ЖЭТФ, 2004, том 125, вып. 5, стр. 1149–1158

МНОГОПОДРЕШЕТОЧНАЯ МАГНИТНАЯ ФАЗА, ИНДУЦИРОВАННАЯ ВНЕШНИМ ПОЛЕМ В СИНГЛЕТНОМ МАГНЕТИКЕ

В. М. Калита, В. М. Локтев *

Институт физики Национальной академии наук Украины
03028, Киев, Украина

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Национальной академии наук Украины
03143, Киев, Украина

Поступила в редакцию 23 июня 2003 г.

Развита теория намагничивания в продольном магнитном поле легкоплоскостного многоподрешеточного антиферромагнетика с сильной одноионной анизотропией, превышающей величину обменного взаимодействия, когда основным ионным состоянием является синглет. Показано, что индуцированный магнитным полем фазовый переход из синглетного (магнитонеупорядоченного) состояния в многоподрешеточное антиферромагнитное состояние относится к магнитному фазовому переходу типа смещения. При $T = 0$ этот переход протекает непрерывно и является переходом второго рода, а при $T \neq 0$ течение перехода изменяется на скачкообразное и он уже относится к первому роду.

PACS: 75.10.-b

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение многоподрешеточных (трех-, четырехподрешеточных и т. д.) антиферромагнетиков (АФМ) с анизотропией типа «легкая плоскость», невзирая на достигнутые успехи, по-прежнему актуально. Особый интерес среди таких систем вызывают гексагональные АФМ типа ABX_3, где A — ион щелочного металла, B — ион переходного металла, X — галогенид, в которых спины магнитных ионов B^{2+} формируют, с одной стороны, АФМ-цепочки вдоль оси C_3, а с другой — треугольные структуры в базисной плоскости (см. обзоры [1–3]). Наблюдаемые в этих АФМ при их размещении в магнитном поле фазовые переходы, не всегда ясны как с точки зрения рода (первый или второй), так и с точки зрения его типа (порядок–беспорядок или иной).

В рассматриваемых гексагональных АФМ анизотропия имеет одноионное (вследствие вклада орбитального движения) происхождение и может быть разной, но наибольший интерес (особенно с теоретической точки зрения) вызывает случай, когда она сравнима или даже превышает величины гейзенберговских обменных взаимодействий [4]. Упомянутое соотношение для параметров различных спиновых взаимодействий выполняется, например, в АФМ $CsFeBr_3$ (или в $CsFeCl_3$), в котором при величине псевдоспина иона Fe^{2+} $S = 1$ по данным [1, 5–7] константа одноионной анизотропии $D \approx (20–30)$ K, а обменного взаимодействия $J_{ch} \approx (3–5)$ K в цепочках для пары ближайших ионов, относящихся к двум соседним плоскостям, и $J_{pl} \approx (0.3–0.4)$ K для таких же ионов в базисных плоскостях, причем существенно, что оба этих обменных взаимодействия имеют АФМ-характер. При таких значениях энергетических параметров, когда $D \gg J_{ch} + J_{pl}$, в магнетике формируется одинаковое для всех ионов синглетное спиновое состояние, т. е. в кристалле не образуется многоподрешеточная магнитная структура, как того требовали бы обменные взаимодействия (без учета одноионной анизотропии) [1]. Физически это соответствует ситуации, когда из трех возможных одноионных спиновых состояний с проекциями $S_z = \pm 1, 0$ на ось C_3 низшим оказывается последнее. Подобное упорядоченное (но фактически без маг-

*E-mail: vloktev@bitp.kiev.ua

нитного порядка) состояние имеет ван-флековский вид восприимчивости, отличия которой от восприимчивости обычных парамагнетиков будут особенно заметны при $T < D$.

При помещении такого АФМ во внешнее магнитное поле $\mathbf{H}$, направленное вдоль оси C_3, происходит постепенное изменение исходной последовательности уровней магнитных ионов, и по мере роста поля низшим (основным) может стать одно из состояний упомянутого триплета с неравной нулю проекцией спина. Такое намагничивание происходит самосогласованным образом из-за конкуренции разного типа взаимодействий: обменное взаимодействие и $\mathbf{H}$ способствуют образованию спонтанной поляризации ионов, а одноионная анизотропия, наоборот, препятствует ей [8]. Кроме того, одноионная анизотропия ориентирует магнитный момент основного состояния иона перпендикулярно трудной оси C_3, а значит, перпендикулярно $\mathbf{H}$. В свою очередь, поле формирует проекцию среднего спина иона вдоль $\mathbf{H}$, вызывая скос среднего спина иона. В результате в поле $\mathbf{H} \parallel C_3$ будет происходить фазовый переход из синглетного состояния в фазу, которую ранее в [8] назвали угловой фазой со сложным магнитным порядком: в ней ионы поляризованы и скошены к полю.

Как упоминалось, в синглетном состоянии проекция спина иона равна нулю (отсутствует спиновая поляризация основного состояния иона), все ионы тождественны и АФМ-обмен себя не проявляет. В угловой фазе спонтанная поляризация основного состояния при АФМ-обмене сопровождается образованием многоподрешеточной структуры и различием их пространственной ориентации. Такой индуцированный полем переход из ван-флековского парамагнитного состояния в АФМ-состояние может (и должен) быть отнесен к магнитному фазовому переходу типа смещения. Возможность существования магнитных фазовых переходов типа смещения в магнетиках с большой одноионной анизотропией ранее обсуждалась в [9, 10], хотя, разумеется, никакого реального смещения ионов не происходит и речь идет лишь о типе перехода.

Представляется, что синглетное состояние и многоподрешеточная структура, а также магнитный фазовый переход типа смещения между ними, наблюдаются в АФМ $CsFeBr_3$. Но из обсуждений, проведенных в работах [11–14], сведения о роде фазового перехода между этими состояниями противоречивы; более того, затронутые выше вопросы магнитной поляризации основного состояния и ее главенствующей роли в установлении типа фазового перехода вообще не ставятся. Предпринятое в сообщении [8] описание намагничивания этого АФМ также не затронуло этот важный вопрос.

Рассмотрение фазовых переходов при $T = 0$ между синглетным состоянием и многоподрешеточной угловой фазой показало, что он протекает непрерывно и относится ко второму роду [5, 8]. Подчеркнем, однако, что при $T = 0$ в продольном (вдоль оси C_3) поле синглетное состояние вообще не имеет намагниченности и (как говорилось) реализуется состояние с проекцией спина, равной нулю. Но уже при $T \neq 0$, даже если $D \gg T$, ситуация значительно усложняется, так как в силу парапроцесса внешнее поле намагничивает систему, причем магнитные моменты ионов всех подрешеток будут одинаковыми и направленными вдоль трудной оси. Восприимчивость такого состояния будет много меньше восприимчивости обычных АФМ, ибо заселенность уровней ионов с ненулевой проекцией спина при $D \gg T$ экспоненциально мала. Несмотря на малость величины намагниченности, сохранить непрерывность перехода из подмагниченного полем синглетного состояния в угловую фазу уже не представляется возможным ввиду разных вкладов в происхождение возникающего порядка (без самосогласования в первом случае и с ним — во втором). Если бы непрерывность сохранялась, то она означала бы совершенно иную (по сравнению с предложенной выше) процедуру спиновой поляризации основного состояния и, как будет видно ниже, свидетельствовала бы, что магнитные моменты при возникновении этой спонтанной поляризации непрерывно отворачивались бы от трудной оси к плоскости, а затем, в более сильном поле, опять возвращались бы к ней. Очевидно, однако, что подобная «немонотонность» направления физически недопустима, так как в процессе подмагничивания поле, ориентированное вдоль трудной оси и не понижающее симметрию системы, лишь уменьшает роль одноионной анизотропии. Именно это позволяет проявиться АФМ-обмену путем образования ориентированного в базисной плоскости многоподрешеточного АФМ-состояния, спины которого то же поле подворачивает к трудной оси. Повторим, что спонтанное отклонение магнитных моментов от трудного направления означало бы, что в самом начале процесса схлопывания обменные поля, действующие на индуцированные внешним полем средние намагниченности (также малые из-за малой населенности уровней с ненулевой проекцией спина), превышают как анизотропию, так и само внешнее поле, что невозможно в силу имеющихся физических условий.

Хотя эксперимент [5] не дает однозначного вывода о типе и роде фазовых переходов в тройном галогениде $CsFeBr_3$, данное исследование направлено на последовательное изучение поведения модельной многоподрешеточной спиновой системы с большой (превосходящей обменные поля) одноионной анизотропией в продольном магнитном поле. Ниже будет проведено теоретическое описание такой системы в предположении, что ее параметры и соотношения между ними отвечают таковым в $CsFeBr_3$.

2. МОДЕЛЬНЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН И ЕГО СОБСТВЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ

Ограничимся для простоты рассмотрением билинейных изотропных обменных взаимодействий, одноионной анизотропии и зеемановского вклада. В этом случае простейший модельный гамильтониан системы со структурой $CsFeBr_3$ может быть представлен в виде

$$H = \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{n},\alpha,\mathbf{m},\beta} J_{\alpha\beta}\mathbf{S}_{\mathbf{n}\alpha}\cdot\mathbf{S}_{\mathbf{m}\beta} + D\sum_{\mathbf{n},\alpha}\left(S^Z_{\mathbf{n}\alpha}\right)^2 - h\sum_{\mathbf{n},\alpha} S^Z_{\mathbf{n}\alpha}, \quad (1)$$

где α, β — номера магнитных подрешеток, количество которых в рассматриваемой системе равно шести, причем $\alpha \neq \beta$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{m}$ — векторы, задающие позиции спинов в подрешетках, константа одноионной анизотропии $D > 0$, что отвечает легкоплоскостной структуре. Поле h определено в энергетических единицах $h = \mu_\beta g H_z$, H_z — напряженность внешнего магнитного поля, направлена перпендикулярно легкой плоскости вдоль кристаллографической оси $C_3 \parallel z$. При такой ориентации поля спины разных подрешеток по отношению к оси z будут по существу одинаковым образом скашиваться к нему. В $CsFeBr_3$ (и других кристаллах этого семейства) обменное взаимодействие анизотропно в пространстве, т. е. зависит от взаимного расположения спинов в решетке. Так, константа обмена J_{pl} отличается по величине от константы J_{ch} в направлении трудной оси (или направлении цепочек). С учетом особенностей структуры обменный параметр J_{ch} в направлении трудной оси стремится установить антипараллельную ориентацию ближайших спинов в соседних плоскостях, а J_{pl} ориентирует ближайшие в легкой плоскости спины под углом $2\pi/3$. Тем самым в гексагональном АФМ с конечным значением среднего спина на узле устанавливается многоподрешеточная структура с общим числом магнитных подрешеток, как говорилось, равным 6.

Анализ возможных собственных квантовых состояний гамильтониана (1) проведем, используя приближение самосогласованного поля, когда пренебрегают действием межспиновых флуктуаций, и среднее от произведения операторов спинов разных узлов заменяется произведением средних. В этом случае энергия E_{gr} основного состояния в расчете на одну ячейку (для относящихся к разным подрешеткам спинов — трех в одной плоскости и трех в соседней) будет равна

$$E_{gr} = \frac{1}{2}\sum_{\alpha,\beta} J_{\alpha\beta} z_{\alpha\beta}\mathbf{s}_\alpha\cdot\mathbf{s}_\beta + D\sum_\alpha Q_\alpha - h\sum_\alpha s^z_\alpha, \quad (2)$$

где $\mathbf{s}_\alpha$ — средние значения векторов спинов ионов подрешеток в основном состоянии, $z_{\alpha\beta}$ — число ближайших соседей, которое для спинов из одной плоскости равно трем, а для спинов из двух соседних плоскостей — двум, и введены квантовомеханические средние значения от квадратов проекций операторов спинов на ось z, которые в литературе принято называть компонентами квадрупольного спинового момента Q_α.

Введем для спинов каждой подрешетки собственные системы координат ξ_α, η_α, ζ_α такие, чтобы направление среднего спина α-й подрешетки было ориентировано вдоль оси ζ_α, а ось ξ_α лежала в плоскости $z\zeta_\alpha$. Тогда в собственной системе координат волновая функция основного спинового состояния α-й подрешетки, как хорошо известно, будет иметь вид [4]

$$\psi^{(0)}_\alpha = \cos\phi_\alpha|1\rangle + \sin\phi_\alpha|-1\rangle, \quad (3)$$

где $|\pm 1\rangle$, $|0\rangle$ — собственные функции оператора $S^\zeta_{\mathbf{n}\alpha}$ в бра-кет-представлении. С помощью (3) рассчитаем средние значения спина и компонент квадрупольного момента:

$$s_0 = \cos 2\phi, \quad Q_0^{\zeta\zeta} = 1, \quad Q_0^{\xi\xi} = \frac{1}{2}(1+\sin 2\phi), \quad (4)$$

где индекс «0» означает усреднение по функции (3). В выражениях для средних (4) опущены индексы номеров подрешеток, поскольку при выбранном направлении поля зависимость от α у приведенных величин отсутствует.

Энергия (2) с использованием (4) приобретет вид

$$E_{gr} = 9J_{pl}\cos^2 2\phi(3\cos^2\theta - 1) + 6J_{ch}\cos^2 2\phi(2\cos^2\theta - 1) + 6D\left[\cos^2\theta + \frac{\sin^2\theta}{2}(1+\sin 2\phi)\right] - 6h\cos 2\phi\cos\theta, \quad (5)$$

где θ — угол между спинами каждой из подрешеток и магнитным полем, равный углу между кристаллографической осью и осями ζ_α. Заметим, что в работе [5] также находилась и минимизировалась энергия основного состояния кристалла. Однако выбранные волновые функции записывались в отличие от (3) в общем виде, относящемся к кристаллографической, а не собственным системам координат, и тем самым содержали параметры вращения векторов $|\pm 1\rangle$ и $|0\rangle$ в гильбертовом пространстве, что привело к сложно интерпретируемой связи между наблюдаемыми и искомыми (вариационными) параметрами.

В нашем подходе все нагляднее: спиновые конфигурации, определяющие основное состояние в разных возможных фазах и их взаимное превращение в магнитном поле, находятся из уравнений, которые следуют из минимизации энергии (5) по ϕ и θ:

$$\cos 2\phi \sin 2\phi \left[6J_{pl}(3\cos^2\theta-1)+4J_{ch}(2\cos^2\theta-1)\right] - \\ - D\sin^2\theta\cos 2\phi - 2h\sin 2\phi\cos\theta = 0, \quad (6)$$

$$\cos\theta\sin\theta\left[(9J_{pl}+4J_{ch})\cos^2 2\phi + D(1-\sin 2\phi)\right] - \\ - h\cos 2\phi\sin\theta = 0. \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) могут быть сведены к уравнениям для определения основного состояния, полученным Островским и Локтевым [4], с помощью процедуры самосогласования и специальных условий ортогональности векторов разных состояний. Приводя к тем же решениям, уравнения (6) и (7), тем не менее, более предпочтительны, так как позволяют определять и условия стабильности фаз.

Проанализируем решения этой системы уравнений. Первое из них отвечает коллинеарному ферромагнитному состоянию и реализуется, когда выполняются равенства $\sin\theta = 0$, $\sin 2\phi = 0$. В этом случае проекции спинов подрешеток направлены вдоль поля, их величины максимальны и равны $s_0 = S = 1$.

Второе решение отвечает симметричному в плоскости трехподрешеточному АФМ-состоянию со структурой Локтева [15]. Оно справедливо, когда $\cos\theta = 0$, а $\sin 2\phi = -D/(6J_{pl}+4J_{ch})$. Это решение возможно только при отсутствии магнитного поля ($h = 0$). В соответствующей 120-градусной спиновой структуре величины проекций спинов одинаковы и имеют значения, меньшие предельного $S = 1$, а именно: $s_0 = \sqrt{1 - D^2/(6J_{pl}+4J_{ch})^2}$.

Третье решение относится к спиновой угловой фазе ($h \neq 0$), в которой также $s_0(h) < 1$. Из уравнения (7) прямо получаем, что, в отличие от квазиклассического решения, угол между спином подрешетки и направлением $\mathbf{H}$ зависит от величины поля нелинейно, а именно

$$\cos\theta = \frac{h\cos 2\phi}{(9J_{pl}+4J_{ch})\cos^2 2\phi + D(1-\sin 2\phi)}. \quad (8)$$

По мере возрастания поля скос спинов к полю возрастает и соответственно растет величина $s_0(h)$, причем всегда $s_0 \le s_0(h) \le 1$.

Поле перехода от угловой фазы к состоянию, когда все спины схлопнуты и параллельны (т. е. ориентированы перпендикулярно к легкой плоскости), определим, подставляя значения $\cos\theta = 1$ и $\cos 2\phi = 1$ в выражение (8) для угла скоса. Получим, что $h_{flip} = 9J_{pl} + 4J_{ch} + D$, что согласуется с выражением для поля схлопывания, приведенным в [5], и, более того, равно получаемому в квазиклассическом приближении для $s_0 = 1$. Видно, что величина поля спин-флипа аддитивна по величинам анизотропии и обменов, хотя физические механизмы их действия совершенно различны.

Наконец, возможно еще одно, четвертое, решение, которое определяется равенствами $\cos\theta = 0$ и $\cos 2\phi = 0$. Оно может реализоваться как при ненулевых магнитных полях $h \neq 0$, так и при $h = 0$. Сокращение величин проекций спинов в этом состоянии максимально — вплоть до $s_0 = 0$, при этом $\sin 2\phi = -1$. Это и есть ван-флековское синглетное (парамагнитное) состояние без магнитного порядка [16]; его называют квадрупольным спиновым состоянием [17–19], так как в нем $Q^{\xi\xi} - Q^{\eta\eta} \neq 0$, причем эта разность имеет предельное значение.

В работе [9] при описании фазового перехода из синглетного состояния в угловую фазу для ферромагнетика показано, что можно использовать методы теории фазовых переходов Ландау. Параметром порядка при этом предлагается использовать величину проекции спина основного ионного уровня. Далее будет применен подобный подход, учитывающий многоподрешеточность АФМ.

3. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ ИЗ СИНГЛЕТНОЙ ФАЗЫ В УГЛОВУЮ В ПРОДОЛЬНОМ ПОЛЕ: $T = 0$

Фазовый переход из синглетного в АФМ-состояние при $T = 0$ происходит за счет магнитной поляризации основного состояния ионов. Такой переход в магнитоупорядоченное состояние следует относить к магнитному фазовому переходу типа смещения: при нем микроскопические значения проекций спинов равны их макроскопическим средним. В этом случае даже при $T = 0$ возникновение магнитной структуры можно описать с помощью методов феноменологической теории фазовых переходов. Действительно, определяя из (7) выражение для $\cos\theta$ и помня, что $s_0 = \cos 2\phi$, при малых значениях $s_0 \ll 1$ и $h \neq 0$ выражение для энергии основного состояния (5) представим в виде ряда, подобного потенциалу Ландау:

$$E_{gr} = \frac{3}{2D}\left[D^2 - D(6J_{pl} + 4J_{ch}) - h^2\right] s_0^2 + \\ + \frac{3}{8D}\left[D^2 - \frac{D - 2(9J_{pl} + 4J_{ch})}{D} h^2\right] s_0^4 + \frac{3}{16D} \times \\ \times \left[D^2 - \frac{D^2 - 2(9J_{pl}+4J_{ch})(9J_{pl}+4J_{ch}-D)}{D^2} h^2\right] s_0^6. \quad (9)$$

Видно, что разложение (9) не содержит первых степеней по s_0 и по h (а среди членов второго порядка отсутствуют их произведения). Кроме того, из выражения (9) также получаем, что поле, направленное вдоль оси, как и в случае ферромагнетика, уменьшает действие одноионной анизотропии. Но если в ферромагнетике такое уменьшение не зависит от величины изотропного ферромагнитного обмена, то в случае АФМ оно носит более сложный характер, так как внешнее поле, способствуя установлению одноподрешеточной ферромагнитной фазы, противодействует одновременно и одноионной анизотропии, и АФМ-обмену.

Коэффициент при s_0^2 в (9) обращается в нуль и изменяет знак в поле $h = h_{QP}$, по достижении которого происходит фазовый переход из синглетной фазы в угловую фазу. Величина этого критического поля определяется выражением

$$h_{QP} = \sqrt{D^2 - D(6J_{pl} + 4J_{ch})}\,. \quad (10)$$

Заметим, что в приближении $s_0 \ll 1$ величина $h_{QP} \ll D$, поэтому получаем, что в поле $h = h_{QP}$ коэффициенты при более высоких степенях s_0 положительны и их величины в зависимости от h изменяются незначительно. С учетом этой оговорки, из (9) получаем, что индуцированный полем фазовый переход между немагнитным (синглетным) состоянием с $s_0 = 0$ и многоподрешеточным спиново поляризованным состоянием с $s_0 \neq 0$ относится ко второму роду, а изменение намагниченности при таком фазовом переходе будет происходить непрерывно. Итак, ограничиваясь только 4-й степенью в разложении (9) для E_{gr}, получим, что при $h < h_{QP}$ поляризация основного состояния иона не возникает (он не «подмагничивается»), или $s_0 = 0$. В то же время при $h - h_{QP} > 0$ средняя проекция спина на ось квантования для каждой подрешетки

$$s_0(h) = 2\frac{h_{QP}^{1/2}}{D}(h - h_{QP})^{1/2}, \quad (11)$$

а скос спинов подрешеток магнитным полем к трудной оси в угловой фазе определяется выражением

$$\cos\theta = \frac{h_{QP}^{3/2}}{D^2}(h - h_{QP})^{1/2}. \quad (12)$$

Тогда с помощью найденных выражений (11) и (12) рассчитаем намагниченность кристалла вдоль трудной оси:

$$m^z = 2\frac{h_{QP}^2}{D^3}(h - h_{QP}). \quad (13)$$

Соответственно этим результатам получаем, что в синглетном состоянии продольная магнитная восприимчивость $\chi_\parallel = \partial m^z/\partial h$ равна нулю, а в угловой фазе она постоянна:

$$\chi_\parallel(T = 0, h > h_{QP}) = 2\frac{h_{QP}^2}{D^3}, \quad (14)$$

что следует признать необычным, поскольку в процессе схлопывания как модуль спина, так и угол скоса являются функциями поля.

Обозначенная выше угловая фаза имеет, по сути, структуру многоподрешеточного АФМ, в котором спины ионов разных подрешеток скошены к магнитному полю. При этом фазовый переход в такое скошенное многоподрешеточное состояние в обычных АФМ относят к фазовому переходу типа порядок–порядок (их называют ориентационными фазовыми переходами [20]). Рассмотренный же фазовый переход из синглетного состояния с отсутствующим исходным магнитным порядком в угловой фазе с возникающим под действием внешнего поля магнитным порядком также является фазовым переходом порядок–порядок, но он уже относится к магнитному фазовому переходу типа смещения.

4. СВОБОДНАЯ ЭНЕРГИЯ СИНГЛЕТНОГО АНТИФЕРРОМАГНЕТИКА В ПРОДОЛЬНОМ ПОЛЕ

Описание индуцированного продольным полем фазового перехода при отличных от нуля температурах из синглетного в АФМ-состояние усложняется необходимостью учета заселенностей всех микросостояний ионов, которые находятся не только на синглетном уровне с отсутствующей намагниченностью, но и на других уровнях. При $T \neq 0$, кроме рассмотренного выше процесса спиновой поляризации, в системе будет иметь место парапроцесс.

Для определения ионных состояний ранее [4] использовался одночастичный гамильтониан

$$H_0 = -h_{exch}^{(\alpha)} \mathbf{S}_{\mathbf{n}\alpha} + D\left(S_{\mathbf{n}\alpha}^z\right)^2 - hS_{\mathbf{n}\alpha}^z, \qquad (15)$$

где $h_{exch}^{(\alpha)}$ — среднее (обменное) поле, действующее на спин $\mathbf{S}_{\mathbf{n}\alpha}$ n-го иона α-й подрешетки. Собственные состояния гамильтониана H_0 определяют, вводя (как и при $T = 0$) собственные системы координат. Если при $T = 0$ оси квантования направлялись вдоль проекций спинов в их основном состоянии ионов, то теперь оси удобнее направить вдоль термодинамических средних векторов спина каждой из подрешеток. Можно показать [4], что в таких системах координат (даже если они направлены под углом к продольному полю), в АФМ с анизотропией типа легкая плоскость собственные состояния ионов описываются волновыми функциями

$$\begin{aligned} &\psi_\alpha^{(0)} = \cos\phi_\alpha|1\rangle + \sin\phi_\alpha|-1\rangle, \quad \psi_\alpha^{(1)} = |0\rangle, \\ &\psi_\alpha^{(2)} = -\sin\phi_\alpha|1\rangle + \cos\phi_\alpha|-1\rangle. \end{aligned} \qquad (16)$$

Из выражений (16) легко находим, что парциальные проекции спина на ось квантования в каждом из состояний (16) принимают значения $s_\alpha^{(0)} = -s_\alpha^{(2)} = \cos 2\phi_\alpha$, $s_\alpha^{(2)} = 0$; при этом парциальные средние оператора $(S_\alpha^\zeta)^2$ постоянны и равны 1, 0, 1; а средние оператора $(S_\alpha^\xi)^2$ равны соответственно $(1/2)(1 + \sin 2\phi_\alpha)$, 1 и $(1/2)(1 - \sin 2\phi_\alpha)$.

Запишем теперь термодинамические средние для модуля намагниченности $m_\alpha = |\mathbf{m}_\alpha|$ и для оператора $(S_\alpha^z)^2$ (значения этих наблюдаемых одинаковы для разных подрешеток, тогда как направления векторов намагниченностей подрешеток $\mathbf{m}_\alpha$ разные):

$$m_\alpha = \Delta p_\alpha \cos 2\phi_\alpha, \qquad (17)$$

$$\begin{aligned} \overline{(S_\alpha^z)^2} &= p_\alpha \cos^2\theta_\alpha + \\ &+ \left(1 - \frac{p_\alpha}{2} + \frac{\Delta p_\alpha}{2}\sin 2\phi_\alpha\right)\sin^2\theta_\alpha, \end{aligned} \qquad (18)$$

где $\Delta p_\alpha = p_\alpha^{(0)} - p_\alpha^{(2)}$, $p_\alpha = p_\alpha^{(0)} + p_\alpha^{(2)}$, а $p_\alpha^{(0)}$, $p_\alpha^{(2)}$ — вероятности основного и второго возбужденного состояний (16).

Согласно определению, свободная энергия $F = E - TS_{en}$, где E — внутренняя энергия, а S_{en} — энтропия. В методе самосогласованного поля энтропия является конфигурационной и для многоподрешеточной системы спинов определяется суммой $S_{en} = \sum_\alpha S_{en}^{(\alpha)}$ энтропий подрешеток.

Внутреннюю энергию системы (1) в расчете на одну частицу представим в виде

$$\begin{aligned} E = \frac{1}{2}\sum_{\alpha,\beta} J_{\alpha\beta} z_{\alpha\beta} \mathbf{m}_\alpha \mathbf{m}_\beta &+ \\ + D\sum_\alpha \overline{(S_\alpha^z)^2} &- h\sum_\alpha m_\alpha^Z, \end{aligned} \qquad (19)$$

а выражение для энтропии α-й подрешетки стандартно:

$$S_{en}^{(\alpha)} = -\sum_{j=0,1,2} p_\alpha^{(j)} \ln p_\alpha^{(j)}, \qquad (20)$$

где $p_\alpha^{(j)}$ — вероятности одноионных состояний (16), удовлетворяющие очевидному условию $\sum_{j=0,1,2} p_\alpha^{(j)} = 1$. С учетом принятых в (17) и (18) обозначений выражение для энтропии запишем в виде

$$\begin{aligned} S_{en}^{(\alpha)} = &-\frac{p_\alpha + \Delta p_\alpha}{2}\ln\frac{p_\alpha + \Delta p_\alpha}{2} - \\ &- \frac{p_\alpha - \Delta p_\alpha}{2}\ln\frac{p_\alpha - \Delta p_\alpha}{2} - (1 - p_\alpha)\ln(1 - p_\alpha). \end{aligned} \qquad (21)$$

Теперь представляется возможным привести окончательное выражение для свободной энергии АФМ с $S = 1$ и с одноионной анизотропией легкоплоскостного типа в продольном магнитном поле:

$$\begin{aligned} F = &\,9J_{pl}(\Delta p)^2(3\cos^2\theta - 1)\cos^2 2\phi + \\ &+ 6J_{ch}(\Delta p)^2(2\cos^2\theta - 1)\cos^2 2\phi + \\ &+ 6D\left(p\cos^2\theta + \left(1 - \frac{p}{2} + \frac{\Delta p}{2}\sin 2\phi\right)\sin^2\theta\right) - \\ &- 6h\Delta p\cos 2\phi\cos\theta + 6T\left\{\frac{p + \Delta p}{2}\ln\frac{p + \Delta p}{2} + \right. \\ &\left. + \frac{p - \Delta p}{2}\ln\frac{p - \Delta p}{2} + (1 - p)\ln(1 - p)\right\}, \end{aligned} \qquad (22)$$

где был опущен индекс подрешеток в силу эквивалентности последних. Полученное выражение для свободной энергия (22) принципиально отличается от ее традиционного представления, в том числе и в работах [16, 17, 19], так как позволяет проследить (см. ниже) за процессом поляризации одноионных состояний.

5. ФАЗОВЫЕ СОСТОЯНИЯ СИНГЛЕТНОГО АНТИФЕРРОМАГНЕТИКА В ПРОДОЛЬНОМ ПОЛЕ: $T \neq 0$

Искомые равновесные состояния синглетного АФМ отвечают минимуму свободной энергии (22).

При этом вариационными теперь являются не только параметры ϕ, θ, но и p, Δp. Дифференцируя (22) по ним и приравнивая соответствующие производные нулю, получим уравнения состояния

$$\frac{\partial F}{\partial \phi} = 6\left\{-\cos 2\phi \sin 2\phi \left[6J_{pl}(3\cos^2\theta - 1) + \right.\right. \\ \left. + 4J_{ch}(2\cos^2\theta - 1)\right](\Delta p)^2 + \\ \left. + D\Delta p \sin^2\theta \cos 2\phi + 2h\Delta p \sin 2\phi \cos\theta\right\} = 0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = 6\left\{-\cos\theta\left[(9J_{pl}+4J_{ch})\cos^2 2\phi(\Delta p)^2 + \right.\right. \\ \left. + 2D\left(\frac{3}{2}p - 1 - \frac{\Delta p}{2}\sin 2\phi\right)\right] + \\ \left. + h\Delta p \cos 2\phi\right\}\sin\theta = 0, \quad (24)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta p} = 3\left\{2\Delta p\left[3J_{pl}(3\cos^2\theta - 1) + \right.\right. \\ \left. + 2J_{ch}(2\cos^2\theta - 1)\right] + D\sin^2\theta \sin 2\phi - 2h\cos 2\phi \cos\theta + \\ \left. + T\ln\frac{p+\Delta p}{p-\Delta p}\right\} = 0, \quad (25)$$

$$\frac{\partial F}{\partial p} = 6\left[D\left(\cos^2\theta - \frac{\sin^2\theta}{2}\right) + \right. \\ \left. + \frac{T}{2}\ln\frac{p^2 - (\Delta p)^2}{4(1-p)^2}\right] = 0. \quad (26)$$

Снова рассмотрим решения этой системы уравнений, отвечающие синглетному состоянию кристалла и его угловой фазе. Для синглетного решения $\cos\theta = 1$, $\cos 2\phi = 1$, а p и Δp определяются из уравнений

$$2\Delta p(6J_{pl} + 2J_{ch}) - 2h + T\ln\frac{p+\Delta p}{p-\Delta p} = 0, \quad (27)$$

$$D + \frac{T}{2}\ln\frac{p^2 - (\Delta p)^2}{4(1-p)^2} = 0. \quad (28)$$

Ось квантования для этого решения совпадает с трудной осью и направлена вдоль поля. Основным состоянием иона является синглет с функцией (см. (16)) основного состояния $\psi_\alpha^{(0)} = |0\rangle$. Два других состояния (в данном случае возбужденные) имеют предельные значения ± 1 проекций спинов на ось квантования. Несмотря на то что в основном состоянии ионов проекции спина равны нулю, термодинамическое среднее значение намагниченности системы отлично от нуля и в расчете на один магнитный ион равно $m = \Delta p$. Намагниченность появляется лишь благодаря разной заселенности возбужденных (и имеющих предельные значения проекций спина) состояний.

Дифференцируя по h уравнения (27) и (28), найдем выражение для продольной магнитной восприимчивости синглетного состояния:

$$\chi_\parallel(T,h) = \frac{1}{6J_{pl} + 2J_{ch} + \dfrac{T}{p - (\Delta p)^2}}. \quad (29)$$

В области $D \ll T$ температурная зависимость восприимчивости при $h \to 0$ будет такой же, как и в парамагнитном состоянии обычных АФМ. В самом деле, подставляя в (29) $\Delta p = 0$ и $p = 1/3$, получим

$$\chi_\parallel(T,0) = \frac{1}{3(T - T_\theta)}, \quad (30)$$

где T_θ — парамагнитная температура, равная $T_\theta = -(2J_{pl} + (2/3)J_{ch})$.

Существенные отличия восприимчивости синглетного состояния кристалла, которая по сути является ван-флековской, от восприимчивости парамагнитной фазы обычного АФМ возникают при низких температурах, когда $D/T \gg 1$. При выполнении этого условия заселенности возбужденных состояний много меньше заселенности немагнитного основного состояния, а малое поле не способно привести к каким-либо значительным различиям в заселенностях двух возбужденных ионных состояний, поэтому можно положить $\Delta p \to 0$. Таким образом, температурная зависимость восприимчивости при $D/T \gg 1$ и $h \to 0$ имеет вид

$$\chi_\parallel(T,0) = \frac{2e^{-D/T}}{T}. \quad (31)$$

Как следует из (31), при $T \to 0$ величина продольной магнитной восприимчивости синглетного состояния кристалла стремится к нулю.

Представляет также интерес полевая зависимость магнитной восприимчивости в другом предельном случае: $h \ll D$, но $h \gg T$, т. е. температуры достаточно низки, а поля значительны и превышают температуру (разумеется, такое сравнение уместно в энергетических единицах). В оправдание второго условия подчеркнем, что синглетное состояние в интересующем нас $CsFeBr_3$ наблюдается при температурах от 1 К до 3 К в полях от 3 Тл до 10 Тл. В отличие от рассмотренного выше случая, здесь магнитное поле приводит к резкому изменению заселенностей возбужденных ионных уровней. Причем, благодаря действию такого достаточно большого магнитного поля, может реализоваться предельная ситуация, когда вероятность ионного состояния с проекцией спина вдоль поля много больше вероятности ионного состояния с противоположной полю проекцией спина. В результате, если за счет тепловых возбуждений заселенность этих ионных уровней одинакова (в магнитном смысле это беспорядок), то за счет действия большого по величине магнитного поля, $h \gg T$, на этих двух уровнях реализуется фактически идеальный порядок. Магнитная восприимчивость синглетного состояния при таких условиях описывается выражением

$$\chi_{\parallel}(T,h) = \frac{1}{2}\chi_{\parallel}(T,0)e^{h/T}. \qquad (32)$$

По-видимому, такой нелинейный и осуществляемый по экспоненциальному закону вид полевой зависимости наблюдается в $CsFeBr_3$ в больших полях [5].

Второе решение системы (23)–(26), отвечающее угловой фазе, реализуется в полях $h > h_{QP}$. Проанализируем его в предположении, что средняя намагниченность подрешеток $m \ll 1$, т.е. в пределе $h \to h_{QP}$. Это значит, что величина обменного поля в (15) будет малой по отношению и к h, и к D. Поляризация основного ионного состояния также зависит от T, но при рассматриваемых условиях ее величина также будет много меньшей предельного (равного единице) значения. В итоге, в оговоренных приближениях при расчете заселенностей ионных уровней в угловой фазе можно пренебречь нелинейностью, порождаемой обменным взаимодействием. Тогда из уравнений (25), (26) приходим к величинам заселенностей, которые теперь определяются лишь отношением D/T:

$$p = \frac{2+\Delta p}{3}, \quad \Delta p = \frac{1-e^{-D/T}}{1+2e^{-D/T}}. \qquad (33)$$

Величину поляризации $s = \cos 2\phi$ основного состояния ионов в угловой фазе и ориентацию осей квантования определим из уравнений (23), (24), которые с учетом (33) приобретают вид

$$\cos 2\phi \sin 2\phi \left[6J_{pl}(3\cos^2\theta - 1) + 4J_{ch}(2\cos^2\theta - 1)\right](\Delta p(T))^2 - D\Delta p(T)\sin^2\theta\cos 2\phi - 2h\Delta p(T)\sin 2\phi\cos\theta = 0, \qquad (34)$$

$$\cos\theta\sin\theta\left[(9J_{pl}+4J_{ch})(\Delta p(T))^2\cos^2 2\phi + D\Delta p(T)(1-\sin 2\phi)\right] - h\Delta p(T)\cos 2\phi\sin\theta = 0. \qquad (35)$$

Видно, что уравнения (34), (35) полностью эквивалентны уравнениям (6), (7), но с зависящими от температуры коэффициентами, для которых удобно ввести обозначения $J_{pl}(T) = J_{pl}(\Delta p(T))^2$, $J_{ch}(T) = J_{ch}(\Delta p(T))^2$, $D(T) = D\Delta p(T)$.

Исходя из этого, зависящую от магнитного поля и описывающую поляризацию часть свободной энергии можно записать в виде

$$\Delta F = \frac{3}{2}\left[D(T) - (6J_{pl}(T) + 4J_{ch}(T)) - \frac{h^2\Delta p(T)}{D}\right]s^2 + \frac{3}{8}D(T)s^4. \qquad (36)$$

Величину критического поля определим, приравнивая нулю коэффициент при s^2 в (36):

$$h_{QP}(T) = D\sqrt{1 - \frac{6J_{pl}+4J_{ch}}{D}\Delta p(T)}. \qquad (37)$$

Минимизируя (36), находим величину поляризации

$$s(T,h) = 2\frac{\sqrt{h_{QP}(T)}\sqrt{h-h_{QP}(T)}}{D} \qquad (38)$$

основного состояния иона. Используя (35), определим, наконец, величину угла скоса спинов подрешеток при $h \to 0$:

$$\cos\theta = \frac{h_{QP}^{3/2}(T)}{D^2}\sqrt{h - h_{QP}(T)}. \qquad (39)$$

Выписанные выражения позволяют определить намагниченность кристалла для этого решения; она равна сумме векторов намагниченностей подрешеток, направлена вдоль трудной оси и в расчете на один магнитный ион ее можно представить в виде

$$m^z = 2\frac{h_{QP}^2(T)\left[h-h_{QP}(T)\right]}{D^3}\Delta p(T). \qquad (40)$$

Как следует из (40), магнитная восприимчивость системы, соответствующая этому решению, т.е. угловой фазе, оказывается не зависящей от поля:

$$\chi_{QP} = \chi_{\parallel}(T, h > h_{QP}) = 2\frac{h_{QP}^2(T)}{D^3}\Delta p(T). \qquad (41)$$

Такое поведение магнитной восприимчивости наблюдалось в работе [21], где измерялась продольная (вдоль оси C_3) намагниченность кристаллов $CsFeCl_3$ и $RbFeCl_3$ при разных температурах. В интервале полей 4–6 Тл $\le H \le$ 10–11 Тл при $T \le 2.5$ K восприимчивость этих АФМ действительно оказывается постоянной. Вне этого интервала она резко убывала, что и должно быть как для малых, так и для больших полей, т.е. вне области существования угловой фазы.

Заметим при этом, что несмотря на экспоненциальную малость величины восприимчивости в синглетном состоянии (см. выражения (31) и (32)), она может оказаться одного порядка со значением восприимчивости (41), так как $h_{QP}/D \ll 1$, а $D \gg T$.

6. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПРИ $T \neq 0$

Из проведенного выше анализа следует, что при $T \neq 0$ в полях $h \ll D$ возможны два решения системы (23)–(26). Первое из них отвечает одноподрешеточной фазе кристалла, когда основное состояние ионов немагнитно (синглетно), а два других ионных состояния имеют предельные значения проекции спина на ось квантования, причем ось квантования направлена вдоль поля.

Во втором решении величины проекций спина иона не равны предельным и основное ионное состояние поляризовано. При этом реализуется многоподрешеточное АФМ-состояние, и при $h \to h_{QP}$ оси квантования направлены перпендикулярно полю. Совершенно очевидно, что поворот осей квантования в магнитном поле при переходе от первого решения ко второму будет скачкообразным. Иными словами, фазовый переход между синглетным состоянием и угловой фазой при $T \neq 0$ будет, в отличие от случая $T = 0$, не второго, а первого рода. Величину магнитного поля такого фазового перехода определим из равенства значений свободной энергий для обоих решений. При $h \ll D$ свободная энергия синглетной фазы может быть записана в виде

$$F_{SP} = -T \ln\left(1 + 2e^{-D/T} \operatorname{ch} h/T\right). \qquad (42)$$

В случае полей $h \gg T$, но меньших константы анизотропии, выражение (42) представим в виде

$$F_{SP} = -T^2 \chi_{\parallel}(T, h). \qquad (43)$$

Свободная энергия для второго решения состоит из суммы одночастичной составляющей, зависящей от D/T и не зависящей от h, и вклада (36), описывающего процесс поляризации основного состояния иона магнитным полем. Таким образом, выражение для равновесной, зависящей только от h свободной энергии в угловой фазе при $s \ll 1$ имеет вид

$$F_{QP} = -T \ln(1 + 2e^{-D/T}) + \Delta F(h). \qquad (44)$$

С учетом выражений (37)–(41), а также при $T/D \ll 1$ выражение для энергии F_{QP} запишем в виде

$$F_{QP} = -T^2 \chi_{\parallel}(T, 0) - \frac{1}{2}\chi_{QP}(T) \left[h - h_{QP}(T)\right]^2. \qquad (45)$$

Для определения величины поля фазового перехода из синглетного состояния в угловую фазу необходимо приравнять энергии обеих фаз. Тем самым, приходим к трансцендентному уравнению

$$T^2 \left[\chi_{\parallel}(T, h_C) - \chi_{\parallel}(T, 0)\right] = \\ = \frac{1}{2}\chi_{QP}(T) \left[h_C - h_{QP}(T)\right]^2, \qquad (46)$$

где h_C — величина поля фазового перехода.

Как видим из (46), величина поля h_C несколько превышает поле h_{QP}. Это подтверждает сделанный вывод о том, что при $T \neq 0$ фазовый переход из синглетной фазы в угловую фазу относится к первому роду, а в точке $h = h_C$ должен происходить скачок намагниченности. Интересно, что при уменьшении T величины полей h_C и h_{QP} сближаются, причем $h_C \to h_{QP}$, когда $T \to 0$.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше было показано, что и для описания магнитных фазовых переходов в синглетных магнетиках может быть развит подход, основанный на теории фазовых переходов Ландау. При этом в качестве параметра порядка используется спиновая поляризация одночастичных состояний парамагнитных ионов. В частности, нами продемонстрировано, что в тройных магнитных галогенидах ABX_3 с сильной легкоплоскостной одноионной анизотропией фазовый переход из синглетного (одноподрешеточного) состояния в АФМ-фазу, индуцируемый продольным магнитным полем, происходит в виде магнитного фазового перехода типа смещения. Важно (и это специфика рассматриваемой системы), что при $T = 0$ этот фазовый переход непрерывен, а при $T \neq 0$ он протекает скачкообразно. Такое изменение рода фазового перехода со второго на первый связано с влиянием порождаемого магнитным полем парапроцесса, пренебрегать которым в данных системах нельзя.

Другая, также весьма принципиальная, особенность рассматриваемой системы проявляется при ее намагничивании при низких температурах. Во-первых, величина продольной компоненты магнитной восприимчивости в синглетной фазе, т. е. на начальной стадии процесса намагничивания, сильно нелинейна, она экспоненциально возрастает при увеличении внешнего поля h и уменьшается при понижении T. Во-вторых, после перехода в АФМ-состояние при $h > h_C$ величина этой компоненты магнитной восприимчивости перестает зависеть от h, что также можно признать весьма нестандартным фактом. Действительно, для обычного АФМ (подчиняющегося квазиклассическому описанию) величина магнитной восприимчивости в спин-флоп-фазе постоянна. Но в таком АФМ спин-флоп-фаза является следствием лишь изменения АФМ-порядка, вызванного внешним полем, а модули спинов подрешеток в спин-флоп-фазе по мере скоса к полю остаются по сути постоянными. В синглетном же магнетике при $h < h_C$ АФМ (в том числе многоподрешеточное) состояние вообще отсутствует и лишь в поле $h = h_C$ начинают формироваться подрешетки: их магнитные моменты становятся отличными от нуля и возрастают по мере увеличения h; при этом поле вызывает скос спинов к трудной оси. Однако, и это необычно, полевые зависимости величин средних спинов и углов таковы, что магнитная восприимчивость кристалла в целом в угловой фазе аналогична таковой для квазиклассических АФМ.

Результаты проведенного исследования качественно хорошо согласуются с данными недавнего экспериментального исследования статических магнитных свойств $CsFeBr_3$ [5]. В этом АФМ отчетливо наблюдается магнитный фазовый переход типа смещения из синглетного состояния в угловую фазу. Из дополнительных данных измерений теплоемкости $CsFeBr_3$ следует, что такой фазовый переход при $T \neq 0$ относится к первому роду, хотя намагничивание кристалла происходит плавно и скачка не обнаруживает. При понижении температуры и по мере приближения к $T = 0$ в $CsFeBr_3$ отчетливо просматривается тенденция к изменению рода перехода с первого на второй [5], что, однако, требует отдельного экспериментального изучения. Полевые зависимости продольной восприимчивости в $CsFeBr_3$ хорошо соответствуют представленной выше теории. В синглетной фазе величина магнитной восприимчивости в $CsFeBr_3$ нелинейно (экспоненциально) зависит от величины приложенного поля, а после перехода в угловую фазу при $h > h_C$ она уже постоянна. Тем не менее следует сказать, что по имеющимся данным [5] пока трудно сделать непосредственное описание хода кривых намагничивания и восприимчивости кристалла $CsFeBr_3$. Заметим также, что непрерывность намагниченности $CsFeBr_3$ при рассмотренном фазовом переходе первого рода в принципе не исключена, если учесть возможность образования промежуточного состояния, содержащего одновременно обе фазы [22]. Однако изучение доменообразования выходит за рамки настоящей работы и будет проведено отдельно.

Мы признательны С. М. Рябченко за полезную дискуссию и критические замечания. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Национальной академии наук Украины (гранты 1.4.1.ВЦ/95, 0102U002332).

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. С. Гехт, УФН **159**, 261 (1989).

2. M. F. Collins and O. A. Petrenko, Can. J. Phys. **75**, 605 (1997).

3. Б. С. Думеш, УФН **170**, 403 (2000).

4. В. М. Локтев, В. С. Островский, ФНТ **20**, 983 (1994).

5. Y. Tanaka, H. Tanaka, and T. Ono, E-print archives, cond-mat/0104287.

6. B. Dorner, D. Visser, U. Stiegenberger, K. Kakurai, and M. Steiner, Z. Phys. B **72**, 487 (1988).

7. A. Harrison and D. Visser, Condens. Matter **4**, 6977 (1992).

8. В. М. Калита, И. М. Иванова, В. М. Локтев, ФНТ **28**, 667 (2002).

9. В. М. Калита, В. М. Локтев, ФНТ **28**, 1244 (2002).

10. В. М. Калита, В. М. Локтев, ФТТ **45**, 1450 (2003).

11. H. Kawamura, J. Phys. Soc. Jpn. **61**, 1299 (1992).

12. H. Kawamura, J. Phys.: Condens. Matter **10**, 4707 (1998).

13. H. Kadowaki, S. M. Shapiro, T. Inami, and Y. Ajiro, J. Phys. Soc. Jpn. **57**, 2640 (1988).

14. Y. Ajiro, T. Nakashima, Y. Uno, H. Kadowaki, M. Mekata, and N. Achiwa, J. Phys. Soc. Jpn. **57**, 2648 (1988).

15. В. М. Локтев, ФНТ **5**, 295 (1979).

16. А. К. Звездин, В. М. Матвеев, А. А. Мухин, А. И. Попов, *Редкоземельные ионы в магнитоупорядоченных кристаллах*, Наука, Москва (1985).

17. Ф. П. Онуфриева, ЖЭТФ **89**, 2270 (1985).

18. Ю. Н. Мицай, А. Н. Майорова, Ю. А. Фридман, ФТТ **34**, 66 (1992).

19. В. В. Вальков, С. Г. Овчинников, *Квазичастицы в сильнокоррелированных системах*, Изд-во СО РАН, Новосибирск (2001).

20. К. П. Белов, А. К. Звездин, А. М. Кадомцева, Р. З. Левитин, *Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках*, Наука, Москва (1979).

21. T. Haseda, N. Wada, M. Hata, and K. Amaya, Physica B **108**, 841 (1991).

22. В. Г. Барьяхтар, А. Н. Богданов, Д. А. Яблонский, УФН **156**, 47 (1988).