

# СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОНА И МАКРОСКОПИЧЕСКОГО КЛАСТЕРА У ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ГЕЛИЯ

*E. V. Лебедева<sup>a</sup>, A. M. Дюгаев<sup>b,c</sup>, П. Д. Григорьев<sup>b,d\*</sup>*

*<sup>a</sup> Институт физики твердого тела Российской академии наук  
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

*<sup>b</sup> Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук  
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

*<sup>c</sup> Max-Planck-Institut for the Physics of Complex Systems  
Dresden, D-01187, Germany*

*<sup>d</sup> High Magnetic Field Laboratory, MPI-FKF and CNRS  
Grenoble, F-38042, France*

Поступила в редакцию 10 июня 2003 г.

Показано, что в сильном электрическом поле существует связанные состояния электрона на поверхности жидкого гелия и кластера из большого числа атомов в объеме жидкости. Эффект связан с дальнодействующим взаимодействием электрона с дипольным моментом кластера. Электрон удерживает кластер под поверхностью жидкости, локализуясь над ее поверхностью. Один электрон может связать кластер состоящий из  $10^6$  атомов. Энергия связи может достигать значений нескольких кельвин.

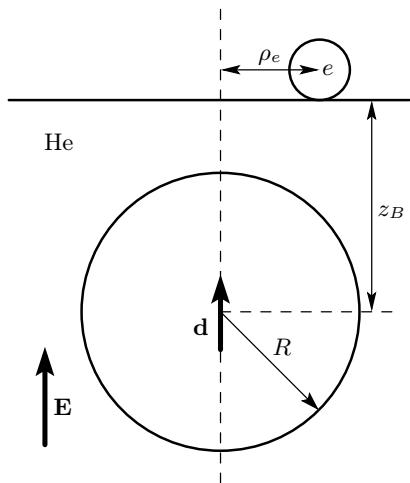
PACS: 73.20.-r, 68.03.-g

Двумерные электроны на поверхности жидкого гелия имеют очень высокую подвижность. Это связано с идеальной чистотой жидкости, при низких температурах все посторонние частицы вымораживаются из гелия, что экспериментально наблюдалось как снегопад маленьких кристаллов водорода и воздуха [1, 2]. В последние годы интенсивно изучаются свойства посторонних частиц в гелии, полученных методом лазерного распыления. Существует хорошо разработанная экспериментальная методика внедрения примеси в гелий через его поверхность [3, 4]. Интересен вопрос о существовании вблизи поверхности гелия заряженных комплексов частиц, состоящих из электрона и макроскопического кластера. Недавно были предложены и исследованы теоретически заряженные кластеры под поверхностью гелия, в которых электрон был жестко прижат к нейтральному кластеру силами поляризационного притяжения [5]. Связанные состояния элек-

тронов на поверхности микроскопических кластеров рассматривались в работе [6], где изучалось влияние кривизны поверхности кластера на стационарные уровни электрона вблизи этой поверхности. Были также исследованы отрицательные ионы большого радиуса на поверхности жидкого гелия [7]. В предлагаемой работе исследуются связанные состояния электрона на поверхности гелия и макроскопического кластера под поверхностью. Показано, что в сильном электрическом поле такие связанные состояния реализуются даже для «гигантских» кристаллов размером  $R \sim 10^3 \text{ \AA}$ . Суть явления состоит в том, что поверхность гелия выступает для электрона и кластера в роли третьего тела, понижаящего размерность задачи. Электрон не проникает в гелий, так как энергия его внедрения в жидкость очень велика:  $V_0 \sim 1 \text{ эВ}$ , что отвечает пробойному электрическому полю  $E_0 \approx 10^8 \text{ В/см}$ . Кластер же удерживается жидкостью, т. е. отталкивается от ее поверхности силами Ван дер Ваальса. Оказывается, что при включении взаимодействия электрона и

---

\*E-mail: pashag@itp.ac.ru



Схематическое изображение электрона и кластера вблизи поверхности жидкого гелия

кластера в сильном электрическом поле существует эффект самокализации. Положение кластера фиксируется на некотором расстоянии  $z_{B_0}$  под поверхностью гелия, а движение электрона вдоль плоскости жидкости ограничено и носит осцилляторный характер.

Потенциальная энергия системы электрон + кластер имеет вид

$$V = V_e(z_e) + V_B(z_B) + V_{eB}(\rho_e, z_e, z_B). \quad (1)$$

Координаты  $\rho_e$ ,  $z_e$  отвечают электрону, а  $z_B$  — кластеру, который предполагается выполненным в виде диэлектрической сферы радиуса  $R$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_B$  (см. рисунок).

Потенциальной энергии электрона  $V_e(z_e)$  отвечает пробная волновая функция  $\varphi_0(z_e)$  [8]

$$\begin{aligned} V_e(z_e) &= eEz_e - \frac{\epsilon_h - 1}{\epsilon_h + 1} \frac{e^2}{4z_e} + V_0 \theta(-z_e), \\ \varphi_0^2(z_e) &= \frac{z_e^2}{2z_0^3} \exp\left(-\frac{z_e}{z_0}\right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $E$  — внешнее электрическое поле,  $\epsilon_h = 1.054$  — диэлектрическая проницаемость  $\text{He}^4$ , а  $z_0$  — характерный масштаб движения электрона по оси  $z$ . При  $E = 0$  имеем  $z_0 \approx 100 \text{ \AA}$ . Значение  $z_0$  в сильном электрическом поле имеет оценку  $z_0 \approx (\hbar^2/mE)^{1/3}$ .

Перейдем теперь к анализу потенциальной энергии кластера  $V_B(z_B)$ , которая, если пренебречь силами тяготения, состоит из двух частей:

$$V_B(z_B) = V_{BE}(z_B) + V_{\beta h}(z_B). \quad (3)$$

Значение первой, электростатической части  $V_{BE}(z_B)$  определяется отталкиванием диполя от поверхности жидкости [9]:

$$\begin{aligned} V_{BE}(z_B) &= \frac{d^2}{8z_B^3} \frac{\epsilon_h - 1}{\epsilon_h + 1}, \quad \mathbf{d} = \mathbf{E}R_*^3, \\ R_*^3 &= R^3 \frac{\epsilon_B - \epsilon_h}{\epsilon_B + 2\epsilon_h}. \end{aligned} \quad (4)$$

Выход (4) предполагает неравенство  $z_B > R$ . В однородном электрическом поле  $E$  этот кластер приобретает дипольный момент  $\mathbf{d}$ , который связан с его эффективным радиусом  $R_*$  (4). Вторая, ван-дер-ваальсовая часть  $V_{\beta h}(z_B)$  содержит член, не зависящий от  $(z_B)$ , который имеет смысл работы выхода из жидкости  $V_{\beta h}(z_\infty)$ , и член, отвечающий отталкиванию от поверхности гелия. Эта последняя часть определена при  $z_B \gg R$  соотношением

$$\begin{aligned} V_{\beta h}(z_B) &= V_{\beta h}(\infty) - n_B n_h \frac{4}{3} \pi R^3 \times \\ &\times \int v_{hB}(\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_B) d\mathbf{r}_h, \quad z_h > 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $n_B$  и  $n_h$  — плотности атомов кластера и гелия, а  $v_{hB}$  — потенциал взаимодействия их молекул.

Интегрирование в (5) по координате атомов Не ограничено полупространством  $z_h > 0$ . Так как значение  $z_B$  предполагается макроскопически большим, то потенциал  $v_{hB}$  в (5) убывает с расстоянием между взаимодействующими атомами как  $1/r^7$  и зависит только от их поляризаций  $\beta_B$  и  $\beta_h$  [10]:

$$v_{hB} = -\frac{23}{4\pi} \frac{e^2}{\alpha} \frac{\beta_h \beta_B}{|\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_B|^7}, \quad (6)$$

где  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры. Из (5) и (6) с учетом определения диэлектрической постоянной  $\epsilon = 1 + 4\pi\beta n$  получаем

$$V_{\beta h}(z_B) = \frac{23(\epsilon_h - 1)}{480\pi\alpha} \frac{e^2}{z_B^4} R_*^3 (2\epsilon_h + \epsilon_B) + V_{\beta h}(\infty), \quad (7)$$

$$V_{\beta h}(z_B) \approx 0.11 \frac{e^2 R_*^3}{z_B^4} (2\epsilon_h + \epsilon_B) + V_{\beta h}(\infty). \quad (8)$$

Связь  $R_*$  с  $R$  определена выше (4).

Взаимодействие между электроном и кластером описывается двумя составляющими:

$$\begin{aligned} V_{eB}(\rho_e, z_e, z_B) &= -\frac{eER_*^3(z_B + \bar{z}_e)}{[(z_B + \bar{z}_e)^2 + \rho_e^2]^{3/2}} - \\ &- \frac{e^2 R_*^3}{2 [(z_B + \bar{z}_e)^2 + \rho_e^2]^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $\rho_e$  — координата электрона в горизонтальной плоскости. Поляризованный кластер создает собственное электрическое поле, которое при условии  $R \ll z_B$  можно описывать потенциалом точечного диполя  $\Phi(\mathbf{r}) = (\mathbf{d} \cdot \mathbf{r})/r^3$ . Действие этого потенциала ограничивает движение электрона в горизонтальной плоскости (первое слагаемое в (9)).

Электрон также поляризует кластер. В пределе  $r \gg R$  влияние электрона на поляризацию диэлектрической сферы можно учесть, считая поле электрона  $\mathbf{E} = -e\mathbf{r}/r^3$  однородным. Дополнительную энергию диполя (кластера) в поле электрона описывает второе слагаемое в (9).

Чтобы решить задачу о движении электрона, воспользуемся адиабатическим приближением, как это было сделано ранее для электронов над поверхностью гелия во внешнем электрическом поле [8]. Сначала рассмотрим движение электрона в  $z$ -направлении, перпендикулярном поверхности гелия. Это движение определяется потенциальной энергией электрона  $V_e$  (2). Электрон «прижат» к поверхности внешним полем и силами изображения, так что его нижнему энергетическому уровню соответствует средняя высота над поверхностью  $\bar{z}_e \approx 50 \text{ \AA}$ , что в предлагаемой модели значительно меньше  $z_B$  и  $\rho_e$ :  $\bar{z}_e \ll z_B, \rho_e$ . Поэтому в выражении (9) можно пренебречь величиной  $\bar{z}_e$  в сумме  $z_B + \bar{z}_e$ . Полагая теперь  $\rho_e \ll z_B$ , мы можем разложить энергию (9) в ряд по малым  $(\rho_e/z_B)^2$ :

$$\begin{aligned} V_{eB}(\rho_e, z_e, z_B) &= -\frac{eER_*^3}{z_B^2} \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{\rho_e^2}{z_B^2} \right] - \\ &- \frac{e^2R_*^3}{2z_B^4} \left[ 1 - 2 \frac{\rho_e^2}{z_B^2} \right], \\ V_{eB}(\rho_e, z_e, z_B) &= - \left[ \frac{eER_*^3}{z_B^2} + \frac{e^2R_*^3}{2z_B^4} \right] + \\ &+ \frac{\rho_e^2}{z_B^2} \left[ \frac{3eER_*^3}{2z_B^2} + \frac{e^2R_*^3}{z_B^4} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Второе слагаемое в (10) — потенциал гармонического осциллятора. Нулевая частота колебаний

$$\omega_0^2 = \frac{2}{mz_B^2} \left[ \frac{3eER_*^3}{2z_B^2} + \frac{e^2R_*^3}{z_B^4} \right]. \quad (11)$$

Похожее разложение применялось для определения уровней энергии электрона на поверхности жидкого гелия в потенциале положительного иона под поверхностью [11] или в потенциале положительно заряженной примеси на подложке [12, 13]. Разложение (10) может быть выполнено только в том слу-

чае, когда энергия нулевых колебаний мала по сравнению с энергией связи электрон–кластер:

$$\hbar\omega \ll U_0, \quad U_0 = \frac{eER_*^3}{z_B^2} + \frac{e^2R_*^3}{2z_B^4}. \quad (12)$$

Для кластера с эффективным размером  $R_* = 500 \text{ \AA}$ , расположенного на расстоянии порядка  $z_B = 10^4 \text{ \AA}$  от поверхности жидкого гелия, условие (12) будет выполняться при значениях внешних полей  $E \gg 300 \text{ В/см}$ . Оценим теперь расстояние  $z_{B_0}$ , соответствующее минимуму энергии системы. Без учета нулевых колебаний электрона и силы тяготения эта энергия дается выражением

$$\begin{aligned} V(z_B) &\approx \frac{(E_{tot}R_*^3)^2}{8z_B^3} \frac{\epsilon_h - 1}{\epsilon_h + 1} - \frac{eER_*^3}{z_B^2} + \\ &+ \frac{e^2R_*^3}{z_B^4} [0.11(2\epsilon_h + \epsilon_B) - 1/2], \end{aligned} \quad (13)$$

где  $E_{tot} = E + e/z_B^2$ . Для кластера, состоящего из льда,  $\epsilon_B = 80$ . В этом случае выражение в квадратных скобках положительно. Поскольку  $(\epsilon_h - 1)/(\epsilon_h + 1) \approx 1/300$ , при выполнении оценок можно пренебречь в выражении (13) первым слагаемым. Из условия минимума (13) получим следующую зависимость  $z_{B_0}$  от внешнего поля:

$$z_{B_0} = \frac{10^{-4}}{\sqrt{E}} \quad (14)$$

в единицах СГСЭ. Для кластера с  $R_* = 500 \text{ \AA}$  условие  $z_{B_0} \gg R$  выполняется при внешних полях  $E \ll 30000 \text{ В/см}$ , т.е. при всех доступных в эксперименте полях. Энергия связи с локализованным над поверхностью гелия электроном для такого кластера в поле  $E = 3000 \text{ В/см}$  равна  $U_0 \approx 6 \cdot 10^{-17} \text{ эрг} \approx 0.5 \text{ К}$ . Можно показать, что для кластеров меньших размеров  $R_* = 100 \text{ \AA}$  также имеется достаточно широкий интервал значений внешнего электрического поля  $E$ , в котором заряженные макроскопические комплексы в гелии устойчивы. В поле  $E = 30000 \text{ В/см}$  при  $z_{B_0} \sim 10^{-5} \text{ см}$  энергия связи  $U_0 \approx 5 \text{ К}$ .

Интересен вопрос о критической концентрации описанных выше комплексов над поверхностью жидкого гелия. Известно, что максимальная поверхностная плотность свободных электронов над толстой пленкой гелия ограничена  $10^9$  электронов на квадратный сантиметр. Выше этой концентрации заряженная поверхность гелия неустойчива [14]. Эта неустойчивость связана с возможностью электронов свободно перемещаться по поверхности. В сильном прижимающем электрическом поле электронам

становится энергетически выгодно сгруппироваться на масштабах порядка длины волны неустойчивости и провалиться вниз в виде многоэлектронных пузырьков [8]. Описанная выше система заряженных комплексов обладает значительно меньшей подвижностью, которая зависит от размера кластера и силы прижимающего поля. Кроме того, внешнее электрическое поле может быть уменьшено по сравнению со случаем свободных электронов, так как каждый электрон дополнительно прижимается к поверхности силами поляризационного притяжения к кластеру. Однако, если внешнее поле  $E$  значительно меньше  $4\pi\sigma$ , где  $\sigma$  — поверхностная плотность электронов, то электроны будут находиться в квазистационарном состоянии и уходить вверх с поверхности гелия. Следовательно, механизм, приводивший к неустойчивости заряженной поверхности гелия при большой концентрации электронов, может не работать или быть ослаблен в системе заряженных комплексов. На поверхности тонкой пленки гелия критическая электронная концентрация значительно выше, что связано с перенормированием эффективного ускорения свободного падения  $g$  за счет ван-дер-ваальсова притяжения атомов к подложке [15]. Макроскопические кластеры под поверхностью могут приводить к подобному дополнительному эффекту перенормировки  $g$ .

Предложенная система заряженных комплексов дает возможность исследовать вигнеровскую кристаллизацию электронов на поверхности по упорядоченному расположению макроскопических кластеров под поверхностью, которые можно наблюдать оптически при достаточно большом размере кластеров.

Авторы выражают признательность В. Б. Шикину за полезное обсуждение. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 03-02-16121), INTAS (грант № 01-0791) и European Community's Human Potential Programme (грант HPRN-CT-2000-00157, Surface Electrons).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Б. Гордон, Л. П. Межов-Деглин, О. Ф. Пугачев, Письма в ЖЭТФ **19**, 103 (1974).
2. L. P. Mezhov-Deglin and A. M. Kokotin, Low Temp. Phys. **119**, 385 (2000).
3. Л. П. Межов-Деглин, А. М. Кокотин, Письма в ЖЭТФ **70**, 744 (1999).
4. Л. П. Межов-Деглин, А. М. Кокотин, ФНТ **28**, 235 (2002).
5. A. M. Dugaev, P. D. Grigoriev, and P. Wyder, Phys. Stat. Sol. (b) **237**, 260 (2003).
6. М. И. Хайкин, Письма в ЖЭТФ **27**, 706 (1978).
7. П. Д. Григорьев, А. М. Дюгаев, ЖЭТФ **115**, 593 (1999).
8. В. Б. Шикин, Ю. П. Монарха, *Двумерные заряженные системы в гелии*, Наука, Москва (1989).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (2001).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, Наука, Москва (1978).
11. Yu. P. Monarkha and Yu. Z. Kovdrya, ФНТ **8**(2), 215 (1982).
12. G. A. Farias and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **55**, 3763 (1997).
13. П. Д. Григорьев, Письма в ЖЭТФ **66**(9), 599 (1997).
14. Л. П. Горьков, Д. М. Черникова, Письма в ЖЭТФ **18**(2), 119 (1973).
15. В. Б. Шикин, Ю. П. Монарха, ФНТ **1**, 957 (1975).