ЖЭТФ, 2004, том 125, вып. 5, стр. 1115–1121

СВЕРХТЕКУЧИЕ ФАЗЫ ^{3}He В АЭРОГЕЛЕ

И. А. Фомин[*]

Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук 119334, Москва, Россия

Поступила в редакцию 1 декабря 2003 г.

В рамках феноменологической схемы описания сверхтекучего ^{3}He в аэрогеле выведен критерий выбора параметра порядка в непосредственной близости от температуры перехода. Параметр порядка BW-фазы чистого ^{3}He удовлетворяет этому критерию, а ABM-фазы — не удовлетворяет. Найден класс параметров порядка, которые могли бы описывать свойства наблюдаемой в ^{3}He в аэрогеле A-подобной фазы. Рассмотрено влияние магнитного поля на параметры порядка, принадлежащие этому классу.

PACS: 67.57.-z

1. ВВЕДЕНИЕ

Сверхтекучие фазы ^{3}He — это наиболее полно изученный пример необычного куперовского спаривания. Спаривание считается необычным, если при вызванном им фазовом переходе наряду с калибровочной симметрией нарушаются и другие симметрии нормальной фазы. Введение аэрогеля в жидкий ^{3}He позволяет использовать его для исследования влияния примесей на необычное куперовское спаривание [1]. Такое исследование может быть важным для понимания свойств металлических сверхпроводников с необычным куперовским спариванием: UPt_3, UBe_{13}, $Sr_2Ru_2O_4$, UGe_2 и др., в которых примеси неизбежно присутствуют. Аэрогель можно представлять себе как жесткий каркас, образованный «нитями» толщиной примерно 30 Å. Оцениваемое среднее расстояние между нитями аэрогеля, равное примерно 200 Å, близко к корреляционной длине в сверхтекучем ^{3}He — ξ_0, изменяющейся в зависимости от давления в интервале 160–500 Å. Как и обычные примеси, аэрогель ограничивает длину свободного пробега l фермиевских квазичастиц в жидком ^{3}He. Для 98-процентного аэрогеля (занимающего менее двух процентов заполняемого им объема) согласно оценкам $l \sim 1500$–1800 Å. Эта длина велика по сравнению с ξ_0. В соответствии с теорией сверхпроводящих сплавов [2] при необычном спаривании примеси понижают температуру сверхтекучего перехода T_c в меру ξ_0/l [3]. Ниже T_c в системе ^{3}He+аэрогель наблюдаются две сверхтекучие фазы [4]. По аналогии с чистым (свободным от аэрогеля) ^{3}He одну из фаз называют A-подобной, другую — B-подобной. Такое соответствие имеет точный смысл в случае B-подобной фазы. Наблюдение в ней однородно прецессирующего домена [5] показывает, что отличие ее параметра порядка от параметра порядка BW-фазы если и существует, то невелико. Наблюдаемые свойства A-подобной фазы сильнее отличаются от свойств A-фазы чистого ^{3}He. Для ее идентификации следует ответить на вопрос, может ли аэрогель повлиять на вид параметра порядка, и если может, то какие фазы допустимы. Ответ на этот вопрос и является целью настоящей работы. Далее будет сформулирована процедура нахождения параметров порядка сверхтекучих фаз ^{3}He в аэрогеле вблизи температуры перехода T_c, которая затем будет применена к A-подобной фазе.

2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АЭРОГЕЛЯ С ПАРАМЕТРОМ ПОРЯДКА

При куперовском спаривании с $l \neq 0$ помимо уже упомянутого общего понижения T_c, определяемого средней длиной свободного пробега, следует ожидать появления эффектов, обязанных флуктуациям в расположении нитей аэрогеля. Вблизи T_c эти эффекты можно описать феноменологически, считая, что аэрогель создает случайное поле, действующее на параметр порядка. Соответствующее измене-

[*]E-mail: fomin@kapitza.ras.ru

ние свободной энергии сверхтекучих фаз находится из соображений симметрии и предположений о свойствах аэрогеля. Спаривание в ^{3}He происходит с орбитальным моментом $l = 1$ и спином $s = 1$. Параметром порядка при таком спаривании является комплексная 3×3-матрица $A_{\mu j}$, индекс «μ» — спиновый, «j» — орбитальный. Взаимодействие ^{3}He с нитями аэрогеля возникает из-за рассеяния на них квазичастиц. При рассеянии квазичастицы изменяют свой импульс, таким образом аэрогель взаимодействует с орбитальной частью матрицы $A_{\mu j}$. Возможно также взаимодействие со спиновой частью параметра порядка. Материал, из которого приготовлен аэрогель (SiO_2), — немагнитный, однако при погружении в жидкий ^{3}He нити аэрогеля покрываются слоем локализованных атомов ^{3}He, с которыми квазичастицы могут обмениваться спином при рассеянии. В экспериментах для «выключения» взаимодействия со спином в ячейку добавляют примесь ^{4}He. Тогда на нитях в первую очередь осаждаются атомы ^{4}He и при достаточной концентрации примесей они полностью замещают локализованные атомы ^{3}He. Таким образом, ^{3}He в аэрогеле с добавкой ^{4}He и без такой добавки может иметь разные свойства. Особенно сильно должны различаться магнитные свойства. Всюду в дальнейшем будет предполагаться, что нити аэрогеля покрыты слоем ^{4}He. В этом случае аэрогель действует только на орбитальную часть матрицы $A_{\mu j}$ и в главном порядке по $A_{\mu j}$ соответствующая добавка к свободной энергии может быть записана в виде [6]

$$F_\eta = N(0)\int \eta_{jl}(\mathbf{r})A_{\mu j}A^*_{\mu l}\,d^3r, \qquad (1)$$

где $N(0)$ — плотность состояний на границе Ферми, а $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ — случайное статическое тензорное поле. В силу инвариантности $t \to -t$ тензор $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ вещественный и симметричный, его изотропная часть $(1/3)\eta_{ll}(\mathbf{r})\delta_{jl}$ описывает локальное изменение величины $T_c = T_c(\mathbf{r})$ из-за флуктуаций плотности рассеивателей. Анизотропная же часть

$$\eta_{jl}(\mathbf{r}) - \frac{1}{3}\eta_{ll}(\mathbf{r})\delta_{jl} \equiv \eta^{(a)}_{jl}$$

описывает локальное расщепление T_c из-за нарушения сферической симметрии нитями аэрогеля. Изотропная часть случайного поля в дальнейшем будет считаться включенной в $T_c = T_c(\mathbf{r})$. Результаты работы [7] позволяют оценить по порядку величины случайное поле:

$$|\eta_{jl}| \sim x\xi_0/R \sim \xi_0/l,$$

где l — длина свободного пробега, R — радиус нити, x — доля объема, занятая аэрогелем. Для 98-процентного аэрогеля $\xi_0/l \sim 1/10$. Пространственный масштаб, на котором изменяется поле $\eta_{jl}(\mathbf{r})$, — это расстояние между нитями $d \sim R/\sqrt{x}$, в 98-процентном аэрогеле оно сравнимо с ξ_0. При деформации параметра порядка с масштабом порядка d относительный проигрыш градиентной энергии порядка $(\xi_0/d)^2$ больше, чем выигрыш из-за взаимодействия с полем $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ в меру $\xi_0/R \gg 1$. Параметру порядка невыгодно следовать за изменениями поля или образовывать локализованные на масштабе порядка d состояния. Слабость поля $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ не исключает возможности образования локализованных состояний с масштабом $L \gg d$. Такая возможность существует из-за вырождения среднего параметра порядка $\bar{A}_{\mu j}$ по орбитальным поворотам. Согласно Имри и Ма [8], при непрерывном вырождении параметра порядка случайное поле может приводить к разрушению упорядочения. Имри и Ма показали, в частности, что для векторного параметра порядка $\mathbf{s}(\mathbf{r})$, взаимодействующего со случайным полем $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ согласно формуле

$$F_{IM} = -\int \mathbf{s}(\mathbf{r})\cdot\mathbf{h}(\mathbf{r})\,d^3r, \qquad (2)$$

дальний порядок разрушается сколь угодно слабым полем. Действительно, среднее значение случайного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ обращается в нуль, т. е. $(1/L^3)\int \mathbf{h}(\mathbf{r})\,d^3r \to 0$ при $L \to \infty$, где L — линейный размер области, по которой проводится интегрирование. Приближение к нулю происходит пропорционально $(d/L)^{3/2}$. По такому же закону стремится к нулю выигрыш в энергии из-за ориентации параметра порядка по направлению среднего поля в области с линейным размером порядка L. Проигрыш энергии убывает быстрее — по закону $(\xi_0/L)^2$ — и при больших L оказывается выгодным разбиение на домены. Врезультате разбиения на домены дальний порядок разрушается. При применении этого общего аргумента к сверхтекучему ^{3}He в аэрогеле следует иметь в виду отличие взаимодействия F_η от F_{IM}, а именно существование отличных от нуля $\bar{A}_{\mu j}$, для которых F_η обращается в нуль при всех допустимых $\eta^{(a)}_{jl}$. Эти значения $\bar{A}_{\mu j}$ находятся из уравнения

$$\eta^{(a)}_{jl}\bar{A}_{\mu j}\bar{A}^*_{\mu l} = 0. \qquad (3)$$

Его решения удовлетворяют уравнению, не зависящему от η_{jl}:

$$\bar{A}_{\mu l}\bar{A}^*_{\mu j} + \bar{A}_{\mu j}\bar{A}^*_{\mu l} = \delta_{jl}\cdot\mathrm{const}. \qquad (4)$$

Написанная формула определяет вещественную часть произведения $\bar{A}_{\mu j}\bar{A}^*_{\mu l}$, его мнимая часть может быть произвольным антисимметричным тензором. При обращении в нуль взаимодействия со случайным полем изменение ориентации параметра порядка не приводит к выигрышу в энергии и дальний порядок не разрушается. Уже эти качественные аргументы свидетельствуют, что в случае, когда флуктуациями параметра порядка можно пренебречь, условие (3) является необходимым критерием устойчивости соответствующей величине $\bar{A}_{\mu j}$ фазы по отношению к случайному полю $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ [9]. В следующем разделе будет сформулирована процедура нахождения параметра порядка в присутствии случайного поля $\eta_{jl}(\mathbf{r})$.

3. ВЫБОР СВЕРХТЕКУЧИХ ФАЗ

С учетом взаимодействия (1) функционал Гинзбурга–Ландау записывается в виде

$$F_{GL} = \\ = N(0)\int d^3r \left[\tau A_{\mu j}A^*_{\mu j} + \eta_{jl}(\mathbf{r})A_{\mu j}A^*_{\mu l} + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s I_s + \right. \\ + \frac{1}{2}\left(K_1\frac{\partial A_{\mu l}}{\partial x_j}\frac{\partial A^*_{\mu l}}{\partial x_j} + K_2\frac{\partial A_{\mu l}}{\partial x_j}\frac{\partial A^*_{\mu j}}{\partial x_l} + \right. \\ \left.\left. + K_3\frac{\partial A_{\mu j}}{\partial x_j}\frac{\partial A^*_{\mu l}}{\partial x_l}\right)\right], \quad (5)$$

где $\tau = (T - T_c)/T_c$, I_s — инварианты 4-го порядка в разложении свободной энергии по $A_{\mu j}$, их явные выражения (см., например, [10]) здесь не понадобятся. Коэффициенты $\beta_1, \ldots, \beta_5, K_1, K_2, K_3$ — феноменологические постоянные. В дальнейшем в соответствии с приближением слабой связи будем считать, что $K_1 = K_2 = K_3 \equiv K$. Градиентные члены могут также содержать случайные добавки, например вида $u_j(\mathbf{r})A_{\mu l}\partial A^*_{\mu l}/\partial x_j$, где $u_j(\mathbf{r})$ — случайный вектор[1)]. По смыслу это с точностью до множителя $\hbar/m$ локальная случайная скорость. Все члены такого типа получаются «удлинением» производных

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \to \frac{\partial}{\partial x_j} + u_j(\mathbf{r})$$

в выражении для энергии (5). Из дальнейших рассуждений будет видно, что эти члены не оказывают влияния на выбор фаз, поэтому здесь они не учитываются. Варьирование функционала (5) по $A^*_{\mu j}$ дает уравнение для определения равновесного параметра порядка:

$$\tau A_{\mu j} + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s\frac{\partial I_s}{\partial A^*_{\mu j}} - \\ - \frac{1}{2}K\left(\frac{\partial^2 A_{\mu j}}{\partial x_l^2} + 2\frac{\partial^2 A_{\mu l}}{\partial x_l \partial x_j}\right) = -A_{\mu l}\eta_{lj}, \quad (6)$$

а варьирование по $A_{\mu j}$ — комплексно сопряженное уравнение. Случайное поле $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ согласно приведенной выше оценке мало. Учет влияния малого случайного поля на однокомпонентный параметр порядка (обычное спаривание) вблизи T_c был проведен Ларкиным и Овчинниковым [11]. В дальнейшем будут использованы аналогичные рассуждения. Более сложный вид параметра порядка и уже упоминавшееся вырождение требуют, однако, внесения в процедуру работы [11] также и нетривиальных изменений.

Случайное поле вызывает флуктуации параметра порядка $a_{\mu j}$ около его среднего значения, т. е.

$$A_{\mu j}(\mathbf{r}) = \bar{A}_{\mu j} + a_{\mu j}(\mathbf{r}).$$

Условие $\bar{A}_{\mu j} \neq 0$ является критерием установления дальнего порядка и определяет температуру перехода T_c. Не слишком близко к T_c можно считать $a_{\mu j}$ малой величиной первого порядка по η_{jl}. Ограничиваясь этой областью температур, разложим уравнение (6) около $A_{\mu j} = \bar{A}_{\mu j}$ и удержим в нем члены вплоть до второго порядка по $a_{\mu j}$ и η_{jl}:

$$\tau\bar{A}_{\mu j} + \tau a_{\mu j} + \\ + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s\left[\frac{\partial I_s}{\partial A^*_{\mu j}} + \frac{\partial^2 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A_{\nu n}}a_{\nu n} + \frac{\partial^2 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A^*_{\nu n}}a^*_{\nu n} + \right. \\ + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^3 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A_{\nu n}\partial A_{\beta l}}a_{\nu n}a_{\beta l} + \right. \\ \left. + 2\frac{\partial^3 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A^*_{\nu n}\partial A_{\beta l}}a^*_{\nu n}a_{\beta l}\right) - \\ \left. - \frac{1}{2}K\left(\frac{\partial^2 a_{\mu j}}{\partial x_l^2} + 2\frac{\partial^2 a_{\mu l}}{\partial x_l \partial x_j}\right)\right] = \\ = -\bar{A}_{\mu l}\eta_{lj} - a_{\mu l}\eta_{lj}. \quad (7)$$

Усредним теперь полученное уравнение по масштабам, много большим среднего расстояния между нитями аэрогеля:

[1)] На существование таких членов в энергии мне указал В. И. Марченко.

$$\tau \bar{A}_{\mu j} + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s\left[\frac{\partial I_s}{\partial A^*_{\mu j}} + \right.$$
$$+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^3 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A_{\nu n}\partial A_{\beta l}}\langle a_{\nu n}a_{\beta l}\rangle + \right.$$
$$\left.\left. + \; 2\frac{\partial^3 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A^*_{\nu n}\partial A_{\beta l}}\langle a^*_{\nu n}a_{\beta l}\rangle\right)\right] = -\langle a_{\mu l}\eta_{lj}\rangle. \quad (8)$$

В написанное уравнение помимо $\bar{A}_{\mu j}$ входят средние от произведений флуктуационных добавок $\langle a_{\nu n}a_{\beta l}\rangle$ и т. п. Для определения этих добавок следует собрать в уравнении (7) и в комплексно-сопряженном ему уравнении быстро изменяющиеся члены

$$\tau a_{\mu j} + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s\left[\frac{\partial^2 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A_{\nu n}}a_{\nu n} + \frac{\partial^2 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A^*_{\nu n}}a^*_{\nu n} - \right.$$
$$\left. - \; \frac{1}{2}K\left(\frac{\partial^2 a_{\mu j}}{\partial x_l^2} + 2\frac{\partial^2 a_{\mu l}}{\partial x_l\partial x_j}\right)\right] = -\bar{A}_{\mu l}\eta_{lj}, \quad (9)$$

$$\tau a^*_{\mu j} + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s\left[\frac{\partial^2 I_s}{\partial A_{\mu j}\partial A^*_{\nu n}}a^*_{\nu n} + \frac{\partial^2 I_s}{\partial A_{\mu j}\partial A_{\nu n}}a_{\nu n} - \right.$$
$$\left. - \; \frac{1}{2}K\left(\frac{\partial^2 a^*_{\mu j}}{\partial x_l^2} + 2\frac{\partial^2 a^*_{\mu l}}{\partial x_l\partial x_j}\right)\right] = -\bar{A}^*_{\mu l}\eta_{lj}. \quad (10)$$

Это линейная неоднородная система уравнений. Вследствие упомянутого выше вырождения $\bar{A}_{\mu j}$ соответствующая ей однородная система имеет решения. Это приращения $\bar{A}_{\mu j}$ и $\bar{A}^*_{\mu j}$ при малом повороте Ω_q:

$$\omega_{\mu j} = \Omega_q e^{jqr}\bar{A}_{\mu r}, \quad \omega^*_{\mu j} = \Omega_q e^{jqr}\bar{A}^*_{\mu r}, \quad (11)$$

где e^{jqr} — абсолютно антисимметричный тензор. Для решения уравнений (9), (10) следует перейти в них к фурье-образам $\eta_{jl}(\mathbf{k})$ и $a_{\mu j}(k)$. В дальнейшем будет существенным лишь характер особенности $a_{\mu j}(k)$ при $k \to 0$, поэтому можно пренебречь анизотропией градиентных членов и заменить в уравнениях (9) и (10) члены с производными

$$\frac{1}{2}K\left(\frac{\partial^2 a_{\mu j}}{\partial x_l^2} + 2\frac{\partial^2 a_{\mu l}}{\partial x_l\partial x_j}\right)$$

и

$$\frac{1}{2}K\left(\frac{\partial^2 a^*_{\mu j}}{\partial x_l^2} + 2\frac{\partial^2 a^*_{\mu l}}{\partial x_l\partial x_j}\right)$$

соответственно на

$$\frac{1}{2}\bar{K}\left(\frac{\partial^2 a_{\mu j}}{\partial x_l^2}\right)$$

и

$$\frac{1}{2}\bar{K}\left(\frac{\partial^2 a^*_{\mu j}}{\partial x_l^2}\right).$$

Умножая обе части уравнения (9) на $\omega^*_{\mu j}$, уравнения (10) на $\omega_{\mu j}$ и складывая полученные уравнения, находим для проекции $a_{\mu j}(k)\omega^*_{\mu j} + a^*_{\mu j}(k)\omega_{\mu j} \equiv a^{\omega}(k)$:

$$a^{\omega}(k) = -\frac{2}{K}\frac{(\omega^*_{\mu j}\bar{A}_{\mu l} + \omega_{\mu j}\bar{A}^*_{\mu l})\eta^{(a)}_{lj}}{k^2}. \quad (12)$$

При вычислении средних $\langle a_{\nu n}a_{\beta l}\rangle$ компоненты $a_{\mu j}$, параллельные $\omega_{\mu j}$, будут давать вклад, пропорциональный

$$\left[(\omega^*_{\mu j}\bar{A}_{\mu l} + \omega_{\mu j}\bar{A}^*_{\mu l})\eta^{(a)}_{lj}\right]^2\int\frac{d^3k}{k^4}.$$

Написанный интеграл расходится на нижнем пределе. В этом случае расходящиеся члены нельзя исключить путем перенормировки входящих в выражение для энергии постоянных. Для того чтобы решение уравнения (8) существовало, следует потребовать обращения в нуль коэффициента перед интегралом, т. е. выполнения условия

$$\Omega_n e^{jnr}Q_{rl}\eta^{(a)}_{lj} = 0, \quad (13)$$

где $Q_{rl} = \bar{A}_{\mu r}\bar{A}^*_{\mu l} + \bar{A}_{\mu l}\bar{A}^*_{\mu r}$. В силу произвольности Ω_n из (13) следует, что

$$Q_{rl}\eta^{(a)}_{lj} = Q_{jl}\eta^{(a)}_{lr}. \quad (14)$$

Матрица Q_{rl} эрмитова, ее можно привести к диагональному виду с вещественными диагональными матричными элементами q_r. В соответствующем базисе равенство (14) можно переписать тогда в виде

$$(q_r - q_j)\eta^{(a)}_{rj} = 0.$$

Это равенство должно выполняться при всех допустимых $\eta^{(a)}_{rn}$. Отсюда следует, что все q_r равны друг другу, т. е.

$$\bar{A}_{\nu r}\bar{A}^*_{\nu j} + \bar{A}_{\nu j}\bar{A}^*_{\nu r} = q\delta_{rj},$$

что совпадает с условием (4).

Параметры порядка, удовлетворяющие условию (4), естественно называть «квазиизотропными», поскольку энергия их взаимодействия с аэрогелем не изменяется при произвольных орбитальных поворотах, т. е. непрерывное вырождение сохраняется и при учете случайного тензорного поля $\eta_{jl}(\mathbf{r})$. Заметим также, что в тензор сверхтекучих плотностей параметр порядка $A_{\mu j}$ входит в комбинации $A_{\mu l}A^*_{\mu j} + A_{\mu j}A^*_{\mu l}$, т. е. условие (4) есть требование изотропии этого тензора.

Таким образом, случайное поле $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ не разрушает дальнего порядка лишь для тех сверхтекучих фаз ^{3}He, которые имеют квазиизотропный параметр порядка. Процедура отыскания параметров порядка, соответствующих наблюдаемым или возможным сверхтекучим фазам, должна поэтому начинаться с выбора семейства матриц $\bar{A}_{\mu j}$, удовлетворяющих условию (4). Эти матрицы являются для искомого параметра порядка «правильным нулевым приближением». Затем следует с помощью уравнений (9) и (10) выразить $a_{\mu j}$ и $a^*_{\mu j}$ через $\bar{A}_{\mu j}$ и $\eta_{jl}(\mathbf{r})$. Фактически удобно находить фурье-компоненты $a_{\mu j}(\mathbf{k})$. После вычисления средних $\langle a_{\nu n} a_{\beta l}\rangle$ и т. п. и подстановки этих средних в уравнение (8) оно становится замкнутым уравнением для определения $\bar{A}_{\mu j}$. Входящие в него коэффициенты $\beta_1, \ldots, \beta_5, K$ и корреляционные функции $\langle \eta_{\nu n}(\mathbf{k})\eta_{\beta l}(-\mathbf{k})\rangle$ следует считать заданными. При $\eta_{jl}(\mathbf{r}) = 0$ мы возвращаемся к обычному уравнению для определения экстремумов свободной энергии в чистом ^{3}He.

Параметр порядка BW-фазы

$$A^{BW}_{\mu j} = \Delta e^{i\varphi} R_{\mu j}, \tag{15}$$

где $R_{\mu j}$ — вещественная ортогональная матрица, удовлетворяет условию (4). Если пренебречь дипольным взаимодействием, то поворотом спиновых осей относительно орбитальных матрицу $R_{\mu j}$ можно сделать единичной. Аэрогель естественно считать однородным и изотропным. В этом случае тензорная структура корреляционных функций $\langle \eta_{\nu n}(\mathbf{k})\eta_{\beta l}(-\mathbf{k})\rangle$ определяется из симметрии [6]. Также из симметрии ясно, что параметр порядка, пропорциональный единичной матрице, удовлетворяет уравнению (8). Таким образом, BW-фаза сохраняет устойчивость в присутствии аэрогеля. По сравнению с чистым ^{3}He изменятся значения феноменологических коэффициентов $\beta_1, \ldots, \beta_5$, что повлияет на область устойчивости BW-фазы и на зависящие от этих коэффициентов термодинамические свойства фазы. Здесь, однако, задача о явном вычислении флуктуационных поправок к коэффициентам $\beta_1, \ldots, \beta_5$ рассматриваться не будет.

Параметр порядка ABM-фазы,

$$A_{\mu j} = \Delta \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{d}_\mu (\hat{m}_j + i\hat{n}_j), \tag{16}$$

критерию (4) не удовлетворяет. В связи с этим возникает вопрос о поиске параметра порядка, который мог бы описывать наблюдаемые свойства A-подобной фазы.

4. НУЛЕВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ ESP-ФАЗ

Измеренная магнитная восприимчивость A-подобной фазы такая же, как в нормальной фазе [4]. Отсюда следует, что в этой фазе отсутствуют куперовские пары с равной нулю проекцией спина на направление магнитного поля, т. е. она относится к ESP-типу (от английского «equal spin pairing»). Параметр порядка произвольной ESP-фазы можно записать в виде

$$A_{\mu j} = \Delta \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\hat{d}_\mu (m_j + in_j) + \hat{e}_\mu (l_j + ip_j) \right], \tag{17}$$

где $\hat{d}_\mu$ и $\hat{e}_\mu$ — взаимно ортогональные единичные векторы, а векторы m_j, n_j, l_j, p_j пока произвольны. В результате подстановки параметра порядка (17) в условие (4) убеждаемся, что, для того чтобы это условие удовлетворялось, векторы m_j, n_j, l_j, p_j должны подчиняться уравнению

$$m_j m_l + n_j n_l + l_j l_l + p_j p_l = \delta_{jl}. \tag{18}$$

При этом считается, что параметр порядка нормирован условием $A_{\mu j} A^*_{\mu j} = \Delta^2$. Одно из решений уравнения (18) ($\mathbf{p} = 0$, $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{l}$ — ортонормированная тройка векторов) подробно обсуждалось ранее [9]. Чтобы найти все решения, удобно применить следующий прием. Рассмотрим четыре четырехмерных вектора, M_s, N_s, L_s, P_s ($s = 1, 2, 3, 4$), удовлетворяющих уравнению

$$M_r M_s + N_r N_s + L_r L_s + P_r P_s = \delta_{rs}. \tag{19}$$

Единственным (с точностью до общего поворота и отражений) решением уравнения (9) является четверка ортонормированных векторов $\hat{q}^{(a)}$: $\hat{q}^{(a)} \cdot \hat{q}^{(b)} = \delta^{ab}$. Выберем теперь произвольный единичный четырехмерный вектор $\hat{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4)$ и спроецируем векторы $\hat{q}^{(a)}$ на трехмерную гиперплоскость, ортогональную вектору $\hat{\nu}$. В результате проецирования получаются четыре трехмерных вектора:

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= \hat{q}^{(1)} - \nu_1 \hat{\nu}, & \mathbf{n} &= \hat{q}^{(2)} - \nu_2 \hat{\nu}, \\ \mathbf{l} &= \hat{q}^{(3)} - \nu_3 \hat{\nu}, & \mathbf{p} &= \hat{q}^{(4)} - \nu_4 \hat{\nu}. \end{aligned} \tag{20}$$

Умножая комбинацию $m_j m_l + n_j n_l + l_j l_l + p_j p_l$ на произвольный вектор a_l, перпендикулярный вектору $\hat{\nu}$, и используя для $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{l}$, $\mathbf{p}$ формулы (20), можно убедиться, что они удовлетворяют уравнению (18). Пользуясь формулами (20), можно найти другие свойства векторов $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{l}$, $\mathbf{p}$:

$$m^2 + n^2 + l^2 + p^2 = 3, \tag{21}$$

$$\mathbf{m}\cdot\mathbf{n} = -\nu_1\nu_2, \quad \mathbf{m}\cdot\mathbf{l} = -\nu_1\nu_3, \quad \mathbf{n}\cdot\mathbf{l} = -\nu_2\nu_3, \ \ldots \tag{22}$$

$$m^2 = 1-\nu_1^2, \quad n^2 = 1-\nu_2^2, \ \ldots \tag{23}$$

С помощью свойства (22) можно показать, что $[\mathbf{m}\times\mathbf{n}]\cdot[\mathbf{l}\times\mathbf{p}] = 0$, т. е. нормали к плоскостям, натянутым соответственно на пары векторов $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$ и $\mathbf{l}$, $\mathbf{p}$, взаимно перпендикулярны. Это свойство сохраняется при любом выборе пар из четверки векторов $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{l}$, $\mathbf{p}$. Таким образом, формула (17) с векторами $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{l}$, $\mathbf{p}$, определенными согласно равенствам (20), задает трехпараметрическое семейство квазиизотропных параметров порядка ESP-типа. Подстановка таких параметров порядка в формулу (5) определяет их энергии в нулевом приближении по $\eta_{jl}(\mathbf{r})$:

$$\frac{F_{GL}^{(0)}}{N(0)} = \tau\Delta^2 + \frac{\Delta^4}{18}[\beta_1 + 9\beta_2 + \beta_3 + 5(\beta_4+\beta_5) - 4(\beta_1+\beta_5)(\nu_1\nu_4 - \nu_2\nu_3)^2]. \tag{24}$$

Параметры ν_1,ν_2,ν_3,ν_4 входят в написанное выражение только в комбинации $\Lambda \equiv \nu_1\nu_4 - \nu_2\nu_3$. Если $\beta_1+\beta_5 \equiv \beta_{15} < 0$, то минимум свободной энергии достигается при $\Lambda = 0$, т. е. когда

$$\nu_1\nu_4 = \nu_2\nu_3. \tag{25}$$

В приближении слабой связи оба коэффициента β_1 и β_5 отрицательны, причем неравенство $\beta_1+\beta_5<0$ выполнено с большим запасом. Условие (25) имеет простой физический смысл. Параметры порядка, определяемые формулой (17), неунитарны. Соответствующие им фазы могут иметь плотность спина, пропорциональную $e_{\mu\nu\lambda}A_{\mu j}A^*_{\nu j}$. Для параметра порядка (17) это выражение равно $(2\Delta^2/3)[\hat{d}\times\hat{e}][\mathbf{n}\cdot\mathbf{l}-\mathbf{m}\cdot\mathbf{p}]$. С помощью свойства (22) легко убедиться, что спонтанная плотность спина обращается в нуль, если выполнено условие (25). Это условие выделяет двухпараметрическое семейство неферромагнитных квазиизотропных фаз, к которому возможно принадлежит A-подобная фаза. Возможна следующая параметризация этого семейства: $\nu_1 = \sin\alpha\sin\beta$, $\nu_2 = \sin\alpha\cos\beta$, $\nu_3 = \cos\alpha\sin\beta$, $\nu_4 = \cos\alpha\cos\beta$. Наиболее симметричной неферромагнитной конфигурации соответствуют параметры $\alpha = \pi/4$, $\beta = \pi/4$. При указанном выборе $\nu_1=\nu_2=\nu_3=\nu_4=1/2$ длины векторов $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{l}$, $\mathbf{p}$ равны друг другу и равны $\sqrt{3}/2$, также равны друг другу углы между любыми двумя векторами четверки. Такую четверку составляют векторы, соединяющие центр правильного тетраэдра с его вершинами.

Если же $\beta_{15} > 0$, то величина Λ^2 в равновесном состоянии должна принимать максимально возможное значение, оно равно $1/4$ и достигается при $\nu_1=\nu_4$; $\nu_2=-\nu_3$ или $\nu_1=-\nu_4$; $\nu_2=\nu_3$. В обоих случаях решения образуют однопараметрическое семейство. Например, в первом случае параметризовать его можно следующим образом: $\nu_1=\nu_4=\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\gamma$ $\nu_2=-\nu_3=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\gamma$. Наиболее симметричному ферромагнитному решению соответствует, например, такой набор: $\nu_1=-1/2$, $\nu_2=\nu_3=\nu_4=1/2$, т. е. оно получается в результате изменения направления одного из векторов m_j, n_j, l_j, p_j в наиболее симметричном неферромагнитном решении.

5. ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В магнитном поле в свободную энергию следует добавить два члена. Один — квадратичный по полю:

$$f_H^{(2)} = -\frac{1}{2}\chi_{\mu\nu}H_\mu H_\nu. \tag{26}$$

Для ESP-фаз по их определению одно из главных значений тензора магнитной восприимчивости $\chi_{\mu\nu}$ совпадает с восприимчивостью нормальной фазы χ_n. Вблизи T_c вид тензора $\chi_{\mu\nu}$ определяется из соображений симметрии: $\chi_{\mu\nu} = \chi_n\delta_{\mu\nu} - \kappa(A_{\mu j}A^*_{\nu j} + A_{\nu j}A^*_{\mu j})$. Второй член в правой части описывает уменьшение поперечной восприимчивости по сравнению с χ_n. Это двумерный тензор, имеющий главные значения $2\Delta^2\lambda_{1,2}/3$, где $\lambda_{1,2}$ — корни уравнения

$$\lambda^2 - 3\lambda + 2 + \Lambda^2 = 0.$$

В неферромагнитной фазе $\Lambda = 0$, при этом $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 1$, т. е. поперечная восприимчивость анизотропна. В ферромагнитной фазе $\Lambda^2 = 1/4$, $\lambda_1=\lambda_2=1$ и поперечная восприимчивость изотропна. В равновесном состоянии параметр порядка ориентируется так, чтобы максимальное главное значение $\chi_{\mu\nu}$ соответствовало направлению магнитного поля. В этом случае дополнительная энергия (26) имеет одно и то же значение для всех A-подобных фаз.

Помимо квадратичного, в свободной энергии присутствует также линейный по магнитному полю член

$$f_H^{(1)} = i\zeta e_{\mu\nu\lambda}A_{\mu j}A^*_{\nu j}H_\lambda. \tag{27}$$

В чистом ^{3}He этот член расщепляет переход в A-фазу по температуре на два близких перехода. Сначала возникает ферромагнитная A_1-фаза, содержащая куперовские пары только с одной проекцией спина. При более низкой температуре происходит переход в A_2-фазу, в которой присутствуют обе проекции спина. Коэффициент ζ пропорционален производной плотности состояний по энергии, и температурный интервал, в котором существует A_1-фаза, мал в меру малости отношения $\mu H/\varepsilon_F$, где μ — магнитный момент ядра ^{3}He, а ε_F — энергия Ферми.

В аэрогеле линейный по полю член также влияет на последовательность фазовых переходов. Учтем его в энергии (24):

$$\frac{F_{GL}^{(0)}}{N(0)} = \left(\tau - \frac{\zeta H\Lambda}{3}\right)\Delta^2 - \frac{2\Delta^4}{9}\beta_{15}\Lambda^2 + \\ + \frac{\Delta^4}{18}\left[\beta_1 + 9\beta_2 + \beta_3 + 5(\beta_4 + \beta_5)\right]. \quad (28)$$

Это выражение следует минимизировать по Λ и по Δ^2. Результат минимизации зависит от знака суммы β_{15}. Если $\beta_{15} > 0$, то при всех Δ^2 минимум энергии достигается при $|\Lambda| = 1/2$, т. е. устойчива ферромагнитная фаза. Переход в сверхтекучее состояние происходит при $\tau = \zeta H/6$. При $\tau < \zeta H/6$ имеем $\Delta^2 = -9\tau_H/B$, где $\tau_H = \tau - \zeta H/6$, $B = 9\beta_2 + \beta_3 + 5\beta_4 + 4\beta_5$. Магнитный момент имеет не зависящую от поля, но пропорциональную Δ^2 малую добавку $M = N(0)\zeta\Delta^2/6$.

Если же $\beta_{15} < 0$, то ферромагнитная фаза соответствует минимуму энергии (28) только в интервале температур $(B/\beta_{15})(\zeta H/6) < \tau < \zeta H/6$. При $\tau_2 = \zeta HB/6\beta_{15}$ происходит переход в другую фазу, где $\Lambda = -3\zeta H/4\beta_{15}\Delta^2$. По мере удаления от τ_2 величина $\Lambda \to 0$, т. е. дополнительный магнитный момент исчезает. Переход при $\tau = \tau_2$ аналогичен переходу $A_1 \to A_2$ в чистом ^{3}He. Тем самым, рассмотренные выше ферромагнитные фазы аналогичны A_1-фазе чистого ^{3}He. Для этих фаз, однако, отличны от нуля амплитуды спаривания для обеих проекций спина $s = 1$ и $s = -1$.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Таким образом, в аэрогеле могут реализоваться лишь те сверхтекучие фазы ^{3}He, параметр порядка которых удовлетворяет условию (4). Как было видно на примере A-подобной и A_1-подобной фаз, это условие не определяет матрицу $\bar{A}_{\mu j}$ однозначно, а выделяет целое семейство таких матриц. Для выбора энергетически наиболее выгодного параметра порядка следует перейти к следующему приближению по $\eta_{jl}(\mathbf{r})$. Процедура нахождения решения становится существенно более громоздкой, и ответ будет явно зависеть от неизвестных корреляционных функций случайного поля $\eta_{jl}(\mathbf{r})$. Можно попытаться сузить класс допустимых решений, используя физические свойства наблюдаемых сверхтекучих фаз. Например, расщепление перехода в магнитном поле должно свидетельствовать, что из двух рассмотренных в предыдущем разделе возможностей реализуется случай $\beta_{15} < 0$ и вдали от T_c устойчива неферромагнитная фаза. Если же переход $A_1 \to A_2$ отсутствует, то устойчивая фаза ферромагнитна ($\beta_{15} > 0$). Определенные данные на этот счет в литературе отсутствуют. Все квазиизотропные фазы в главном приближении по случайному полю имеют изотропный тензор сверхтекучих плотностей. В частности, этим должна отличаться A-подобная фаза от ABM-фазы чистого ^{3}He. Это свойство можно использовать для проверки предложенной схемы.

Автор благодарен В. В. Дмитриеву и Дж. Парпиа за обсуждения и полезные замечания, а также Е. И. Кацу за приглашение в институт им. Лауэ и Ланжевена в Гренобле, где была выполнена часть работы, и за стимулирующие обсуждения. Настоящая работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 01-02-16714) и Министерства Промышленности, Науки и Технологий РФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. V. Porto and J. M. Parpia, Phys. Rev. Lett. **74**, 4667 (1995).
2. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **39**, 1781 (1961).
3. А. И. Ларкин, Письма в ЖЭТФ **2**, 205, (1965).
4. B. I. Barker, Y. Lee, L. Polukhina et al., Phys. Rev. Lett. **85**, 2148 (2000).
5. В. В. Дмитриев, В. В. Завьялов, Д. Е. Змеев, И. В. Косарев, Н. Малдерс, Письма в ЖЭТФ **76**, 371 (2002).
6. И. А. Фомин, Письма в ЖЭТФ **75**, 220 (2002).
7. D. Rainer and M. Vuorio, J. Phys. C: Sol. St. Phys. **10**, 3093 (1977).
8. Y. Imry and S. Ma, Phys. Rev. Lett. **35**, 1399 (1975).
9. И. А. Фомин, Письма в ЖЭТФ **77**, 285 (2003).
10. D. Vollhardt and P. Wölfle, *The Superfluid Phases of Helium 3*, Taylor and Francis London, New York, Philadelphia (1990).
11. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **61**, 1221 (1971).