

# РЕШЕТКИ НЕСФЕРИЧЕСКИХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ГРАНУЛ С МАГНИТОДИПОЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ — ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ПРИМЕРЫ

*E. Z. Мейлихов\*, Р. М. Фарзетдинова*

*Институт молекулярной физики Российского научного центра «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 16 мая 2002 г.

Изучаются магнитные свойства (основное состояние, магнитная фазовая диаграмма, фазовые переходы в магнитном поле) двух- и трехмерных решеток ферромагнитных гранул с дипольным межгранульным взаимодействием. Основное внимание уделено решеткам из гранул несферической формы (вытянутым и сплющенным эллипсоидам вращения) и их предельным формам — стержнеобразным и дискообразным гранулам. Анализ показывает согласие выводов теории с результатами ряда экспериментов.

PACS: 75.50.Tt, 75.70.Ak

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В результате быстрого развития технологий магнитныеnanoструктуры из объекта академических исследований превращаются в предмет экспериментального изучения и становятся элементами практических микро(nano)электронных устройств. Ниже термин «nanoструктура» будет относиться лишь к вполне определенному типу таких систем, а именно — к регулярным трех- и двумерным решеткам одинаковых однодоменных ферромагнитных наногранул. Предполагается, что обменное взаимодействие лишь устанавливает ферромагнитное упорядочение элементарных магнитных моментов внутри гранул, а межгранульное взаимодействие является чисто дипольным (это означает, что расстояние между гранулами превышает характерную длину обменного взаимодействия). Кроме того, мы ограничимся рассмотрением гранул, имеющих форму эллипсоидов вращения (вытянутых и сплющенных) или их предельных типов — точечных (сферических), стержнеобразных и дискообразных гранул. Во всех случаях, кроме гранул в виде сплющенных эллипсоидов, магнитный момент которых лежит в их экваториальной плоскости, предполагается, что магнитный момент гранулы направлен вдоль ее оси легкого

намагничивания (легкой оси), определяемой либо геометрией (стержни, вытянутые эллипсоиды), либо кристаллической анизотропией (точечные или сферические гранулы).

Реальные nanoструктуры, интересные с точки зрения практических приложений, устроены, как правило, таким образом, что направления легких осей или легких плоскостей гранул параллельны друг другу. В первом случае это исключает необходимость рассмотрения вихревых магнитных состояний различного типа, характерных для системы диполей со свободно «вращающимся» моментом [1]. Магнитные свойства некоторых простых структур такого рода подробно исследовались ранее. При этом изучались в основном простые решетки точечных гранул. Так, в [2, 3] было показано, что основное состояние двумерных квадратных и трехмерных кубических решеток таких гранул с параллельными (антитараллельными) магнитными моментами всегда антиферромагнитно. Этот вывод остается в силе и для систем, состоящих из однородно намагниченных (однодоменных) сферических гранул, поскольку поле такой гранулы совпадает с полем эквивалентного точечного диполя, помещенного в ее центре, а энергия дипольного взаимодействия таких гранул совпадает с энергией взаимодействия двух эквивалентных точечных диполей [4]. Оказалось, однако, что понижение симметрии како-

\*E-mail: meilikhov@imp.kiae.ru

го-либо элемента системы (типа решетки или формы гранул) может способствовать ее переходу в энергетически более выгодное магнитное состояние.

Это, в частности, связано с тем, что при достаточноном отличии формы гранулы от сферической ее поле на небольших расстояниях от поверхности существенно отличается от поля эквивалентного помещенного в ее центре диполя. Для вытянутого эллипсоида это поле в точках, близких к экваториальной плоскости гранулы, существенно меньше поля эквивалентного диполя, а для гранулы в виде сплющенного эллипса — наоборот<sup>1)</sup>. Поэтому, например, двумерная решетка несферических гранул, большие оси которых лежат в плоскости решетки, в первом случае имеет большую тенденцию к ферромагнетизму (чем при сферической форме гранул), а во втором случае — к антиферромагнетизму [5].

Различные принципиальные, технологические и технические обстоятельства приводят к тому, что реальные системы практически никогда не являются «симметричными» (в указанном смысле) и их «несимметрия» характеризуется широким разнообразием параметров. Примеры подобных систем многообразны. Среди них — широко исследуемые в настоящее время плоские периодические структуры несферических магнитных гранул, рассматриваемые как среды, перспективные с точки зрения повышения плотности магнитной записи [6]. Типичные структуры такого рода представляют собой плоские прямоугольные решетки однодоменных магнитных гранул продолговатой формы с одноосной геометрической анизотропией. Форма этих гранул напоминает эллипсоид вращения с отношением осей 3–5, а период таких решеток сравним с размерами гранул. Другой пример, имеющий отношение к рассматриваемой проблеме, — это магнитные диэлектрические нанокомпозиты. Электропроводность такой (уже трехмерной) системы связана с туннельными электронными переходами между гранулами [7], вероятность которых определяется взаимной ориентацией магнитных моментов соседних гранул. Ясно поэтому, что сопротивление этой среды непосредственно зависит от ее магнитного состояния. То же можно сказать и о (гигантском) магнитосопротивлении такой системы. Упомянем, наконец, такой (несколько неожиданный в контексте нашего обсу-

<sup>1)</sup> Величина поля в экваториальной (относительно направления магнитного момента) плоскости сферической гранулы составляет 50 % от величины ее поля на оси, для гранулы в виде сильно вытянутого эллипса вращения — 30 %, а для гранулы в виде сильно сплющенного эллипса вращения — 85 %.

ждения) объект как ультратонкие пленки ферромагнитных металлов на монокристаллических подложках. Установлено, что при некоторой эффективной толщине таких пленок в них устанавливается дальний ферромагнитный порядок [8]. В недавней работе [9] было показано, что при некоторых условиях рост таких пленок происходит путем «естественной литографии», т. е. через образование (более или менее однородно расположенных по площади подложки) зародышей, которые в процессе дальнейшего роста превращаются в эллипсоидальные гранулы, большие оси которых параллельны друг другу.

Таким образом, системы рассматриваемого типа весьма разнообразны. Изучению их магнитных свойств (основное состояние, магнитная фазовая диаграмма, магнитные фазовые переходы) и посвящена настоящая работа. В отличие от известных работ (см., например, [1–3]), в которых исследовались схожие системы, в ней рассмотрены более общие «косые» решетки, состоящие из несферических (или, что то же самое — не точечных) диполей. Показано, что учет этих двух новых обстоятельств существенно модифицирует свойства таких систем.

В заключительной части статьи полученные результаты используются для описания свойств ряда реальных систем.

## 2. МАГНИТНОЕ СОСТОЯНИЕ СИСТЕМЫ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ГРАНУЛ С ДИПОЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Рассмотрим систему одинаковых однодоменных ферромагнитных гранул, центры которых располагаются в узлах трехмерной тетрагональной решетки с периодами  $\ell_x$ ,  $\ell_y$ ,  $\ell_z$ , а одинаковые магнитные моменты  $\mu$  параллельны друг другу. Подобная магнитная анизотропия может быть связана с кристаллической анизотропией гранул или анизотропией их формы, либо (в отсутствие оных) появляется (и при низкой температуре становится определяющей) в слабом внешнем магнитном поле. Пусть, далее, эти моменты составляют угол  $\theta$  («широта») с осью  $x$  и повернуты вокруг оси  $x$  на угол  $\varphi$  («долгота») относительно плоскости  $xz$ . Магнитное состояние такой системы с учетом дальнодействующего диполь-дипольного взаимодействия определяется магнитным полем  $H_d = \sum'_{m,l,n} H_{mln}$ , создаваемым в объеме отдельной гранулы (для определенности — находящейся в начале координат) всеми остальными гранулами. Здесь  $H_{mln}$  — параллельная магнитным моментам гранул компонента поля, которое создает-

ся в начале координат гранулой с центром в точке  $(m\ell_x, l\ell_y, n\ell_z)$ ,  $m, l, n$  — целые числа; сумма не включает слагаемого с  $m = l = n = 0$ .

Энергия взаимодействия выбранной гранулы с магнитным полем  $H_d$  равна

$$W_d = -\frac{\mu}{V} \int_V H_d(r) dV, \quad (1)$$

где интегрирование проводится по объему центральной гранулы. Основному состоянию системы отвечает та конфигурация магнитных моментов  $\mu_{mln}$  гранул, при которой энергия  $W_d$  минимальна. В нашем случае имеется единственная ферромагнитная конфигурация (магнитные моменты гранул направлены вдоль их больших осей и параллельны друг другу), а для антиферромагнитного состояния системы ограничимся ситуацией, когда магнитные моменты гранул образуют две одинаковые магнитные подрешетки антипараллельных магнитных моментов. Тогда

$$\mu_{mln} = \mu \exp[i\pi(\phi_x m + \phi_y l + \phi_z n)],$$

где фазы  $\phi_x, \phi_y, \phi_z$  могут принимать значения 0 или 1, причем для ферромагнитного состояния  $\phi_x = \phi_y = \phi_z = 0$  или  $\phi_x = \phi_y = \phi_z = 1$ , а шести различным антиферромагнитным состояниям отвечают разные комбинации этих фаз, в которых по крайней мере одна равна нулю и по крайней мере одна равна единице<sup>2)</sup>.

Пусть  $i_1$  — абсолютная величина намагниченности каждой из подрешеток (в ферромагнитном состоянии полная намагниченность системы  $i = 2i_1$ , в антиферромагнитном состоянии  $i = 0$ ). В соответствии с теорией среднего поля энергия диполь-дипольного взаимодействия пропорциональна намагниченности  $i_1$ :  $W_d = -\lambda i_1$ . Из всех рассматриваемых состояний энергетически наиболее выгодно то, которому отвечает наибольшая величина параметра дипольного взаимодействия  $\lambda$ . Таким образом, для выяснения характера основного состояния рассматриваемой системы достаточно найти и сравнить значения этого параметра, которые соответствуют ферромагнитному и различным антиферромагнитным конфигурациям магнитных моментов гранул.

Что касается намагниченности подрешеток  $i_1$ ,

<sup>2)</sup> Любой другой набор целочисленных фаз  $\phi_x, \phi_y, \phi_z$  тождествен одному из восьми перечисленных.

то она определяется самосогласованным уравнением теории среднего поля

$$i_1 = i_0 \operatorname{th} [\lambda i_1 / kT], \quad (2)$$

где  $i_0 = (1/2)\mu N_g$ ,  $N_g = 1/(\ell_x \ell_y \ell_z)$  — концентрация гранул. Это уравнение, как обычно, определяет температуру Кюри системы  $T_C = \lambda i_0 / k$ . Следует, однако, заметить, что оно применимо только в том случае, когда разница в энергиях  $W_d$  ферро- и антиферромагнитных состояний системы велика по сравнению с  $kT$ . В противном случае необходимо учитывать тепловые флуктуации магнитного порядка.

Ниже мы рассмотрим три ситуации: 1) точечные (нульмерные), но анизотропные гранулы, 2) стержнеобразные (одномерные) гранулы, намагниченные вдоль своих осей и 3) трехмерные гранулы в форме вытянутых и сплющенных эллипсоидов вращения (включая крайний случай сплющенного эллипсоида — двумерные диски). Первые две из них интересны тем, что, с одной стороны, допускают точное решение, а с другой стороны, являются предельными случаями для третьей, гораздо более реальной, ситуации, которую можно описать только путем численного расчета.

При расчетах энергии дипольного взаимодействия важно иметь в виду следующее обстоятельство. Как указывалось в [2], энергия ферромагнитного состояния  $W_F$  существенным образом зависит от формы образца:

$$-W_F \propto \lambda_F \propto (N - 4\pi/3),$$

где  $N$  — размагничивающий фактор в направлении магнитного момента (при этом энергия любого антиферромагнитного состояния от  $N$  не зависит). С ростом  $N$  (что соответствует вытягиванию образца в этом направлении) параметр  $\lambda_F$  увеличивается и ферромагнитное состояние могло бы стать выгодным. Расчет, однако, показывает, что даже в очень вытянутых образцах с простой кубической решеткой точечных диполей этого не происходит и их основное состояние остается антиферромагнитным. Тем не менее при расчетах необходимо каким-то образом фиксировать форму образца. Все приводимые ниже результаты, независимо от параметров  $\beta_y, \beta_z$  растяжения решетки вдоль осей  $y, z$ , относятся к сферическим (реально — кубическим) образцам, для которых  $N = 4\pi/3$ .

## 2.1. Трехмерная решетка точечных гранул

В этом случае, который реализуется, когда расстояние между гранулами существенно превышает их размер, рассматриваемая компонента магнитного поля каждой гранулы в начале координат есть

$$H_{mln} = \mu \left[ -\frac{1}{R_{mln}^3} + \frac{3(\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{R}_{mln})^2}{R_{mln}^5} \right] \times \exp(i\pi(\phi_x m + \phi_y l + \phi_z n)), \quad (3)$$

где  $\mathbf{R}_{mln} = (m\ell_x, l\ell_y, n\ell_z)$  — радиус-вектор гранулы  $(m, l, n)$ ,  $\mathbf{e}_0 = (\cos\theta, \sin\theta\sin\varphi, \sin\theta\cos\varphi)$  — единичный вектор, параллельный магнитным моментам гранул. При этом энергия магнитного взаимодействия равна

$$W_d = -\mu H_d, \quad H_d = \sum'_{m,l,n} H_{mln} = \mu \sum'_{m,l,n} \left[ -\frac{1}{R_{mln}^3} + \frac{3(\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{R}_{mln})^2}{R_{mln}^5} \right] \times \exp(i\pi(\phi_x m + \phi_y l + \phi_z n)). \quad (4)$$

С помощью (4) находим

$$\lambda = 2\mu\beta_y\beta_z \sum'_{m,l,n} \left[ -\frac{1}{(m^2 + \beta_y l^2 + \beta_z n^2)^{3/2}} + \frac{3[(m\cos\theta + (\beta_y l \sin\varphi + \beta_z n \cos\varphi) \sin\theta]^2}{(m^2 + \beta_y^2 l^2 + \beta_z^2 n^2)^{5/2}} \right] \times \exp(i\pi(\phi_x m + \phi_y l + \phi_z n)), \quad (5)$$

где  $\beta_y = \ell_y/\ell_x$ ,  $\beta_z = \ell_z/\ell_x$  — коэффициенты растяжения решетки соответственно вдоль осей  $y$  и  $z$ . Последнее соотношение (учитывая, что для тетрагональной решетки равны нулю все суммы, слагаемые которых нечетны относительно переменных суммирования  $m, l, n$ ) можно представить в виде

$$\lambda = 2\mu\beta_y\beta_z \times [\lambda_0 \cos^2\theta + \lambda_{\pi/2} \sin^2\theta + 3\lambda_\varphi \sin^2\theta \sin^2\varphi], \quad (6)$$

где

$$\lambda_0 = \sum'_{m,l,n} \frac{(2m^2 - \beta_y^2 l^2 - \beta_z^2 n^2)}{(m^2 + \beta_y^2 l^2 + \beta_z^2 n^2)^{5/2}} \times \exp(i\pi(\phi_x m + \phi_y l + \phi_z n)), \quad (7)$$

$$\lambda_{\pi/2} = \sum'_{m,l,n} \frac{(-m^2 - \beta_y^2 l^2 + 2\beta_z^2 n^2)}{(m^2 + \beta_y^2 l^2 + \beta_z^2 n^2)^{5/2}} \times \exp(i\pi(\phi_x m + \phi_y l + \phi_z n)), \quad (8)$$

$$\lambda_\varphi = \sum'_{m,l,n} \frac{(\beta_y^2 l^2 - \beta_z^2 n^2)}{(m^2 + \beta_y^2 l^2 + \beta_z^2 n^2)^{5/2}} \times \exp(i\pi(\phi_x m + \phi_y l + \phi_z n)). \quad (9)$$

Преобразование, применявшееся в [10], существенно улучшает сходимость дипольных сумм (7)–(9), которые могут быть представлены в виде сумм экспоненциально убывающих слагаемых:

$$\lambda_0 = \left( \frac{4\pi}{3\beta_y\beta_z} \right) \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (2X_{mn} - Y_{mn} - Z_{mn}), \quad (10)$$

$$\lambda_{\pi/2} = \left( \frac{4\pi}{3\beta_y\beta_z} \right) \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (2Z_{mn} - Y_{mn} - X_{mn}), \quad (11)$$

$$\lambda_\varphi = \left( \frac{4\pi}{3\beta_y\beta_z} \right) \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (Y_{mn} - Z_{mn}), \quad (12)$$

где

$$X_{mn} = \sum_{l=1}^{\infty} \left( \frac{1}{l} + \alpha_{mn}^{(x)} \right) \cos(l\pi\phi_x) \exp(-\alpha_{mn}^{(x)} l),$$

$$\alpha_{mn}^{(x)} = 2\pi \left[ \left( \frac{m + \phi_y/2}{\beta_y} \right)^2 + \left( \frac{n + \phi_z/2}{\beta_z} \right)^2 \right]^{1/2},$$

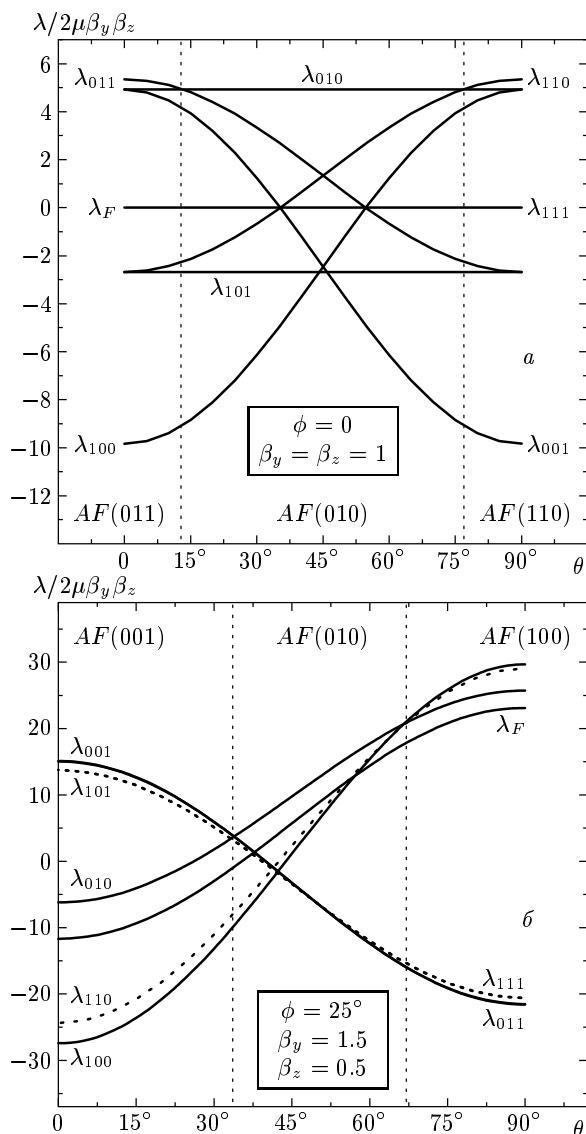
$$Y_{mn} = \sum_{l=1}^{\infty} \left( \frac{1}{l} + \alpha_{mn}^{(y)} \right) \cos(l\pi\phi_y) \exp(-\alpha_{mn}^{(y)} l),$$

$$\alpha_{mn}^{(y)} = 2\pi \left[ \left( m + \frac{\phi_x}{2} \right)^2 + \left( \frac{n + \phi_z/2}{\beta_z} \right)^2 \right]^{1/2},$$

$$Z_{mn} = \sum_{l=1}^{\infty} \left( \frac{1}{l} + \alpha_{mn}^{(z)} \right) \cos(l\pi\phi_z) \exp(-\alpha_{mn}^{(z)} l),$$

$$\alpha_{mn}^{(z)} = 2\pi \left[ (m + \phi_x/2)^2 + \left( \frac{n + \phi_y/2}{\beta_y} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Вычисление и сравнение значений параметра дипольного взаимодействия  $\lambda$  для различных магнитных конфигураций позволяет построить магнитную фазовую диаграмму системы. В рассматриваемом случае, когда наряду с ферромагнитной конфигурацией имеются шесть простых двухподрешеточных антиферромагнитных конфигураций, такая диаграмма может быть довольно сложной. Ее вид определяется четырьмя параметрами, соответствующими растяжению решетки ( $\beta_y, \beta_z$ ) и направлению магнитного момента диполей ( $\theta, \phi$ ).



**Рис. 1.** Угловые зависимости  $\lambda(\theta)$  параметров дипольного взаимодействия для кубической (*а*) и тетрагональной (*б*) решеток точечных диполей. Указаны области ферромагнитного (*F*) и антиферромагнитного (*AF*) состояний. Индексы: *F* — ферромагнитная конфигурация, (100) и т. п. — соответственно значения фаз  $\phi_x$ ,  $\phi_y$ ,  $\phi_z$

В качестве примера на рис. 1 $a$ ,  $b$  приведены угловые зависимости параметров дипольного взаимодействия для двух различных магнитных конфигураций, одна из которых соответствует кубической решетке диполей с магнитными моментами, перпендикулярными оси  $y$  ( $\phi = 0$ ), а другая — тетрагональной решетке с диполями, ориентированными так, что  $\phi \neq 0$ . Видно, что основное состояние про-

стой кубической решетки точечных диполей является антиферромагнитным, хотя конкретный вид соответствующей магнитной конфигурации определяется значениями указанных выше параметров. Более детальное рассмотрение подтверждает общность этого вывода для любой тетрагональной решетки точечных диполей.

## 2.2. Двумерная решетка точечных гранул

По понятным причинам более подробное исследование свойств рассматриваемой системы проще провести для двумерной решетки анизотропных точечных магнитных диполей. Для получения соответствующих соотношений в этом случае достаточно во всех приведенных выше формулах положить  $l = 0$ . Тогда для параметра дипольного взаимодействия находим<sup>3)</sup>

$$\lambda = 2 \left( \frac{\mu\beta}{\ell_x} \right) \times \times \{ (3 \cos^2 \theta - 1) \Sigma_m + \beta^2 (3 \sin^2 \theta - 1) \Sigma_n \}, \quad (13)$$

где  $\beta \equiv \beta_z$ ,

$$\begin{aligned} \Sigma_m &= \sum_{m,n}' \frac{m^2 e^{i\pi(\phi_x m + \phi_z n)}}{(m^2 + \beta^2 n^2)^{5/2}}, \\ \Sigma_n &= \sum_{m,n}' \frac{n^2 e^{i\pi(\phi_x m + \phi_z n)}}{(m^2 + \beta^2 n^2)^{5/2}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Преобразование, применявшееся в [10], существенно улучшает сходимость дипольных сумм (14), которые после этого могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \Sigma_m &= \frac{16\pi^2}{3\beta^3} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\pi m \phi_x) \left( k + \frac{\phi_z}{2} \right)^2 \times \\ &\quad \times K_2 \left[ (2\pi m/\beta) \left| k + \frac{\phi_z}{2} \right| \right], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_n &= \frac{16\pi^2}{3\beta^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\pi n \phi_z) \left( k + \frac{\phi_x}{2} \right)^2 \times \\ &\quad \times K_2 \left[ 2\pi n \beta \left| k + \frac{\phi_x}{2} \right| \right], \end{aligned} \quad (16)$$

<sup>3)</sup> Соотношение (13) можно записать в симметричной форме  $\lambda = \lambda_0 \cos^2 \theta + \lambda_{\pi/2} \sin^2 \theta$ , где  $\lambda_0 = 2(\mu\beta/\ell_x)(2\Sigma_m - \beta^2 \Sigma_n)$ ,  $\lambda_{\pi/2} = 2(\mu\beta/\ell_x)(2\beta^2 \Sigma_n - \Sigma_m)$  — значения  $\lambda$ , отвечающие соответственно углам  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi/2$ .

где  $K_2$  — функция Макдональда. Последняя экспоненциально быстро убывает с увеличением аргумента, поэтому в суммах (15), (16) достаточно оставить лишь слагаемые, отвечающие минимальным (по абсолютной величине) аргументам этой функции. Простые приближенные выражения для этих сумм, соответствующие различным магнитным конфигурациям, имеют вид:

ферромагнитная конфигурация ( $\phi_x = 0, \phi_z = 0$ )

$$\Sigma_m = \frac{4\pi^2}{9\beta} \left\{ 1 + \frac{24}{\beta^2} \times \right. \\ \left. \times \left[ K_2 \left( \frac{2\pi}{\beta} \right) + 5K_2 \left( \frac{4\pi}{\beta} \right) + 10K_2 \left( \frac{6\pi}{\beta} \right) \right] \right\}, \quad (17)$$

$$\Sigma_n = \frac{4\pi^2}{9\beta^4} \{ 1 + 24\beta^2 \times \\ \times [K_2(2\pi\beta) + 5K_2(4\pi\beta) + 10K_2(6\pi\beta)] \}, \quad (18)$$

конфигурация  $S_{01}$  ( $\phi_x = 0, \phi_z = 1$ )

$$\Sigma_m = \frac{8\pi^2}{3\beta^3} \times \\ \times \left[ K_2 \left( \frac{\pi}{\beta} \right) + K_2 \left( \frac{2\pi}{\beta} \right) + 10K_2 \left( \frac{3\pi}{\beta} \right) \right], \quad (19)$$

$$\Sigma_n = -\frac{2\pi^2}{9\beta^4} \{ 1 + 48\beta^2 \times \\ \times [K_2(2\pi\beta) + 3K_2(4\pi\beta) + 10K_2(6\pi\beta)] \}, \quad (20)$$

конфигурация  $S_{10}$  ( $\phi_x = 1, \phi_z = 0$ )

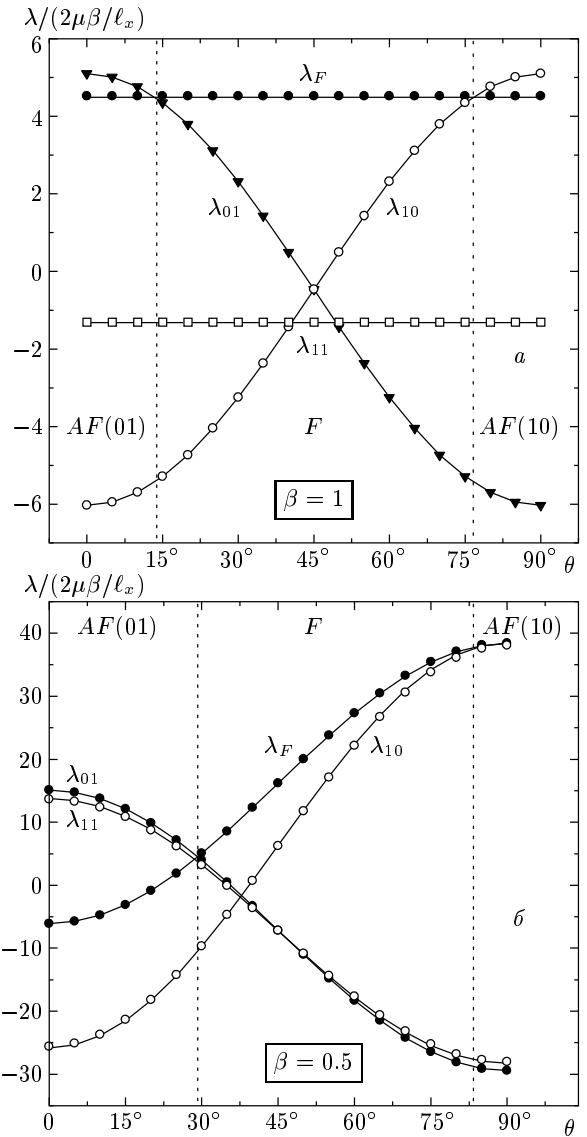
$$\Sigma_m = -\frac{2\pi^2}{9\beta} \left\{ 1 + \frac{48}{\beta^2} \times \right. \\ \left. \times \left[ K_2 \left( \frac{2\pi}{\beta} \right) + 3K_2 \left( \frac{4\pi}{\beta} \right) + 10K_2 \left( \frac{6\pi}{\beta} \right) \right] \right\}, \quad (21)$$

$$\Sigma_n = \frac{8\pi^2}{3\beta^2} [K_2(\pi\beta) + K_2(2\pi\beta) + 10K_2(3\pi\beta)], \quad (22)$$

конфигурация  $S_{11}$  ( $\phi_x = 1, \phi_z = 1$ )

$$\Sigma_m = -\frac{8\pi^2}{3\beta^3} \times \\ \times \left[ K_2 \left( \frac{\pi}{\beta} \right) - K_2 \left( \frac{2\pi}{\beta} \right) + 10K_2 \left( \frac{3\pi}{\beta} \right) \right], \quad (23)$$

$$\Sigma_n = -\frac{8\pi^2}{3\beta^2} [K_2(\pi\beta) - K_2(2\pi\beta) + 10K_2(3\pi\beta)]. \quad (24)$$



**Рис. 2.** Угловые зависимости параметров дипольного взаимодействия  $\lambda_F(\theta)$ ,  $\lambda_{10}(\theta)$ ,  $\lambda_{01}(\theta)$ ,  $\lambda_{11}(\theta)$  для квадратной (а) и прямоугольной (б) решеток точечных диполей. Сплошные кривые — расчет по точным формулам (14), точки — приближенные соотношения (17)–(24). Указаны области ферромагнитного (F) и антиферромагнитного (AF) состояний

Вычисленные по формуле (13) с помощью точных формул (14) и приближенных соотношений (17)–(24) угловые зависимости параметров дипольного взаимодействия  $\lambda(\theta)$  (магнитные конфигурации — ферромагнитная, AF(10), AF(01) и AF(11), соответственно)

представлены на рис. 2а, б. Для умеренно деформированных прямоугольных решеток ( $0.5 < \beta < 2$ ) соотношения (17)–(24) дают результат, практически не отличающийся от точного, однако с ростом деформации их погрешность увеличивается (так, при  $\beta = 2.5$  или  $\beta = 0.4$  она достигает 4 %).

Вычисление и сравнение значений параметров  $\lambda$  дипольного взаимодействия для различных магнитных конфигураций позволяет, как указывалось выше, построить магнитную фазовую диаграмму системы. Для прямоугольной решетки точечных (но анизотропных) диполей она представлена на рис. 3. Видно, что при небольшом отклонении направления таких диполей от сторон решетки ее основное состояние всегда (независимо от соотношения периодов) антиферромагнитно. Напротив, при больших углах наклона диполей основное состояние решетки становится ферромагнитным.

### 2.3. Трехмерная решетка стержнеобразных гранул

Исследование решетки стержнеобразных гранул — линейных диполей конечной длины — интерес-

но в том отношении, что на основе известного простого аналитического выражения для энергии взаимодействия таких диполей параметры магнитной фазовой диаграммы такой решетки могут быть найдены с высокой точностью и использованы для оценки погрешности приближенной модели решеток из трехмерных эллипсоидальных гранул (см. ниже).

Если центр одного из таких диполей находится в начале координат, а положение центра другого определяется радиусом-вектором  $\mathbf{R}_{mln}$ , то в случае, когда они параллельны, их энергию взаимодействия можно записать в виде [5]

$$w_d = \frac{\mu^2}{a^2} \times \times \left( \frac{2}{|\mathbf{R}_{mln}|} - \frac{1}{|\mathbf{R}_{mln} + 2a\mathbf{e}_0|} - \frac{1}{|\mathbf{R}_{mln} - 2a\mathbf{e}_0|} \right), \quad (25)$$

где  $\mu$  и  $2a$  — соответственно магнитный момент и длина каждого диполя. Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} \lambda = 2\mu\beta_y\beta_z\gamma^2 \sum'_{m,l,n} \exp[i\pi(\phi_x m + \phi_y l + \phi_z n)] & \left[ \frac{2}{(m^2 + \beta_y^2 l^2 + \beta_z^2 n^2)^{1/2}} - \right. \\ & - \frac{1}{[(m + 2\gamma^{-1} \cos \theta)^2 + (\beta_y l + 2\gamma^{-1} \sin \theta \sin \varphi)^2 + (\beta_z n + 2\gamma^{-1} \sin \theta \cos \varphi)^2]^{1/2}} - \\ & \left. - \frac{1}{[(m - 2\gamma^{-1} \cos \theta)^2 + (\beta_y l - 2\gamma^{-1} \sin \theta \sin \varphi)^2 + (\beta_z n - 2\gamma^{-1} \sin \theta \cos \varphi)^2]^{1/2}} \right], \quad (26) \end{aligned}$$

где  $\gamma = \ell_x/a$ .

### 2.4. Двумерная решетка стержнеобразных гранул

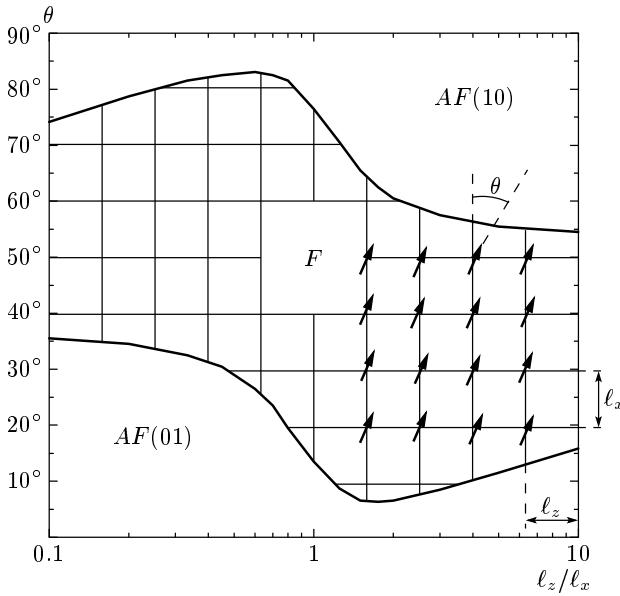
В этом случае общая формула (26) упрощается:

$$\begin{aligned} \lambda = 2 \left( \frac{\mu\beta}{\ell_x} \right) \sum'_{m,n} \exp(i\pi(\phi_x m + \phi_z n)) & \left\{ \left[ \frac{1}{(m^2 + \beta^2 n^2)^{1/2}} - \frac{1}{[(m + 2\gamma^{-1} \cos \theta)^2 + (\beta n + 2\gamma^{-1} \sin \theta)^2]^{1/2}} \right] + \right. \\ & + \left. \left[ \frac{1}{(m^2 + \beta^2 n^2)^{1/2}} - \frac{1}{[(m - 2\gamma^{-1} \cos \theta)^2 + (\beta n - 2\gamma^{-1} \sin \theta)^2]^{1/2}} \right] \right\}. \quad (27) \end{aligned}$$

### 2.5. Эллипсоидальные гранулы

Метод приближенного вычисления энергии  $W_d$  дипольного межгранульного взаимодействия для решетки трехмерных эллипсоидальных гранул был предложен в работе [11]. Он применим для силь-

но вытянутых или сильно сплющенных однородно намагниченных эллипсоидов вращения и позволяет представить выражение для энергии  $w_{mln}$  их парного взаимодействия в виде ряда по производным потенциала  $\psi$  магнитного поля, создаваемого такой гранулой.



**Рис. 3.** Магнитная фазовая диаграмма прямоугольной решетки точечных параллельных дуг другу другу ди-полей. При малых значениях угла наклона  $\theta$  основное состояние системы — антиферромагнитная конфигурация  $S_{01}$ , при больших углах — антиферромагнитная конфигурация  $S_{10}$ . Заштрихованная область — ферромагнитное состояние

Пусть центр одной из гранул находится в начале координат, а другой — в точке с координатами  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ . Если магнитные моменты  $\mu$  гранул направлены вдоль оси  $x$ , то  $w_{mln} = -\mu \langle H \rangle_{mln}$ , где

$$\begin{aligned} \langle H \rangle_{mln} &= -\frac{1}{V} \iiint \left[ \frac{\partial \psi(x, y, z)}{\partial x} \right] dx dy dz = \\ &= -\frac{1}{V} \iiint \left[ \frac{\partial \psi(x', y', z')}{\partial x'} \right] dx' dy' dz', \quad (28) \end{aligned}$$

$V$  — объем гранулы и интегрирование проводится по объему второй гранулы. Координаты  $x' = x - x_0$ ,  $y' = y - y_0$ ,  $z' = z - z_0$  относятся к системе координат, которая получена параллельным переносом исходной системы, с началом в центре второй гранулы ( $x_0 = m\ell_x$ ,  $y_0 = n\ell_y \equiv \beta_y \ell_x$ ,  $z_0 = n\ell_z \equiv \beta n\ell_x$ ).

В силу геометрической анизотропии магнитные моменты гранул всегда направлены вдоль их большей оси, которую и будем считать параллельной оси  $x$  (для вытянутого эллипсоида вращения это его единственная большая ось, для сплющенного — любая из больших осей). Тогда интеграл (28)

можно записать в виде

$$\begin{aligned} \iiint \left[ \frac{\partial \psi(x', y', z')}{\partial x'} \right] dx' dy' dz' &= \int_{-a}^a S(x') dx', \\ S(x') &= \iint_{C_r} \left[ \frac{\partial \psi(x', y', z')}{\partial x'} \right] dy' dz', \end{aligned} \quad (29)$$

где область интегрирования  $C_r$  — круг с центром в точке  $(x', 0, 0)$  и радиусом  $r = r(x') = b(1 - x'^2/a^2)^{1/2}$  для вытянутого эллипсоида или  $r = r(x') = a(1 - x'^2/a^2)^{1/2}$  для сплющенного эллипсоида,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — полуоси эллипсоида ( $a > b = c$  для вытянутого эллипсоида,  $a = b > c$  для сплющенного эллипсоида, малая ось которого направлена вдоль оси  $z$ ).

Разлагая потенциал  $\psi(x', y', z')$  в ряд Тейлора

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi(x', y', z')}{\partial x'} &= \psi'_{0xx} + [\psi''_{0xx} x' + \psi''_{0xy} y' + \psi''_{0xz} z'] + \\ &+ \frac{1}{2} [\psi'''_{0xxx} x'^2 + \psi'''_{0xyy} y'^2 + \psi'''_{0zzz} z'^2] + \\ &+ [\psi'''_{0xxy} x' y' + \psi'''_{0xyz} y' z' + \psi'''_{0xxz} x' z'] + \dots, \quad (30) \end{aligned}$$

где

$$\psi'_{0x} = \partial \psi / \partial x'|_{x'=y'=z'=0},$$

$$\psi''_{0xx} = \partial^2 \psi / \partial x'^2|_{x'=y'=z'=0},$$

$$\psi'''_{0xxx} = \partial^3 \psi / \partial x'^3|_{x'=y'=z'=0}$$

(и аналогично для производных по  $y'$ ,  $z'$ ), и подставляя это разложение в (29), убеждаемся, что при интегрировании «выживают» лишь те члены разложения (28), которые не содержат нечетных степеней  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ . Для вытянутого эллипсоида с учетом соотношения  $\psi''_{0yy} + \psi''_{0zz} = -\psi''_{0xx}$  окончательно получаем

$$\begin{aligned} \langle H_x \rangle_{mln} &= \\ &= - \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{\psi_0(a, 0, 0) - \psi_0(-a, 0, 0)}{2a} \right) - \frac{1}{2} \psi'_{0x} \right] + \\ &+ \frac{3}{20} a^2 \left( 1 + \frac{2b^2}{3a^2} \right) \psi'''_{0xxx} + \left( \frac{b}{a} \right)^4 O(\psi^V), \quad (31) \end{aligned}$$

где  $O(\psi^V)$  — сумма слагаемых, пропорциональных пятому производному магнитного потенциала.

Аналогично находим, что «центральный» сплюснутый эллипсоид с экваториальной плоскостью, совпадающей с плоскостью  $xy$ , создает в этой плос-

кости магнитное поле  $\langle H \rangle_{mln}$ , составляющие которого определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \langle H_x \rangle_{mln} = & \\ = - & \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{\psi_0(a, 0, 0) - \psi_0(-a, 0, 0)}{2a} \right) - \frac{1}{2} \psi'_{0x} \right] + \\ + \frac{3}{20} a^2 & \left[ \left( \psi'''_{0xxx} - \frac{2}{3} \psi'''_{0xyy} \right) + \frac{2c^2}{3a^2} (\psi'''_{0xxx} + \psi'''_{0xyy}) \right] + \\ + O(\psi^V), & (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle H_y \rangle_{mln} = & \\ = - & \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{\psi_0(0, a, 0) - \psi_0(0, -a, 0)}{2a} \right) - \frac{1}{2} \psi'_{0y} \right] + \\ + \frac{3}{20} a^2 & \left[ \left( \psi'''_{0yyy} - \frac{2}{3} \psi'''_{0xxy} \right) + \frac{2c^2}{3a^2} (\psi'''_{0yyy} + \psi'''_{0xxy}) \right] + \\ + O(\psi^V). & (33) \end{aligned}$$

Численный расчет показывает, что вклад слагаемого  $O(\psi^V)$  во всех практически интересных случаях пренебрежимо мал (менее 1%). Таким образом, использование выражений (31)–(33) с учетом явно выписанных слагаемых при расчете магнитной энергии обеспечивает точность не хуже 1%.

Что касается потенциала магнитного поля, которое создается центральной гранулой в объеме второй гранулы, то соответствующие соотношения известны [12]: для вытянутого эллипсоида

$$\psi = \left( \frac{3\mu x}{e^3 a^3} \right) (\text{Arth } t - t), \quad t = \frac{e}{\sqrt{1+\xi}}, \quad (34)$$

где  $e = (1 - b^2/a^2)^{1/2}$  — эксцентриситет,  $\xi$  — больший корень уравнения  $[(y^2+z^2)/a^2]/(1-e^2+\xi) + (x/a)^2/(1+\xi) = 1$ , а для сплющенного эллипсоида

$$\psi = \left( \frac{3\mu x}{e^3 c^3} \right) \left[ \text{Arctg } t - \frac{t}{1+t^2} \right], \quad t = \frac{e}{\sqrt{1+\xi}}, \quad (35)$$

где  $e = [(a^2/c^2 - 1)^{1/2}]$ ,  $\xi$  — больший корень уравнения  $[(x^2+y^2)/c^2]/(1+e^2+\xi) + (z/c)^2/(1+\xi) = 1$ .

## 2.6. Трехмерная решетка эллипсоидальных гранул

Соотношения (31)–(33), которые определяют среднее магнитное поле  $\langle H \rangle_{mln}$  центральной гранулы, записаны в системе координат, в которой ось  $x$  совпадает с направлением магнитных моментов ( $\theta = 0$ ). С помощью линейного преобразования координат их легко обобщить на случай, когда направление этих моментов характеризуется углами

$\theta \neq 0, \phi \neq 0$ . Однако для трехмерной решетки мы ограничимся более простой ситуацией с  $\theta = 0$ . Для тетрагональной решетки эллипсоидальных гранул с магнитными моментами, параллельными той ее стороне, которая направлена вдоль оси  $x$ , параметр  $\lambda$ , определяющий тип магнитного порядка, равен

$$\begin{aligned} \lambda = 2\mu\beta_y\beta_z \sum'_{m,l,n} \left[ \frac{\langle H_x \rangle_{mln}}{H_0} \right] \times \\ \times \exp(i(\phi_x m + \phi_y l + \phi_z n)), \quad H_0 = \frac{\mu}{\ell_x^3}. \quad (36) \end{aligned}$$

## 2.7. Двумерная решетка вытянутых эллипсоидальных гранул

Для вытянутых эллипсоидальных гранул, большие оси которых лежат в плоскости двумерной прямоугольной решетки (плоскость  $xz$ ), в общем случае ( $\theta \neq 0$ ) находим

$$\lambda = 2 \left( \frac{\mu\beta}{\ell_x} \right) \sum'_{m,n} \left[ \frac{\langle \tilde{H} \rangle_{mn}}{H_0} \right] \exp(i(\phi_x m + \phi_z n)), \quad (37)$$

где среднее поле  $\langle \tilde{H} \rangle_{mn}$  следует вычислять по формулам (31) в системе координат  $\tilde{x} = x \cos \theta + z \sin \theta$ ,  $\tilde{z} = z \cos \theta - x \sin \theta$ .

Это выражение для параметра  $\lambda$  дипольного взаимодействия было использовано для определения пределов применимости нашей приближенной модели для вытянутых эллипсоидальных гранул. Сравнение результатов, относящихся к прямоугольной решетке и полученных на основе точного соотношения (27) для линейных диполей и приближенного соотношения (37) для похожих на них сильно вытянутых эллипсоидов с эксцентриситетом  $e = 0.9999$  (отношение осей  $a/b \approx 70$ ), иллюстрируется рис. 4. Видно, что приближенная модель правильно отражает все особенности сложной фазовой диаграммы системы и приводит к количественно верным результатам во всей области параметров, за исключением ситуации, близкой к касанию гранул, которое происходит ввиду их конечного поперечного размера.

Как и прежде, вычисление и сравнение значений параметра  $\lambda$  дипольного взаимодействия для различных магнитных конфигураций магнитных моментов гранул позволяет построить магнитную фазовую диаграмму системы. Зависимости этих параметров для квадратной решетки эллипсоидальных гранул от угла наклона их магнитных моментов представлены на рис. 5. Примеры магнитных фазовых диаграмм для двух решеток эллипсоидальных гранул с разной величиной масштабного отношения

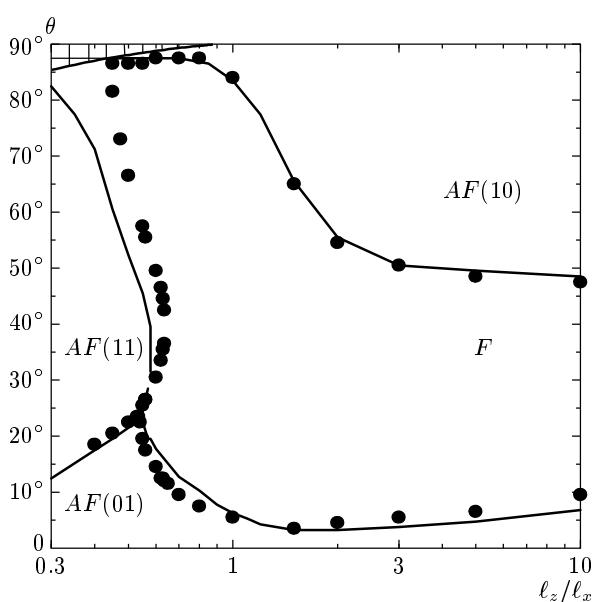


Рис. 4. Сравнение магнитных фазовых диаграмм прямоугольной решетки линейных диполей (сплошные кривые) и сильно вытянутых ( $e = 0.9999$ ) эллипсоидов (точки) одинаковой длины  $2a = (2/3)\ell_x$ . Заштрихована область касания эллипсоидальных гранул

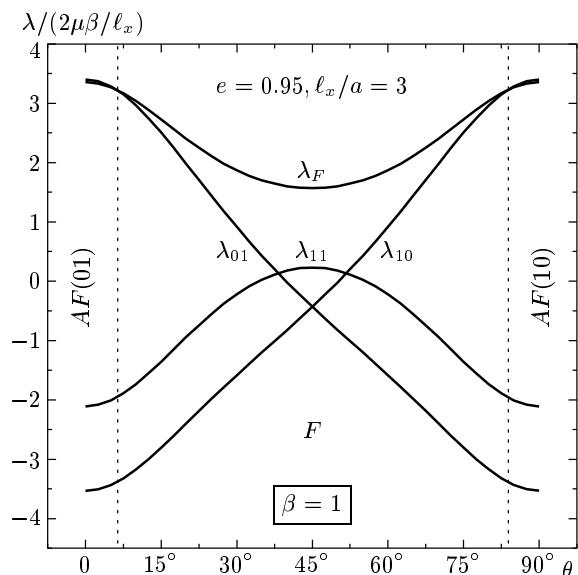


Рис. 5. Зависимости параметров дипольного взаимодействия для квадратной решетки эллипсоидальных гранул от угла наклона их магнитных моментов (ср. с рис. 2а). Эллипсоидальные гранулы:  $e = 0.95$ ,  $\ell_x/a = 3$

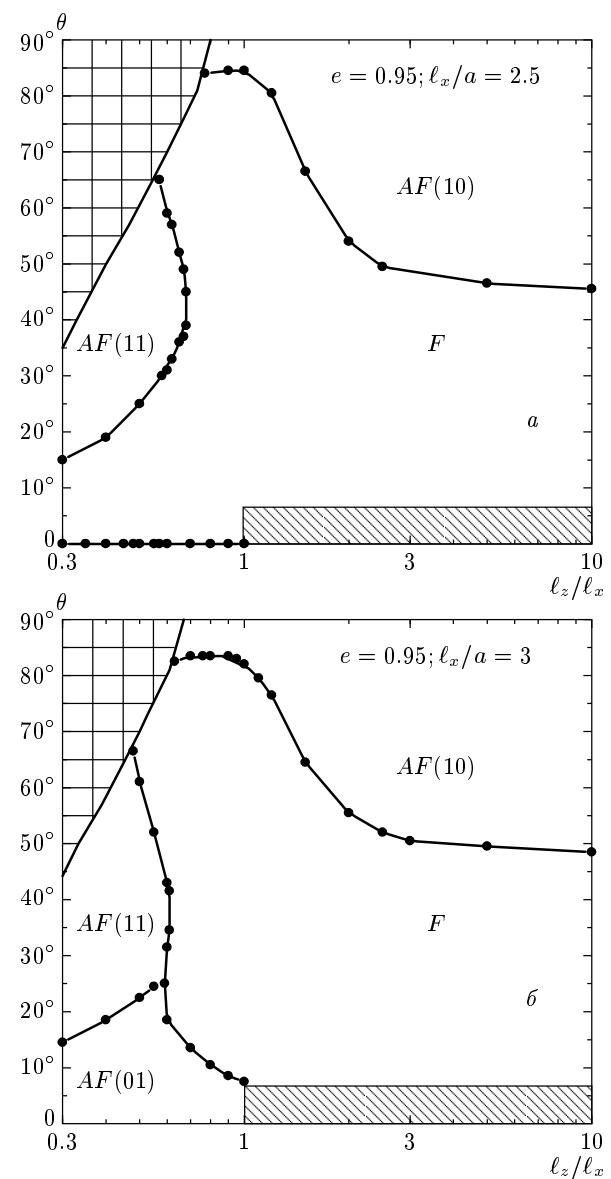


Рис. 6. Магнитные фазовые диаграммы прямоугольных решеток эллипсоидальных гранул с эксцентриситетом  $e = 0.95$  для  $\ell_x/a = 2.5$  (а) и  $\ell_x/a = 3$  (б). Обозначения те же, что на рис. 4. Границы верхних заштрихованных областей, «запрещенных» геометрией задачи, соответствуют касанию гранул. Межфазные границы при  $\theta \ll 10^\circ$ ,  $\beta > 1$  лежат внутри нижних заштрихованных областей

$\ell_x/a$  приведены на рис. 6а, б. При достаточно малой величине этого отношения существуют решетки, основное состояние которых ферромагнитно даже при  $\theta = 0$  (например, при  $\ell_x/a = 2.5$  таковыми являются все решетки с  $\beta < 1$ ). Кроме того, сравнение рис. 6а и 6б показывает, что уменьшение этого

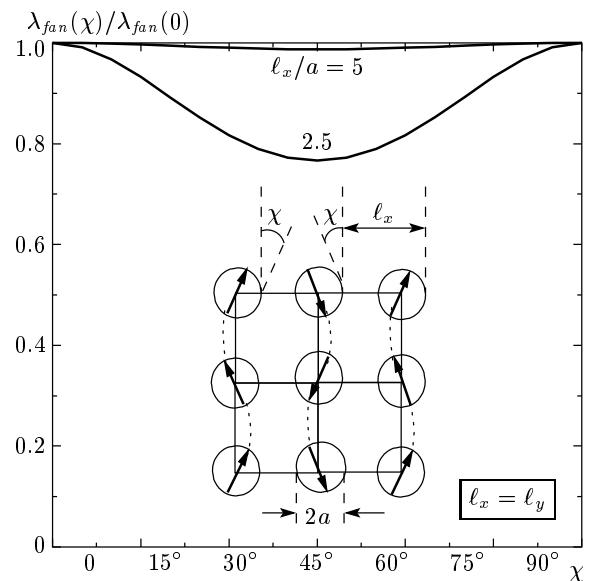
отношения приводит к исчезновению антиферромагнитной фазы в области малых углов  $\theta$ , что означает возможность перехода системы из антиферромагнитного в ферромагнитное состояние. Как мы увидим ниже, магнитные фазовые переходы в тонких пленках магнитных металлов могут быть связаны именно с этой особенностью фазовых диаграмм решеток эллипсоидальных гранул.

К сожалению, приближенный характер модели не всегда позволяет точно установить положение отдельных границ фазовой диаграммы. Так, в случаях, иллюстрированных на рис. 6а, б, различие энергий  $W_F$  и  $W_{01}$  соответствующих состояний в области параметров  $\theta < 10^\circ$ ,  $\beta > 1$  составляет не более 0.1 %. Поэтому в рамках нашей модели невозмож но определить истинный тип магнитного упорядочения в этой области. Можно лишь утверждать, что граница между этими фазами, возможно, находится внутри заштрихованных прямоугольных областей.

## 2.8. Двумерная решетка сплющенных эллипсоидальных гранул

Пусть экваториальные плоскости сплющенных эллипсоидальных гранул совпадают с плоскостью двумерной прямоугольной решетки (плоскость  $xy$ ). В отсутствие кристаллической анизотропии их магнитные моменты также лежат в этой плоскости, но не «привязаны» к какому-либо определенному направлению. Поэтому было бы физически не оправдано полагать, что и в этом случае основному магнитному состоянию соответствует одна из изучавшихся до сих пор коллинеарных антиферромагнитных конфигураций типа  $S_{01}$  и пр., в которых магнитные моменты всех гранул параллельны друг другу. Среди кандидатов на основное состояние следует рассмотреть, например, «веерную» конфигурацию магнитных моментов, в которой последние повернуты на углы  $\pm\chi$  относительно одной из сторон решетки (см. вставку на рис. 7).

Такие состояния для двумерной квадратной решетки точечных магнитных диполей изучались в работе [1], где было показано, что энергии всех веерных конфигураций, независимо от угла  $\chi$ , совпадают друг с другом. Оказывается, однако, что такое вырождение характерно лишь для точечных диполей и при переходе к сплющенным эллипсоидальным гранулам оно снимается. В последнем случае энергия веерной конфигурации может быть вычис-



**Рис. 7.** Зависимости энергии веерных антиферомагнитных конфигураций для квадратной решетки из гранул-дисков от угла  $\chi$  поворота их магнитных моментов (см. вставку) при различных расстояниях между ними. На вставке — представление веерной конфигурации в виде извилистых силовых линий магнитного поля

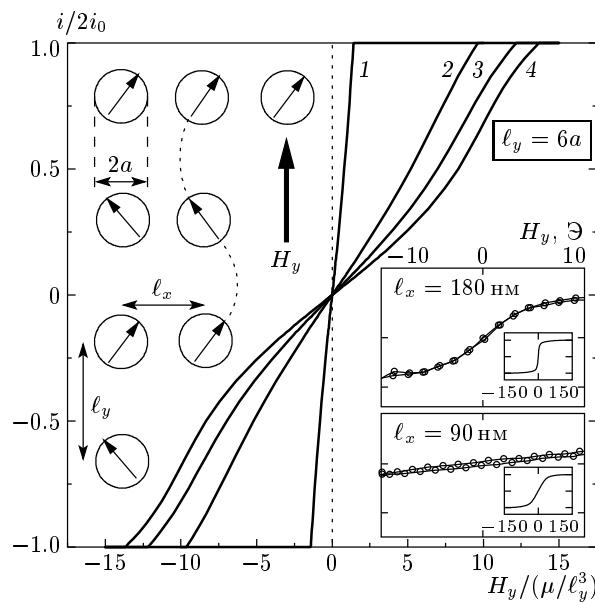
лена по формуле

$$\lambda(\chi) = 2 \left( \frac{\mu\beta}{\ell_x} \right) \Lambda(\chi),$$

$$\Lambda(\chi) = \sum'_{m,l} e^{i\pi l} \left[ \frac{\langle H_x \rangle_{ml}}{H_0} \cos(\chi - \chi_{ml}) - \frac{\langle H_y \rangle_{ml}}{H_0} \sin(\chi - \chi_{ml}) \right], \quad (38)$$

где  $\chi_{ml} = \chi e^{i\pi(m+l)}$ , поля  $\langle H_x \rangle_{ml}$ ,  $\langle H_y \rangle_{ml}$  определяются соотношениями (32), (33) в системе координат  $\tilde{x} = x \cos \chi + y \sin \chi$ ,  $\tilde{y} = y \cos \chi - x \sin \chi$ , а потенциал поля центральной гранулы — соотношением (35), в котором следует положить  $\xi = (e^2 + 1)[(x^2 + y^2)/a^2 - 1]$ .

Ясно, что заметного отличия от решетки точечных диполей можно ожидать лишь в случае, когда форма гранул далека от сферической, а их размер сравним с периодом решетки ( $\ell \sim a$ ). Пример полученной таким образом зависимости энергии веерной антиферомагнитной конфигурации от угла  $\chi$  для очень плоских ( $c/a = 10^{-4}$ ) и близко расположенных гранул-дисков в квадратной решетке приведен на рис. 7. Из него следует, что любая вихревая конфигурация в этом случае проигрывает по энергии коллинеарной конфигурации  $S_{01}$ , которая и



**Рис. 8.** Полевые зависимости намагниченности для различных прямоугольных решеток из гранул-дисков диаметром  $2a$ . Магнитное поле направлено вдоль большего периода решетки  $\ell_y = 6a$ . Меньший период решетки  $\ell_x$  равен  $6a$  (кривая 1),  $4a$  (2),  $3.33a$  (3),  $3a$  (4). Вставка слева — волнобразная конфигурация магнитных моментов гранул в поле, параллельном большой стороне решетки. Вставка справа — экспериментальные полевые зависимости намагниченности решеток плоских гранул [14]

представляет основное состояние. Расчет показывает, что этот вывод остается в силе для любой прямоугольной решетки гранул-дисков. Точно также энергетически менее выгодна и «волнообразная» конфигурация, для которой  $\chi_{ml} = \chi e^{i\pi l}$  (см. рис. 8).

### 2.9. Двумерная решетка сплющенных эллипсоидальных гранул в магнитном поле

Энергетическую невыгодность ферромагнитной конфигурации основного состояния можно подавить наложением внешнего магнитного поля, при достаточно величине которого непременно произойдет переход в ферромагнитное состояние. В зависимости от того, направлено ли это магнитное поле вдоль или поперек магнитных моментов подрешеток исходного антиферромагнитного состояния, такой переход происходит по разным сценариям. В первом случае фазовый переход происходит через образование, рост и коалесценцию зародышей другой (ферромагнитной) фазы — процесс, подлежащий рассмотрению в рамках общей теории кинетики фазовых переходов.

Во втором случае магнитные моменты гранул свободно и когерентно вращаются в их плоскости (в предположении, что кристаллическая магнитная анизотропия отсутствует — например, в гранулах из магнитомягкого материала). При этом моменты разных подрешеток приближаются к направлению магнитного поля, вращаясь в противоположные стороны. Для основного антиферромагнитного состояния  $S_{01}$  такой переход происходит через (невыгодную в отсутствие поля) волнообразную конфигурацию. При повороте магнитных моментов гранул на угол  $\chi$  энергия их дипольного взаимодействия возрастает на величину

$$\Delta W_d(\chi) = -\Delta\lambda(\chi)i_0 \equiv [\lambda(0) - \lambda(\chi)]i_0,$$

где параметр дипольного взаимодействия  $\lambda$  вычисляется по формуле (38) для  $\chi_{ml} = \chi e^{i\pi l}$ . Это увеличение энергии каждой гранулы компенсируется уменьшением ее зеемановской энергии:

$$\Delta W_d(\chi) = \mu H \sin \chi,$$

откуда следует, что

$$H = \frac{\mu}{\ell_x^3} \frac{\Delta\Lambda(\chi)}{\sin \chi},$$

где  $\Delta\Lambda(\chi) = \Lambda(0) - \Lambda(\chi)$ . В то же время, намагниченность решетки равна

$$i = 2i_0 \sin \chi = \frac{\mu\beta}{\ell_x^2} \sin \chi.$$

Два последних соотношения и представляют собой параметрическую связь между магнитным полем  $H$  и равновесной намагниченностью  $i$  в этом поле. Ее можно было бы наблюдать при бесконечно медленном изменении поля в отсутствие магнитной анизотропии любого вида. Серия подобных полевых зависимостей для двумерных решеток круглых плоских гранул представлена на рис. 8. С уменьшением малого периода решетки (вдоль которого направлены моменты гранул в исходном антиферромагнитном состоянии) поле насыщения намагниченности системы растет.

## 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ПРИМЕРЫ

### 3.1. Магнетизм ультратонких пленок

В экспериментах с ультратонкими пленками железа, кобальта, никеля обнаружено, что при некоторой эффективной толщине в них устанавливается

дальний ферромагнитный порядок [8], однако природа и закономерности этого явления остаются не вполне ясными. Для развития физических представлений о механизме установления магнитного порядка в таких пленках очень существенным является контроль их топологии и, в частности, изучение геометрии и магнитных свойств «островков», состоящих из атомов Co (Fe, Ni), доля закрытой ими поверхности подложки, строение самой пленки, а также эволюция соответствующих параметров по мере ее роста.

Отметим в этой связи недавнюю работу [9]. В ней показано, что при достаточно высокой (комнатной) температуре монокристаллической (110)-ориентированной Си-подложки рост осаждаемой на нее Со-пленки происходит путем «естественной литографии», т. е. через образование (более или менее однородно распределенных по площади подложки) зародышей, которые превращаются в эллипсоидальные гранулы с большими осями, ориентированными (с небольшим разбросом 5°–10°) вдоль осей [001] подложки. С помощью сканирующей тунNELьной микроскопии (СТМ) установлено, что в процессе роста пленки размер этих гранул растет, но расстояние между их центрами, а также форма гранул (т. е. их эксцентриситет) остаются неизменными.

Эксперимент показывает, что такие пленки становятся ферромагнитными только при их достаточно большой толщине. (Эффективная толщина  $d$  состоящей из гранул неоднородной пленки равна толщине однородной пленки, содержащей то же количество атомов, и измеряется количеством эффективных моноатомных слоев.) Авторы [9] считают критической такую толщину пленки  $d_c$ , при которой ее петля гистерезиса впервые демонстрирует ненулевую коэрцитивность. Согласно их измерениям,  $d_c \approx 4.6$  монослоев, хотя заметная нелинейность магнитополевой зависимости намагниченностии пленки, являющаяся следствием межгранульного взаимодействия, появляется уже при  $d \approx 4$  монослоя.

Мы полагаем, что описанный процесс перехода в ферромагнитное состояние можно связать с изменением магнитного состояния двумерной системы эллипсоидальных Со-гранул с дальнодействующим дипольным взаимодействием в соответствии с магнитной фазовой диаграммой, примеры которой приводились выше. В рамках такой модели процесс роста пленки сводится всего лишь к изменению масштабного фактора, коим в задаче является размер  $a$  большой полуоси эллипсоидальной гранулы.

Для того чтобы перейти к количественному опи-

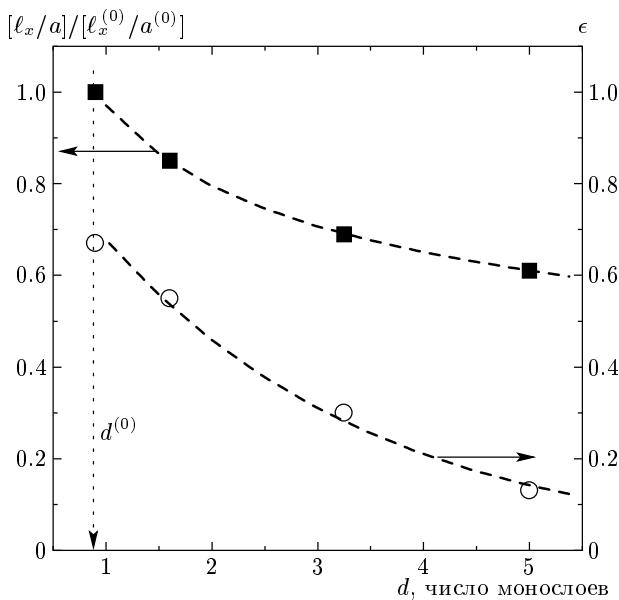
санию процесса, необходимо связать параметры, характеризующие размер и форму гранул (длину полуоси  $a$  и эксцентриситет  $e$ ) с эффективной толщиной  $d$  пленки. Для этого можно воспользоваться экспериментально определенной (для той же системы) связью  $\epsilon = \epsilon(d)$  между долей  $\epsilon$  открытой (не занятой Со-гранулами) поверхности подложки и эффективной толщиной пленки [13]. Очевидно, доля поверхности, закрытой зернами, равна  $1 - \epsilon = \pi ab / (\ell_x \ell_z)$ , откуда следует необходимое выражение для параметра  $\ell_x/a$ , определяющего характер магнитной фазовой диаграммы:

$$\ell_x/a = [\ell_x^{(0)}/a^{(0)}][(1 - \epsilon(d^{(0)})) / (1 - \epsilon(d))],$$

где параметры, снабженные индексом «(0)», относятся к наиболее тонкой пленке (в экспериментах [9]  $d^{(0)} = 0.9$  монослоев). Эта зависимость, построенная на основе экспериментальных данных [13] для пленки Со на (110)-ориентированной Си-подложке, приведена на рис. 9.

Согласно [9] форма гранул близка к эллипсоидальной с эксцентриситетом  $e \approx 0.95$ , а отношение средних межгранульных расстояний — периодов решетки — составляет  $\beta = \ell_z/\ell_x = 0.5-1$ . Что же касается углов  $\theta$  ориентации гранул, то из приведенных в этой работе СТМ-изображений следует, что они распределены в довольно узком интервале вблизи  $\theta = 0$ . С ростом эффективной толщины пленки размер гранул увеличивается, а периоды решетки остаются (вплоть до касания гранул) практически неизменными. При этом отношение  $\ell_x/a$ , согласно рис. 6 определяющее магнитное состояние системы, монотонно убывает, что и приводит к магнитному фазовому переходу первоначально антиферромагнитного состояния в ферромагнитное. Критическая толщина  $d_c$  пленки, при которой происходит этот переход, и последующая зависимость температуры Кюри  $T_C$  возникающего ферромагнитного состояния определяются, как уже указывалось, значениями параметра дипольного взаимодействия  $\lambda$  для различных магнитных состояний системы.

Исходя из приведенных в [9] СТМ-изображений Со-пленок, при расчетах принималось, что 1) оси всех гранул параллельны друг другу ( $\theta = 0$ ), 2)  $\beta \equiv \ell_z/\ell_x = 0.5$ , 3)  $\ell_x^{(0)}/a^{(0)} = 4$ . На рис. 10 представлена (найденная при этих значениях параметров) зависимость  $T_C(d) = \lambda(d)i_0/k$  температуры Кюри пленок от их эффективной толщины. При выбранном наборе параметров переход системы гранул из антиферромагнитного в ферромагнитное состояние происходит при критической толщине  $d_c \approx 4.3$  монослоя, что близко к значению, указанному в [9]. По до-

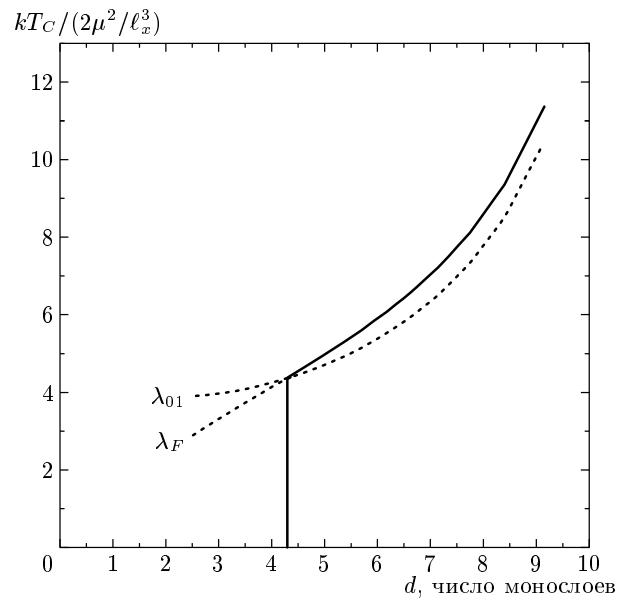


**Рис. 9.** Экспериментальная зависимость  $\epsilon = \epsilon(d)$  доли открытой (не занятой Со-зернами) (100)-ориентированной поверхности подложки Си от эффективной толщины Со-пленки [13] (кружки) и соответствующие расчетные значения параметра  $\ell_x/a$  (квадраты). Параметры, снабженные индексом «(0)», относятся к наиболее тонкой пленке толщиной  $d_0 \approx 0.9$  монослоев. Эксперимент аппроксимирован экспоненциальной зависимостью  $\epsilon = \exp(-d/2.56)$  (нижняя штриховая кривая), расчет — гиперболической зависимостью  $[\ell_x/a]/[\ell_x^{(0)}/a^{(0)}] = [1 - \epsilon(d^{(0)})]/[1 - \epsilon(d)] = 0.971/d^{0.289}$  (верхняя штриховая кривая)

стижении этой толщины температура Кюри возникающего ферромагнитного состояния сразу принимает конечное значение и затем по мере роста пленки увеличивается. Масштаб начальной температуры Кюри определяется величиной  $\mu i_0$  и при  $\mu = 300\mu_B$ ,  $i_0 = 10^{-4}$  Гс·см (что соответствует объему гранул  $40\text{ нм}^3$  и их концентрации  $N = 10^{-14}\text{ см}^{-2}$ ) составляет  $T_C \sim 300$  К.

### 3.2. Двумерные решетки гранул-дисков в магнитном поле

Современная электронная литография позволяет создавать периодические искусственные магнитные структуры с размерами отдельных элементов-гранул вплоть до десятков нанометров. С одной стороны, размеры таких гранул еще достаточно велики, чтобы их ферромагнитные свойства практи-



**Рис. 10.** Зависимость температуры Кюри пленки от ее эффективной толщины. Большие оси гранул параллельны друг другу ( $\theta = 0$ ), эксцентриситет  $e = 0.95$ ; параметры решетки гранул:  $\beta = 0.5$ ,  $\ell_x^{(0)}/a^{(0)} = 4$

чески не отличались от свойств больших объектов из того же материала, но с другой стороны, они настолько малы, что сами гранулы являются однодоменными ферромагнетиками. Эти структуры с дипольным межгранульным взаимодействием — как раз те объекты, которые изучались в настоящей работе. Чтобы рассмотреть экспериментальное проявление перестройки магнитной конфигурации структур такого типа, обратимся к работе [14], в которой изучались двумерные прямоугольные решетки плоских круглых гранул из магнитомягкого материала — супермаллоя ( $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{14}\text{Mo}_5$ ). Размеры гранул составляли: диаметр  $2a = 60$  нм и толщина  $h = 7$  нм, чему соответствует магнитный момент каждой гранулы  $\mu = (\pi a^2 h) I_s = 1.6 \cdot 10^{-14}$  Гс·см $^3$ , где  $I_s = 800 \pm 60$  Гс — намагниченность насыщения материала гранул. Один из периодов решетки оставался неизменным ( $\ell_y = 180$  нм), а другой ( $\ell_x$ ) варьировался в диапазоне 90–180 нм. Поскольку  $\ell_x \leq \ell_y$ , основному состоянию системы соответствовала магнитная конфигурация  $S_{01}$ . Магнитное поле, прикладываемое вдоль оси  $y$ , должно, согласно изложенному выше, переводить систему (через промежуточную волнообразную магнитную конфигурацию) в ферромагнитное состояние. Характерный масштаб требуемого для этого поля дается величиной  $\mu/\ell_y^3$ ,

которая в данном случае составляет 2.7 Э. Согласно зависимостям, приведенным на рис. 8, насыщение намагниченности системы должно происходить в полях  $H_y = 5.5$  Э и 35 Э соответственно для решеток с  $\ell_x = 180$  нм и 90 нм. Экспериментально измеренные значения этих полей [14]  $H_y \approx 6$  и 40 Э неплохо согласуются с результатами расчета (см. вставку на рис. 8).

### 3.3. Плотность магнитной записи

Принцип магнитной записи состоит в том, что «запоминается» магнитное состояние (величина и направление намагниченности) малого участка магнитной среды, нанесенной на поверхность диска (ленты). Обычно эта среда состоит из мелких (размером 100–1000 Å) гранул магнитного материала (например, сплава Fe–Co). Специальное устройство, называемое головкой, может позиционироваться над любым участком диска, изменять магнитное состояние этого участка (запись информации) или определять, в каком состоянии он находится (читывание информации). Последнее достижение в этой области — демонстрация диска с плотностью записи около 5 Гбит/см<sup>2</sup>. В этом диске один бит информации записывается на участке, содержащем около 100 гранул.

Ясно, что предельно высокой плотности размещения информации можно достичь, записывая бит на одной магнитной грануле. Для этого необходимо создать специальный магнитный носитель, содержащий отдельные периодически расположенные магнитные наночастицы одинакового размера, формы и ориентации. Периодичность расположения необходима для возможности записи/чтения информации, а однородность перечисленных геометрических параметров — для сохранения записанной информации в течение длительного времени (порядка 10 лет).

В малых гранулах основной механизм, приводящий к перевороту магнитного момента (и, тем самым, к потере информации) — это тепловое возбуждение такого процесса. Время хранения информации определяется характерным временем  $\tau$  переворота магнитного момента, которое равно

$$\tau = \tau_0 \exp(\Delta_0/kT), \quad (39)$$

где  $\tau_0 = 10^{-10}–10^{-9}$  с,  $\Delta_0$  — высота энергетического барьера, разделяющего два устойчивых состояния намагниченности гранулы. Время  $\tau$  хранения информации чрезвычайно сильно (экспоненциально)

зависит от  $\Delta_0$ , и для того чтобы иметь  $\tau \geq 10$  лет, необходимо выполнить условие

$$\Delta_0/kT \geq 40. \quad (40)$$

Известно [15], что

$$\Delta_0 = \frac{1}{2}\nu V_0 I_s^2, \quad \nu = N_b - N_a, \quad (41)$$

где  $N_a$ ,  $N_b$  — коэффициенты размагничивания гранулы соответственно вдоль осей  $a$  и  $b$ ,  $V_0$  — объем гранулы,  $I_s$  — намагниченность ее материала.

Далее при всех оценках будем иметь в виду Fe-гранулы, для которых  $I_s = 1700$  Гс, а температуру считать комнатной ( $T = 300$  К). Подставляя (41) в (40), находим

$$V_0 \geq V_{min}, \quad V_{min}[\text{нм}^3] = 1000/\nu, \quad (42)$$

$V_{min}$  — это минимальный объем Fe-гранул, магнитный момент которых в течение 10 лет сохраняет неизменное направление. Подчеркнем, что полученная оценка относится к изолированным (не взаимодействующим друг с другом) магнитным гранулам. Из (42) следует, что для уменьшения величины  $V_{min}$  следует брать гранулы с большим значением параметра  $\nu$ , т. е. гранулы в виде сильно вытянутого эллипсоида (стержнеобразные гранулы). При этом достаточно ограничиться отношением осей гранулы  $a/b = 4–10$ , обеспечивающим значение  $\nu = 5–6$ . Дальнейшее увеличение этого отношения (т. е. переход к стержнеобразным гранулам) не приводит к сколько-нибудь ощутимому увеличению параметра  $\nu$ . Полагая  $\nu = 5.5$ , получаем окончательную оценку

$$V_0 \geq V_{min}, \quad V_{min} = 180 \text{ нм}^3. \quad (43)$$

Предельно достижимой плотности хранения информации соответствует плотная упаковка таких гранул. Для гранул рассматриваемой формы (эллипсоид вращения с отношением полуосей  $a/b = 6$ ) плотность записи составляет около 1000 Гбит/см<sup>2</sup>.

Ясно, однако, что магнитное взаимодействие близко расположенных гранул, приводящее, как и тепловое возбуждение, к сокращению срока хранения информации, может существенно снизить полученную оценку. Чтобы понять, насколько существенным может быть последний эффект, воспользуемся соотношением [16]

$$\frac{\Delta_H}{\Delta_0} = (1 - \eta)^2, \quad \eta = \frac{H}{\nu I_s} = \frac{HV_0}{\nu \mu}, \quad (44)$$

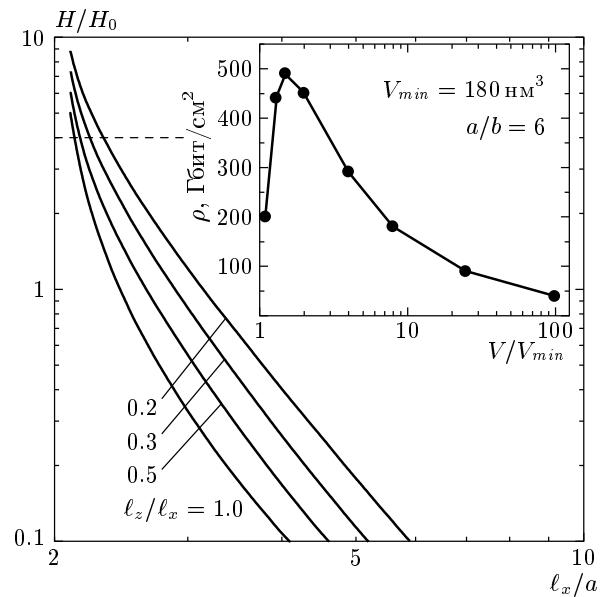
которое описывает понижение высоты энергетического барьера  $\Delta_H$ , разделяющего два устойчивых состояния гранулы, за счет магнитного поля  $H$ , создаваемого всеми остальными гранулами в месте ее расположения. Это соотношение предполагает, что магнитный момент выбранной гранулы и внешнее магнитное поле антипараллельны.

Пусть длинные оси всех гранул параллельны оси  $x$  ( $\theta = 0$ ). Тогда в приближении стержнеобразных гранул  $x$ -компоненты суммарного поля всех гранул в начале координат, где расположена выбранная гранула, определяется соотношением, аналогичным (27):

$$\begin{aligned} H/H_0 = \frac{1}{\gamma^3} \sum'_{m,n} e^{i\pi\phi_{mn}} & \left[ \frac{2}{(m^2 + \beta^2 n^2)^{1/2}} - \right. \\ & - \frac{1}{[(m + 2\gamma^{-1})^2 + \beta^2 n^2]^{1/2}} - \\ & \left. - \frac{1}{[(m - 2\gamma^{-1})^2 + \beta^2 n^2]^{1/2}} \right], \quad (45) \end{aligned}$$

где  $H_0 = \mu/a^3$ ,  $\phi_{mn} = 1$ , если направление магнитного момента гранулы, расположенной в точке  $(m\ell_x, n\ell_z)$ , совпадает с положительным направлением оси  $x$ , и  $\phi_{mn} = -1$  в противном случае (напомним, что  $\gamma = \ell_x/a$ ,  $\beta = \ell_z/\ell_x$ ). Из геометрических соображений ясно, что  $\ell_x > 2a$ ,  $\ell_z > 2b$ .

Величина поля  $H$ , очевидно, зависит от того, как распределены знаки магнитных моментов окружающих гранул, т. е. от того, какая информация записана в окрестности рассматриваемой гранулы. При расчете срока хранения информации мы должны исходить из самого неблагоприятного (обеспечивающего максимально возможное магнитное поле) распределения этих моментов. Такую худшую конфигурацию легко установить: если магнитный момент выбранной (расположенной в начале координат) гранулы отрицателен (противоположен положительному направлению оси  $x$ ), то знаки магнитных моментов окружающих гранул в такой конфигурации зависят от того, попадают ли они в конус с углом раствора  $2\arccos(1/\sqrt{3})$  и осью, параллельной оси  $x$ , или нет. В первом случае магнитный момент положителен, во втором — отрицателен. В частности, магнитные моменты гранул, расположенных на оси  $x$ , положительны, магнитные моменты гранул, расположенных на оси  $z$ , отрицательны. Рассчитанные для этого случая зависимости поля  $H$  от геометрических параметров  $\beta$ ,  $\gamma$  решетки гранул представлены на рис. 11.



**Рис. 11.** Зависимости «перемагничивающего» поля  $H$  от геометрических параметров  $\beta = \ell_z/\ell_x$ ,  $\gamma = \ell_x/a$  решетки стержнеообразных гранул длиной  $2a$  с магнитным моментом  $\mu$  ( $H_0 = \mu/a^3$ ). На вставке — зависимость достижимой плотности магнитной записи  $\rho$  от объема  $V_0$  гранул железа в форме эллипсоида вращения с отношением осей  $a/b = 6$  ( $V_{min} = 180 \text{ нм}^3$ ). Штриховая линия соответствует условию (46) для  $X = 4$

Для того чтобы скомпенсировать эффект магнитного взаимодействия гранул, необходимо увеличить их объем по сравнению с минимальным объемом  $V_{min}$ . Из (40)–(42) следует, что необходимый объем  $X = V_0/V_{min}$  должен удовлетворять условию  $X \geq 1/(1 - \eta)^2$ , где (для  $a/b = 6$ ,  $\nu = 5.5$ )  $\eta = 0.125(H/H_0)$ . Таким образом, допустимыми являются те значения периодов  $\ell_x$ ,  $\ell_z$  решетки гранул, для которых<sup>4)</sup>

$$H(\ell_x, \ell_z)/H_0 \leq 8 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{X}} \right). \quad (46)$$

Среди этих значений следует выбрать те, которым отвечает максимальная поверхностная плотность гранул, равная  $1/(\ell_x \ell_z)$ . На рис. 11 приведена штриховая горизонтальная линия  $H/H_0 = \text{const}$ , соответствующая некоторому значению  $X$ . Видно, что оптимальными значениями периодов решетки всегда являются те, которым соответствует точка пересечения этой линии с зависимостью  $H(\ell_x, \ell_z)$  для

<sup>4)</sup> Условие (46), в частности, означает, что при  $V = V_{min}$  ( $X = 1$ ) должно быть  $H = 0$ , что соответствует бесконечно удаленным друг от друга гранулам.

наименьшего, диктуемого геометрическими соображениями, отношения периодов  $\beta = \ell_z/\ell_x$  (в нашем случае это  $\beta = b/a \approx 0.2$ ). Определенная таким образом зависимость достижимой плотности магнитной записи от объема гранул показана на вставке рис. 11. Видно, что хотя дипольное взаимодействие гранул ощутимо (в рассмотренном случае — примерно в два раза) снижает эту плотность, она все же может быть достаточно высокой и достигать примерно 500 Гбит/см<sup>2</sup>, что на два порядка выше плотности записи в лучших современных магнитных дисках.

Использованное выше приближение стержнеобразных диполей в полной мере справедливо лишь для гранул, расположенных достаточно далеко (по сравнению с размерами гранул) от начала координат (где мы поместили выбранную гранулу). Ясно, что наибольшие ошибки при использовании такого приближения возникают при расчете поля ближайших гранул. Однако проведенные нами специальные расчеты показали, что суммарное действие удаленных, но многочисленных гранул превосходит действие нескольких ближайших гранул (это следствие дальнодействия поля магнитного диполя). Таким образом, приближение стержнеобразных гранул правильно описывает эффект магнитного межгранульного взаимодействия.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описаны методы, позволяющие исследовать магнитные свойства двух- и трехмерных решеток несферических ферромагнитных гранул с дипольным межгранульным взаимодействием — основное состояние, магнитную фазовую диаграмму, изменение магнитного состояния под действием внешнего магнитного поля. Полученные результаты применяются для описания свойств ряда реальных систем, среди которых двумерные периодические структуры магнитных гранул, пригодные для создания магнитной памяти с высокой плотностью записи, ультратонкие пленки ферромагнитных металлов на монокристаллических подложках, прямоугольные решетки дискообразных магнитомягких гранул. Развитые методы описания свойств таких систем вполне согласуются с относящимися к ним экспериментальными результатами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 00-02-17191, 01-02-16420, 02-02-16974), а также программы РИСС-РФФИ (проект 01-02-22004).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. П. И. Белобров, Р. С. Гехт, В. И. Игнатченко, ЖЭТФ **84**, 1097 (1983).
2. J. A. Sauer, Phys. Rev. **57**, 142 (1940).
3. J. M. Luttinger and L. Tisza, Phys. Rev. **70**, 954 (1946).
4. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York (1999).
5. M. D. Costa and Yu. G. Pogorelov, Phys. Stat. Sol. (a) **189**, 923 (2001).
6. R. L. White, J. Magn. Magn. Mat. **209**, 1 (2000).
7. J. S. Moodera and G. Mathon, J. Magn. Magn. Mat. **209**, 248 (2000).
8. W. Dürr, M. Taborelli, O. Paul et al., Phys. Rev. Lett. **62**, 206 (1989); C. M. Schneider, P. Dressler, P. Schuster et al., Phys. Rev. Lett. **64**, 1059 (1990); J. de la Figuera, J. E. Pietro, C. Okal, and R. Miranda, Phys. Rev. B **47**, 13043 (1993); A. K. Schmid, D. Atlan, H. Itoh et al., Phys. Rev. B **48**, 2855 (1993); F. Huang, M. T. Kief, G. J. Mankey, and R. F. Willis, Phys. Rev. B **49**, 3962 (1994); F. O. Shumann, M. E. Buckley, and J. A. C. Bland, Phys. Rev. B **50**, 16424 (1994); H. J. Elmers, J. Haushild, H. Höche et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 898 (1994).
9. E. Gu, S. Hope, M. Tselepi, and J. A. C. Bland, Phys. Rev. B **60**, 4092 (1999).
10. H. Benson and D. L. Mills, Phys. Rev. **178**, 839 (1968).
11. Е. З. Мейлихов, Р. М. Фарзетдинова, ЖЭТФ **121**, 875 (2002).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Физматгиз, Москва (1959).
13. M. T. Kief and W. F. Egelhoff, Phys. Rev. B **47**, 10785 (1993).
14. R. P. Cowburn, A. O. Adeyeye, and M. E. Welland, New J. Phys. **1**, 16.1 (1999).
15. *Introduction to Magnetic Recording*, ed. by R. M. White, IEEE Press, New York (1985).
16. Е. З. Мейлихов, ЖЭТФ **116**, 2182 (1999).