

# РАДИОЧАСТОТНАЯ ДЕПОЛЯРИЗАЦИЯ МЮОНА В СИСТЕМЕ МЮОНИЙ + ЯДЕРНЫЙ СПИН

*C. A. Moiseev\*, B. G. Nikiforov*

*Казанский физико-технический институт им. Е. К. Завойского  
Казанского научного центра Российской академии наук  
420029, Казань, Россия*

Поступила в редакцию 26 марта 2003 г.

Предсказан эффект значительного усиления мюонной деполяризации при наблюдении АЛС-резонанса на системе мюоний + ядерный спин в присутствии радиочастотного (РЧ) поля. Развит математический подход, который позволяет получать аналитические решения, описывающие спиновую динамику мюона в АЛС-экспериментах, в том числе найдено частное точное решение, которое несет большую информацию об изучаемой системе в достаточно малых магнитных РЧ-полях. На основе анализа полученных решений и численных расчетов всесторонне изучены закономерности мюонной деполяризации в РЧ-поле. Показаны возможности использования усиления мюонной деполяризации для значительного увеличения чувствительности экспериментального изучения взаимодействий мюония с соседними ядерными спинами и получения новой спектроскопической информации.

PACS: 76.75.+i, 36.10.Dr

## 1. ВВЕДЕНИЕ

При имплантации в вещество положительно заряженный мюон ( $\mu^+$ ) часто захватывает электрон, формируя водородоподобный парамагнитный мюоний ( $\mu^+ - e^-$ ). Исследование свойств мюония (Mu) вызывает большой интерес при изучении фундаментальных вопросов квантовой электродинамики и слабых взаимодействий, проверки стандартной модели (см., например, [1, 2]). В обзоре [1] приводится последовательный анализ электромагнитных и слабых взаимодействий в мюонии, определяющих величину сверхтонкого расщепления уровней Mu в вакууме и величины эффективных магнитных моментов электрона и мюона, наиболее точное измерение которых было проведено методами магнитного резонанса (см. также [3]). Исследование сверхтонких взаимодействий и спиновой динамики Mu стало также актуальным при экспериментальном изучении молекуллярного строения и физико-химических свойств различных веществ [4–6]. За процесс формирования Mu прежде всего отвечают кулоновские взаимодействия электрона и мюона, не оказывая при этом сильно-

го влияния на начальную поляризацию мюона и электрона. Благодаря этому становится возможным исследовать спиновую динамику мюона в технике вращения мюонного спина (*muon spin rotation —  $\mu SR$ -техника*) и получать, таким образом, информацию о спектроскопических параметрах Mu. Значительный интерес вызывают сверхтонкие взаимодействия Mu с соседними ядрами, изучение которых позволяет получать важную информацию об атомах и химических связях [4–6]. Близкие физико-химические свойства мюония и атома водорода дают возможность использовать мюоний в качестве модели примесных атомов водорода в различных соединениях [7].

Один из часто применяемых методов изучения спиновых взаимодействий Mu с окружающими атомами (Mu + Nu) основан на использовании процессов кросс-релаксации, приводящих к переносу поляризации от мюонных спинов к ядерным посредством сверхтонких взаимодействий с электронными спинами [8]. Абрагам впервые отметил возможность подобного переноса мюонной поляризации [9], и это явление вскоре было обнаружено экспериментально [10]. Перенос поляризации от мюона к ядру идет в условиях квазипересечения уровней энергии

---

\*E-mail: moiseev@kfti.knc.ru

общей квантовой системы (avoided level crossing, ALC-резонанс), включающей спины мюона, электрона и ядер, что достигается дополнительной подстройкой величины статического магнитного поля  $H_z$ . В силу достаточно малого времени жизни мюона, успешное наблюдение ALC-резонанса возможно лишь при быстрой деполяризации мюона, что происходит при больших сверхтонких взаимодействиях, ответственных за перенос поляризации. Для расшифровки результатов необходимо точно идентифицировать взаимодействующие с мюонием ядра. В настоящее время неизвестные спектроскопические параметры ядерных спинов определяются из других экспериментов с тем же веществом. Несмотря на значительный прогресс  $\mu SR$ -техники ALC-резонанса получить информацию в таком же объеме, как это достигается в спектроскопических экспериментах с использованием стационарных и особенно импульсных методов магнитного резонанса (см., например, [11, 12]), не представляется возможным. Для получения большей спектроскопической информации о системе мюоний + ядерные спины в настоящей работе предлагается использовать дополнительное облучение радиочастотным (РЧ) полем вещества в ALC-эксперименте.

*A priori* не ясно, каким будет влияние РЧ-поля на спиновую динамику мюона и параметры ALC-сигнала, поскольку квантовая система  $Mu + Nu$  в изучаемых условиях приобретает довольно разнообразные физические свойства. Система  $Mu + Nu$  характеризуется проявлением большего числа квантовых уровней, наличием спиновой квантовой когерентности в момент формирования системы  $Mu + Nu$  и, наконец, возникновением запутанных квантовых состояний (entangled states), играющих ключевую роль в переносе поляризации по механизму Абрагама. Кратко анонсируя результаты работы, отметим, что воздействие РЧ-поля вызывает в системе  $Mu + Nu$  ряд переходов между четырьмя квантовыми уровнями и вместе с процессами кросс-релаксации усиливает деполяризацию мюонной подсистемы. Влияние РЧ-поля на спиновую динамику в точке ALC-резонанса не может быть описано простыми моделями магнитного резонанса, основанными на применении двухуровневого подхода к описанию спектроскопических переходов во внешнем РЧ-поле. В рассматриваемой задаче, где электромагнитное поле сильно связывает все четыре уровня  $Mu + Nu$ -системы, нами найдено аналитическое решение, которое с хорошей точностью описывает динамику поведения этой системы и форму линии

ALC-резонанса. Данное аналитическое решение, в частности, точно описывает систему в центре ALC-резонанса. Проведенный численный анализ показал, что точное решение несет большую информацию о величине эффекта, анализ которого показывает, что РЧ-поле может значительно увеличить амплитуду ALC-сигнала, благодаря чему открываются возможности наблюдения ALC-спектров в веществах со слабыми сверхтонкими взаимодействиями, изучение которых при использовании традиционной техники ALC-эксперимента может оказаться крайне затруднительным или практически невозможным. Данный результат может быть особенно интересен с практической точки зрения для увеличения амплитуды ALC-сигнала и, соответственно, повышения чувствительности техники ALC-эксперимента, получения дополнительной информации о спектроскопических параметрах мюония и взаимодействующих с ним ядерных спинах.

## 2. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Изучение влияния РЧ-поля на сигнал ALC-резонанса основывается на простейшей квантовой модели взаимодействия мюония с одним ядерным спином ( $Mu + Nu(S = 1/2)$ ). Тем не менее отметим, что выбранная модель может служить базовой в описании изучаемого процесса в более сложных ситуациях  $Mu + Nu(1/2)$ , в частности, включающих большее число частиц, а также частицы, обладающие большим спином [8]. Гамильтониан выбранной модели запишем в виде

$$H = H_0 + V(t), \quad (1)$$

где  $H_0$  — энергия системы мюоний + спин ядра:

$$H_0 = \hbar\boldsymbol{\sigma} \cdot \tilde{A}_{\mu e} \cdot \boldsymbol{\tau} - \hbar\omega_\mu\sigma_z + \hbar\omega_e\tau_z - \hbar\omega_n S_n + \hbar\mathbf{S} \cdot \tilde{A}_{ne} \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (2)$$

$V(t)$  — энергия взаимодействия трех спинов с магнитным полем РЧ-излучения:

$$\begin{aligned} V(t) &= -\hbar\gamma_\Sigma S^\Sigma H_1 \cos(\omega t), \\ \gamma_\Sigma S^\Sigma &\equiv \gamma_\mu\sigma_x + \gamma_n S_x - \gamma_e\tau_x. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\boldsymbol{\tau}$  и  $\mathbf{S}$  — спиновые операторы мюона, электрона и ядра;  $\tilde{A}_{\mu e}$  и  $\tilde{A}_{ne}$  — тензоры сверхтонкого взаимодействия спина мюона со спинами электрона и ядра;  $\omega_\mu = \gamma_\mu H_z$ ,  $\omega_e = \gamma_e H_z$  и  $\omega_n = \gamma_n H_z$  — зеemanовские частоты мюона, электрона и ядра во

внешнем ориентированном вдоль оси  $z$  постоянном магнитном поле  $H_z$ ;  $H_1$  — амплитуда магнитного РЧ-поля;  $\gamma_\mu$ ,  $\gamma_n$  и  $\gamma_e$  — гиромагнитные отношения спинов мюона, ядра и электрона. Ниже мы остановимся на достаточно часто встречающемся случае сверхтонких взаимодействий, обладающих аксиальной симметрией, полагая при этом  $A_{zz} = A^{\uparrow\uparrow}$ ,  $A_{xx} = A_{yy} = A^\perp$ :

$$\hbar \boldsymbol{\sigma} \cdot \tilde{A}_{\mu e} \cdot \boldsymbol{\tau} = \hbar \left\{ A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} \sigma_z \tau_z + \frac{1}{2} A_{\mu e}^\perp (\sigma^+ \tau^- + \sigma^- \tau^+) \right\}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \hbar \mathbf{S} \cdot \tilde{A}_{ne} \cdot \boldsymbol{\tau} = \\ = \hbar \left\{ A_{ne}^{\uparrow\uparrow} S_z \tau_z + \frac{1}{2} A_{ne}^\perp (S^+ \tau^- + S^- \tau^+) \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для изотропных сверхтонких взаимодействий введем обозначение

$$A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} = A_{\mu e}^\perp = \omega_0, \quad A_{ne}^{\uparrow\uparrow} = A_{ne}^\perp = \Omega.$$

По порядку величины  $\omega_0 \gg \Omega$ , например, для кремния  $\omega_0 = 2\pi \cdot 2006$  МГц, для железа  $\Omega$  ( $^{19}F$  спин-1/2)  $\approx 100$  МГц [8].

Сначала, следуя работе [8], опишем основные свойства системы  $Mu + Nu(1/2)$  во внешнем постоянном магнитном поле  $H_z$ . Для настройки на ALC-резонанс требуется большая величина  $H_z$ , когда зеемановская энергия электронов в магнитном поле ( $\hbar\omega_e$ ) становится преобладающей в ряду энергий (1), благодаря чему вдали от пересечения уровней кросс-релаксационные операторы сверхтонких взаимодействий из (4), (5),

$$V_{\mu,e}^{(+,-)} = \frac{1}{2} \hbar A_{\mu e}^\perp (\sigma^+ \tau^- + \sigma^- \tau^+),$$

$$V_{n,e}^{(+,-)} = \frac{1}{2} \hbar A_{ne}^\perp (S^+ \tau^- + S^- \tau^+),$$

оказывают слабое влияние на спиновую динамику и могут быть учтены по теории возмущений. Определим уровни энергии, используя в качестве базиса функции спиновых состояний  $|m_\mu, m_e, m_n\rangle$ , где  $m_\mu$ ,  $m_e$  и  $m_n$  — квантовые магнитные числа мюона, электрона и ядра. При  $\omega_0 \gg \Omega$  в первую очередь следует учитывать сверхтонкое электрон-мюонное спиновое взаимодействие, описываемое слагаемым  $V_{\mu,e}^{(+,-)}$ , которое перепутывает состояния с противоположной ориентацией спинов мюона и электрона ( $|\uparrow_e \downarrow_\mu\rangle$ ,  $|\downarrow_e \uparrow_\mu\rangle$ ). Для малой величины  $\omega_0/\omega_e < 1$  значение энергий восьми возможных состояний ( $E_{1+}, \dots, E_{4-}$ ) вдали от пересечения уровней будет главным образом определяться нулевым

порядком по взаимодействию  $V_{n,e}^{(+,-)}$  (см. табл. 1). Четверка уровней энергии  $E_{3+}, \dots, E_{4-}$ , отличающаяся противоположной преимущественной ориентацией электронного спина  $|\downarrow_e\rangle$ , отделена значительным энергетическим интервалом (около  $\hbar\omega_e > \hbar\omega_0$ ). Для данной четверки уровней частота РЧ-поля не будет совпадать с частотами резонансных переходов  $Mu + Nu$ , вызывающих перевороты спина мюона, потому спиновая динамика для этой четверки уровней ниже не рассматривается.

Вблизи ALC-резонанса при значении постоянного магнитного поля

$$H_{res} = \frac{1}{2} \frac{A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} - A_{ne}^{\uparrow\uparrow}}{\gamma_\mu - \gamma_n}$$

энергии уровней  $|1-\rangle$  и  $|2+\rangle$  совпадают. В окрестности  $H_z \approx H_{res}$  слабое сверхтонкое электрон-ядерное взаимодействие  $V_{n,e}^{(+,-)}$  начинает играть принципиальную роль, перемешивая состояния с противоположно ориентированными спинами электрона и ядра ( $|\uparrow_e \downarrow_\mu\rangle$ ,  $|\downarrow_e \uparrow_\mu\rangle$ ) и перепутывая тем самым состояния  $|\varphi_{1-}\rangle$  и  $|\varphi_{2+}\rangle$ . Новая система волновых функций и соответствующие им собственные значения энергий [8] приведены в табл. 2, где приняты следующие обозначения:

$$\omega' = \frac{1}{4} (A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} + A_{ne}^{\uparrow\uparrow}) - \frac{1}{2} \omega_\mu - \frac{1}{2} \omega_n, \quad (6)$$

$$\omega_x = \omega_\mu - \omega_n - \frac{1}{2} (A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} - A_{ne}^{\uparrow\uparrow}), \quad (7)$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\omega_x}{\omega_G}, \quad (8)$$

$$\omega_G = \frac{2}{\hbar} \langle \varphi_{1-} | H | \varphi_{2+} \rangle = A_{ne}^\perp \sin \xi, \quad (9)$$

$$\omega_{GX} = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_G^2}. \quad (10)$$

В частном случае максимального перепутывания спиновых состояний электрона и ядра, которое имеет место при настройке магнитного поля на условие  $E_{1-} = E_{2+}$  ( $\omega_x = 0$ ,  $\alpha = \pi/4$ ), волновые функции  $|\psi_3\rangle$  и  $|\psi_2\rangle$  принимают более простой вид:

$$|\Psi_3\rangle = (1/2)^{1/2} \{ |\varphi_{1-}\rangle + |\varphi_{2+}\rangle \}, \quad (11)$$

$$|\Psi_2\rangle = (1/2)^{1/2} \{ |\varphi_{1-}\rangle - |\varphi_{2+}\rangle \}, \quad (12)$$

при этом энергетические уровни состояний  $|\psi_3\rangle$  и  $|\psi_2\rangle$  раздвигаются на величину

$$E_{3-} - E_{2+} = \hbar\omega_G$$

(см. рис. 1) и сигнал ALC-резонанса достигает максимума.

Таблица 1. Волновые функции и значения их энергий вдали от ALC-резонанса

Волновые функции	Уровни энергии в ед. $\hbar$
$ \varphi_{1+}\rangle =  \uparrow_\mu \uparrow_e \uparrow_n\rangle$	$E_{1+} = \frac{1}{4} (A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} + A_{ne}^{\uparrow\uparrow}) + \omega_- - \frac{1}{2}\omega_n$
$ \varphi_{1-}\rangle =  \uparrow_\mu \uparrow_e \downarrow_n\rangle$	$E_{1-} = \frac{1}{4} (A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} - A_{ne}^{\uparrow\uparrow}) + \omega_- + \frac{1}{2}\omega_n$
$ \varphi_{2+}\rangle = \sin \xi  \uparrow_\mu \downarrow_e \uparrow_n\rangle + \cos \xi  \downarrow_\mu \uparrow_e \uparrow_n\rangle$	$E_{2+} \approx -\frac{1}{4} (A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} - A_{ne}^{\uparrow\uparrow}) + \omega_+ - \frac{1}{2}\omega_n$
$ \varphi_{2-}\rangle = \sin \xi  \uparrow_\mu \downarrow_e \downarrow_n\rangle + \cos \xi  \downarrow_\mu \uparrow_e \downarrow_n\rangle$	$E_{2-} \approx -\frac{1}{4} (A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} + A_{ne}^{\uparrow\uparrow}) + \omega_+ + \frac{1}{2}\omega_n$
$ \varphi_{3+}\rangle =  \downarrow_\mu \downarrow_e \uparrow_n\rangle$	$E_{3+} = \frac{1}{4} (A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} - A_{ne}^{\uparrow\uparrow}) - \omega_- - \frac{1}{2}\omega_n$
$ \varphi_{3-}\rangle =  \downarrow_\mu \downarrow_e \downarrow_n\rangle$	$E_{3-} = \frac{1}{4} (A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} + A_{ne}^{\uparrow\uparrow}) - \omega_- + \frac{1}{2}\omega_n$
$ \varphi_{4+}\rangle = \cos \xi  \uparrow_\mu \downarrow_e \uparrow_n\rangle - \sin \xi  \downarrow_\mu \uparrow_e \uparrow_n\rangle$	$E_{4+} \approx -\frac{1}{4} (A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} + A_{ne}^{\uparrow\uparrow}) - \omega_+ - \frac{1}{2}\omega_n$
$ \varphi_{4-}\rangle = \cos \xi  \uparrow_\mu \downarrow_e \downarrow_n\rangle - \sin \xi  \downarrow_\mu \uparrow_e \downarrow_n\rangle$	$E_{4-} \approx -\frac{1}{4} (A_{\mu e}^{\uparrow\uparrow} - A_{ne}^{\uparrow\uparrow}) - \omega_+ + \frac{1}{2}\omega_n$

Примечание.  $\operatorname{ctg} 2\xi = (\omega_\mu + \omega_e)/A_{\mu e}^\perp$ .

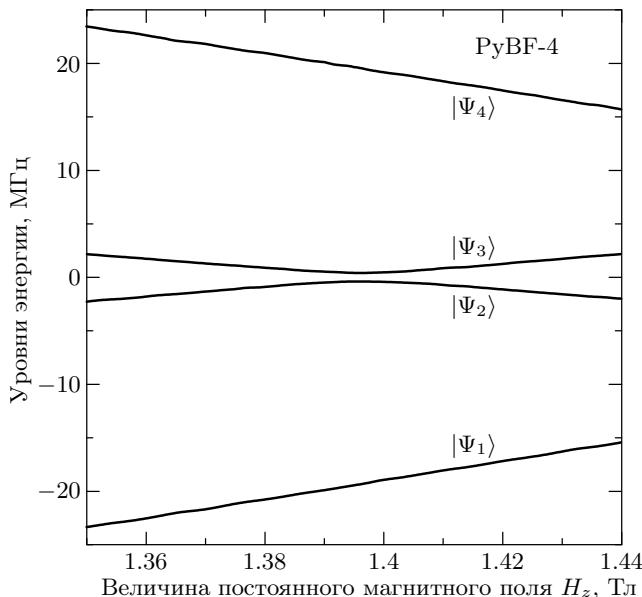


Рис. 1. График уровней энергии (см. табл. 2) в окрестности ALC-резонанса на примере вещества PyBF-4,  $H_{res} = 1.396$  Тл

Будем считать, что эксперимент проводится при комнатной температуре, когда для парамагнитных систем первоначальная поляризация электронной и

Таблица 2. Волновые функции и значения их энергий вблизи ALC-резонанса

Волновые функции	Уровни энергии в ед. $\hbar$
$ \Psi_4\rangle =  \varphi_{1+}\rangle$	$E_4 = \omega' + \frac{1}{2}\omega_e$
$ \Psi_3\rangle = \sin \alpha  \varphi_{1-}\rangle + \cos \alpha  \varphi_{2+}\rangle$	$E_3 = \frac{1}{2}\omega_{GX} + \frac{1}{2}\omega_e$
$ \Psi_2\rangle = \cos \alpha  \varphi_{1-}\rangle - \sin \alpha  \varphi_{2+}\rangle$	$E_2 = -\frac{1}{2}\omega_{GX} + \frac{1}{2}\omega_e$
$ \Psi_1\rangle =  \varphi_{2-}\rangle$	$E_1 = -\omega' + \frac{1}{2}\omega_e$

ядерной систем, вступающих в химическое соединение с мюоном, практически отсутствует. В рассматриваемых условиях спиновая матрица плотности ансамбля квантовых систем  $Mu + Nu(1/2)$  в начальный момент времени формирования мюония станет равной

$$\rho(0) = \frac{1}{4} |\uparrow_\mu\rangle\langle\uparrow_\mu| \otimes \{ |\downarrow_e\rangle\langle\downarrow_e| + |\uparrow_e\rangle\langle\uparrow_e| \} \otimes \{ |\uparrow_n\rangle\langle\uparrow_n| + |\downarrow_n\rangle\langle\downarrow_n| \}. \quad (13)$$

Атомы мюония, возникающие с противоположной

начальной ориентацией спина электрона  $|\downarrow_e\rangle$ , будут определять неосциллирующий фон ( $P_{z,\downarrow e}^\mu(t)$ ) мюонной поляризации, поскольку при данном начальном состоянии спина электрона процессы переноса мюонной поляризации практически подавлены, как и влияние РЧ-поля (см. комментарий после табл. 1):

$$P_{z,\downarrow e}^\mu(t) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_\mu}\right) \quad (14)$$

( $\tau_\mu \approx 2.19703(4)$  мкс — время жизни мюона [13]). Оставляя в (13) лишь матрицу плотности, связанную с начальным состоянием спина электрона  $|\uparrow_e\rangle$  и ответственную за появление ALC-сигнала, получим

$$\rho(0) = \frac{1}{4} |\uparrow_\mu\rangle\langle\uparrow_\mu| \otimes |\uparrow_e\rangle\langle\uparrow_e| \otimes \{|\uparrow_n\rangle\langle\uparrow_n| + |\downarrow_n\rangle\langle\downarrow_n|\}. \quad (15)$$

Ниже начальное условие (15) будет использоваться при рассмотрении влияния РЧ-поля на спиновую поляризацию вблизи ALC-резонанса.

### 3. ВЛИЯНИЕ РЧ-ПОЛЯ НА МЮОННУЮ ПОЛЯРИЗАЦИЮ. АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ

Используя волновые функции табл. 1 и 2, находим матричные элементы обобщенного магнитного момента  $(\gamma_\Sigma S_x^\Sigma)_{nk} = \langle \Psi_n | \gamma_\Sigma S_x^\Sigma | \Psi_k \rangle$ , определяющего силу переходов во внешнем переменном магнитном поле РЧ-излучения:

$$(\gamma_\Sigma S_x^\Sigma)_{mn} = (\gamma_\Sigma S_x^\Sigma)_{nm}, \quad (16.1)$$

$$(\gamma_\Sigma S_x^\Sigma)_{12} = -\frac{1}{2} \sin \alpha \cdot \gamma_n + \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot \gamma_{\mu e}(\xi), \quad (16.2)$$

$$(\gamma_\Sigma S_x^\Sigma)_{13} = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot \gamma_n + \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot \gamma_{\mu e}(\xi), \quad (16.3)$$

$$(\gamma_\Sigma S_x^\Sigma)_{14} = (\gamma_\Sigma S_x^\Sigma)_{23} = 0, \quad (16.4)$$

$$(\gamma_\Sigma S_x^\Sigma)_{24} = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot \gamma_n - \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot \gamma_{\mu e}(\xi), \quad (16.5)$$

$$(\gamma_\Sigma S_x^\Sigma)_{34} = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot \gamma_n + \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot \gamma_{\mu e}(\xi), \quad (16.6)$$

где

$$\gamma_{\mu e}(\xi) = \gamma_\mu \cos \xi - \gamma_e \sin \xi.$$

Как видно из (16), разрешенными оказываются четыре перехода между всеми четырьмя уровнями:

$$|\Psi_1\rangle \leftrightarrow |\Psi_2\rangle, \quad |\Psi_1\rangle \leftrightarrow |\Psi_3\rangle,$$

$$|\Psi_2\rangle \leftrightarrow |\Psi_4\rangle, \quad |\Psi_3\rangle \leftrightarrow |\Psi_4\rangle,$$

при этом независимо от значения постоянного магнитного поля  $H_z$  запрещенными остаются переходы

$$|\Psi_2\rangle \leftrightarrow |\Psi_3\rangle, \quad |\Psi_1\rangle \leftrightarrow |\Psi_4\rangle.$$

Часто спиновую динамику мюония во внешнем периодическом возмущении удается описать с помощью квантовых переходов между какой-либо парой уровней (см., например, работу [14]). Как следует из (16), РЧ-поле примерно с одинаковой силой перепутывает все четыре уровня Mu + Nu(1/2), так что выделить лишь одну пару квантовых состояний оказывается невозможным. В этой ситуации не удается получить общего точного аналитического решения, поэтому представляет интерес поиск решений, позволяющих описать наиболее важные свойства изучаемой системы. Ниже с помощью развитого в данной работе математического подхода мы находим аналитическое решение, которое, как показал численный анализ, несет наиболее существенную информацию о влиянии РЧ-поля на амплитуду ALC-сигнала. Следует отметить, что в центре ALC-резонанса найденное решение является точным. Численные расчеты мюонной поляризации проводились для соединения РуBF-4, представляющего интерес для эксперимента.

#### 3.1. Разбиение гамильтониана

Используя (16), перепишем гамильтониан в приближении вращающейся волны по РЧ-поляю, при этом энергии  $H_0$  и  $V(t)$  удобнее задавать, вводя операторы  $\hat{P}_{ij} = |\Psi_i\rangle\langle\Psi_j|$ :

$$V_{nm} = V_{mn} = -\frac{H_1}{2} (\gamma_\Sigma S_x^\Sigma)_{mn}, \quad (17)$$

$$H_0 = \hbar \left( \omega' \left( \hat{P}_{44} - \hat{P}_{11} \right) + \frac{\omega_{GX}}{2} \left( \hat{P}_{33} - \hat{P}_{22} \right) \right), \quad (18)$$

$$V = \hbar \left( \hat{P}_{12}V_{12} + \hat{P}_{13}V_{13} + \hat{P}_{24}V_{24} + \hat{P}_{34}V_{34} \right) \times \exp(i\omega t) + \text{H.c.} \quad (19)$$

Далее, используя унитарное преобразование  $U_0(t)$ , перейдем в новое представление,

$$|\Psi(t)\rangle = U_0(t)|\phi(t)\rangle, \quad U_0(t) = \exp \left( -i\omega t \left( \hat{P}_{44} - \hat{P}_{11} \right) \right), \quad (20)$$

где поведение волновой функции  $|\phi(t)\rangle$  определяется не зависящим от времени гамильтонианом

$$\tilde{H} = U_0^+(t) (H_0 + V(t)) U_0(t) - \omega \left( \hat{P}_{44} - \hat{P}_{11} \right), \quad (21)$$

Таблица 3. Параметры, используемые в расчетах ALC-сигнала для вещества PyBF-4

	$\omega_0$ , МГц	$\Omega$ , МГц	$\gamma_\mu$ , МГц/Тл	$\gamma_e$ , МГц/Тл	$\gamma_n$ , МГц/Тл	$H_{res}$ , Тл	$\omega'$ , МГц
PyBF-4	417.2	152	$2\pi 135.53$	$2\pi 28024.21$	$2\pi 40.55$	1.396	19.4

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \tilde{H}_0 + \tilde{V}, \\ \tilde{H}_0 &= \hbar \left( \Delta \left( \hat{P}_{44} - \hat{P}_{11} \right) + \frac{\omega_{GX}}{2} \left( \hat{P}_{33} - \hat{P}_{22} \right) \right), \\ \tilde{V} &= \hbar \left( V_{12} \left( \hat{P}_{12} + \hat{P}_{21} \right) + V_{13} \left( \hat{P}_{13} + \hat{P}_{31} \right) + \right. \\ &\quad \left. + V_{24} \left( \hat{P}_{24} + \hat{P}_{42} \right) + V_{34} \left( \hat{P}_{34} + \hat{P}_{43} \right) \right), \end{aligned} \quad (22)$$

где  $\Delta = \omega' - \omega$ . Гамильтониан  $\tilde{H}$  удобнее переписать в базисе квантовых состояний

$$|\chi_1\rangle = \cos \alpha |\Psi_1\rangle - \sin \alpha |\Psi_4\rangle, \quad |\chi_2\rangle = |\Psi_2\rangle,$$

$$|\chi_3\rangle = |\Psi_3\rangle, \quad |\chi_4\rangle = \sin \alpha |\Psi_1\rangle + \cos \alpha |\Psi_4\rangle,$$

используя операторы  $P_{nm}^\chi = |\chi_n\rangle \langle \chi_m|$ . Тогда гамильтониан приобретает следующий вид:

$$H^\chi = \tilde{H}_0^\chi(\alpha, \Delta) + \tilde{V}^\chi(\alpha, \Delta), \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0^\chi(\alpha, \Delta) &= \tilde{H}_{0,1}^\chi(\alpha, \Delta) + \tilde{H}_{0,2}^\chi(\alpha, \Delta), \\ \left[ \tilde{H}_{0,1}^\chi(\alpha, \Delta), \tilde{H}_{0,2}^\chi(\alpha, \Delta) \right] &= 0, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{0,1}^\chi(\alpha, \Delta) &= -\cos 2\alpha \cdot \hbar \Delta P_{11}^\chi - \frac{1}{2} \hbar \omega_G P_{22}^\chi - \\ &\quad - \frac{1}{4} \hbar (\gamma_{\mu e}(\xi) - \sin 2\alpha \cdot \gamma_n) H_1 (P_{12}^\chi + P_{21}^\chi), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{0,2}^\chi(\alpha, \Delta) &= \cos 2\alpha \cdot \hbar \Delta P_{44}^\chi + \frac{1}{2} \hbar \omega_G P_{33}^\chi - \\ &\quad - \frac{1}{4} \hbar (\gamma_{\mu e}(\xi) + \sin 2\alpha \cdot \gamma_n) H_1 (P_{34}^\chi + P_{43}^\chi), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}^\chi(\alpha, \Delta) &= -\sin 2\alpha \cdot \hbar \Delta (P_{41}^\chi + P_{14}^\chi) - \\ &\quad - \frac{1}{4} \cos 2\alpha \cdot (\hbar \gamma_n H_1) [(P_{24}^\chi + P_{42}^\chi) + (P_{13}^\chi + P_{31}^\chi)]. \end{aligned} \quad (27)$$

Введенная в гамильтониане  $\tilde{H}(\alpha, \Delta)$  зависимость от двух параметров  $\alpha$  и  $\Delta$  характеризует степень отклонения от точного ALC-резонанса, который выполняется при условии  $\alpha = \pi/4$ ,  $\Delta = \omega' - \omega = 0$ . Первое условие соответствует обычной настройке постоянного магнитного поля  $H_z$  на максимум

ALC-сигнала. Второе условие означает совпадение частоты РЧ-поля  $\omega$  с частотой двухфотонного резонанса между квантовыми состояниями  $|\Psi_1\rangle$  и  $|\Psi_4\rangle$ . В этом случае все четыре уровня мюония  $|\Psi_{1-4}\rangle$  связываются РЧ-полем. Взаимодействие  $\tilde{V}^\chi$  оказывается точно равным нулю при  $\alpha = \pi/4$ ,  $\Delta = 0$ , где гамильтониан  $\tilde{H}$  выражается через сумму коммутирующих более простых слагаемых:

$$\tilde{H}_0^\chi = \tilde{H}_{0,1} + \tilde{H}_{0,2}.$$

Такое разбиение гамильтониана позволяет получить аналитическое решение и рассматривать влияние  $\tilde{V}^\chi$  по теории возмущений в широких пределах вариации параметров  $\alpha$  и  $\Delta$ . Прежде всего интерес представляет решение в нулевом порядке теории возмущений.

### 3.2. Нулевой порядок теории возмущений

В нулевом порядке по  $\tilde{V}^\chi$  для матрицы плотности находим решение

$$\rho_{\chi,0}(t|\alpha, \Delta) = U_0^\chi(t)\rho(0)U_0^{\chi+}(t), \quad (28)$$

где

$$U_0^\chi(t) = \exp \left\{ -(i/\hbar) \tilde{H}_0^\chi t \right\} = U_{0,1}^\chi(t)U_{0,2}^\chi(t), \quad (29)$$

$$\begin{aligned} U_{0,1}^\chi(t) &= \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} H_{0,1}^\chi t \right\} = \\ &= \left\{ 1_\chi - (P_{11}^\chi + P_{22}^\chi) \left( 1 - \cos \left[ \sqrt{\alpha_1^2 + \delta^2/4} t \right] \right) + \right. \\ &\quad \left. + i \frac{A_{0,1}}{\sqrt{\alpha_1^2 + \delta^2/4}} \sin \left[ \sqrt{\alpha_1^2 + \delta^2/4} t \right] \right\} \times \\ &\quad \times \exp (i \overline{E}_1 (P_{11}^\chi + P_{22}^\chi) t), \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} U_{0,2}^\chi(t) &= \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} H_{0,2}^\chi t \right\} = \\ &= \left\{ 1_\chi - (P_{33}^\chi + P_{44}^\chi) \left( 1 - \cos \left[ \sqrt{\alpha_2^2 + \delta^2/4} t \right] \right) + \right. \\ &\quad \left. + i \frac{A_{0,2}}{\sqrt{\alpha_2^2 + \delta^2/4}} \sin \left[ \sqrt{\alpha_2^2 + \delta^2/4} t \right] \right\} \times \\ &\quad \times \exp (i \overline{E}_2 (P_{33}^\chi + P_{44}^\chi) t), \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned}\delta &= \Delta \cos \alpha - \frac{1}{2} \omega_{GX}, \quad \alpha_1 = \frac{1}{4} H_1 (\gamma_{\mu e}(\xi) - \gamma_n \sin 2\alpha), \\ \overline{E}_1 &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \omega_{GX} + \Delta \cos 2\alpha \right), \\ \alpha_2 &= \frac{1}{4} H_1 (\gamma_{\mu e}(\xi) - \gamma_n \sin 2\alpha), \\ \overline{E}_2 &= -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \omega_{GX} + \Delta \cos 2\alpha \right), \quad 1_X = \sum_{n=1}^4 P_{nn}^\chi, \\ A_{0,1} &= \alpha_1 (P_{12} + P_{21}) - \frac{1}{2} \delta (P_{22} - P_{11}), \\ A_{0,2} &= \alpha_2 (P_{34} + P_{43}) - \frac{1}{2} \delta (P_{44} - P_{33}).\end{aligned}$$

Учитывая в (28) начальное состояние (15) для матрицы плотности  $\rho(0)$  и конечное время жизни мюона  $\tau_\mu$ , выпишем решение для  $z$ -компоненты мюонной поляризации, наблюдаемой в ALC-эксперименте:

$$\begin{aligned}P_z^\mu(t|\alpha, \Delta)_0 &= 2 \langle \sigma_z(t|\alpha, \Delta) \rangle_0 = \\ &= 2 \operatorname{Sp} \{ U_0^+(t) \sigma_z U_0(t) \rho_{\chi,0}(t|\alpha, \Delta) \} \times \\ &\quad \times \exp \{-t/\tau_\mu\}. \quad (32)\end{aligned}$$

В (32) индекс «0» обозначает нулевой порядок теории возмущений. После простых, но громоздких вычислений в (32) находим

$$\begin{aligned}P_z^\mu(t|\alpha, \Delta)_0 &= \frac{1}{2} \times \\ &\times \left\{ \cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha \cos \left[ \left( \Delta \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \omega_{GX} \right) t \right] \times \right. \\ &\times \left. \left[ \cos(W_1 t) \cos(W_2 t) - \sin(W_1 t) \sin(W_2 t) \frac{T}{W_1 W_2} \right] \right\} \times \\ &\quad \times \exp \{-t/\tau_\mu\}, \quad (33)\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}W_1 &= \left( \left( \frac{H_1}{4} \right)^2 [\gamma_{\mu e} - \sin 2\alpha \cdot \gamma_n]^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \left( \Delta \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \omega_{GX} \right)^2 \right)^{1/2}, \\ W_2 &= \left( \left( \frac{H_1}{4} \right)^2 [\gamma_{\mu e} + \sin 2\alpha \cdot \gamma_n]^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \left( \Delta \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \omega_{GX} \right)^2 \right)^{1/2}, \\ T &= \left( \frac{H_1}{4} \right)^2 [\gamma_{\mu e}^2 - \sin^2 2\alpha \cdot \gamma_n^2] + \\ &\quad + \frac{1}{4} \left( \Delta \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \omega_{GX} \right)^2.\end{aligned} \quad (34)$$

Для простоты в (33) учтено, что сверхтонкое взаимодействие значительно слабее зеемановской энергии электрона,

$$\sin^2 \xi \approx (\omega_0/\omega_e)^2 \ll 1.$$

Оценим качественно условия справедливости нулевого порядка теории возмущений и сравним решение  $P_z^\mu(t|\alpha, \Delta)_0$  с численным решением при различных значениях постоянного  $H_z$  и переменного  $H_1$  магнитных полей, фиксируя частоту РЧ-поля в точке ALC-резонанса.

### 3.3. Анализ применимости нулевого порядка теории возмущений

Поскольку в центре ALC-сигнала существует точное решение (подробнее см. ниже), наиболее важной является оценка справедливости приближенного решения на «крыльях» ALC-резонанса. Сравнение  $\tilde{H}_0$  и  $\tilde{V}^\chi(\alpha, \Delta)$  показывает, что влиянием  $\tilde{V}^\chi(\alpha, \Delta)$  можно пренебречь при выполнении условия

$$\left| \frac{\omega_x}{\omega_G} \right| = \left| \frac{(\gamma_\mu - \gamma_n)(H_z - H_{res})}{\omega_G} \right| \gg 1. \quad (35)$$

В тех случаях, когда  $|H_z - H_{res}|$  не достаточно велико для выполнения (35), приближенное решение хорошо будет описывать сигнал при выполнении условия

$$\left| \frac{(\gamma_\mu + \gamma_n)(H_z - H_{res})}{\gamma_n H_1} \right| \gg \frac{1}{2}, \quad (36)$$

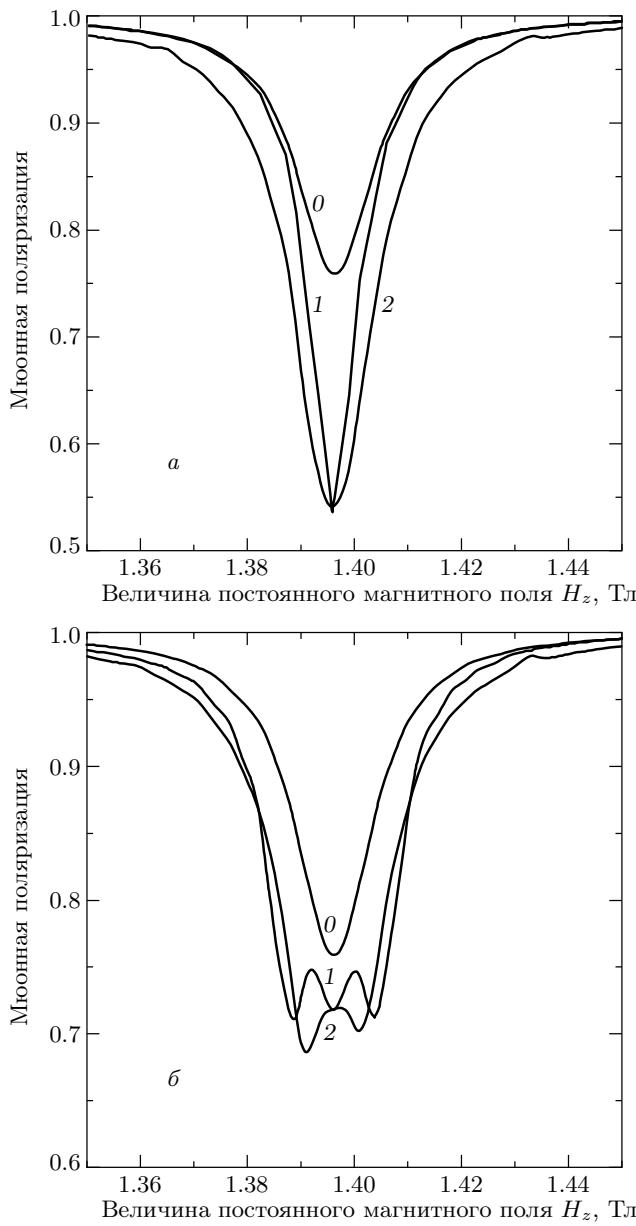
которое справедливо при  $\gamma_{\mu e} \sim \gamma_n$ , что характерно для области ALC-резонанса. Наличие двух условий (35) и (36) значительно расширяет область применимости нулевого порядка теории возмущений, в особенности на «крыльях» ALC-резонанса.

В эксперименте измеряется интегральная величина

$$\langle P_z^\mu \rangle = \frac{1}{\tau_\mu} \int_0^\infty P_z^\mu(t) dt.$$

На рис. 2 сравнивается приближенное решение в нулевом порядке  $\langle P_z^\mu(\alpha, \Delta)_0 \rangle$  с численными расчетами на примере вещества РуBF-4. Как видно из сравнения приведенных графиков, приближенное решение хорошо описывает форму и ширину ALC-сигнала. Существенные отличия возникают лишь вблизи центра линии. При малом  $H_1$  форма ALC-сигнала, описываемая решением  $\langle P_z^\mu(\alpha, \Delta)_0 \rangle$ , более уширена по сравнению с точным решением. С ростом  $H_1$  решение  $\langle P_z^\mu(\alpha, \Delta)_0 \rangle$  стремится к точному, но отличия вблизи  $H_z = H_{res}$  сохраняются. Решение  $\langle P_z^\mu(\alpha, \Delta)_0 \rangle$  можно уточнить, используя следующие порядки теории возмущений:

$$\rho_\chi(t) = U_0^\chi(t) U_1^\chi(t) \rho(0) U_1^\chi(t)^+ U_0^\chi(t)^+, \quad (37)$$



**Рис.2.** Зависимость амплитуды ALC-сигнала от величины постоянного магнитного поля  $H_z$  при значениях амплитуды РЧ-поля:  $H_1 = 0.02$  (а) и  $0.06$  (б) Тл. Частота РЧ-поля  $\omega$  настроена на резонанс с частотой двухквантового перехода  $\omega' = (E_4 - E_1)/2\hbar$  (19.4 МГц) в точке ALC-резонанса: 2 — мюонная поляризация, рассчитанная по формуле нулевого порядка (33), 1 — численный расчет, 0 — мюонная поляризация в отсутствие РЧ-поля

$$\begin{aligned} U_1^\chi(t) &= 1 + \int_0^t dt_1 \left( -\frac{i}{\hbar} \tilde{V}^\chi(t_1) \right) + \\ &+ \int_0^t dt_1 \left( -\frac{i}{\hbar} \tilde{V}^\chi(t_1) \right) \int_0^{t_1} dt_2 \left( -\frac{i}{\hbar} \tilde{V}^\chi(t_2) \right) + \dots = \\ &= T \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt \tilde{V}^\chi(t) \right\}, \end{aligned} \quad (38)$$

здесь

$$\tilde{V}^\chi(t) = U_0^\chi(t)^+ \tilde{V}^\chi U_0^\chi(t),$$

$T$  — оператор хронологического упорядочения Дайсона. Формула (37) требует громоздких вычислений, которые не представляются необходимыми в данной работе, так как приближенное решение  $P_z^\mu(t|\alpha, \Delta)_0$  уже содержит в себе наиболее важную информацию о форме и амплитуде ALC-сигнала и может использоваться при теоретическом анализе основных спектральных параметров исследуемой системы. Большой интерес вызывает точное решение, которое можно получить в точке ALC-резонанса ( $H_z = H_{res}$ ).

### 3.4. Точное решение

В точке ALC-резонанса ( $\alpha = \pi/4$ ,  $\Delta = \omega' - \omega = 0$ ) решение для мюонной поляризации (33) принимает вид

$$\begin{aligned} P_z^\mu(t|\pi/4, 0)_0 &= P_z^\mu(t|\pi/4, 0) = \\ &= 2 \langle \sigma_z(t|\alpha = \pi/4, \Delta = 0) \rangle = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left( \frac{\omega_G}{2} t \right) \left[ \left( 1 - \frac{1}{2} e(\omega_G, \Omega_1, \Omega_2) \right) \times \right. \right. \\ &\times \cos \left\{ (\tilde{\Omega}_1 + \tilde{\Omega}_2) t \right\} + \frac{1}{2} e(\omega_G, \Omega_1, \Omega_2) \times \\ &\times \left. \left. \cos \left\{ (\tilde{\Omega}_1 - \tilde{\Omega}_2) t \right\} \right] \right\} \exp \{-t/\tau_\mu\}. \end{aligned} \quad (39)$$

В (39) введены следующие величины:

$$\begin{aligned} W_{1,2}(\alpha = \pi/4; \Delta = 0) &= \tilde{\Omega}_{1,2} = \\ &= \sqrt{\Omega_{1,2}^2 + (\omega_G/4)^2}, \\ \Omega_1 &= \frac{H_1}{4} (\gamma_{\mu e}(\xi) - \gamma_n), \\ \Omega_2 &= \frac{H_1}{4} (\gamma_{\mu e}(\xi) + \gamma_n), \\ \varepsilon(\omega_G, \Omega_1, \Omega_2) &= 1 - \frac{1}{(\tilde{\Omega}_1 \tilde{\Omega}_2)} (\Omega_1 \Omega_2 + (\omega_G/4)^2). \end{aligned} \quad (40)$$

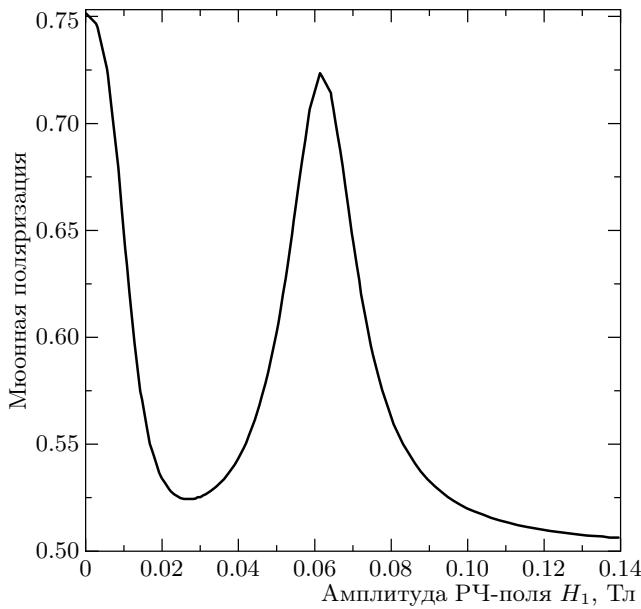


Рис. 3. Зависимость величины мюонной поляризации от амплитуды РЧ-поля  $H_1$  для вещества PyBF-4 при значении постоянного магнитного поля  $H_z = H_{res}$  и частоты осцилляции РЧ-поля  $\omega = \omega'$

Отметим, что в отсутствие или при больших РЧ-полях при условии  $\Omega_{1,2} \gg \omega_G$  функция  $e(\omega_G, \Omega_1, \Omega_2)$  в (40) стремится к нулю. Используя (39), для измеряемой интегральной величины находим

$$\langle P_z^\mu \rangle = \frac{1}{4} \left\{ 2 + \left[ 1 - \frac{1}{2} e(\omega_G, \tilde{\Omega}_1, \tilde{\Omega}_2) \right] \times \right. \\ \times \left[ \frac{1}{1 + (\tilde{\Omega}_1 + \tilde{\Omega}_2 + \omega_G/2)^2 \tau_\mu^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{1 + (\tilde{\Omega}_1 + \tilde{\Omega}_2 - \omega_G/2)^2 \tau_\mu^2} \right] + \\ \left. + \frac{1}{2} e(\omega_G, \tilde{\Omega}_1, \tilde{\Omega}_2) \times \right. \\ \times \left[ \frac{1}{1 + (\tilde{\Omega}_1 - \tilde{\Omega}_2 + \omega_G/2)^2 \tau_\mu^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{1 + (\tilde{\Omega}_1 - \tilde{\Omega}_2 - \omega_G/2)^2 \tau_\mu^2} \right] \right\}. \quad (41)$$

На рис. 3 показана зависимость поляризации  $\langle P_z^\mu \rangle$

от амплитуды РЧ-поля  $H_1$  на примере вещества PyBF-4. Подчеркнем важную особенность в поведении  $\langle P_z^\mu \rangle$ , которая состоит в наличии глубокого промежуточного минимума, имеющего место при  $H_1 \approx (1/2)H_{1,max}$  ( $H_1 \approx 0.027$  Тл для PyBF-4), где  $H_{1,max}$  находится из условия

$$\tilde{\Omega}_1(H_{1,max}) - \tilde{\Omega}_2(H_{1,max}) = \omega_G/2.$$

Наличие минимума существенно уменьшает требование к амплитуде РЧ-поля для достижения значительной мюонной деполяризации. Магнитные РЧ-поля порядка 100 Гц уже значительно усиливают амплитуду ALC-сигнала. Кказанному следует добавить, что РЧ-поля с амплитудой  $H_1 \leq 300$  Гц, не меняя существенно форму ALC-сигнала, увеличивают амплитуду наблюдаемого сигнала почти в два раза. Таким образом, можно сделать важный вывод, что для анализа влияния относительно слабых РЧ-полей на поведение ALC-сигнала достаточно иметь точное довольно простое решение (39), (41), описывающее поведение центра кривой на рис. 2.

Имея решение для матрицы плотности (28)–(31), нетрудно найти выражение для поляризации ядер при воздействии РЧ-поля в точке ALC-резонанса:

$$P_z^n(t) = \frac{1}{2} \sin(\omega_G t/2) \times \\ \times \left\{ \frac{\omega_G}{4\tilde{\Omega}_1} \sin(\tilde{\Omega}_1 t) \cos(\tilde{\Omega}_2 t) + \right. \\ \left. + \frac{\omega_G}{4\tilde{\Omega}_2} \sin(\tilde{\Omega}_2 t) \cos(\tilde{\Omega}_1 t) \right\} \exp(-t/\tau_\mu). \quad (42)$$

Отсюда в отсутствие РЧ-поля ( $H_1 = 0$ ,  $\Omega_{1,2} = 0$ ) имеем

$$P_z^n(t) = \frac{1}{4} (1 - \cos(\omega_G t)) \exp(-t/\tau_\mu).$$

В случае сильного РЧ-поля, когда  $\Omega_1 \approx \Omega_2 = \Omega \gg \omega_G$ , осцилляции ядерной поляризации приобретают вид

$$P_z^n(t) = \frac{\omega_G}{8\Omega} \sin(\omega_G t/2) \sin(2\Omega t) \exp(-t/\tau_\mu) = \\ = \frac{1}{2} (\omega_G / \gamma_{\mu,e} H_1) \sin(\omega_G t/2) \sin\left(\frac{1}{2} \gamma_{\mu,e} H_1 t\right) \times \\ \times \exp(-t/\tau_\mu). \quad (43)$$

Из (43) видно, что рост амплитуды РЧ-поля подавляет процесс переноса поляризации от мюона к спину ядра. Следовательно, можно сделать вывод, что усиление деполяризации мюона в РЧ-поле достигается не путем дополнительной поляризации ядерной подсистемы, а за счет усиления вращения мюонного спина.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время развитие  $\mu$ SR-спектроскопии высокого разрешения вновь связывается с использованием радиочастотных полей (см. [6]), что в полной мере относится и к исследованию мюония в радиочастотных полях [15, 16]. Полученные в настоящей работе результаты позволяют заключить, что благодаря применению радиочастотного излучения при детектировании ALC-сигнала возможно извлекать информацию о частотах перехода между уровнями в системе мюоний+ядерные спины и о параметрах, характеризующих сверхтонкие взаимодействия в данной системе. При этом особенно важно, что, применяя РЧ-поля, можно значительно усилить степень мюонной деполяризации и, соответственно, увеличить амплитуду наблюдаемого сигнала ALC-резонанса. Формулы (33), (39), (41) являются наиболее важными результатами работы, которые могут использоваться при изучении стимуляции мюонной деполяризации в ALC-экспериментах.

При обсуждении физических свойств полученных решений интересно остановиться на особенностях поведения мюонной поляризации в традиционной технике ALC-резонанса. В этом случае поведение мюонной поляризации описывается известным выражением

$$P_{z,1}^{\mu}(t) = \frac{1}{4} \{3 + \cos(\omega_G t)\} \exp(-t/\tau_{\mu})$$

(следующим также из (39) при  $H_1 = 0$ ), по которому максимальное уменьшение усредненной мюонной поляризации достигает  $1/4$  от начальной поляризации ( $\omega_G \tau_{\mu} \gg 1$ ). Как следует из решения (39), (41) (см., например, рис. 4), воздействие РЧ-поля может приводить к уменьшению начальной мюонной поляризации даже на величину  $1/2$  от первоначального значения. Примечательный факт подобного влияния РЧ-поля состоит в возможности достижения большего относительного усиления мюонной деполяризации в точке ALC-резонанса для малых величин  $\omega_G$  ( $\omega_G \tau_{\mu} < 1$ ), когда обычный ALC-сигнал оказывается слабым или недоступным для наблюдения,

$$\overline{P}_{z,1}^{\mu} \Big|_{\omega_G \tau_{\mu} \ll 1} \rightarrow 1,$$

что имеет место при слабом электрон-ядерном сверхтонком взаимодействии. На рис. 4 приведены графики расчетов, демонстрирующие подобное поведение, когда воздействие РЧ-поля увеличивает сигнал более чем в 10 раз (в отсутствие РЧ-поля минимум поляризации  $P(H_{res}) = 0.97$ , при  $H_1 = 100$  Гц

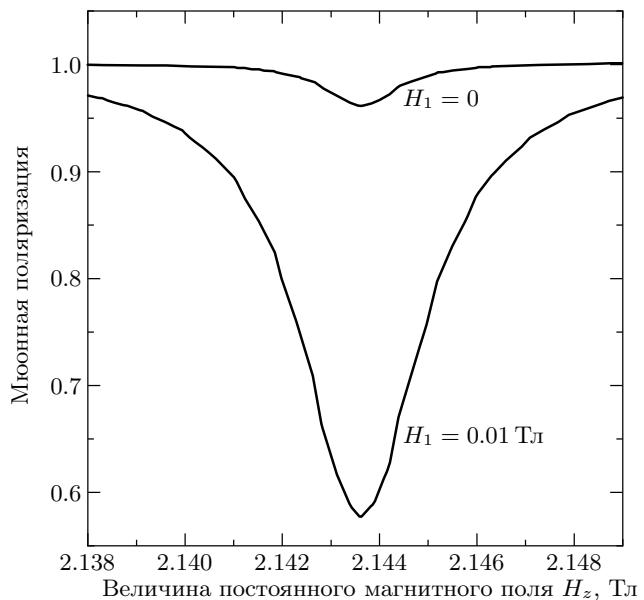


Рис. 4. Зависимость мюонной поляризации от величины постоянного магнитного поля  $H_z$ . Влияние РЧ-поля ( $H_1 = 0.01$  Тл) на амплитуду сигнала в веществе с малым электрон-ядерным сверхтонким взаимодействием ( $\omega_G \tau_{\mu} < 1$ ,  $\omega_G = 0.03$  МГц)

минимум поляризации уменьшается до величины  $P(H_{res}) = 0.57$ ). Подчеркнем, что для реализации предлагаемого эксперимента необходимо иметь возможность варьировать величину статического магнитного поля  $H_z$  и частоту РЧ-поля  $\omega$  в достаточно широком интервале, чтобы просканировать магнитное поле вблизи  $H_z = H_{res}$ , и настроить РЧ-поле на ядерные частоты перехода ALC-резонанса.

По аналогии можно заключить, что для ядерных спинов 1 и  $3/2$  при условии, что величина сверхтонкого взаимодействия между электронами и ядрами будет достаточно мала, число захваченных РЧ-полям уровней увеличится до 6 и 8, соответственно. Поэтому нахождение аналитических решений для данных случаев заметно осложнится. Однако, основываясь на выводах данной работы, мы ожидаем, что применение РЧ-поля приведет к усилению мюонной деполяризации и в этих системах, хотя не в такой степени, как для систем с ядерным спином  $1/2$ . Оценка величины эффекта в этих случаях пока представляется затруднительной.

Суммируя сказанное, заключаем, что применение РЧ-полей в ALC-экспериментах может способствовать увеличению чувствительности  $\mu$ SR-техники и получению большей информации о сверхтонких взаимодействиях мюония. Развитый в

настоящей работе математический подход может быть применен к описанию мюонного эха, с которым в настоящее время связывают определенные надежды в развитии экспериментальных возможностей  $\mu$ SR [17–21], так как использование техники спинового эха позволяет контролировать квантовую динамику изучаемых систем на больших временах. Поскольку мюонное эхо в ALC-эксперименте будет формироваться в четырехуровневой квантовой системе (для спина ядра 1/2), неклассические физические свойства которой определяются запутанными состояниями мюонного, электронного и ядерного спинов, следует ожидать значительного отличия свойств данного эха от свойств спинового эха в двухуровневых системах. Также отметим, что полученное в работе аналитическое решение о поведении четырехуровневой системы в квазистационарном поле представляет собой редкий для спектроскопии случай точно решаемой задачи, обобщение которого на другие квантовые системы может представлять самостоятельный интерес.

Один из авторов (С. А. М.) признателен коллегам Н. М. Сулейманову и Р. Г. Мустафину за ценные дискуссии, стимулировавшие постановку и выполнение данной работы, а также благодарен К. М. Салихову за ценные обсуждения полученных результатов. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 00-02-16192, 00-15-97410), CRDF и фонда НИОКР Республики Татарстан (грант № 14-79).

## ЛИТЕРАТУРА

1. V. W. Hughes and G. zu Putlitz, in *Advanced Series on Direction in High Energy Physics*, ed. by T. Kinoshita, Vol. 7 (1990), p. 822.
2. Y. Kuno and Y. Okada, Rev. of Mod. Phys. **73**, 151 (2001).
3. V. W. Hughes and T. Kinoshita, Rev. of Mod. Phys. **71**, S133 (1999).
4. A. Schenck, *Muon Spin Rotation Spectroscopy: Principles and Applications in Solid State Physics*, Hilger, Bristol (1985).
5. В. П. Смилга, Ю. М. Белоусов, *Мюонный метод исследования вещества*, Наука, Москва (1991); V. P. Smilga and Yu. M. Belousov, *The Muon Method in Science*, Nova Science, New York (1994).
6. In *Proc. of the Eighth Int. Conf. on Muon Spin Rotation, Relaxation and Resonance  $\mu$ SR'99*, Physica B **289–290** (2000).
7. S. F. J. Cox, P. J. C. King, W. G. Williams et al., Physica B **289–290**, 538 (2000).
8. B. D. Patterson, Rev. of Mod. Phys. **60**, 69 (1988).
9. A. Abragam, C. R. Acad. Sci. Ser. 2 **299**, 95 (1984).
10. R. F. Keifl, S. Kreitzman, M. Celio et al., Phys. Rev. A **34**, 681 (1986).
11. R. R. Ernst, G. Bodenhausen, and A. Wokaun, *Principles of Nuclear Magnetic Resonance in One and Two Dimensions*, Oxford, Clarendon Press (1987) [русский перевод: Р. Эрнст, Дж. Боденхаузен, А. Вокаун, *ЯМР в одном и двух измерениях*, под ред. К. М. Салихова, Москва, Мир (1990)].
12. A. Schweiger and G. Jeschke, *Principles of Pulse Electron Paramagnetic Resonance*, University Press, Oxford (2001).
13. Review of Particle Properties, Phys. Lett. B **204**, 1 (1988).
14. Ю. М. Белоусов, В. П. Смилга, ЖЭТФ **102**, 211 (1992).
15. O. Kormann, J. Major, I. D. Reid et al., Physica B **289–290**, 530 (2000).
16. R. Scheuermann, H. Dilger, E. Roduner et al., Physica B **289–290**, 698 (2000).
17. S. R. Kreitzman, D. L. Williams, N. Kaplan et al., Phys. Rev. Lett. **61**, 2890 (1988).
18. С. А. Моисеев, Н. М. Сулейманов, Письма в ЖЭТФ **64**, 500 (1996).
19. S. P. Cottrel, S. F. J. Cox, J. S. Lord et al., Appl. Magn. Reson. **15**, 469 (1998).
20. S. A. Moiseev, R. G. Mustafin, V. G. Nikiforov et al., Phys. Rev. B **61**, 5891 (2000).
21. N. M. Suleimanov, S. A. Moiseev, M. A. Clark-Gayther et al., Physica B **289–290**, 676 (2000).