ЖЭТФ, 2003, том 123, вып. 4, стр. 757–762

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ФОТООБРАЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР

А. Е. Лобанов [a*], ***А. Р. Муратов*** [b]

[a] *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119992, Москва, Россия*

[b] *Институт проблем нефти и газа Российской академии наук 117701, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 18 октября 2002 г.

Получено сечение образования электрон-позитронных пар двумя циркулярно поляризованными фотонами в постоянном однородном электрическом поле. Определена зависимость величины сечения от энергий фотонов. Показано, что поправки к сечению процесса с участием фотонов различных поляризаций подавлены по сравнению со случаем скрещенного поля.

PACS: 12.20.-m

Изучение процесса образования электрон-позитронных пар фотонами было начато еще в классической работе [1]. Этому явлению, имеющему важное значение для построения астрофизических моделей, было посвящено большое количество теоретических работ, хотя долгое время оно было недоступно для экспериментального исследования в лабораторных условиях. Поэтому основные закономерности рассматриваемого процесса были установлены чисто теоретически. В частности, были получены выражения для сечения многофотонного процесса [2–11], а также формулы, отражающие влияние внешних полей как на двухфотонное [12–17], так и на многофотонное [18–22] рождение пар[1)]. Естественно, когда появились данные о наблюдении многофотонного рождения пар [24] с использованием фотонов высоких энергий, полученных в обратном комптон-эффекте [25][2)], теоретические разработки были продолжены [27–31].

В настоящей статье исследуется влияние чисто электрического поля на фотообразование пар. А именно: рассматривается образование электрон-позитронных пар двумя циркулярно поляризованными фотонами, распространяющимися навстречу друг другу вдоль постоянного однородного электрического поля **E**. Выбор геометрии задачи связан с тем, что если энергии фотонов сильно различаются (а именно такой случай вызывает наибольший интерес), то при распространении фотонов под углом к **E** в системе центра масс образующейся пары внешнее поле будет близко к скрещенному, а такая конфигурация изучалась, например, в работе [16]. Все результаты настоящей работы базируются на полностью релятивистских расчетах, что позволяет корректно учесть влияние ориентации спинов фотонов относительно внешнего поля на величины сечений и найти зависимость сечений от энергии при любых, а не только припороговых ее значениях. Поэтому данная статья, в совокупности с [16] и работой [15], в которой рассматривалось чисто магнитное поле, дает достаточно полную качественную картину влияния постоянных однородных полей на процесс образования пар жесткими поляризованными γ-квантами на фотонах лазерного луча.

Интегральное представление для сечения образования пар σ в низшем порядке теории возмущений по квантованному полю можно найти, используя результаты статьи [32]. В указанной работе был вычислен поляризационный оператор фотона, распространяющегося во внешнем поле сложной кон-

*E-mail: th180@phys.msu.su

1) Состояние вопроса к 1997 году отражено в обзоре [23].

2) Впервые схема получения жестких фотонов за счет обратного комптон-эффекта была реализована на синхротроне ФИАН еще в 1964 году [26].

фигурации. Эта конфигурация включает в себя постоянные электрическое и магнитное поля, параллельные друг другу, а также произвольное плосковолновое поле с волновым вектором, ориентированным вдоль общего направления **E** и **H**. Положим в поляризационном операторе напряженность магнитного поля равной нулю, а в качестве плосковолнового поля выберем монохроматическую плоскую волну циркулярной поляризации. Если разложить полученное выражение по степеням напряженности поля внешней волны, то взятый на массовой поверхности член разложения, пропорциональный квадрату напряженности поля волны, с точностью до коэффициента представляет собой амплитуду рассеяния вперед фотона с частотой ω' на фотоне внешней волны с частотой ω.

Для нахождения сечения образования пары мы применим оптическую теорему. Так как нас в первую очередь интересует относительно слабое поле, напряженность которого E удовлетворяет условию[3)] $eE/m^2 \equiv \mu \ll 1$, мы не будем принимать во внимание модификации соотношения унитарности, характерные для полей, рождающих пары [33, 34]. Это даст погрешность порядка $\exp(-\pi/\mu)$, обусловленную вкладом спонтанного рождения пар.

С учетом этого допущения сечение процесса (σ^+ относится к случаю совпадающих поляризаций фотонов, а σ^- — к противоположному случаю) определяется формулой

$$
\begin{aligned}
\sigma^{\pm} = \frac{ir_0^2 t}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{d\rho}{\operatorname{sh}(\rho - i0)}\int\limits_{-1}^{1} d\beta \exp\left(-i\frac{\rho}{\mu}\right) \times \\
\times \left\{ \operatorname{ch}\rho \left[1 + B_+^2 + B_-^2 - 2B_+\cos z + \right.\right. \\
\left. + \; B_- \frac{\beta \operatorname{sh}\rho}{\operatorname{sh}(\rho\beta_-)\operatorname{sh}(\rho\beta_+)} \sin z \right] + \\
+ \frac{\operatorname{ch}\rho \operatorname{ch}(\rho\beta) - 1}{\operatorname{sh}(\rho\beta_-)\operatorname{sh}(\rho\beta_+)} \times \\
\left. \times \; \sin z \Big[\sin z \pm i\,(B_+ - \cos z) \Big] \right\}. \qquad (1)
\end{aligned}
$$

Здесь

$$
\begin{aligned}
B_{\pm} = \frac{1}{2\rho}\int\limits_{-1}^{1} dx \left[\frac{1}{x + \operatorname{cth}(\rho\beta_+)} \pm \frac{1}{x + \operatorname{cth}(\rho\beta_-)}\right] \times \\
\times \begin{pmatrix} \cos(xz) \\ \sin(xz) \end{pmatrix}, \quad z = \frac{2}{\mu t}\,\frac{\operatorname{sh}(\rho\beta_-)\operatorname{sh}(\rho\beta_+)}{\operatorname{sh}\rho}, \qquad (2)
\end{aligned}
$$

где m и e — масса и заряд электрона, $r_0 = e^2/4\pi m$ — его классический радиус, $\beta_{\pm} = (1 \pm \beta)/2$. Параметр $t = m^2/\omega\omega'$ характеризует энергию фотонов. Если внешнее поле отсутствует, то процесс образования пар возможен только при $t < 1$.

Для нахождения асимптотического разложения интегралов при значениях $\mu \ll 1$ воспользуемся двумерным методом стационарной фазы [35]. Применение этого метода для вычисления сечения фотообразования пары было подробно описано в работе [16], поэтому мы коснемся только некоторых особенностей вычислений.

Нетрудно доказать, что границы области интегрирования по ρ, β дают экспоненциально малый вклад в интеграл. Чтобы определить граничный вклад от интегрирования по переменной x в функциях $B_{\pm}$, воспользуемся следующим приемом. Функции $B_{\pm}$ выражаются через интегральные синус и косинус. Используя известное представление для последних (см. [36], формулы (5.2.8), (5.2.9)), получаем

$$
\begin{aligned}
B_+ &= \frac{1}{2\rho}\left\{\sin z\left[f(z_1^+) + f(z_1^-) + f(z_2^+) + f(z_2^-)\right] - \right. \\
&\left. - \cos z\left[g(z_1^+) - g(z_1^-) + g(z_2^+) - g(z_2^-)\right]\right\}, \\
B_- &= \frac{1}{2\rho}\left\{\sin z\left[g(z_1^+) + g(z_1^-) - g(z_2^+) - g(z_2^-)\right] + \right. \\
&\left. + \cos z\left[f(z_1^+) - f(z_1^-) - f(z_2^+) + f(z_2^-)\right]\right\},
\end{aligned} \qquad (3)
$$

где

$$
z_1^{\pm} = z(\operatorname{cth}(\rho\beta_-) \pm 1), \quad z_2^{\pm} = z(\operatorname{cth}(\rho\beta_+) \pm 1), \qquad (4)
$$

$$
\begin{aligned}
f(y) &= \int\limits_0^{\infty} dx \frac{\exp(-xy)}{x^2 + 1}, \\
g(y) &= \int\limits_0^{\infty} dx \frac{x\exp(-xy)}{x^2 + 1}.
\end{aligned} \qquad (5)
$$

Вспомогательные функции $f(y), g(y)$ имеют следующие асимптотические разложения при $|y| \to \infty$ $(|\arg y| < \pi)$:

$$
\begin{aligned}
f(y) &\backsim \frac{1}{y}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{(2n)!}{y^{2n}}, \\
g(y) &\backsim \frac{1}{y^2}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{(2n+1)!}{y^{2n}}.
\end{aligned} \qquad (6)
$$

Представление (3) для $B_{\pm}$ приводит формулу (1) к виду, каноническому для применения метода стационарной фазы, причем как для σ^+, так и для σ^-

[3)] В работе используется система единиц, в которой $c = \hbar = 1$.

имеются только два типа нетривиальных показателей экспонент в интегралах:

$$\frac{i}{\mu}S_{\mp}(\rho,\beta) = \frac{i}{\mu}\left[\mp\frac{4}{t}\frac{\operatorname{sh}(\rho\beta_-)\operatorname{sh}(\rho\beta_+)}{\operatorname{sh}\rho} - \rho\right]. \qquad (7)$$

Поскольку $S_-(\rho,\beta)$ не имеет стационарных точек, для вычисления асимптотики сечения кроме линии особенностей $\rho = 0$ нужно учесть только стационарные точки $S_+(\rho,\beta)$:

$$\begin{gathered} A\,(\rho = 0,\ \beta = v)\,, \quad A'\,(\rho = 0,\ \beta = -v)\,, \\ B\left(\rho = -\ln\frac{1+v}{1-v},\ \beta = 0\right), \\ C\left(\rho = \ln\frac{1+v}{1-v},\ \beta = 0\right). \end{gathered} \qquad (8)$$

Параметр $v = \sqrt{1-t}$ для процесса в отсутствие поля представляет собой скорость образовавшихся частиц в системе центра масс.

Приведем результаты вычислений. Как и в случае образования пар в скрещенном поле [16], сечение процесса представляется в виде суммы монотонной и осциллирующей частей

$$\sigma^{\pm} = \sigma^{\pm}_{mon} + \sigma^{\pm}_{osc}, \qquad (9)$$

причем вклад в монотонную часть дают линия $\rho = 0$ и стационарные точки A и A', а в осциллирующую — стационарные точки B и C.

Разложение монотонной части сечения по степеням μ^2 совпадает с рядом теории возмущений. Его первые два члена

$$\begin{aligned} \sigma^-_{mon} &= \pi r_0^2 t\left\{\left(2+t-\frac{t^2}{2}\right)\ln\frac{1+v}{1-v} - (4+t)\,v + \right. \\ &+ \mu^2 t\left[\left(3t^2+2t-4\right)\frac{t}{4}\ln\frac{1+v}{1-v} + \right. \\ &+ \left.\left.\frac{16-19t-4t^2-12t^3+18t^4}{12v^3}\right]\right\}, \\ \sigma^+_{mon} &= \pi r_0^2 t\left\{t\left(1-\frac{t}{2}\right)\ln\frac{1+v}{1-v} + (2-t)\,v + \right. \\ &+ \mu^2 t\left[\left(3t^2-2t+4\right)\ln\frac{1+v}{1-v} - \right. \\ &- \left.\left.\frac{32-56t-58t^2+223t^3-216t^4+72t^5}{48v^5}\right]\right\}. \end{aligned} \qquad (10)$$

Интересно, что поправка к сечению Брейта–Уилера, обусловленная наличием внешнего поля, меняет знак при изменении энергии взаимодействующих фотонов. Так, коэффициент при μ^2 в выражении для σ^+_{mon} отрицателен в области высоких энергий фотонов. Он становится положительным при $t > 0.37$. Для σ^-_{mon} наблюдается обратная зависимость. Коэффициент при μ^2 положителен в области высоких энергий. Он становится отрицательным при $t > 0.74$.

Перейдем к осциллирующей части сечения. Она может быть разложена в ряд по степеням μ. Главные члены ряда равны

$$\begin{aligned} \sigma^-_{osc} &= -\pi r_0^2 t\frac{2\mu^2}{v}\left(\ln\frac{1+v}{1-v}\right)^{-2} \times \\ &\times \sin\left[\frac{1}{\mu}\left(\frac{2v}{t} - \ln\frac{1+v}{1-v}\right)\right], \\ \sigma^+_{osc} &= -\pi r_0^2 t^2\frac{\mu}{v}\left(\ln\frac{1+v}{1-v}\right)^{-1} \times \\ &\times \cos\left[\frac{1}{\mu}\left(\frac{2v}{t} - \ln\frac{1+v}{1-v}\right)\right]. \end{aligned} \qquad (11)$$

С уменьшением энергий фотонов абсолютная величина поправок растет, и для $v \ll 1$

$$\begin{aligned} \sigma^- &= \frac{8}{3}\pi r_0^2 v^3\left(1 - \frac{\mu^2}{32v^6} - \frac{3\mu^2}{16v^6}\sin\frac{4v^3}{3\mu}\right), \\ \sigma^+ &= 2\pi r_0^2 v\left(1 + \frac{\mu^2}{32v^6} - \frac{\mu}{4v^3}\cos\frac{4v^3}{3\mu}\right). \end{aligned} \qquad (12)$$

Следовательно, в этой области энергий эффективным параметром разложения является величина μ/v^3.

Полученные формулы неприменимы при $|v| < \mu^{1/3}$, т. е. непосредственно вблизи значения $t = 1$, которое соответствует порогу рождения пар в отсутствие внешнего поля. Для оценки сечения в этой области, подставив $t = 1$ в формулу (1), нетрудно получить

$$\sigma^- = \pi r_0^2\mu\frac{2}{3\sqrt{3}}, \quad \sigma^+ = \pi r_0^2\mu^{1/3}\frac{\Gamma(5/6)}{(12)^{1/6}\sqrt{\pi}}. \qquad (13)$$

Методом перевала можно вычислить асимптотику сечения и в допороговой области, т. е. при $t > 1$:

$$\begin{aligned} \sigma^-_{osc} &= \pi r_0^2 t\frac{\mu^2}{4\tilde{v}\operatorname{arctg}^2\tilde{v}} \times \\ &\times \exp\left[\frac{2}{\mu}\left(\frac{\tilde{v}}{t} - \operatorname{arctg}\tilde{v}\right)\right], \\ \sigma^+_{osc} &= \pi r_0^2 t^2\frac{\mu}{4\tilde{v}\operatorname{arctg}\tilde{v}} \times \\ &\times \exp\left[\frac{2}{\mu}\left(\frac{\tilde{v}}{t} - \operatorname{arctg}\tilde{v}\right)\right], \end{aligned} \qquad (14)$$

где $\tilde{v} = (t-1)^{1/2}$. Если $\tilde{v} \ll 1$, то

$$\begin{aligned} \sigma^- &= \pi r_0^2 \frac{\mu^2}{4\tilde{v}^3} \exp\left(-\frac{4\tilde{v}^3}{3\mu}\right), \\ \sigma^+ &= \pi r_0^2 \frac{\mu}{4\tilde{v}^2} \exp\left(-\frac{4\tilde{v}^3}{3\mu}\right). \end{aligned} \qquad (15)$$

Вернемся к формулам (14). При $t \gg 1$ они уже не описывают двухфотонное рождение. Действительно, в этом случае $\sigma^\pm \sim \exp(-\pi/\mu)$, т. е. имеет место зависимость от напряженности внешнего поля, характерная для вероятности спонтанного рождения электрон-позитронных пар электрическим полем.

Формулы, описывающие рождение пар в нерелятивистском приближении, аналогичны известному результату задачи об оптических переходах в полупроводниках вблизи края поглощения при наличии электрического поля (эффект Франца–Келдыша). Вероятность указанного процесса для изотропного закона дисперсии можно получить из формул (12), (15), если заменить параметр μ/v^3 на $eE/\sqrt{2m^*}(\varepsilon - \varepsilon_0)^{3/2}$, где ε — суммарная энергия фотонов, ε_0 — ширина запрещенной зоны, m^* — приведенная масса пары электрон–дырка, и положить общий коэффициент равным вероятности поглощения в отсутствие поля. При этом величина σ^+ будет определять вероятность разрешенных переходов [37], а σ^- — запрещенных. Отмеченная аналогия вполне прозрачна, так как наличие осциллирующих членов в выражениях для вероятностей обоих процессов связано с отражением от потенциального барьера. Поэтому ясен и смысл параметра μ/v^3 — поле может заметно изменить полную вероятность процесса, если его работа на дебройлевской длине волны образовавшейся частицы сопоставима с ее кинетической энергией. Роль этого параметра применительно к задачам физики частиц обсуждалась в связи с изучением влияния внешнего поля на вероятность процесса бета-распада в нерелятивистском приближении (см. [38–41]).

Характерно, что при исследовании процесса рождения пар в нерелятивистском приближении в произвольном постоянном поле или в поле электромагнитной волны низкой частоты [14, 27, 28] главные члены разложения по степеням напряженности внешнего поля для сечений совпадают с формулами (12), (13), (15). Это качественно объясняется тем, что вблизи порога реакции, где эффект максимален, основное влияние на величину сечения оказывает электрическая составляющая поля. Величина же силы Лоренца, т. е. влияние магнитного поля, в v^{-1} раз меньше[4)]. Поэтому формулы, полученные в нерелятивистском приближении, совпадают вне зависимости от типа поля. Далее, в том варианте нерелятивистского приближения, который использовался в указанных выше работах, учет спиновых эффектов проводился следующим образом: при расчетах использовались волновые функции, описывающие пары с нулевым [14] или как с нулевым, так и с отличным от нуля [27, 28] орбитальными моментами. Следовательно, фактически вычислялись парциальные сечения, усредненные по поляризациям исходных фотонов. Очевидно, что парциальное сечение для рождения пар с нулевым орбитальным моментом можно трактовать как сечение процесса с участием фотонов, имеющих одинаковые поляризации и распространяющихся навстречу друг другу. Для парциальных же сечений с ненулевыми моментами ситуация нетривиальна. Наши расчеты показывают, что в чисто электрическом поле при распространении фотонов вдоль него трактовка соответствующего выражения как сечения рождения пары фотонами противоположных поляризаций вполне допустима.

Сравним (12), (13), (15) с низкоэнергетическим пределом сечения процесса в скрещенном поле [16]. Для σ^+ указанные формулы совпадают с результатом для скрещенного поля, если в них провести замену

$$\mu \to \varkappa = \frac{e\tilde{E}}{m^2}\sqrt{\frac{\omega'}{\omega}}, \qquad (16)$$

т. е. заменить E на напряженность скрещенного поля в системе центра масс образующейся пары ($\tilde{E}$ — напряженность скрещенного поля в лабораторной системе). Формулы же для σ^- при замене (16) отличаются от сечения в скрещенном поле, которое вблизи порога имеет вид

$$\sigma^- = \frac{8}{3}\pi r_0^2 v^3 \left(1 - \frac{1}{8}\frac{\varkappa^2}{v^6} + \frac{3}{8}\frac{\varkappa}{v^3}\cos\frac{4v^3}{3\varkappa}\right). \qquad (17)$$

В первую очередь обращает на себя внимание различная зависимость от напряженности поля в выражении для σ^-_{osc}. Причина этого состоит в следующем. Так как осциллирующая часть сечения формируется за счет отражения от потенциального барьера, наибольший вклад в нее дают пары с импульсами, направленными вдоль электрического поля. Когда взаимодействуют фотоны, имеющие различные

4) При изучении процесса рождения пар в постоянном магнитном поле [15] было установлено, что в этом случае эффективным параметром разложения является величина μ/v^2.

поляризации, невозможно образование пары с нулевым орбитальным моментом. При этом вероятность вылета пары вдоль поля сильно подавлена.

На основе соображений, связанных с аналитичностью по энергии, можно предположить, что осциллирующие члены появляются в сечениях только тех реакций, для которых существует энергетический порог. Так, например, в полном сечении комптон-эффекта во внешнем скрещенном поле осциллирующие члены не возникают. В отмеченной аналогии с задачами физики твердого тела, как уже указывалось [42], граница физической области в импульсном пространстве играет роль поверхности Ферми.

Обсудим теперь возможность экспериментального наблюдения влияния электрического поля на рождение пар. Для случая скрещенного поля этот вопрос детально изучен в статье [16], поэтому проведем сравнение наших формул с результатами этой работы. Для второй гармоники неодимового лазера, использованной в эксперименте, описанном в работе [24], энергия фотонов $\omega \approx 2.35$ эВ. Пороговое значение $\omega' \approx 111$ ГэВ. Таким образом, напряженности скрещенного и чисто электрического поля в системе центра масс образующейся пары различаются в $\chi = (\omega'/\omega)^{1/2} \approx 0.22\cdot 10^6$ раз, если их напряженности равны в лабораторной системе. Следовательно (см. формулы (13)), на пороге реакции, где эффект максимален, отношение величин сечений для фотонов одинаковых поляризаций будет равно $\chi^{1/3} \approx 0.6\cdot 10^2$. Поэтому условия для наблюдения эффекта в чисто электрическом поле заметно хуже, чем в скрещенном, для которого величина сечения на пороге уже при напряженностях равных нескольким тесла будет порядка 10 % от максимального значения сечения Брейта–Уилера. Для фотонов же различных поляризаций величины сечений будут отличаться более, чем в χ раз (в рассматриваемом примере — в $1.5\cdot 10^6$ раз).

Необходимо отметить, что результаты в области $v \lesssim \alpha$, где α — постоянная тонкой структуры, имеют, вообще говоря, лишь качественный характер, так как не рассматривалось взаимодействие компонент пары в конечном состоянии. Однако учет кулоновского взаимодействия не может принципиально изменить основных выводов работы.

Авторы выражают благодарность А. В. Борисову, В. Ч. Жуковскому и В. Н. Родионову за плодотворную дискуссию.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Breit and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **46**, 1087 (1934).
2. H. R. Reiss, J. Math. Phys. **3**, 59 (1962).
3. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **46**, 776 (1964).
4. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **46**, 1768 (1964).
5. Н. Б. Нарожный, А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **47**, 930 (1964).
6. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **47**, 1130 (1964).
7. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **52**, 1707 (1967).
8. И. М. Тернов, В. Г. Багров, Ю. И. Клименко, Б. В. Холомай, Изв. ВУЗов, физика **11**, №8, 71 (1968).
9. А. В. Борисов, О. Г. Горяга, В. Ч. Жуковский, Изв. ВУЗов, физика **20**, №2, 46 (1977).
10. В. А. Люлька, ЖЭТФ **67**, 1638 (1974).
11. В. А. Люлька, ЖЭТФ **72**, 865 (1977).
12. Б. А. Лысов, О. Ф. Дорофеев, О. С. Павлова, Изв. ВУЗов, физика **11**, №2, 46 (1968).
13. Б. А. Лысов, О. С. Павлова, А. Ф. Журавлев, Вестник МГУ, физика, астрон. **12**, №5, 557 (1971).
14. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **85**, 1544 (1983).
15. А. Е. Лобанов, А. Р. Муратов, ЖЭТФ **87**, 1140 (1984).
16. А. Е. Лобанов, А. Р. Муратов, ЖЭТФ **90**, 409 (1986).
17. А. А. Козленков, И. Г. Митрофанов, ЖЭТФ **91**, 1978 (1986).
18. В. Ч. Жуковский, И. Херрман, ЯФ **14**, 1014 (1971).
19. В. Ч. Жуковский, Н. С. Никитина, ЯФ **19**, 148 (1974).
20. В. Н. Родионов, И. М. Тернов, В. Р. Халилов, ЖЭТФ **69**, 1148 (1975).
21. В. Н. Родионов, ЖЭТФ **78**, 105 (1980).
22. А. Е. Лобанов, В. Н. Родионов, В. Р. Халилов, ЯФ **32**, 174 (1980).
23. А. В. Борисов, А. С. Вшивцев, В. Ч. Жуковский, П. А. Эминов, УФН **167**, 241 (1997).
24. D. L. Burke, R. C. Field, G. Horton-Smith et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 1626 (1997).

25. C. Bula, K. T. McDonald, E. J. Prebys et al., Phys. Rev. Lett. **76**, 3116 (1996).

26. О. Ф. Куликов, Ю. Я. Тельнов, Е. И. Филиппов, М. Н. Якименко, ЖЭТФ **47**, 1591 (1964).

27. В. Н. Родионов, ЖЭТФ **113**, 21 (1998).

28. В. Г. Кадышевский, Г. А. Кравцова, В. Н. Родионов, ТМФ **130**, 275 (2002).

29. N. B. Narozhny and M. S. Fofanov, Phys. Rev. E **60**, 3443 (1999).

30. Н. Б. Нарожный, М. С. Фофанов, ЖЭТФ **117**, 476 (2000).

31. В. С. Попов, ЖЭТФ **121**, 1235 (2002).

32. А. Е. Лобанов, В. Р. Халилов, ЖЭТФ **77**, 548 (1979).

33. А. И. Никишов, Труды ФИАН **168**, 156 (1986).

34. Д. М. Гитман, Е. С. Фрадкин, Ш. М. Шварцман, *Квантовая электродинамика с нестабильным вакуумом*, Наука, Москва (1991).

35. М. В. Федорюк, *Метод перевала*, Наука, Москва (1977).

36. М. Абрамовиц, И. Стиган, *Справочник по специальным функциям*, Наука, Москва (1979).

37. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **34**, 1138 (1958).

38. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **85**, 24 (1983).

39. И. М. Тернов, В. Г. Жулего, В. Н. Родионов, О. Ф. Дорофеев, А. Е. Лобанов, В. К. Перес-Фернандес, Вестник МГУ, физика, астрон. **24**, №4, 79 (1983).

40. М. Б. Волошин, ЯФ **38**, 814 (1983).

41. Е. Х. Ахмедов, ЖЭТФ **85**, 1521 (1983).

42. А. Е. Лобанов, Письма в ЖЭТФ **50**, 161 (1989).