Ток из квантовой ямы в коллектор, в свою очередь, не зависит от напряжения и пропорционален концентрации носителей заряда в квантовой яме. Для получения вольт-амперной характеристики необходимо при фиксированных значениях напряжения искать пересечения зависимостей тока в квантовую яму и тока из нее от концентрации носителей заряда в яме.

### 3. ТУННЕЛЬНЫЙ МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ

Для вычисления тока из эмиттера в квантовую яму воспользуемся формализмом туннельного матричного элемента, предложенным Бардиным [18]. Более подробное исследование этого вопроса изложено в работах [19, 20]. Бардин применил следующий подход к этой задаче. Вместо того чтобы вводить состояния, которые были бы точными решениями некоторого приближенного гамильтониана, он ввел приближенные решения точного гамильтониана. Следуя Бардину, выберем такие состояния носителей заряда в подбарьерной области:

$$\psi_w(z) = b_w e^{\kappa_2 z}, \quad z \leq d_1, \quad (6)$$

$$\psi_e(e) = b_e e^{-\kappa_2 z}, \quad z \geq 0, \quad (7)$$

где  $\psi_w$  — волновая функция электрона справа от барьера, убывающая в области  $z \leq 0$ , вместо того чтобы удовлетворять там уравнению Шредингера. Аналогично  $\psi_e$  — волновая функция электрона в эмиттере — продолжает убывать при  $z \geq d_1$ . В этом случае

$\psi_w$  является точным решением задачи с гамильтонианом  $\hat{H}$  для  $z \geq 0$ , а  $\psi_e$  — точным решением при  $z \leq d_1$ . При этом туннельный матричный элемент равен [18, 19]

$$T_{we} = \int \psi_w^* (\hat{H} - E_e) \psi_e dz. \quad (8)$$

С помощью функций (6) получаем

$$T_{we} = \frac{\hbar^2 \kappa_2}{m} b_w^* b_e. \quad (9)$$

Используя граничные условия для волновой функции и ее производной на границе барьера в точке  $z = d_1$ , можно получить для коэффициента  $b_w$  следующее выражение:

$$b_w = \frac{2ik_3}{\kappa_2 + ik_3} \sqrt{\frac{1}{l_w}} e^{-\kappa_2 d_1}, \quad (10)$$

где  $k_3 = \hbar^{-1} \sqrt{2mE_w}$ .

Для вычисления коэффициента  $b_e$  воспользуемся квазиклассическими волновыми функциями в эмиттере и в подбарьерной области:

$$\psi_e = \sqrt{\frac{2mw}{\pi p}} \cos \left( \frac{i}{\hbar} \int_a^z p dz + \frac{\pi}{4} \right), \quad z < a, \quad (11)$$

$$\psi_e = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2mw}{\pi p}} \exp \left( -\frac{1}{\hbar} \int_a^z |p| dz \right), \quad z > a, \quad (12)$$

где  $a$  — точка поворота (рис. 1),  $w = 2\pi\nu$  — частота столкновений электрона с барьером в эмиттере. Таким образом,  $b_e$  записывается в виде

$$b_e = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2mw}{\pi |p|}} \exp \left( -\frac{1}{\hbar} \int_a^0 |p| dz \right). \quad (13)$$

Для упрощения последнего выражения введем  $l_e = |z_0 - a|$ . Учитывая, что

$$|p| = \sqrt{2m(U - E)} = mw_c \sqrt{(z - z_0)^2 - l_e^2},$$

и интегрируя в (13), получаем

$$b_e = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2mw}{\pi |p|}} \exp \left( -\frac{mw_c}{2\hbar} \left[ |z_0| \sqrt{z_0^2 - l_e^2} - l_e^2 \ln \left( |z_0| + \sqrt{z_0^2 - l_e^2} \right) + l_e^2 \ln l_e \right] \right). \quad (14)$$

Подставляя (14) и (10) в (9), получаем окончательное выражение для туннельного матричного элемента:

$$|T_{we}|^2 = \frac{4k_3^2}{k_3^2 + \kappa_2^2} \frac{\hbar^3 \kappa_2 \nu}{ml_w} \times \\ \times \exp \left( -2\kappa_2 d_1 - \frac{mw_c}{\hbar} \left[ |z_0| \sqrt{z_0^2 - l_e^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - l_e^2 \ln \left( |z_0| + \sqrt{z_0^2 - l_e^2} \right) + l_e^2 \ln l_e \right] \right). \quad (15)$$

Электроны в эмиттере, для которых выполняется соотношение  $|b - z_0| > |z_0|$  (см. уровень  $E_1$  на рис. 1), не долетают до барьера, их квазиклассическая частота соударений со стенками потенциальной ямы равна

$$\nu = w_c / 2\pi. \quad (16)$$

Для остальных электронов в эмиттере (см. уровень  $E_2$  на рис. 1) частоту соударений с барьером можно найти с помощью квазиклассических соотношений:

$$T = 2 \int_{b_2}^0 \frac{1}{v(z)} dz, \quad (17)$$

$$v(z) = \frac{1}{m} \sqrt{2m(E - U)} = \\ = w_c \sqrt{(b_2 - z_0)^2 - (z - z_0)^2},$$

$$E = \frac{mw_c^2(b_2 - z_0)^2}{2}, \quad U = \frac{mw_c^2(z - z_0)^2}{2}.$$

Здесь  $T$  — период колебаний электрона в эмиттере,  $E$  — один из уровней энергии размерного квантования в эмиттере, который находится с помощью квазиклассического приближения.

Интегрируя (17), получаем

$$T = \frac{\pi}{w_c} + \frac{2}{w_c} \arcsin \left( \frac{z_0}{b_2 - z_0} \right). \quad (18)$$

И следовательно, частота соударения электрона со стенкой барьера равна

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{w_c}{\pi + 2 \arcsin \left( \frac{z_0}{b_2 - z_0} \right)}. \quad (19)$$

В случае  $b_2 - z_0 = z_0$  барьер уже не влияет на условия квантования и выражение для  $\nu$  принимает более простой вид, который согласуется с (16):

$$\nu = w_c / 2\pi. \quad (20)$$

В случае  $b = z_0$  частота соударений удваивается:

$$\nu = w_c / \pi. \quad (21)$$

#### 4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ТОКА ИЗ ЭМИТТЕРА В КВАНТОВУЮ ЯМУ

Теперь, зная туннельный матричный элемент, можно вычислить ток через гетероструктуру. Согласно «золотому правилу» квантовой механики вероятность перехода из состояния  $a$  в состояние  $b$  в единицу времени выражается через матричный элемент по следующему закону:

$$P_{ba} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{ba}|^2 A_b(E_b). \quad (22)$$

Здесь  $T_{ba}$  — туннельный матричный элемент перехода из состояния  $a$  в состояние  $b$ ,  $A_b$  описывает плотность состояний в  $b$ . Учитывая количество электронов в эмиттере и принцип запрета Паули, можно выписать выражение для плотности тока из эмиттера в квантовую яму в следующем виде [7]:

$$J_{ew} = \frac{2e}{L_x L_y} \times \\ \times \sum \frac{2\pi}{\hbar} |T_{we}|^2 A_w(E_z) f(E) (1 - f_w(E)). \quad (23)$$

Здесь суммирование проводится по квантовым состояниям электрона в эмиттере,  $f(E)$  — функция распределения Ферми-Дирака носителей заряда в эмиттере,  $f_w$  — функция распределения Ферми-Дирака в квантовой яме,  $T_{we}$  — туннельный матричный элемент,  $L_x$ ,  $L_y$  — поперечные размеры структуры,  $A_w$  описывается функцией Лоренца:

$$A_w = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{(E - E_w)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (24)$$

Здесь  $\Gamma = \Gamma_l + \Gamma_r + \Gamma_s$  характеризует размытие уровня энергии размерного квантования в квантовой яме, величины  $\Gamma_l$ ,  $\Gamma_r$  описывают обратное время туннелирования из квантовой ямы соответственно через первый и второй барьеры,  $\Gamma_s$  характеризует обратное время рассеяния в квантовой яме,  $E_w$  — энергия частицы в квантовой яме, отсчитываемая от ее дна. Обратные времена туннелирования из ямы в эмиттер и коллектор можно оценить по формуле

$$\Gamma_r = \hbar/\tau = \hbar\nu_w D. \quad (25)$$

Здесь  $\nu_w$  — классическая частота соударений электрона с барьером — выражается через энергию уровня размерного квантования в яме и ширину квантовой ямы,  $D$  — коэффициент прохождения через барьер.

С учетом экранировки потенциала электронаами (5), накопленными в квантовой яме, и влияния

магнитного поля (4) выражение для  $A_w$  принимает вид

$$A_w = \frac{1}{2\pi} \Gamma \left[ \left( E_z - E_w - \frac{2\pi e^2 (d_1 + l_w/2)n}{\epsilon} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{eU}{2} - \Delta U(z_0) \right)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} \right]^{-1}. \quad (26)$$

Для того чтобы вычислить ток из квантовой ямы в эмиттер, надо просуммировать вклад от всех осцилляторных центров электронов. Задача упрощается тем, что чем дальше положение центра осциллятора от барьера, тем меньший вклад в ток он дает, так как удаленными осцилляторам надо преодолеть не только потенциальный барьер гетероструктуры, но и область под параболической составляющей потенциала для попадания в квантовую яму (см.  $E_1$  на рис. 1). Из-за этого вероятность их туннелирования резко уменьшается. Для каждого осциллятора вычислим уровни энергии и просуммируем их вклад в ток.

Для расчета уровней энергии осцилляторов в эмиттере используется квазиклассическое приближение, которое, как известно, дает хорошую точность для параболического потенциала. Для нахождения энергии электронов, имеющих точку поворота на гетерогранице ( $|b - z_0| > |z_0|$ , уровень энергии  $E_2$  на рис. 1), воспользуемся квазиклассическим условием квантования:

$$\pi\hbar \left( n_l + \frac{1}{2} \right) = \int_{b_2}^0 dz p_z = \frac{1}{4} mw_c |b_2 - z_0| \times \\ \times \left[ \pi z_0 - \pi b_2 + 2 \arcsin \left( \frac{z_0}{b_2 - z_0} \right) |z_0 - b_2| - \right. \\ \left. - 2z_0 \sqrt{1 - \frac{z_0^2}{(b_2 - z_0)^2}} \right], \quad (27)$$

где

$$p_z = \sqrt{2m(E_z - U)} = mw_c \sqrt{(b_2 - z_0)^2 - (z - z_0)^2}. \quad (28)$$

Решая уравнение (27) относительно  $b_2$  при разных значениях  $n_l$ , можно найти уровни энергии

$$E_{nl} = \frac{mw_c^2 (b_2 - z_0)^2}{2}. \quad (29)$$

В случае, когда для электронов в эмиттере выполняется условие  $|b - z_0| > |z_0|$  (уровень энергии  $E_1$  на рис. 1), барьер не влияет на их спектр:

$$E_{nl} = \hbar w_c (n_l + 1/2). \quad (30)$$

Теперь можно вычислить плотность тока из эмиттера в квантовую яму, просуммировав вклад от всех осцилляторов:

$$J_{ew} = \frac{4e}{L_x \hbar^2} \times \\ \times \sum_{z_0, n_l}^{E_{nl}(z_0) < E_f} \sqrt{2m(E_f - E_{nl}(z_0))} |T_{we}|^2 \frac{1}{2\pi} \times \\ \times \Gamma \left[ \left( E_z - E_w - \frac{2\pi e^2 (d_1 + l_w/2)n}{\epsilon} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{eU}{2} - \Delta U(z_0) \right)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} \right]^{-1}. \quad (31)$$

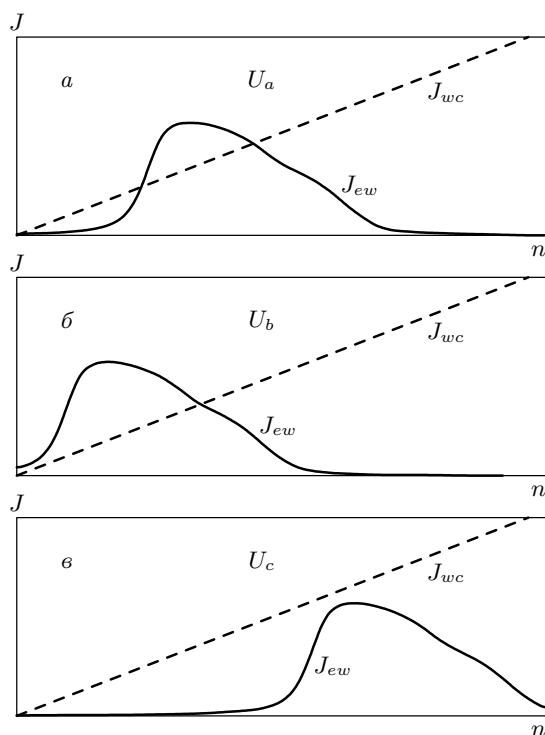
Ток из квантовой ямы в коллектор равен:

$$J_{wc} = \frac{e}{\hbar} \Gamma_r n. \quad (32)$$

## 5. ПОСТРОЕНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Как уже было отмечено, стационарная вольт-амперная характеристика реализуется, когда ток из эмиттера в квантовую яму равен току из ямы в коллектор:  $J_{ew} = J_{wc}$ . Зависимости  $J_{ew}(n)$  и  $J_{wc}(n)$  при фиксированном напряжении в отсутствие магнитного поля представлены на рис. 3. На рис. 3а изображена такая разность потенциалов на структуре, при которой уровень энергии в квантовой яме при  $n = 0$  находится ниже дна зоны проводимости эмиттера. На рисунке видно, что с увеличением концентрации, т. е. при смещении уровня энергии в квантовой яме вверх, ток из эмиттера в квантовую яму начинает расти. Это связано с тем, что уровень энергии в яме поднимается выше дна зоны проводимости эмиттера. Следовательно, возможно несколько вариантов пересечения кривых  $J_{ew}$  и  $J_{wc}$ : одно пересечение с низкой концентрацией электронов в квантовой яме (см. рис. 3б), три пересечения (одно с низкой концентрацией, два с высокой) (см. рис. 3а) и случай одного пересечения в области высоких концентраций (см. рис. 3б).

Случай трех пересечений должен давать три значения на вольт-амперной характеристике, однако среднее значение тока нестабильно по отношению к флуктуациям концентрации электронов в квантовой яме. Это объясняется следующим образом: в средней точке пересечения зависимость  $J_{ew}(n)$  более резкая, чем  $J_{wc}(n)$ , и при небольшом положительном изменении концентрации ток из эмиттера в яму растет быстрее тока из ямы в коллектор, что



**Рис. 3.** Зависимость тока из эмиттера в квантовую яму (сплошная линия) и тока из квантовой ямы в коллектор (штриховая линия) от концентрации электронов в квантовой яме для напряжений  $U_b < U_a < U_c$ . Пересечения кривых определяют точки вольт-амперной характеристики

приводит к накоплению в ней электронов, пока токи не уравняются. Таким образом, положительная флюктуация концентрации электронов в квантовой яме приведет к переключению в третью точку пересечения кривых  $J_{ew}(n)$  и  $J_{wc}(n)$ . В случае же первой и третьей точек пересечения флюктуация концентрации электронов в квантовой яме будет релаксировать за счет более быстрого изменения  $J_{wc}(n)$  по сравнению с  $J_{ew}(n)$ ; таким образом, эти точки пересечения являются стабильными.  $Z$ -образность вольт-амперной характеристики наблюдается, когда реализуется случай на рис. 3а.

Решая для различных напряжений уравнение  $J_{ew}(n) = J_{wc}(n)$  относительно концентрации электронов в квантовой яме, получаем вольт-амперную характеристику.

Для вычисления воспользуемся такими параметрами гетероструктуры, для которых возможно наблюдение  $Z$ -образной вольт-амперной характеристики [15]: квантовая яма GaAs шириной в  $56\text{ \AA}$ , заключенная между двумя барьерами  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  шир-

риной  $85\text{ \AA}$  с  $x = 0.4$  и  $x = 0.5$ ,  $E_f = 40$  мэВ,  $E_w = 93$  мэВ.

## 6. АНАЛИЗ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Рассчитанные вольт-амперные характеристики представлены на рис. 4. Видно, что с увеличением напряженности магнитного поля убывает пиковое значение тока, что сопровождается сужением области бистабильности. Существует критическое значение магнитного поля, при котором  $Z$ -образная вольт-амперная характеристика переходит в  $N$ -образную.

$Z$ -образность вольт-амперной характеристики наблюдается в диапазоне напряжений, в котором уровень энергии в квантовой яме находится у дна зоны проводимости эмиттера. Если при таком напряжении в квантовой яме накапливается достаточная концентрация электронов, то ее дно смещается вверх — наблюдается резонансный ток, если в квантовой яме находится мало электронов, то уровень энергии в ней находится ниже дна зоны проводимости — ток мал.

Для того чтобы существовала бистабильность, необходимо выполнение условия равенства токов из эмиттера в квантовую яму и из нее в коллектор при двух различных концентрациях электронов. Для этого зависимость  $J_{ew}(n)$  должна быть достаточно резкой в области концентраций после первого пересечения с  $J_{wc}(n)$ . Ширину области  $Z$ -образности характеризует величина максимума  $J_{ew}(n)$  (см. ниже рис. 6): чем больше максимум  $J_{ew}(n)$ , тем шире будет область  $Z$ -образности на вольт-амперной характеристике. Если же крутизна и пиковое значение тока из эмиттера в квантовую яму убывают, то область бистабильности сужается.

Уменьшение пикового значения тока связано с тем, что для разных осцилляторов положение уровня энергии квантовой ямы сдвинуто на разную величину (4). Поэтому не все осцилляторы дают вклад в ток при одинаковом напряжении, происходит размытие зависимости  $J_{ew}$  от концентрации носителей заряда в квантовой яме, сопровождающееся уменьшением пикового тока. На рис. 5 показаны зависимости тока из эмиттера в яму и тока из квантовой ямы в коллектор от концентрации электронов при наличии магнитного поля и без него. Из рис. 5 следует, что в присутствии сильного магнитного поля зависимость  $J_{ew}(n)$  более плавная и не позволяет реализовать три точки пересечения кривых  $J_{ew}(n)$  и  $J_{wc}(n)$ .

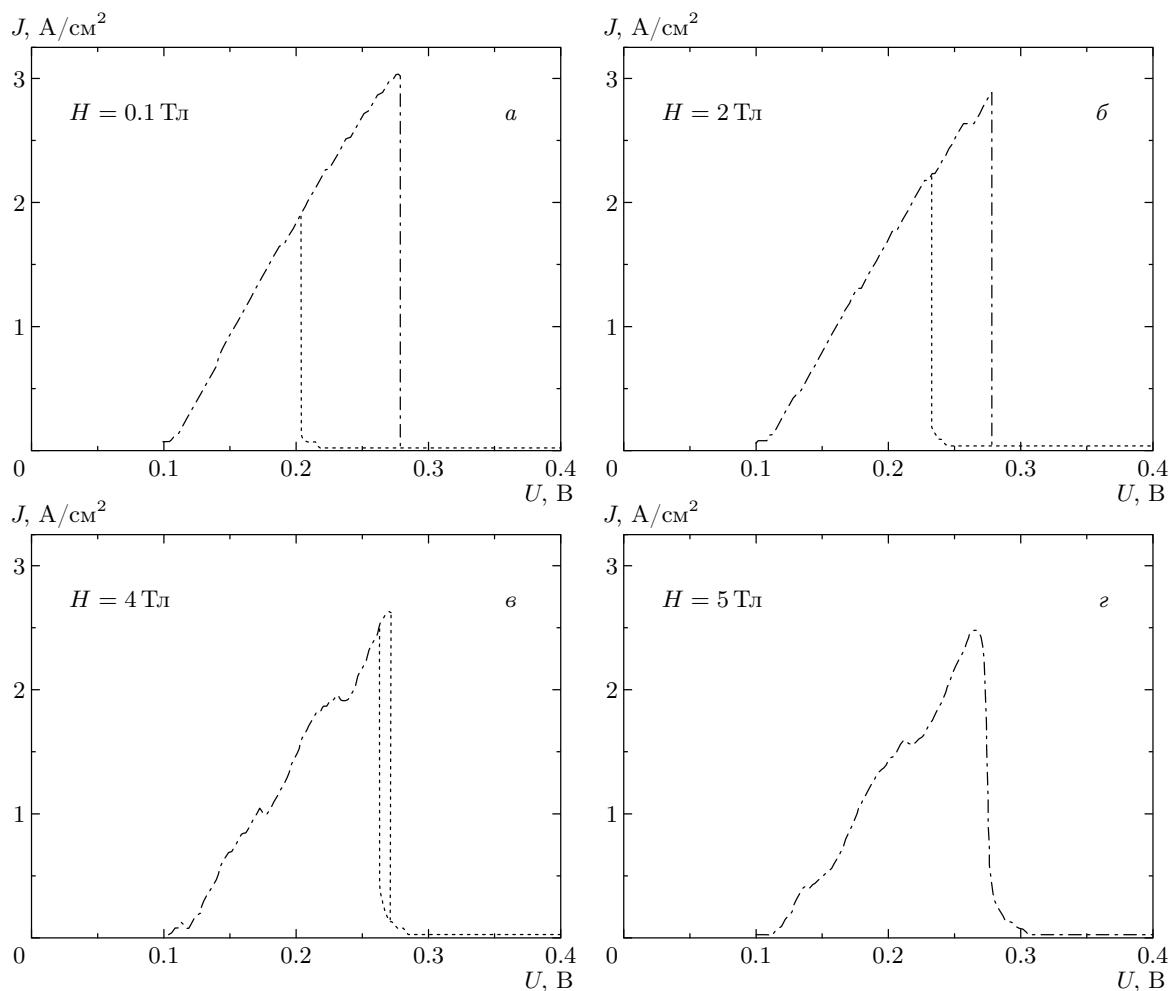


Рис. 4. Рассчитанные вольт-амперные характеристики в поперечном к току магнитном поле величиной  $H$

## 7. ЗАВИСИМОСТЬ ШИРИНЫ ОБЛАСТИ $Z$ -ОБРАЗНОСТИ ОТ ВЕЛИЧИНЫ ПОПЕРЕЧНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Как показано на рис. 5, магнитное поле приводит к размытию зависимости тока из эмиттера в квантовую яму от концентрации электронов в квантовой яме  $J_{ew}(n)$ . При критическом магнитном поле это размытие становится настолько существенным, что невозможно реализовать два пересечения  $J_{ew}(n)$  и  $J_{wc}(n)$ , а следовательно, и бистабильность вольт-амперной характеристики.

Для анализа размытия кривой  $J_{ew}(n)$  рассмотрим рис. 6, где представлена зависимость тока через гетероструктуру от концентрации электронов в квантовой яме. Из соотношения (5) следует, что изменение разности потенциалов, приложенной к структуре, приводит к смещению начала координат для зависимости  $J_{ew}(n)$ . Таким образом, точ-

ке пересечения оси абсцисс прямой  $J_{wc1}(n)$  ( $0_i$ ) (где  $i = 1, 2, 3$ ) соответствует нулевая концентрация электронов в квантовой яме при приложенном к структуре напряжении  $U_i$ . Чем больше приложенное напряжение, тем больше смещение начала координат влево, т. е. напряжение  $U_1$ , соответствующее  $0_1$ , больше напряжения  $U_2$ , соответствующего  $0_2$  (см. рис. 6). Другими словами, начало координат на рис. 6 различается для кривых  $J_{wc1}$ ,  $J_{wc2}$ ,  $J_{wc3}$ , так как под действием приложенного к гетероструктуре напряжения уровень энергии в квантовой яме опускается вниз по энергии и, чтобы вывести его на прежнее положение, надо накопить большую концентрацию электронов в квантовой яме. Из рис. 6 следует, что три точки пересечения кривых  $J_{ew}(n)$  и  $J_{wc}(n)$  возможны в диапазоне между напряжениями, соответствующими началу координат  $0_1$  и  $0_3$ .

Сдвиг начала координат по оси абсцисс  $|0_1 0_2|$

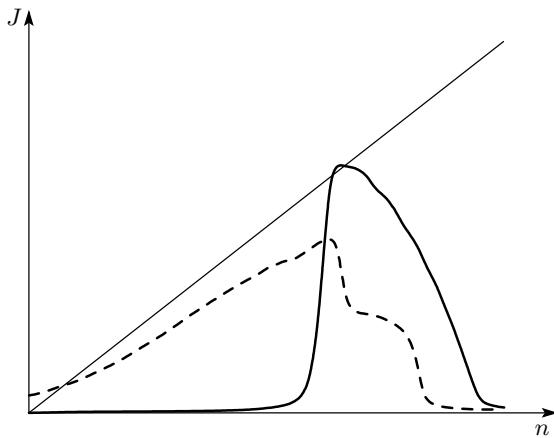


Рис. 5. Ток из эмиттера в квантовую яму в случае отсутствия магнитного поля (жирная линия), ток из эмиттера в квантовую яму в поперечном магнитном поле (штриховая линия), ток из квантовой ямы в коллектор (прямая линия)

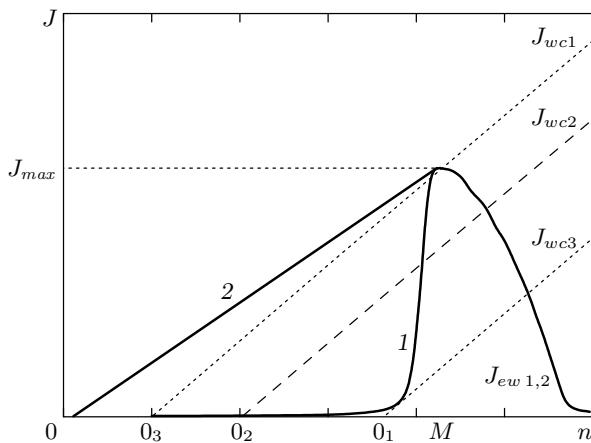


Рис. 6. Зависимость тока от концентрации при разных напряжениях:  $J_{wc1}, J_{wc2}, J_{wc3}$  — ток из квантовой ямы в коллектор при разных напряжениях;  $0_1, 0_2, 0_3$  — точки пересечения прямых  $J_{wc}$  с осью абсцисс, соответствующие нулевой концентрации электронов в квантовой яме;  $J_{ew}$  — ток из эмиттера в квантовую яму в отсутствие магнитного поля; 1 — ток из эмиттера в квантовую яму в поперечном магнитном поле, меньшем критического; 2 — ток из эмиттера в квантовую яму в поперечном магнитном поле, большем критического

при изменении напряжения  $\Delta U = U_1 - U_2$  определяется соотношением (см. (5))

$$\frac{2\pi e^2 (d_1 + l_w/2)|0_1 0_2|}{\epsilon} - \frac{e|U_1 - U_2|}{2} = 0. \quad (33)$$

Обозначим за  $M$  точку на оси абсцисс, соотв-

тствующую максимуму кривой  $J_{ew}(n)$ . Ширина области бистабильности вольт-амперной характеристики пропорциональна длине отрезка  $|0_3 0_1|$ :

$$|0_3 0_1| = |0_3 M| - |0_1 M|. \quad (34)$$

Длину отрезка  $|0_3 M|$  можно найти из соотношения (32):

$$|0_3 M| = \hbar J_{max} / e\Gamma_r. \quad (35)$$

Для определения длины отрезка  $|0_1 M|$ , т. е. фактически величины размытия зависимости  $J_{ew}(n)$ , необходимо определить положение уровня энергии в квантовой яме относительно эмиттера, при котором ток из эмиттера в квантовую яму достигает максимума (соответствует точке  $M$  на рис. 6), и положение, при котором ток убывает до нулевого уровня (соответствует точке  $0_1$  на рис. 6).

Сдвиг уровня энергии в квантовой яме относительно эмиттера, при котором ток через структуру заметно уменьшается, оценим из условия малости матричного элемента в зависимости от координаты центра магнитного осциллятора  $z_0$ :

$$B |T_{we}(z_{cr})|^2 = |T_{we}(0)|^2, \quad (36)$$

где  $B$  изменяется в пределах 10–100.

Отсюда получаем выражение для  $z_{cr}$  (15):

$$z_{cr} = \sqrt{2\hbar \ln B / mw_c}. \quad (37)$$

Сдвиг уровня энергии в квантовой яме относительно эмиттера для осциллятора с  $z_0 = z_{cr}$

$$\Delta_1 = E_w + \frac{mw_c^2}{2} \left( z_{cr} + d_1 + \frac{l_w}{2} \right)^2. \quad (38)$$

Максимум тока достигается, когда уровень энергии в квантовой яме совпадает с низким уровнем энергии осциллятора, центр которого лежит на левой границе первого гетеробарьера ( $z_0 = 0$ ). Сдвиг уровня энергии в квантовой яме относительно эмиттера в этом случае определяется выражением

$$\Delta_2 = E_w + \frac{mw_c^2}{2} \left( d_1 + \frac{l_w}{2} \right)^2. \quad (39)$$

Таким образом (см. (5))

$$|0_1 M| = \frac{\epsilon(\Delta_1 - \Delta_2)}{2\pi e^2 (d_1 + l_w/2)}. \quad (40)$$

Подставляя последнее выражение в (34), получаем

$$|0_1 0_3| = \frac{\hbar J_{max}}{e\Gamma_r} - \frac{\epsilon}{2\pi e^2 (d_1 + l_w/2)} \times \\ \times \frac{mw_c^2}{2} (2z_{cr}d_1 + z_{cr}l_w + z_{cr}^2). \quad (41)$$

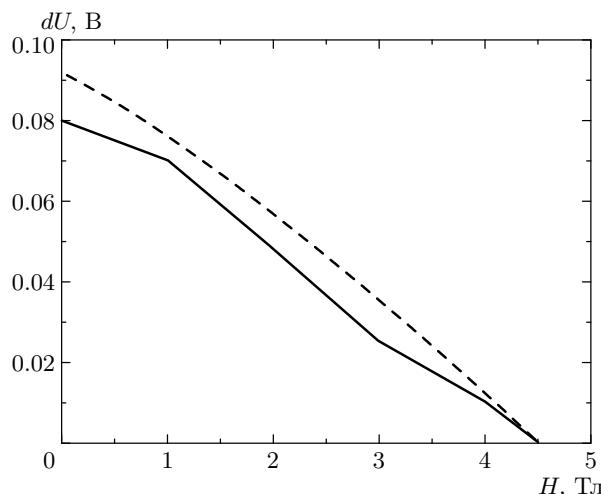


Рис. 7. Зависимость ширины области бистабильности от величины магнитного поля: сплошная линия — численный расчет, штриховая линия — аналитический расчет

Ширина области бистабильности вольт-амперной характеристики принимает вид

$$\Delta U = \frac{4\pi(d_1 + l_w/2)\hbar J_{max}}{\epsilon} \frac{\Gamma_r}{\Gamma_r} - \frac{mw_c^2}{e}(2z_{cr}d_1 + z_{cr}l_w + z_{cr}^2). \quad (42)$$

Принимая во внимание (37), получаем

$$\Delta U = \frac{4\pi(d_1 + l_w/2)\hbar J_{max}}{\epsilon} \frac{\Gamma_r}{\Gamma_r} - \frac{eH^2}{mc^2} \sqrt{\frac{2c\hbar \ln B}{eH}} \left( 2d_1 + l_w + \sqrt{\frac{2c\hbar \ln B}{eH}} \right). \quad (43)$$

Из формулы (43) можно вычислить значение критического магнитного поля. Как следует из рис. 6, при увеличении напряженности магнитного поля точка  $O_1$  смещается влево, таким образом, сужается область  $Z$ -образности вольт-амперной характеристики. При критическом значении магнитного поля, когда  $|O_1 M| = |O_3 M|$ ,  $Z$ -образность исчезает, т. е. ширина области  $Z$ -образности равна нулю. Например, на рис. 6 видно, что кривая  $J_{wc}(n)$  не может пересечь кривую 2 в трех точках. Зависимость ширины области бистабильности от величины магнитного поля (43), соответствующая  $B = 30$ , представлена на рис. 7. Для упрощения данного расчета мы пренебрегли влиянием магнитного поля на пиковое значение тока  $J_{max}$ .

Из выражения (43) и рис. 7 следует, что существует критическое значение магнитного по-

ля, при котором ширина области  $Z$ -образности вольт-амперной характеристики  $\Delta U$  обращается в нуль. При дальнейшем увеличении поперечного магнитного поля вольт-амперная характеристика принимает  $N$ -образный вид.

Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными, полученными в работе [15], где исследовалась гетероструктура с квантовой ямой GaAs шириной 56 Å между двумя барьерами  $Al_xGa_{1-x}As$  шириной 85 Å с  $x = 0.4$  и  $x = 0.5$ . В этой работе в случае положительной разности потенциалов наблюдалась  $Z$ -образная вольт-амперная характеристика. Согласно экспериментальным данным, при напряженности магнитного поля, равной 5 Тл, область бистабильности исчезает. Этот факт согласуется с приведенным в настоящей работе расчетом.

## 8. ВЫВОДЫ

С помощью формализма туннельного матричного элемента рассчитана вольт-амперная характеристика резонансного туннельного диода в магнитном поле, перпендикулярном току. Учен вклад в ток от электронов с различным положением центра магнитного осциллятора. Как показывает анализ, в отличие от случая продольного магнитного поля, поперечное магнитное поле сильно влияет на вид вольт-амперной характеристики. Из полученных данных следует, что при увеличении напряженности магнитного поля область  $Z$ -образности вольт-амперной характеристики сужается. Существует критическое значение напряженности магнитного поля, при котором область бистабильности исчезает и вольт-амперная характеристика принимает  $N$ -образный вид. Также при увеличении магнитного поля происходит небольшое уменьшение пикового значения тока. Это объясняется тем, что для электронов с разным положением центра магнитного осциллятора уровень энергии в квантовой яме смещен на разную величину относительно эмиттера, что приводит к уменьшению тока через гетероструктуру и слаживанию эффекта экранировки потенциала, а следовательно, приводит и к сужению области  $Z$ -образности вольт-амперной характеристики.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке INTAS (грант № 0175wp), РФФИ (гранты № 04-07-90148-в, № 04-02-16786, № 02-02-17610) и в рамках программы РАН.

## ЛИТЕРАТУРА

1. T. Waho, K. J. Chen, and M. Yamamoto, IEEE J. Sol. St. Circuits **33**, 268 (1998).
2. L. L. Chang, L. Esaki, and R. Tsu, Appl. Phys. Lett. **24**, 593 (1974).
3. B. Ricco and M. Ya Azbel, Phys. Rev. B **29**, 1970 (1984).
4. V. J. Goldman, D. C. Tsui, and J. E. Cunningham, Phys. Rev. Lett. **58**, 1256 (1987).
5. J. Zang and J. L. Birman, Phys. Rev. B **46**, 5020 (1992).
6. N. C. Kluksdahl, A. M. Kriman, D. K. Ferry, and C. Ringhofer, Phys. Rev. B **39**, 7720 (1989).
7. M. Meixner, P. Rodin, E. Schöll, and A. Wacker, Eur. Phys. J. B **13**(1), 157 (2000).
8. J. O. Sofo and C. A. Balseiro, Phys. Rev. B **42**, 7292 (1990).
9. T. C. L. G. Sollner, Phys. Rev. Lett. **59**, 1622 (1987).
10. F. A. Buot, Phys. Rep. **234**, 73 (1993).
11. W. Pötz, Phys. Rev. B **41**, 12111 (1990).
12. P. Orellana, F. Claro, E. Anda, and S. Makler, Phys. Rev. B **53**, 12967 (1996).
13. A. Zaslavsky, D. C. Tsui, M. Santos, and M. Shayegan, Phys. Rev. B **40**, 9829 (1989).
14. М. И. Дьяконов, М. Э. Райх, ЖЭТФ **88**, 1898 (1985).
15. A. Zaslavsky, Yuan P. Li, D. C. Tsui, M. Santos, and M. Shayegan, Phys. Rev. B **42**, 1374 (1990).
16. В. М. Генкин, А. С. Мельников, ФТТ **31**, 249 (1989).
17. G. Yong, Y. Li, X. Kong, and C. Wei, Phys. Rev. B **50**, 17249 (1994).
18. J. Bardeen, Phys. Rev. Lett. **6**, 59 (1961).
19. Е. О. Кейн, в сб. *Туннельные явления в твердых телах*, под ред. Э. Бурштейна, С. Лундквиста, Мир, Москва (1973).
20. W. A. Harrison, Phys. Rev. **123**, 85 (1961).