ЖЭТФ, 2003, том 123, вып. 2, стр. 356–361

РЕЗОНАНСНОЕ ДВОЙНОЕ МАГНИТОТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

П. И. Фомин*

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Национальной академии наук Украины 03143, Киев, Украина

Р. И. Холодов**

Институт прикладной физики Национальной академии наук Украины 40030, Сумы, Украина

Поступила в редакцию 15 августа 2002 г.

Анализируется возможность резонансного двойного магнитотормозного излучения в приближении слабовозбужденных состояний электрона в сильном внешнем магнитном поле. Получена дифференциальная вероятность этого процесса в форме Брейта–Вигнера. Проведено сравнение вероятности двойного магнитотормозного излучения (процесса второго порядка теории возмущений) с вероятностью магнитотормозного излучения (процесса первого порядка теории возмущений).

PACS: 41.60.Ap

1. ВВЕДЕНИЕ

Квантовоэлектродинамические процессы первого порядка в магнитном поле, в частности магнитотормозное (синхротронное) излучение, давно хорошо изучены. Их общая релятивистская теория построена и исследована, и общий вид выражений, описывающих эти процессы, получен во многих работах и включен в ряд монографий [1–6]. В реально выполнимых экспериментах значения магнитных полей существенно меньше критического поля $H_0 = m^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс. Заряженные частицы (электроны, позитроны) в таком поле находятся в сильновозбужденных энергетических состояниях с квазинепрерывными энергетическими уровнями n (n — номер уровня Ландау). При этом движение частиц квазиклассично. Отметим, что бóльшая часть имеющейся литературы как раз посвящена этому приближению.

Не менее интересным является случай движения электрона в сильном магнитном поле, когда электрон находится на одном из самых низких энергетических уровней [7–9]. Рассмотрение таких задач полезно, в частности, при изучении газа электронов и позитронов сильнозамагниченной магнитосферы нейтронных звезд,

В таком приближении (слабовозбужденные состояния электрона, сильное магнитное поле) в этой работе рассматривается процесс второго порядка — двойное магнитотормозное излучение.

Впервые двойное магнитотормозное излучение рассмотрено в квазиклассическом (по движению электрона) приближении через решение вспомогательной задачи: излучение фотона электроном во внешнем поле редмондовской конфигурации (плоская волна + магнитное поле вдоль волны) с последующим разложением по величине интенсивности волны [10, 11]. В рамках второго борновского приближения в ультрарелятивистском пределе этот процесс изучен в работе [12]. В перечисленных работах исследование двойного синхротронного излучения проведено в области, далекой от резонансного протекания процесса (далеко от полюсов функции Грина промежуточного виртуального электрона).

Резонансное двойное магнитотормозное излучение, как будет показано в этой работе, возможно, когда электрон находится в слабовозбужденном энергетическом состоянии и при этом излучает фотоны с энергией, равной расстоянию между уровнями Ландау.

*E-mail: pfomin@bitp.kiev.ua
**E-mail: kholodov@ipfcentr.sumy.ua

Из процессов второго порядка в сильном магнитном поле наиболее хорошо изученным является процесс рассеяния фотона на электроне [13–16]. Результаты этих исследований будут использованы в данной работе, поскольку оба процесса (рассеяние фотона на электроне и излучение электроном двух фотонов) описываются одинаковыми выражениями с точностью до замены начального фотона конечным.

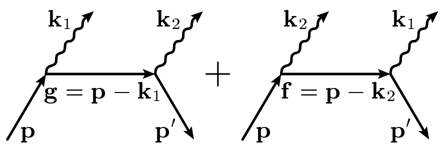
2. УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ РЕЗОНАНСОВ В СЛУЧАЕ СЛАБОВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ЭЛЕКТРОНА В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассматриваемый процесс излучения двух фотонов электроном в магнитном поле описывается диаграммами Фейнмана, приведенными на рисунке. Волнистым линиям соответствуют невзаимодействующие с внешним полем фотоны с 4-импульсами $k_1 = (\omega_1, \mathbf{k}_1)$ и $k_2 = (\omega_2, \mathbf{k}_2)$. Внешним сплошным линиям соответствуют точные решения уравнения Дирака для электрона в однородном магнитном поле с 4-импульсами $p = (\varepsilon_l, 0, p_y, p_z)$ и $p' = (\varepsilon'_{l'}, 0, p'_y, p'_z)$ (l и l' — номера уровней Ландау) [17], а промежуточные сплошные линии обозначают электронную функцию Грина во внешнем однородном магнитном поле. Отметим, что эти диаграммы аналогичны диаграммам, описывающим процесс рассеяния фотона на электроне в магнитном поле, с той лишь разницей, что начальный фотон в процессе комптоновского рассеяния нужно заменить конечным. Поэтому амплитуда двойного магнитотормозного излучения получается из амплитуды комптоновского рассеяния [14, 15] следующей заменой:

$$k \to -k_1 = (-\omega_1, -\mathbf{k}_1), \quad k' \to k_2 = (\omega_2, \mathbf{k}_2). \tag{1}$$

Эта амплитуда содержит три дельта-функции, которые соответствуют законам сохранения энергии и проекций импульса на направление осей y и z:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_l = \varepsilon'_{l'} + \omega_1 + \omega_2, \quad p_y = p'_y + k_{1y} + k_{2y}, \\ &p_z = p'_z + k_{1z} + k_{2z}, \end{aligned} \tag{2}$$



Диаграммы Фейнмана для процесса излучения двух фотонов электроном в магнитном поле

а полюсы функций Грина (промежуточных состояний) первой и второй диаграмм соответственно равны

$$g_0^2 - \varepsilon_{gn1}^2 = g_0^2 - (m^2 + 2n_1 hm^2 + g_z^2), \tag{3}$$

$$f_0^2 - \varepsilon_{fn2}^2 = f_0^2 - (m^2 + 2n_2 hm^2 + f_z^2), \tag{4}$$

где n_1 и n_2 — номера уровней Ландау промежуточных состояний первой и второй диаграмм, по которым в общем случае в амплитуде проводится суммирование, h — магнитное поле в единицах критического поля m^2/e. Для промежуточных частиц 4-импульсы g и f (за исключением x-компонент) выражаются через импульсы начальных и конечных частиц:

$$g_0 = \varepsilon_l - \omega_1, \quad g_y = p_y - k_{1y}, \quad g_z = p_z - k_{1z}, \tag{5}$$

$$f_0 = \varepsilon_l - \omega_2, \quad f_y = p_y - k_{2y}, \quad f_z = p_z - k_{2z}. \tag{6}$$

Законы сохранения (2) с учетом законов дисперсии налагают следующее ограничение на частоту ω_2 (в системе отсчета, где $p_z = 0$):

$$\omega_2 = \frac{\varepsilon_l - \omega_1(1 - vu)}{1 - u^2} \times \\ \times \left[1 - \sqrt{1 - \frac{\omega_1^2(1-v^2) - 2\varepsilon_l\omega_1 + 2(l-l')hm^2}{(\varepsilon_l - \omega_1(1-vu))^2}(1-u^2)}\right], \tag{7}$$

где v и u — косинусы углов между направлением вдоль магнитного поля и направлениями фотонов ω_1 и ω_2:

$$v = \cos\theta_1, \quad u = \cos\theta_2. \tag{8}$$

Будем рассматривать процесс в сильном внешнем магнитном поле, при котором экспериментально различны отдельные уровни Ландау электрона (ультраквантовое приближение), что соответствует условию

$$\Delta l = 1, \tag{9}$$

где Δl — число уровней, попадающих в конечные состояния. При этом расстояние между соседними уровнями Ландау (циклотронная частота электрона) одного порядка с энергией фотона. Например, для фотонов с энергией порядка 10^4 эВ (рентгеновское излучение) этому требованию удовлетворяют магнитные поля $H \sim 10^{12}$ Гс. С другой стороны, магнитное поле считаем малым по сравнению с критическим полем $H_0 = 4 \cdot 10^{13}$ Гс:

$$h \equiv eH/m^2 \ll 1. \tag{10}$$

Величина h является малым параметром задачи, а энергии начального и конечного электронов, ε_l и

$\varepsilon_{l'}$, принимают нерелятивистские значения. В этих условиях выражение (7) для ω_2 принимает вид

$$\omega_2 = (l-l')hm-\omega_1-\frac{\omega_1^2}{2m}(v-u)^2-h\omega_1(l-l')u(v-u)- \\ -\frac{h^2m}{2}(l-l')\left[l+l'+(l-l')u^2\right]. \quad (11)$$

Условия резонанса в первой фейнмановской диаграмме подразумевают равенство нулю полюса (3), откуда после разложения по h вытекает следующее ограничение на частоту ω_1:

$$\omega_{1r} = (l-n_1)hm\left[1-hl+\frac{h}{2}(l-n_1)(1-v^2)\right], \\ l > n_1. \quad (12)$$

Из выражения (12) видно, что, для того чтобы фиксировать резонанс по первой диаграмме, необходимо детектор, регистрирующий один из фотонов, настроить на частоту, которая определяется целыми числами l, n_1 и углом вылета этого же фотона. Подставляя (12) в выражение (11) для ω_2, получим

$$\omega_{2r} = (n_1-l')hm\left\{1-\frac{h}{2}\left[n_1+l'+(n_1-l')u^2+ \right.\right. \\ \left.\left. + \; 2(l-n_1)vu\right]\right\}, \quad n_1 > l'. \quad (13)$$

Как следует из (12), (13), частоты излученных фотонов в резонансных условиях с точностью до первой степени параметра h равны расстоянию между уровнями Ландау электрона и лишь слегка изменяются при изменении углов вылета фотонов, u и v.

Приравнивая выражения (12) и (13), несложно получить резонансные условия для процесса излучения двух фотонов одинаковой частоты:

$$l-n_1 = n_1-l' = 1, \quad v = u = \pm 1. \quad (14)$$

Условия (14) означают, что энергетический уровень промежуточного электрона является соседним для уровней начального и конечного электронов, а фотоны вылетают вдоль направления магнитного поля, при этом их частоты описываются следующим выражением:

$$\omega_{1,2} = hm - lh^2m. \quad (15)$$

Резонанс во второй диаграмме реализуется при обращении в нуль выражения (4), откуда следует ограничение на частоту ω_2:

$$\omega_{2r} = (l-n_2)hm\left[1-hl+\frac{1}{2}(l-n_2)(1-u^2)\right], \\ l > n_2. \quad (16)$$

Чтобы выражения (16) и (11) были эквивалентны до второго порядка малости по h, налагается следующее ограничение на ω_1:

$$\omega_{1r} = (n_2-l')hm\left\{1-\frac{h}{2}\left[n_2+l'+(n_2-l')v^2+ \right.\right. \\ \left.\left. + \; 2(l-n_2)vu\right]\right\}, \quad n_2 > l'. \quad (17)$$

В отличие от предыдущего случая (12), резонансная частота ω_{1r} определяется углами вылета v и u обоих фотонов. Очевидно, что резонансные частоты (16), (17) получаются из выражений (12), (13) простой заменой $(\omega_1, v) \leftrightarrow (\omega_2, u)$.

Приравнивая частоты (16) и (17) друг к другу, получим условия, в точности совпадающие с (14), при этом $n_1 = n_2$. Таким образом, при излучении вдоль поля фотонов одинаковой частоты резонансные условия выполняются одновременно в обеих диаграммах рассматриваемого процесса.

Максимальное изменение частоты ω_1, резонансной по первой диаграмме (12), происходит при изменении угла θ_1 от нуля до $\pi/2$ (v от единицы до нуля):

$$\Delta\omega_{1r} = \omega_{1r}|_{v=0} - \omega_{1r}|_{v=1} = \\ = h^2m(l-n_1)^2/2 \sim h^2m. \quad (18)$$

Эта величина с точностью до множителя порядка единицы для слабовозбужденных электронных состояний равна h^2m. Такой же порядок величины имеет изменение частоты второго фотона $\Delta\omega_{2r}$, а также изменение этих частот в резонансных условиях для второй диаграммы.

Уровень Ландау n (n_1 или n_2) промежуточного электрона имеет ненулевую ширину, которая равна удвоенной полной вероятности распада промежуточного состояния, т. е. вероятности излучения одного фотона [14]:

$$\Gamma_n = 2W_n^{\mu_n} = \frac{4}{3}\alpha h^2m(2n-1-\mu_n), \quad (19)$$

где α — постоянная тонкой структуры, μ_n — спин промежуточного состояния, который в резонансных условиях имеет определенное значение (в работе [14] использовалось приближение усредненной по спинам промежуточного состояния ширины $\langle\Gamma\rangle = 4(2n-1)\alpha h^2m/3$). Сравнивая $\Delta\omega_r$ и Γ_n, видим, что в приближении (9), (10)

$$\Gamma_n \ll \Delta\omega_r \ll \omega_r, \quad (20)$$

причем отношение $\Gamma_n/\Delta\omega_r$ не зависит от величины поля h и определяется только номерами уровней Ландау электрона.

Определим теперь максимальный интервал углов $\Delta\theta_1$ излучения первого фотона, который не выводит процесс за резонансную область (12):

$$\left|\omega_{1r}|_{v_a} - \omega_{1r}|_{v_b}\right| = \Gamma_{n_1}, \tag{21}$$

$$|v_a^2 - v_b^2| = \sin(\theta_{1a} - \theta_{1b})\sin(\theta_{1a} + \theta_{1b}) = = \alpha\frac{8(2n_1 - 1 - \mu_{n_1})}{3(l-n_1)^2}. \tag{22}$$

Для определенности положим $l = 2$, $n_1 = 1$, $\mu_{n_1} = -1$ (процесс с наинизшими энергетическими состояниями электрона). Рассмотрим два предельных случая: область углов в окрестности нуля, $\theta \approx 0$, и в окрестности $\theta \approx \pi/4$. В первом случае

$$|v_a^2 - v_b^2| \approx \Delta\theta_1^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta\theta_1^2} \approx 11^\circ, \tag{23}$$

а во втором случае

$$|v_a^2 - v_b^2| \approx \Delta\theta_1 \Rightarrow \Delta\theta_1 \approx 2^\circ. \tag{24}$$

Проделанные оценки показывают, что условия резонансного протекания процесса определяются частотой одного из фотонов (фотона, излученного начальным электроном), а также углом его излучения. Наибольшее изменение частоты второго фотона, излученного промежуточным электроном (для первой диаграммы (13)), при изменении u также превышает ширину резонанса, однако это не выводит процесс из резонансной области.

3. ВЕРОЯТНОСТЬ МАГНИТОТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В РЕЗОНАНСНЫХ УСЛОВИЯХ

Как отмечено выше, в качестве амплитуды процесса можно использовать амплитуду комптоновского рассеяния [14], где проведена замена (1). Сечение комптоновского рассеяния равно произведению квадрата амплитуды на число конечных состояний, поделенному на поток j начальных фотонов и время T:

$$d\tilde{\sigma}_C = \frac{W_C V d^3k_2 S d^2p'}{Tj(2\pi)^5}. \tag{25}$$

Тильда означает, что в этом выражении произведена замена (1). В процессе двойного магнитотормозного излучения в конечном состоянии добавляется один фотон, и вероятность в единицу времени такого процесса равна

$$dW_D = \frac{W_D V d^3k_2 S d^2p'}{T(2\pi)^5}\,\frac{V d^3k_1}{(2\pi)^3}, \tag{26}$$

где W_D — квадрат амплитуды двойного магнитотормозного излучения. Поскольку квадраты амплитуд W_C и W_D равны, отношение дифференциальной вероятности (26) к дифференциальному сечению (25) имеет вид

$$\frac{dW_D}{d\tilde{\sigma}_C} = \frac{\omega_1^2 d\omega_1 dv}{4\pi^2}. \tag{27}$$

Вблизи резонанса комптоновское сечение определяется формулой типа Брейта–Вигнера, где вместо парциальных ширин стоят дифференциальные по углу влета (вылета) фотонов вероятности магнитотормозного излучения, dW/dv, dW/du (вероятности излучения одного фотона) [15]. Замена (1) в выражении для сечения в резонансе по первой диаграмме приводит к замене $dW_{n_1,l}$ (переход электрона с уровня n_1 на уровень l) на dW_{l,n_1} (переход электрона с уровня l на уровень n_1):

$$\frac{d\tilde{\sigma}_C}{du} = \pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\dfrac{dW_{l,n_1}}{dv}\,\dfrac{dW_{n_1,l'}}{du}}{(\omega_1-\omega_{1r})^2+\Gamma^2/4}, \tag{28}$$

где $\lambda\!\!\!^{-} = 1/\omega_{1r}$, ω_{1r} задается выражением (12). Очевидно, что вероятность двойного магнитотормозного излучения в резонансе по первой диаграмме будет иметь вид аналогичный (28) с точностью до множителя, который несложно определить, используя отношение (27):

$$\frac{dW_{D1}}{d\omega_1\,dv\,du} = \frac{1}{4\pi}\,\frac{\dfrac{dW_{l,n_1}}{dv}\,\dfrac{dW_{n_1,l'}}{du}}{(\omega_1-\omega_{1r})^2+\Gamma^2/4}, \quad l > n_1 > l'. \tag{29}$$

Вероятность процесса резонансного по второй диаграмме, dW_{D2}, получается из выражения (29), в котором нужно сделать следующую замену:

$$v \to u, \quad u \to v, \quad n_1 \to n_2. \tag{30}$$

Для полноты картины выпишем теперь явный вид дифференциальных вероятностей излучения одного фотона электроном при разных значениях проекции спина последнего в начальном и конечном состояниях (индексы «плюс» и «минус» обозначают проекцию спина соответственно вдоль и против направления поля) [8, 9]:

$$\frac{dW_{ln}^{--}}{dv} = \alpha m A\frac{l}{n}\eta^{l-n-1}h^2(1+v^2), \tag{31}$$

$$\frac{dW_{ln}^{++}}{dv} = \alpha m A\eta^{l-n-1}h^2(1+v^2), \tag{32}$$

$$\frac{dW_{ln}^{+-}}{dv} = \alpha m A\frac{(l-n)^2}{2n}\eta^{l-n-1}h^3(1+v^2), \tag{33}$$

$$\frac{dW_{ln}^{-+}}{dv} = \alpha m A \frac{l(l-n)^2}{8(l-n+1)^2}\eta^{l-n-1}h^5 \times \\ \times \left\{1 + v^2\left[1 + 6(l-n) + 4(l-n)^2\right] - \right. \\ \left. - v^4\left[2(l-n) + 3(l-n)^2\right] + v^6(l-n)^2\right\}, \quad (34)$$

где

$$A = \frac{(l-n)(l-1)!}{2(n-1)!(l-n-1)!^2}, \quad \eta = \frac{(l-n)^2h(1-v^2)}{2}. \quad (35)$$

Для процесса, происходящего без переориентации спина, спин промежуточного электрона ориентирован так же, как и спины начального и конечного. Это связано с тем, что вероятности dW_{ln}^{--}/dv и dW_{ln}^{++}/dv содержат меньшую степень малого параметра h, чем dW_{ln}^{+-}/dv и тем более dW_{ln}^{-+}/dv. Так, если в начальном и конечном состояниях спин направлен против поля, то в выражении (29) в числителе стоят величины dW_{ln}^{--}/dv и $dW_{nl'}^{--}/du$, а это означает, что спин промежуточного состояния также направлен против поля.

Наиболее вероятными являются процессы с переходом электронов на соседние уровни: $l \to n_{1,2} = l-1 \to l' = l-2$. Дифференциальная вероятность двойного магнитотормозного излучения электроном со спином, направленным против поля ($\mu = \mu_{n_1} = \mu' = -1$), в точке резонанса по первой диаграмме с учетом выражений для вероятности магнитотормозного излучения (31) и ширины (19) имеет вид

$$\frac{dW_{D1\,l,l-2}^{--}}{d\omega_1\,dv\,du} = \frac{9l}{2^8\pi(l-1)} \times \\ \times (1+v^2)(1+u^2), \quad l = 2, 3, \ldots \quad (36)$$

Для процесса излучения электронами со спинами по полю ($\mu = \mu_{n_1} = \mu' = +1$) дифференциальная вероятность с учетом (32) и (19) равна

$$\frac{dW_{D1\,l,l-2}^{++}}{d\omega_1\,dv\,du} = \frac{9(l-1)}{2^8\pi(l-2)} \times \\ \times (1+v^2)(1+u^2), \quad l = 3, 4, \ldots \quad (37)$$

Выражение для дифференциальной вероятности в точке резонанса по второй диаграмме, dW_{D2}, получается из выражений (36), (37) заменой $v \leftrightarrow u$. Однако зависимость от v и u в выражении для вероятности процесса с переходом электронов на соседние уровни одинакова. Поэтому в данном случае вероятности dW_{D1} и dW_{D2} совпадают.

Оценим величину полной вероятности двойного магнитотормозного излучения. Интегрирование по ω_1 выражения (29) тривиально и эквивалентно домножению дифференциальной вероятности в точке резонанса (36), (37) на ширину $\pi\Gamma/2$. Выше отмечалось, что резонансные условия зависят от углов вылета фотонов, v и u, и изменение этих величин может изменить резонансные частоты ω_{1r} и ω_{2r} на величину, большую ширины резонанса. Но под интегралом по $d\omega_1$ изменение углов изменяет лишь положение резонансной области интегрирования. Поэтому интегрирование по v и u можно провести в самой точке резонанса. Поскольку условия резонансов в первой и второй диаграммах не совпадают (за исключением небольшой области $v \sim u \sim 1$), полная вероятность равна удвоенной вероятности ΔW_{D1} (Δ означает, что вероятность оценивается в пределах резонансной области, поскольку вне резонанса используемое выражение (29) несправедливо):

$$\Delta W_{D\,l,l-2}^{\mu\mu} = \Delta W_{D1\,l,l-2}^{\mu\mu} + \Delta W_{D2\,l,l-2}^{\mu\mu} = \\ = 2\Delta W_{D1\,l,l-2}^{\mu\mu} = \alpha h^2 m(2l-1-\mu)/3. \quad (38)$$

В этой формуле $\mu = 1$ (-1) соответствует процессу с электронами, спин которых направлен по полю (против поля). Для сравнения выпишем вероятность магнитотормозного излучения с переходом электрона с уровня l на $l-2$, которая получается интегрированием выражений (31), (32) с $n = l-2$:

$$W_{l,l-2}^{\mu\mu} = 16\alpha h^3 m(l-1)(l-1-\mu)/5. \quad (39)$$

Как видим, это выражение на порядок h меньше (38). Это означает, что в рассматриваемом приближении (9), (10) резонансный процесс второго порядка теории возмущений превышает процесс первого порядка с такими же электронными состояниями.

Следует подчеркнуть, что вероятность (39) не является полной вероятностью. В выражение для полной вероятности магнитотормозного излучения наиболее весомый вклад дает слагаемое, соответствующее переходу электрона на соседний уровень $l \to l-1$:

$$W^{\mu\mu} = 2\alpha h^2 m(2l-1-\mu)/3, \quad (40)$$

и эта вероятность вдвое превышает вероятность двойного магнитотормозного излучения.

Проведенный анализ показывает, что в ультраквантовом случае, когда различимы отдельные уровни Ландау электрона, в приближении (9), (10) при расчете вероятности магнитотормозного излучения важен учет процессов более высокого порядка теории возмущений.

Авторы благодарят С. П. Рощупкина за полезные дискуссии, а также признательны А. И. Никишову за проявленный интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Соколов, И. М. Тернов, *Релятивистский электрон*, Наука, Москва (1974).

2. И. М. Тернов, В. Р. Халилов, В. Н. Родионов, *Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем*, Изд-во МГУ, Москва (1982).

3. Н. П. Клепиков, ЖЭТФ **26**, 19 (1954).

4. И. М. Тернов, В. Г. Багров, Р. А. Рзаев, ЖЭТФ **46**, 374 (1964).

5. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко, ЖЭТФ **67**, 453 (1974).

6. А. И. Никишов, Труды ФИАН **111**, 152 (1979).

7. В. Г. Багров, Д. М. Гитман, В. Н. Родионов и др., ЖЭТФ **71**, 433 (1976).

8. И. Г. Митрофанов, А. С. Позаненко, ЖЭТФ **93**, 1951 (1987).

9. R. I. Kholodov and P. V. Baturin, Ukrain. J. Phys. **46**, 621 (2001).

10. В. Ч. Жуковский, И. Херман, ЯФ **14**, 150 (1971).

11. В. Ч. Жуковский, Н. С. Никитина, ЖЭТФ **64**, 1169 (1973).

12. А. А. Соколов, А. М. Волощенко, В. Ч. Жуковский, Ю. Г. Павленко, Изв. ВУЗов, физика, вып. 9, 46 (1976).

13. R. W. Bussard, S. B. Alexander, and P. Meszaros, Phys. Rev. D **34**, 440 (1986).

14. П. И. Фомин, Р. И. Холодов, ЖЭТФ **117**, 319 (2000).

15. P. I. Fomin and R. I. Kholodov, Laser Phys. **10**, 1150 (2000).

16. P. L. Gonthier, A. K. Harding, M. G. Baring et al., Astrophys. J. **540**, 907 (2000).

17. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1981).