СЕЧЕНИЯ НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СТРУКТУРНЫХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ С АТОМАМИ

В. И. Матвеев^{*}, Е. С. Гусаревич

Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова 163006, Архангельск, Россия

Архангельский государственный технический университет 163002, Архангельск, Россия

Поступила в редакцию 17 сентября 2002 г.

Развит непертурбативный метод расчета сечений неупругих процессов при столкновениях движущихся с релятивистскими скоростями структурных высокозарядных тяжелых ионов с атомами. Под структурными ионами понимаются частично ободранные ионы, состоящие из ядра иона и некоторого количества связанных электронов, частично компенсирующих заряд ядра и образующих электронную «шубу» иона. Рассчитаны сечения однократной ионизации атома водорода, однократной и двойной ионизации атома гелия. Показано, что учет протяженности заряда иона может приводить к заметным изменениям соответствующих сечений по сравнению с ионизацией точечными ионами тех же зарядов и энергий.

PACS: 34.10.+x, 34.90.+q

1. ВВЕДЕНИЕ

Во многих экспериментах, проводимых на ускорителях тяжелых ионов, используются частично ободранные ионы высоких зарядов и энергий (см., например, [1-7] и приведенные там ссылки). Расчетные методики, как правило, описывают такие экранированные ионы как точечные заряды. Теоретическим же исследованиям процессов возбуждения или ионизации атомов мишени частично ободранными ионами, которые описываются как протяженные и имеющие электронную структуру заряды, посвящено сравнительно небольшое число работ. Тогда как представляется необходимым рассматривать налетающий ион не как точечную частицу, а как протяженную структурную частицу, имеющую размер порядка размера электронных оболочек иона. Сильное поле многозарядного иона не позволяет использовать теорию возмущений. Поэтому, как правило, расчеты сечений ионизации проводились (см., например, [8, 9]) в рамках широко распространенно-

го метода классических траекторий. Квантовомеханическое непертурбативное рассмотрение на основе приближения внезапных возмущений было проведено в работах [10, 11]. При этом удалось получить лишь зависимости вероятности ионизации в ограниченной области параметров удара. Для расчета полного сечения ионизации пришлось вводить полуэмпирическую процедуру «перенормировки» борновского приближения. В работах [12, 13], выполненных в приближении эйконала, рассчитаны лишь потери энергии при столкновениях релятивистских структурных тяжелых ионов с атомами. Отдельное направление представляют собой интенсивно исследуемые в настоящее время экспериментально и теоретически (см., например, [14–16]) процессы потери электронов, принадлежащих бомбардирующим ионам.

В настоящей работе на основе приближения эйконала и метода сшивки, предложенного в работах [17–19], развит непертурбативный метод расчетов сечений ионизации и возбуждения атомов мишени частично ободранными релятивистскими высокозарядными ионами, описываемыми как протяженные заряды. В качестве примера рассчитаны се-

^{*}E-mail: matveev.victor@pomorsu.ru

чения однократной ионизации атома водорода, однократной и двойной ионизации атома гелия. Показано, что учет протяженности заряда иона может приводить к заметным изменениям соответствующих сечений по сравнению с сечениями, рассчитанными для ионизации точечными ионами тех же зарядов и энергий.

2. МЕТОД РАСЧЕТА

Согласно [17, 18], сечение перехода покоящегося в начале системы координат нерелятивистского (до и после столкновения) N-электронного атома из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ при столкновении с движущимся со скоростью v релятивистским ионом в малоугловом эйкональном приближении имеет вид (здесь и везде ниже используются атомные единицы)

$$\sigma_n = \int d^2b \left| \langle n|1 - \exp\left\{ -\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{\infty} U(X, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) dX \right\} |0\rangle \right|^2.$$
(1)

Рассеивающий кулоновский потенциал $U = U(X, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\})$ есть функция не только координат иона $\mathbf{R} = (X, \mathbf{b})$, но и положений атомных электронов, совокупность координат которых обозначена как $\{\mathbf{r}_a\}; a = 1, \ldots, N$. Кулоновское взаимодействие частично экранированного иона, содержащего N_i электронов на своих оболочках и находящегося в точке \mathbf{R} , с атомными электронами, расположенными в точках \mathbf{r}_a , следуя [11, 20–22], запишем в виде

$$U\left(\mathbf{R}; \{\mathbf{r}_{a}\}\right) = -\sum_{a} \left\{ \frac{Z\left(1-\nu\right)}{|\mathbf{r}_{a}-\mathbf{R}|} + \frac{Z\nu}{|\mathbf{r}_{a}-\mathbf{R}|} \exp\left(-\frac{1}{\lambda}|\mathbf{r}_{a}-\mathbf{R}|\right) \right\}, \quad (2)$$

где λ — параметр экранирования (эффективный размер иона), равный

$$\lambda = g \frac{\nu^{2/3}}{1 - \nu/7} \frac{1}{Z^{1/3}},$$
$$g = 0.3 \frac{3\pi^2}{50} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) \approx 0.48$$

Здесь мы ввели относительное число электронов иона, $\nu = N_i/Z$. Специфика столкновений ионов больших зарядов с атомами состоит в том, что сечения неупругих процессов, как правило, довольно велики и существенно превышают атомные размеры. Имея в виду это обстоятельство, будем считать, что $r_a/R \ll 1$, тогда интеграл в (1) можно переписать как

$$-\frac{i}{v}\int_{-\infty}^{\infty}UdX = i\mathbf{q}\cdot\sum_{a}\mathbf{r}_{a},\qquad(3)$$

где

$$\mathbf{q} = \frac{2Z^*}{vb} \left[1 + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{b}{\lambda} K_1\left(\frac{b}{\lambda}\right) \right] \frac{\mathbf{b}}{b}.$$
 (4)

В результате (1) примет вид

$$\sigma_n = \int d^2 b \left| \langle n | \exp\left\{ i \mathbf{q} \cdot \sum_a \mathbf{r}_a \right\} | 0 \rangle \right|^2.$$
 (5)

Очевидно, вектор **q** имеет смысл импульса, передаваемого атомным электронам при столкновении с ионом при значении параметра удара **b**, $Z^* = Z(1 - \nu)$ — видимый заряд частично ободранного иона, $K_1(x)$ — функция Макдональда. Предельные значения **q** имеют прозрачный физический смысл: $\mathbf{q} \to 2Z(1 - \nu)\mathbf{b}/vb^2$ при $b \to \infty$, что соответствует рассеянию на экранированном ионе заряда $Z(1 - \nu)$; $\mathbf{q} \to 2Z\mathbf{b}/vb^2$ при $b \to 0$, что соответствует рассеянию на голом ионе заряда Z.

Рассмотрим сначала столкновение релятивистского структурного многозарядного иона с атомом водорода. Следуя [17,18], для расчетов сечений неупругих процессов воспользуемся методом сшивки, который позволяет получить формулы для сечений в аналитическом виде. Для этого разобьем весь интервал $0 < b < \infty$ возможных значений параметра удара *b* на две области, соответствующие малым и большим параметрам удара:

A)
$$0 < b < b_0, \quad B) \ b_0 < b < \infty,$$
 (6)

где $b_0 \sim v\gamma$,

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c},$$

c — скорость света. В области A малых параметров удара сильное поле высокозарядного иона не может быть учтено по теории возмущений, поэтому будем вычислять сечение по формуле (5). В области B больших прицельных параметров поле, создаваемое ионом, можно считать слабым, описывать ион как точечный заряд Z^* и для расчета σ_n применять теорию возмущений. Вычислив σ_n в каждой из областей (6) и сложив их, получим результирующее сечение. При этом знание точного значения границы

между областями для нас несущественно, поскольку зависимость σ_n от параметра b_0 в любой области оказывается логарифмической. Это приводит к корректной сшивке вкладов смежных областей, и в окончательном ответе σ_n не зависит от параметра сшивки b_0 . В результате сечение ионизации атома водорода можно представить в виде (ср. [18])

$$\sigma_i = 8\pi \frac{Z^{*2}}{v^2} \lambda_i \left(\ln \frac{2\alpha_i v^2 \gamma}{\eta Z^* \omega_i} - \frac{\beta^2}{2} \right), \tag{7}$$

где $\eta = \exp B = 1.781, B = 0.5772$ — постоянная Эйлера, $\omega_i = 0.711$ — так называемая [18] «средняя» энергия ионизации, $\lambda_i = 0.283$, а коэффициенты α_i рассчитываются по формуле

$$\alpha_{i} = \lim_{b_{0} \to \infty} \frac{Z^{*}}{v b_{0}} \exp\left\{\frac{1}{\lambda_{i}} \frac{v^{2}}{8\pi Z^{*2}} \int_{0}^{b_{0}} 2\pi b \, db \times \int d\mathbf{k} |\langle \mathbf{k}| \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})|0\rangle|^{2}\right\}.$$
 (8)

Полученная формула (7) по внешнему виду не отличается от соответствующей формулы, приведенной в работе [18], для сечения ионизации точечным зарядом Z*. Однако, в отличие от случая точечного заряда, когда $\alpha_i = 3.264$ является [18] не зависящим от заряда и скорости иона числом, в случае протяженного заряда в силу определения переданного импульса по формуле (4) α_i оказывается функцией, зависящей от скорости иона v и относительного числа электронов ν в «шубе» иона. На рис. 1 приведены сечения ионизации атома водорода частично ободранными ионами U⁶⁺ (с числом электронов на оболочках иона $N_i = 86$, соответствующим видимому заряду иона $Z^* = 6$), рассчитанные по формуле (7). Несмотря на частое использование в столкновительных экспериментах частично ободранных ионов, в литературе отсутствуют экспериментальные данные по сечениям ионизации атомов структурными тяжелыми релятивистскими ионами в необходимых для нас областях энергий и зарядов ионов, в которых существенны поправки за счет протяженности заряда иона. Однако, поскольку поправки за счет протяженности заряда иона описываются нами относительно сечений ионизации точечными частицами, мы сочли необходимым привести (на рис. 1-3) для иллюстрации экспериментальные данные по сечениям ионизации атомов частично ободранными ионами в областях энергий и зарядов, при которых по нашей методике расчета сечения ионизации протяженными и точечными ионами близки.



Рис.1. Зависимость сечения ионизации атома водорода частично ободранными ионами U⁶⁺ от энергии иона. Сплошная линия — расчетное сечение для протяженного иона, штриховая — сечение ионизации точечным ионом для тех же значений энергии (на нуклон) и заряда, точка — эксперимент [5] (для столкновений С⁶⁺ + H)

Рассмотрим теперь двойную ионизацию атома гелия. Согласно [17, 18], для расчетов соответствующего сечения нет необходимости применять метод сшивки. Поэтому сечение двойной ионизации может быть получено непосредственно из формулы (5), в которой интегрирование распространено на всю плоскость параметра удара, и имеет вид

$$\sigma^{2+} = \iiint |\langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2| \times \\ \times \exp\{i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)\}|0, 0\rangle|^2 d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d^2 b.$$
(9)

Здесь $|0,0\rangle$ — волновая функция основного состояния атома гелия, $|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle$ — волновая функция атома гелия с двумя электронами в континууме с соответствующими импульсами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 , при интегрировании по которым в (9) необходимо следить, чтобы конечные состояния не учитывались дважды. При расчетах волновые функции представлялись в виде симметризованных произведений водородоподобных одноэлектронных волновых функций с одинаковым значением эффективного заряда ядра атома гелия $Z_a = 1.97$ (согласно [18], такое значение эффективного заряда приводит к хорошему согласию с экспериментальными данными для двойной ионизации атома гелия ударом голого релятивистского иона). Результаты расчетов представлены на рис. 2.

Сечение однократной ионизации атома гелия, соответствующее попаданию одного из электронов в любое состояние континуума, а другого — в любое из состояний дискретного спектра (либо в любое из



Рис.2. Зависимость сечения двойной ионизации атома гелия частично ободранными ионами Fe¹⁵⁺ от энергии иона. Сплошная линия — расчетное сечение для протяженного иона, штриховая — сечение двойной ионизации точечным ионом для тех же значений энергии и заряда, точка — эксперимент [6] (для столкновений Fe¹⁵⁺ + He)

состояний полного набора дискретного и непрерывного спектров, но в таком случае необходимо отнять вклад, соответствующий нахождению двух электронов в состояниях двухэлектронного континуума, т. е. в состояниях двойной ионизации), равно (ср. [18])

$$\sigma^{1+} = 16\pi \frac{Z^{*2}}{Z_a^2 v^2} \lambda_i \left(\ln \frac{2\alpha_i v^2 \gamma}{\eta Z_a Z^* \omega_i} - \frac{\beta^2}{2} \right) - 2\sigma^{2+}.$$
(10)

Здесь $Z_a = 1.37 - эффективный заряд ядра ато$ ма гелия для одноэлектронной ионизации (согласно [18], такое значение эффективного заряда приводит к хорошему согласию с экспериментальными данными). По формуле (10) мы провели расчеты зависимости сечения однократной ионизации атома гелия при столкновениях с ионами железа Fe¹⁵⁺ от энергии иона, результаты качественно повторяют ранее приведенное поведение сечения ионизации атома водорода. Однако соответствующие поправки оказались малы из-за значительной величины сечения однократной ионизации (см. таблицу). Поэтому мы провели расчеты сечения однократной ионизации атома гелия при столкновениях с ионами урана U^{15+} с тем же видимым зарядом иона $Z^* = +15$, но имеющими значительно большие заряд ядра и количество связанных электронов по сравнению с Fe¹⁵⁺. Полученные зависимости сечения ионизации от энергии иона представлены на рис. 3.

Поскольку эффекты протяженности заряда иона оказались весьма заметными, представляется необ-



Рис.3. Сечение однократной ионизации атома гелия частично ободранными ионами U¹⁵⁺ в зависимости от энергии иона. Сплошная линия — расчетное сечение для протяженного иона, штриховая сечение ионизации точечным ионом для тех же значений энергии и заряда, точка — эксперимент [6] (для столкновений Fe¹⁵⁺ + He)

ходимым обсудить корректность представления поля структурного иона потенциалом (2).

3. ВЫБОР ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Строго говоря, потенциал (2) может быть получен следующим образом. Введем потенциал взаимодействия снаряда и мишени $V(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}(t))$, где \mathbf{r} — совокупность координат электронов мишени, $\boldsymbol{\rho}$ — совокупность координат электронов снаряда, $\mathbf{R}(t)$ расстояние между ядрами снаряда и мишени в системе покоя мишени. Тогда потенциал (2) вычисляется путем усреднения по координатам электронов снаряда $\boldsymbol{\rho}$:

$$U(\mathbf{R}; \{\mathbf{r}_a\}) = \langle \varphi | V(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}(t)) | \varphi \rangle, \qquad (11)$$

где $\varphi = \varphi(\rho)$ — волновая функция основного состояния электронов снаряда. Если для описания распределения электронной плотности снаряда воспользоваться моделью Ленца-Енсена [23–25] (уточняющей [23] модель Томаса-Ферми), то, как видно из рис. 4, построенного по данным [22], потенциал (2) является хорошей аппроксимацией для среднего (11).

С целью выяснения роли оболочечной структуры и вклада электронных переходов между оболочками налетающего иона может быть поставлена более общая задача об исследовании неупругих процессов,

	Энергия иона, 10 ³ МэВ/нуклон								
X	0.01	0.05	0.1	0.5	1	5	10	50	100
$\chi_{ m H}$	0.0774	0.3850	0.6304	1.3689	1.6067	1.6913	1.6214	1.4389	1.3682
$\chi^{1+}_{\rm He}$	0	0.0007	0.0025	0.014	0.019	0.022	0.021	0.018	0.017
$\chi^{2+}_{\rm He}$	0.0004	0.017	0.0473	0.1855	0.2406	0.2933	0.2974	0.2990	0.2991
$\xi \cdot 10^4$	1.6	1.3	1.1	0.96	0.92	0.88	0.83	0.78	0.72

Относительные поправки для сечений σ_i , σ^{1+} , σ^{2+} и относительный вклад ξ в сечение ионизации от процессов возбуждения электронной «шубы» иона



Рис. 4. Зависимость эффективного размера иона λ от степени ионизации $q = Z^*/Z$, где Z^* — видимый заряд иона, Z — заряд ядра иона. Сплошная линия — параметр экранирования в потенциале (2) (модель Брандта-Китагавы [22]), штриховая — размер иона в модели Ленца-Енсена [23–25]

одновременно происходящих не только в самой мишени, но и в снаряде. Рассмотрим столкновение, при котором мишень переходит из начального состояния $|0\rangle$ в конечное состояние $|n\rangle$, в то время как электроны снаряда переходят из начального состояния $|0\rangle$ в конечное состояние $|m\rangle$. Сечение такого процесса запишем в виде

$$\sigma_{0 \to n}^{0 \to m} = \int P_{0 \to n}^{0 \to m} (b) \, d^2 b = 2\pi \int_{0}^{\infty} P_{0 \to n}^{0 \to m} (b) \, b \, db, \quad (12)$$

где выражение $P_{0\to n}^{0\to m}(b)$ обозначает вероятность обнаружения мишени и снаряда в конечных состояниях $|n\rangle$ и $|m\rangle$ соответственно после столкновения с параметром удара b. Электронные переходы, происходящие в мишени и снаряде, можно рассматривать как независимые процессы. Поэтому вероятность перехода может быть представлена в виде (очевидно, являющимся естественным обобщением на рассматриваемый случай подынтегрального выражения в формуле (5))

$$P_{0 \to n}^{0 \to m} = \left| \left\langle \varphi_m \left(\boldsymbol{\rho} \right) \right| \exp \left(i \mathbf{q}_2 \cdot \sum_j \boldsymbol{\rho}_j \right) \left| \varphi_0 \left(\boldsymbol{\rho} \right) \right\rangle \right|^2 \times \\ \times \left| \left\langle \Phi_n \left(\mathbf{r} \right) \right| \exp \left(i \mathbf{q}_1 \cdot \sum_a \mathbf{r}_a \right) \left| \Phi_0 \left(\mathbf{r} \right) \right\rangle \right|^2, \quad (13)$$

где $\varphi(\boldsymbol{\rho})$ и $\Phi(\mathbf{r})$ — электронные волновые функции снаряда и мишени соответственно, \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 переданные при столкновении импульсы, причем q1 имеет смысл импульса, переданного снарядом электронам мишени, а \mathbf{q}_2 — импульс, переданный мишенью электронам снаряда. Таким образом, воспользовавшись формулой (12), можно рассчитать сечения различных неупругих процессов, приводящих при столкновении к одновременному возбуждению электронных оболочек мишени и снаряда. С целью выяснения вклада электронных переходов между оболочками бомбардирующего иона мы рассчитали σ_2 , сечение неупругого столкновения водородоподобных ионов железа Fe^{25+} (снаряд) и гелия He^{1+} (мишень), при котором происходит ионизация мишени He¹⁺ с возбуждением снаряда Fe²⁵⁺ в любое состояние дискретного и непрерывного спектров, а также σ_1 , сечение процесса, в котором мишень ионизуется, а снаряд остается в основном состоянии. Для оценки вклада процессов возбуждения электронной «шубы» иона введем относительный вклад $\xi = (\sigma_2 - \sigma_1) / \sigma_1$. Если ξ намного меньше единицы, то вкладом от возбуждений электронных оболочек мишени можно пренебречь и рассматривать бомбардирующий ион как протяженный заряд. Проведенный нами расчет значений ξ в зависимости от кинетической энергии бомбардирующего иона, результаты

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рисунки 1 и 2 построены в логарифмическом масштабе, позволяющем охватить широкий диапазон энергии ионов, но плохо отражающем детали. Поэтому для количественной иллюстрации эффекта учета протяженности заряда иона введем относительные поправки

$$\chi_{\rm H} = \frac{\sigma_i - \sigma_{i(point)}}{\sigma_{i(point)}}$$

где $\sigma_{i(point)}$ — сечение ионизации атома водорода точечным ионом того же заряда Z^* , что и видимый заряд налетающего протяженного иона, и при той же относительной скорости. Аналогично введена и относительная поправка для однократной и двойной ионизации атома гелия:

$$\chi_{_{\mathrm{He}}}^{1+} = \frac{\sigma^{1+} - \sigma_{(point)}^{1+}}{\sigma_{(point)}^{1+}}, \quad \chi_{_{\mathrm{He}}}^{2+} = \frac{\sigma^{2+} - \sigma_{(point)}^{2+}}{\sigma_{(point)}^{+2}}.$$

В таблице приведены значения $\chi_{\rm H}$ для столкновений U $^{6+}$ + H, а также $\chi^{1+}_{\rm He}$ и $\chi^{2+}_{\rm He}$ для столкновений Fe $^{15+}$ + He. Как видно из таблицы, поправки к сечению ионизации в результате учета протяженности заряда иона могут оказаться значительными. Причем, как видно на рис. 1–3, с ростом энергии налетающего иона, эффекты протяженности заряда иона могут приводить к значительному росту сечений однократной и двойной ионизации по сравнению с соответствующими сечениями, рассчитанными для точечного иона. Такое поведение сечений понятно из физических соображений: действительно, при столкновениях с большими параметрами удара атомные электроны взаимодействуют с налетающим ионом как с точечным зарядом, равным видимому заряду экранированного иона (в наших обозначениях Z^*). При столкновениях же с малыми параметрами удара атомные электроны воспринимают ион как голый заряд Z. В сечения вносят вклад все области параметров удара, и так как Z больше Z^* , то эффективно атомные электроны взаимодействуют с ионом заряда, большим чем Z^* , что и приводит к увеличению сечений, которое может оказаться значительным при $Z \gg Z^*$. Для оценки эффекта протяженности введем эффективный радиус r такой, что

Сечения неупругих процессов ...

 $\sigma_{i(point)} = \pi r^2$. Тогда (исходя из геометрических соображений, согласно которым ион рассматривается как шарик радиуса λ) сечение с учетом протяженности заряда иона следует оценить как $\sigma_i \sim \pi (r + \lambda)^2$. При этом для $\lambda^2 \ll r^2$ (в рассматриваемых нами случаях это неравенство для оценок можно считать справедливым) легко получить оценку поправки $\chi_{\rm H}$ через расчетное значение $\sigma_{i(point)}$ сечения ионизации точечным ионом и эффективный радиус иона λ :

$$\chi_{\rm H} \sim \frac{2\lambda}{r} = \frac{2\pi^{1/2}\lambda}{[\sigma_{i(point)}]^{1/2}}.$$

Причем, поскольку λ в формуле (2) не зависит от кинетической энергии иона, относительная поправка $\chi_{\rm H}$ растет, пока с ростом энергии $\sigma_{i(point)}$ убывает. Как не трудно убедиться, рисунки и данные, приведенные в таблице, показывают именно такое поведение сечений, очевидно, имеющее общий характер и для остальных сечений неупругих процессов, сопровождающих столкновения релятивистских структурных тяжелых ионов с атомами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 01-02-17047) и министерства образования РФ (грант E00-3.1-390).

ЛИТЕРАТУРА

- H. F. Krause, C. R. Vane, S. Datz et al., Phys. Rev. A 63, 032711 (2001).
- T. Ludziejewski, Th. Stohlker, D. C. Ionescu et al., Phys. Rev. A 61, 052706 (2000).
- E. Wells, I. Ben-Itzhak, K. D. Carnes et al., Phys. Rev. A 60, 3734 (1999).
- M. Tschersich, R. Drozdowski, M. Busch et al., J. Phys. B 32, 5556 (1999).
- M. B. Shah and H. B. Gilbody, J. Phys. B 16, L449 (1983).
- J. H. McGuire, A. Mueller, B. Schuch et al., Phys. Rev. A 35, 2479 (1987).
- H. Berg, J. Ullrich, E. Bernstein et al., J. Phys. B 25, 3655 (1992).
- M. Purkait, A. Dhara, S. Sounda, and C. R. Mandal, J. Phys. B 34, 755 (2001).
- C. Illescas, B. Pons, and A. Riera, Phys. Rev. A 63, 062722 (2001).
- 10. Г. Л. Юдин, ДАН 282, 874 (1985).

- 11. Г. Л. Юдин, ЖТФ 55, 9 (1985).
- 12. В. И. Матвеев, ЖТФ 72, 10 (2002).
- **13**. В. И. Матвеев, ЖЭТФ **121**, 260 (2002).
- 14. T. Ludziejewski, Th. Stohlker, D. C. Ionescu et al., Phys. Rev. A 61, 052706 (2000).
- A. B. Voitkiv, C. Muller, and N. Grun, Phys. Rev. A 62, 062701 (2000).
- C. Muller, A. B. Voitkiv, and N. Grun, Phys. Rev. A 66, 012716 (2002).
- **17**. В. И. Матвеев, С. Г. Толманов, ЖЭТФ **107**, 1780 (1995).
- **18**. В. И. Матвеев, Х. Ю. Рахимов, ЖЭТФ **114**, 1646 (1998).

- 19. V. I. Matveev and D. U. Matrasulov, J. Phys. B 33, 2721 (2000).
- 20. G. Maynard, D. Gardes, M. Chabot et al., Nucl. Instr. Meth. B 146, 88 (1998).
- G. Maynard, M. Chabot, and D. Gardes, Nucl. Instr. Meth. B 164/165, 139 (2000).
- 22. W. Brandt and M. Kitagawa, Phys. Rev. B 52, 5631 (1982).
- 23. P. Gombas, Die Statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendungen, Springer, Vienna (1949).
- 24. W. Lenz, Z. Phys. 77, 713 (1932).
- 25. H. Jensen, Z. Phys. 77, 722 (1932).