ЖЭТФ, 2003, том 124, вып. 3 (9), стр. 529–535

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ПЛАВНОЙ ОДНОМЕРНО НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

К. Ю. Блиох [a*], *Ю. П. Степановский* [b]

[a] *Радиоастрономический институт Национальной академии наук Украины 61002, Харьков, Украина*

[b] *Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт» 61108, Харьков, Украина*

Поступила в редакцию 27 января 2003 г.

Рассмотрено распространение электромагнитной волны в плавной одномерно неоднородной изотропной среде во втором приближении геометрической оптики. Подробно исследована эволюция поляризации. Известно, что в первом (рытовском) приближении геометрической оптики имеет место только поворот плоскости поляризации (без изменения формы и знака поляризации) у лучей с кручением. В рассматриваемом случае даже для плоских лучей происходят изменения формы поляризационного эллипса и знака поляризации, пропорциональные интегралу от квадрата кривизны луча. Эффект имеет нелокальную геометрическую природу и может быть описан в терминах набега обобщенной геометрической фазы между двумя линейными поляризациями.

PACS: 41.20.Jb, 42.25.Ja, 03.65.Vf, 42.15.-i

1. ВВЕДЕНИЕ

Изменение поляризации электромагнитной волны в плавно неоднородной изотропной среде в приближении геометрической оптики впервые было обнаружено в теоретических работах Рытова и Владимирского [1, 2] (см. также [3, 4]). Позже Берри переоткрыл это явление на языке адиабатической квантовой эволюции [4–6]. Суть эффекта заключается в следующем. Нулевое приближение геометрической оптики не несет никакой информации о поляризации волны — две моды с разными поляризациями оказываются вырожденными [3]. В первом приближении действует известный закон Рытова: плоскость поляризации поворачивается относительно естественного трехгранника луча на угол, равный интегралу по лучу от кручения луча. Интересные геометрические свойства этого закона обсудил Владимирский [2] и позже Берри и его последователи [4–6]. Эффект также был измерен экспериментально (см. [4, 6]). Важно отметить, что в первом приближении геометрической оптики эллипс поляризации не меняет свою форму, т. е. эксцентриситет, и поляризация не меняет знак, т. е. направление вращения вектора электрического поля [3]. Кроме того, когда луч представляет собой плоскую кривую, поворота поляризации также не происходит, так как кручение равно нулю. Такой случай имеет место, например, в одномерно неоднородной среде.

В данной работе мы исследуем изменение поляризации электромагнитной волны в одномерно неоднородной изотропной среде во втором приближении геометрической оптики. Мы покажем, что в этом случае, в отличие от первого приближения, существенно изменяются форма эллипса поляризации, знак поляризации, а также имеют место ограниченные повороты плоскости поляризации. Эллиптическая поляризация сначала становится линейной, затем — эллиптической другого знака, а линейная — сначала эллиптической, затем — линейной в другой плоскости. Таким образом, вследствие рассматриваемого эффекта поляризация электромагнитной волны может существенно изменяться.

Поворот плоскости поляризации Рытова происходит в результате изменения относительной фазы двух мод с противоположными круговыми поляризациями. Для плоской поляризации это то же, что

*E-mail: kostya@bliokh.kharkiv.com

вариации относительной амплитуды двух мод с ортогональными линейными поляризациями. Изменения же формы и знака поляризации, полученные в этой статье, есть следствие набега разности фаз между двумя модами с ортогональными линейными поляризациями. Второй эффект, как и первый, имеет также нелокальную геометрическую основу. Разность фаз, набегающая между двумя модами, пропорциональна интегралу от квадрата кривизны луча и поэтому отлична от нуля даже для плоской кривой. Эффект поворота плоскости поляризации Рытова–Владимирского–Берри описывается сейчас в рамках так называемых геометрических фаз Берри [4–6]. Исследуемый здесь эффект изменения формы эллипса поляризации может быть описан в рамках обобщенных геометрических фаз, введенных в работах [7, 8]. Обобщенные геометрические фазы представляют собой обобщения геометрических фаз Берри на высшие порядки адиабатического приближения и поэтому позволяют описывать нелокальные геометрические эффекты второго и более высоких порядков.

Заметим, наконец, что квантовый аналог исследуемого классического эффекта приведен в работе [9] (см. также [4]), где автор находит вероятность перехода излучения из состояния с поляризацией одного знака в состояние с поляризацией противоположного знака пропорциональной квадрату модуля интеграла от квадрата кривизны луча[1)]. Поскольку набег фаз π между двумя поляризационными модами меняет знак поляризации волны, становится ясным, что набег фаз между поляризационными модами и вероятность изменения знака поляризации — напрямую связанные величины.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим распространение монохроматической электромагнитной волны в изотропной диэлектрической среде без поглощения, характеризуемой диэлектрической проницаемостью ε. Пусть среда плавно неоднородна по одной координате x: $\varepsilon = \varepsilon(x)$. Тогда распространение электромагнитной волны описывается стационарными уравнениями Максвелла (мы считаем поля пропорциональными $\exp(-i\omega t)$):

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\mathbf{H} + ik_0\varepsilon\mathbf{E} = 0, \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} - ik_0\mathbf{H} = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $k_0 \equiv \omega/c$ (ω — частота волны, c — скорость света в вакууме), $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — напряженности, соответственно, электрического и магнитного полей. Учитывая однородность среды по координатам y и z, сделаем замену

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \to \mathbf{E}(x)\exp(ik_y y + ik_z z), \\ \mathbf{H} \to \mathbf{H}(x)\exp(ik_y y + ik_z z). \end{aligned} \tag{2}$$

При этом, не ограничивая общности, можно считать $k_y = 0$.

После подстановки выражений (2) в (1) система сводится к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям второго порядка:

$$E_y'' + k_x^2 E_y = 0, \tag{3}$$

$$E_z'' - \frac{k_z^2}{k_x^2}\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}E_z' + k_x^2 E_z = 0. \tag{4}$$

Здесь и далее штрих обозначает производную по x, и мы ввели величину

$$k_x^2(x) = k_0^2\varepsilon(x) - k_z^2. \tag{5}$$

Заметим также, что производные ε связаны с малым параметром геометрической оптики

$$\left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right| \propto \frac{2\pi}{kL} \equiv \delta \ll 1, \tag{6}$$

где L — характерный масштаб неоднородности. Поскольку нас интересует второе приближение геометрической оптики, мы оставляем только первые производные ε, их квадраты и вторые производные.

После замены

$$E_z = \frac{k_x}{k}\tilde{E}_z, \quad k \equiv k_0\sqrt{\varepsilon(x)}$$

уравнение (4) приводится к виду, аналогичному (3):

$$\begin{gathered} \tilde{E}_z'' + u\tilde{E}_z = 0, \\ u \equiv k_x^2 + \frac{k_z^2}{2k_x^2}\frac{\varepsilon''}{\varepsilon} - \frac{k_z^2(k^2 - k_z^2/4)}{k_x^4}\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^2. \end{gathered} \tag{7}$$

Мы получили два уравнения (3) и (7), описывающие колебания y- и z-компонент электрического поля. Решая их с точностью до второго порядка адиабатического приближения по параметру (6),

[1)] Интересно отметить, что в двухуровневой системе вероятность перехода с одного уровня на другой в общем случае экспоненциально мала [10]. То, что в случае изменения поляризации волны вероятность перехода получается пропорциональной четвертой степени кривизны, т. е. четвертой степени параметра адиабатичности, является следствием поляризационной вырожденности мод в нулевом приближении.

определим разницу в изменении их фаз и амплитуд (построение адиабатического приближения высших порядков см. в работах [7, 8, 11]). Представим относительное изменение составляющих поля как

$$\frac{E_z(x)}{E_y(x)} = \alpha(x)\exp[i\psi(x)], \quad \alpha, \psi \in \mathbf{R}. \tag{8}$$

Величины α и ψ определяют изменения относительных амплитуд и фаз соответственно двух компонент электрического поля.

Уравнения (3) и (7) совпадают в первом приближении геометрической оптики и поэтому в рассматриваемой системе амплитуды величин E_y и $\tilde{E}_z$ изменяются одинаково (слагаемые второго порядка влияют только на фазу [8, 11]). Отсюда получаем, что

$$\alpha(x) = \frac{k_x(x)}{k(x)} \frac{k(0)E_z(0)}{k_x(0)E_y(0)}. \tag{9}$$

Изменение в разнице фаз у проекций поля определяется только набегом фазы от двух последних поправочных слагаемых в выражении (7) для u. Учитывая, что

$$\sqrt{u} \approx k_x \left[1 + \frac{k_z^2}{4k_x^4}\frac{\varepsilon''}{\varepsilon} - \frac{k_z^2(k^2 - k_z^2/4)}{2k_x^6}\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^2\right],$$

получим

$$\psi = \psi_0 + \int\limits_0^x \left[\frac{k_z^2}{4k_x^3}\frac{\varepsilon''}{\varepsilon} - \frac{k_z^2(k^2 - k_z^2/4)}{2k_x^5}\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^2\right] dx, \tag{10}$$

где $\psi_0 = \psi(0)$.

3. ИЗМЕНЕНИЯ ФОРМЫ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Перейдем от y- и z-компонент электрического поля к его проекциям на главную нормаль и бинормаль луча. В рассматриваемом случае бинормаль направлена по оси y ($b_y = -\operatorname{sgn} k_z \operatorname{sgn} \varepsilon'$), а единичный вектор нормали равен

$$\boldsymbol{\nu} \equiv (\nu_x, \nu_z) = \operatorname{sgn} k_z \operatorname{sgn}\varepsilon' \left(\frac{k_z}{k}, -\frac{k_x}{k}\right).$$

Поэтому отношение нормальной и бинормальной компонент поля равно

$$\frac{E_\nu}{E_b} = \frac{k_x E_z - k_z E_x}{k E_y}. \tag{11}$$

Учитывая связь между x- и z-компонентами электрического поля, а также нулевое приближение геометрической оптики,

$$E_x = -\frac{ik_z E_z'}{k_x^2} \approx -\frac{k_z E_z}{k_x},$$

получим

$$\frac{E_\nu}{E_b} = \frac{k}{k_x}\frac{E_z}{E_y} = \tilde{\alpha}\exp\left(i\tilde{\psi}\right), \tag{12}$$

где мы представили отношение компонент электрического поля аналогично (8).

Сравнивая (12) с (8) и (9), получим

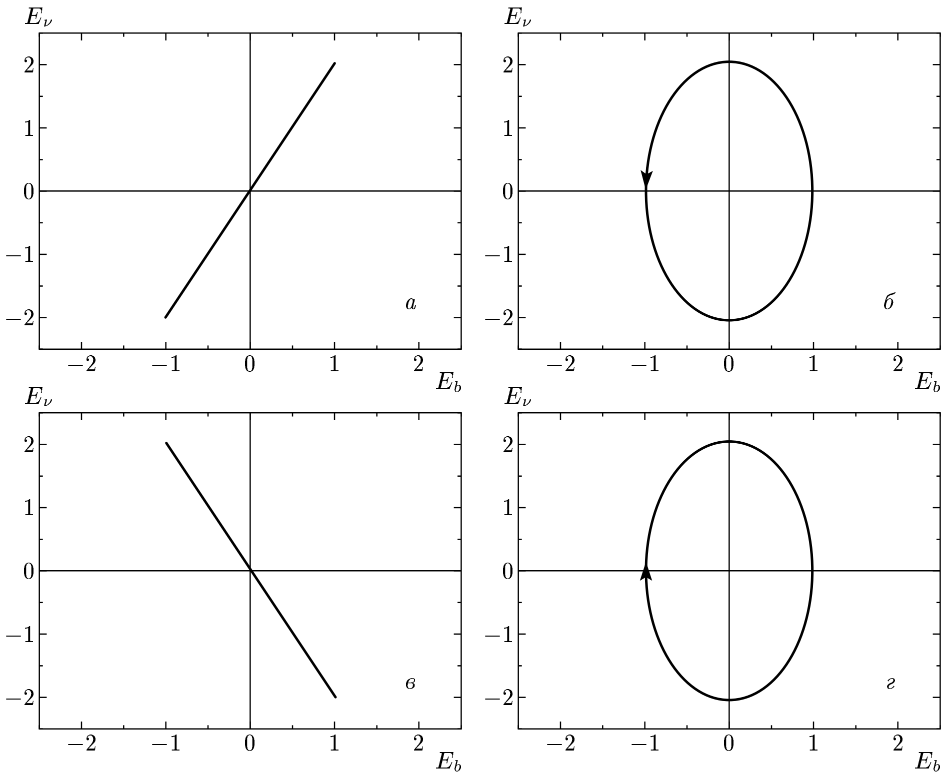
$$\tilde{\alpha} = \frac{k}{k_x}\alpha = \text{const}, \quad \tilde{\psi} = \psi. \tag{13}$$

Величины $\tilde{\alpha}$ и ψ определяют относительные амплитуду и фазу двух компонент электрического поля, привязанных к системе координат естественного трехгранника луча. Эти координаты удобно использовать в геометрической оптике.

В случае линейной поляризации ($\psi = 0, \pi$) $\operatorname{arctg}\tilde{\alpha}$ есть угол между вектором электрического поля и главной нормалью к лучу, изменение которого подчиняется в первом приближении закону Рытова [1–4]. Постоянство $\tilde{\alpha}$ в рассматриваемом случае также является следствием закона Рытова, поскольку луч представляет собой плоскую кривую и поворота плоскости поляризации не происходит. При фиксированном ψ изменение амплитудного фактора $\tilde{\alpha}$ влияет на ориентацию эллипса относительно главной нормали к лучу и его эксцентриситет, однако не может изменить знак поляризации (направление вращения вектора поля по поляризационному эллипсу).

Разность фаз ψ в колебаниях ν- и b- (или y- и z-) компонент электрического поля влияет как на эксцентриситет эллипса, так и на его ориентацию. Изменения ψ при фиксированном $\tilde{\alpha}$ могут изменять знак поляризации. При $\psi = 0, \pi$ поляризация линейна и угол между электрическим полем и нормалью к лучу равен $\pm\operatorname{arctg}(\tilde{\alpha}^{-1})$ (рис. *а, в*). При $\psi = \pi/2, 3\pi/2$ поляризационный эллипс ориентирован по осям, причем отношение его «нормальной» и «бинормальной» полуосей равно $\tilde{\alpha}$ (рис. *б, г*). При $\psi \in (0, \pi)$ и $\psi \in (\pi, 2\pi)$ знаки поляризации противоположны.

Таким образом, при изменении относительной фазы ψ от 0 до π при фиксированном $\tilde{\alpha}$ эллипс поляризации меняется между двумя предельными направлениями под углами $\pm\operatorname{arctg}(\tilde{\alpha}^{-1})$ к нормали, соответствующими плоским поляризациям. При этом знак поляризации остается постоянным. При переходе через линейную поляризацию направление вращения меняется и изменение ψ от π до 2π ведет эллипс по тому же пути, но в обратном направлении и с противоположным знаком поляризации (см. рисунок).



Эволюция поляризации поля при изменении относительной фазы ψ от 0 до 2π при $\tilde{\alpha} = 2$; $\psi = 0$ (*a*), $\pi/2$ (*б*), π (*в*), $3\pi/2$ (*г*)

Необходимо отметить, что уравнения (3) и (7) являются в рассматриваемом приближении независимыми, и если возбуждена только одна y- или z-компонента электрического поля, то другая возбуждаться не будет и волна будет сохранять свою линейную поляризацию вдоль соответствующей оси.

4. ψ-ОБОБЩЕННАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ФАЗА

Чтобы проанализировать выражение (10), необходимо привлечь формализм обобщенных геометрических фаз [7, 8] (альтернативный формализм геометрических фаз высших порядков см. в [12]). Действительно, в интеграле (10) некоторые слагаемые могут быть локальными и вызывать лишь малые отклонения ψ порядка δ, а другие слагаемые, напротив, могут быть нелокальными, что может приводить к неограниченному росту ψ. Локальные (нелокальные) слагаемые образуют те члены подынтегрального выражения (10), которые имеют (не имеют) первообразную, зависящую только от краевых значений. Нелокальные слагаемые содержат информацию не только о краевых точках, но и о значениях функции на всем пути интегрирования. Они могут быть отличны от нуля, даже когда путь интегрирования представляет собой замкнутую петлю.

Чтобы разделить локальные и нелокальные слагаемые, перейдем на геометрический язык и введем двумерное обобщенное пространство параметра ε: $\vec{M} \equiv (\varepsilon, \varepsilon')$ [7, 8]. Тогда выражение (10) может быть легко записано в виде контурного интеграла от определенного поля над этим пространством:

$$\psi = \psi_0 + \int\limits_l \vec{G}\, d\vec{M}, \qquad \vec{G} \equiv \left(-\frac{k_z^2(k^2 - k_z^2/4)}{2k_x^5}\,\frac{\varepsilon'}{\varepsilon^2}, \frac{k_z^2}{4k_x^3}\,\frac{1}{\varepsilon} \right), \tag{14}$$

где l — контур, по которому движется изображающая точка волны в $\vec{M}$-пространстве. Величина ψ является нелокальной и может достигать немалых значений только в случае, если поле $\vec{G}$ непотенциально, т. е.

$$\operatorname{rot} \vec{G} \equiv \frac{\partial G_2}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial G_1}{\partial \varepsilon'} \neq 0.$$

Подставляя сюда (14), найдем, что поле $\vec{G}$ удовлетворяет этому условию:

$$\operatorname{rot}\vec{G} = -\frac{k_z^2}{8\varepsilon^2 k_x^3} \neq 0 \quad \text{при} \quad k_z \neq 0. \tag{15}$$

Отсюда уже можно заключить, что для циклической эволюции параметров, которым соответствуют замкнутые контуры в $\vec{M}$-пространстве (например, в периодически неоднородной среде), набег фазы ψ за цикл равен

$$\psi_c = \oint\limits_{l_c} \vec{G}\, d\vec{M} = \int\limits_S (\operatorname{rot}\vec{G}) \cdot \vec{n}\, ds = = -n \int\limits_S \frac{k_z^2}{8\varepsilon^2 k_x^3} d\varepsilon\, d\varepsilon'. \tag{16}$$

Здесь l_c — замкнутый контур в $\vec{M}$-пространстве, S — натянутая на l_c ориентированная поверхность с единичной нормалью $\vec{n}$, $n = \pm 1$ для движения по контуру, соответственно, против и по часовой стрелке. Таким образом, видно, что для циклических эволюций ψ_c является обобщенной геометрической фазой, определяемой геометрией замкнутого контура l_c в $\vec{M}$-пространстве.

Чтобы выделить в общем случае из фазы ψ, определяемой выражением (14), геометрическую составляющую, выделим в поле $\vec{G}$ непотенциальную компоненту. Поле (14) можно представить как

$$\begin{gathered} \vec{G} = \vec{G}_{pot} + \vec{G}_{curl}, \quad \text{где} \quad \vec{G}_{pot} = \operatorname{grad}_{\vec{M}}\varphi, \\ \varphi = \frac{k_z^2}{4k_x^3}\,\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}, \quad \vec{G}_{curl} = \left(\frac{k_z^2}{8k_x^3}\,\frac{\varepsilon'}{\varepsilon^2}, 0\right). \end{gathered} \tag{17}$$

Тогда фаза (14) примет вид

$$\psi = \psi_0 + \frac{k_z^2}{4k_x^3}\,\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\bigg|_0^x + \int\limits_l \vec{G}_{curl} d\vec{M}. \tag{18}$$

Очевидно, второе слагаемое, соответствующее $\vec{G}_{pot}$, есть локальный член, который зависит только от краевых значений параметров и всегда мал (порядка δ). Последнее же слагаемое и есть искомая нелокальная геометрическая фаза:

$$\psi_{geom} \equiv \int\limits_l \vec{G}_{curl} d\vec{M} = \int\limits_0^x \frac{k_z^2}{8k_x^3}\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^2 dx. \tag{19}$$

Геометрическая фаза, несмотря на малость подынтегрального выражения (порядка δ^2), может при $x \geq \delta^{-2}$ достигать значений больших или порядка единицы. Это является прямым следствием ее нелокальности или непотенциальности поля $\vec{G}_{curl}(\vec{M})$.

Обратим внимание на то, как сильно исходное выражение (10) отличается от полученного (19). Фаза, определяемая выражением (19), является существенной составляющей из (10). Без применения геометрического языка или функционального подхода [7, 8, 13] выделить ее не представлялось бы возможным.

Выражение (19) несложно записать в виде

$$\psi_{geom} = \int\limits_0^\sigma \frac{k}{2k_x^2} K^2 d\sigma. \tag{20}$$

Здесь

$$K^2 \equiv \left|\frac{d\mathbf{l}}{d\sigma}\right|^2 = \frac{k_z^2}{k^2}\left(\frac{\varepsilon'}{2\varepsilon}\right)^2$$

— квадрат кривизны луча, $\mathbf{l}$ — единичный вектор касательной к лучу ($l_x = k_x/k$, $l_z = k_z/k$), σ — длина дуги луча ($d\sigma = dx/l_x$).

Заметим, что рассматриваемое приближение верно на расстояниях $x \ll k^{-1}\delta^{-3}$, пока мал остаточный член $O(\delta^3 kx)$ в используемых асимптотических формулах (см. [7, 8]). А учитывая, что члены третьего порядка вносят вклад только в изменения амплитуды (см. [7, 8]), можно заключить, что полученные формулы для разности набегов фаз двух поляризаций могут быть использованы при $x \ll k^{-1}\delta^{-4}$. Полученные формулы для эволюции поляризации следуют из асимптотического решения волновых уравнений Максвелла и в рамках этих уравнений не учитывают только рассеяния назад (отражений). Как известно, отражения в случае одномерной неоднородности экспоненциально малы по параметру δ (см., например, [14]). Длина, на которой начинают сказываться отражения, может быть грубо оценена как $k^{-1}\exp\delta^{-1}$. Эта длина много больше длины $k^{-1}\delta^{-m}$, на которой сказываются эффекты m-го порядка, при $(-\delta\ln\delta)^{-1} > m$. Для обсуждаемого эффекта второго порядка имеем ограничение $\delta < 0.3$, которое может считаться выполненным вследствие (6) (численная проверка примера, приведенного в следующем разделе, показывает удовлетворительную пригодность полученных формул при $\delta = 0.3$). При $\delta < 0.2$ пренебречь рассеянием назад можно уже на расстояниях $x \sim k^{-1}\delta^{-4}$, где начинают сказываться следующие фазовые поправки четвертого порядка.

5. ПРИМЕР

Рассмотрим косое распространение света в периодической одномерно неоднородной среде. Пусть зависимость $\varepsilon(x)$ в среде определяется формулой

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(wx), \tag{21}$$

причем $\varepsilon_1 < \varepsilon_0$ и $w/k_0 \ll 1$ в соответствии с (6).

Если среда слабо неоднородна и $\varepsilon_1 \ll \varepsilon_0$, то для нелокальной геометрической фазы (19) в первом неисчезающем приближении по $\varepsilon_1/\varepsilon_0$ получим

$$\psi_{geom} \approx \frac{w^2 k_z^2}{8k_{x0}^3} \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\right)^2 \int\limits_0^x \sin^2(wx)\, dx, \tag{22}$$

где

$$k_{x0} = \pm\sqrt{k_0^2 \varepsilon_0 - k_z^2}\,.$$

При $x \gg \pi/w$ интеграл (22) близок к среднему:

$$\psi_{geom} \approx \frac{w^2 k_z^2}{16k_{x0}^3} \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\right)^2 x. \tag{23}$$

Как отмечалось, форма поляризации существенно изменяется, когда набегает фаза $\psi \sim 1$. Это происходит на расстояниях

$$x \sim \frac{16k_{x0}^3}{w^2 k_z^2} \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)^2. \tag{24}$$

Локальное слагаемое формулы (18) в данном примере

$$|\psi_{loc}| \approx \left|\frac{k_z^2}{4k_x^3}\, \frac{\varepsilon_1 w \sin(wx)}{\varepsilon_0}\right| \le \frac{wk_z^2}{4k_x^3}\, \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \ll 1,$$

что подтверждает общий вывод о его малости.

Численным расчетом исходных уравнений Максвелла в периодической среде (21) было проверено соответствие эволюции поляризации, представленной на рисунке, и набегающей при этом фазы ψ формулам (19), (23). При значениях параметров $k_0 = 1$, $k_z = 0.5$, $\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_1 = 0.3$, $w = 0.3$ отклонения при вычислении по формуле (19) находятся в пределах 10 %, а по формуле (23) — в пределах 30 %. Данные значения параметров близки к границам применимости геометрической оптики (параметр $\delta = 0.3$ (6)) и приближения слабой неоднородности ($\varepsilon_1/\varepsilon_0 = 0.3$). Согласно оценке (24), при выбранных значениях параметров фаза ψ изменяется на π на расстоянии $x_\pi \approx 800\lambda \approx 250L$, где $\lambda = 2\pi k_0^{-1}$ — длина волны, $L = 2\pi w^{-1}$ — пространственный период неоднородности.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье исследована эволюция поляризации электромагнитной волны, распространяющейся в плавной одномерно неоднородной изотропной среде. Задача рассматривалась во втором приближении геометрической оптики.

Как известно, в первом приближении геометрической оптики эволюцию поляризации описывает закон Рытова [1–4]. Согласно ему, в среде, где луч волны имеет кручение, изменяется в основном относительная амплитуда нормальной и бинормальной компонент электрического поля. Это приводит к вращению эллипса поляризации волны, но не может изменить его эксцентриситет и знак поляризации. В случае одномерно неоднородной среды луч представляет собой плоскую кривую и изменения поляризации в рытовском приближении не происходит.

Мы показали, что во втором приближении геометрической оптики, в отличие от первого, изменяется относительная фаза нормальной и бинормальной компонент электрического поля. Это приводит к изменению эксцентрисистета эллипса поляризации, его поворотам, а также изменению знака поляризации (см. рисунок). Выше показано, что изменение относительной фазы, подобно рытовским поворотам плоскости поляризации, является геометрическим нелокальным эффектом и пропорционально интегралу от квадрата кривизны луча. Вследствие этого относительная фаза нарастает даже при циклической эволюции, когда параметры среды и направление луча возвращаются к своим исходным значениям. В частности, в периодически неоднородной среде относительная фаза растет непрерывно и это вызывает непрерывные изменения поляризации (см. разд. 5).

Поскольку обнаруженный эффект отвечает за изменения знака поляризации, его квантовым аналогом являются неадиабатические переходы между двумя состояниями фотона, соответствующими «+» и «−»-поляризациям. В работе [9] приведена формула для вероятности такого перехода в плавно изогнутом волноводе. Если положить в полученной формуле (20) $k_x = k$ (поскольку в волноводе волна распространяется перпендикулярно неоднородности), то квадрат модуля правой части (20) с точностью до множителя 1/4 совпадет с вероятностью неадиабатического перехода, полученной в [9] (если положить в последней кручение равным нулю).

Следует заметить, что поскольку обнаруженный эффект соответствует второму приближению геометрической оптики, он является довольно слабым.

Как следует из приведенного примера, даже при достаточно сильной неоднородности и на границе области применения приближения геометрической оптики изменение поляризации происходит на расстояниях порядка тысячи длин волн и сотни масштабов неоднородности. Тем не менее этот эффект является единственным, приводящим в рассматриваемом приближении к изменению поляризации в одномерно неоднородной среде и поэтому может быть наблюдаемым.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Рытов, ДАН СССР **18**, 263 (1938).
2. В. В. Владимирский, ДАН СССР **31**, 222 (1941).
3. Ю. А. Кравцов, Ю. И. Орлов, *Геометрическая оптика неоднородных сред*, Наука, Москва (1980).
4. С. И. Виницкий, В. Л. Дебров, В. М. Дубовик, Б. Л. Марковски, Ю. П. Степановский, УФН **160**, 6 (1990).
5. M. V. Berry, Proc. Roy. Soc. London A **392**, 45 (1984).
6. A. Shapere and F. Wilczek, *Geometric Phases in Physics*, World Scientific, Singapore (1989).
7. K. Yu. Bliokh, J. Math. Phys. **43**, 5624 (2002).
8. K. Yu. Bliokh, J. Phys. A: Math. Gen. **36**, 1705 (2003).
9. M. V. Berry, Nature **326**, 277 (1987).
10. J.-T. Hwang and P. Pechukas, J. Chem. Phys. **67**, 4640 (1977).
11. C. M. Bender and S. A. Orszag, *Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers*, McGraw Hill, New York (1978).
12. M. V. Berry, Proc. Roy. Soc. London A **414**, 31 (1987).
13. К. Ю. Блиох, Изв. ВУЗов: Прикладная нелинейная динамика **9**, 45 (2001).
14. Г. М. Заславский, В. П. Мейтлис, Н. Н. Филоненко, *Взаимодействие волн в неоднородных средах*, Наука, Новосибирск (1982).