

КРИТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ ФЕРРОМАГНЕТИКОМ В ОКРЕСТНОСТИ ТЕМПЕРАТУРЫ КЮРИ

M. A. Васильев*, M. A. Иванов, M. B. Шевченко, A. Г. Блащук

*Институт металлофизики им. Г. В. Курдюмова Национальной академии наук Украины
03680, Киев-142, Украина*

Поступила в редакцию 26 февраля 2002 г.

Установлено, что температурная зависимость интенсивности брэгговских максимумов, возникающих при дифракции низкоэнергетических электронов, упруго отраженных от плоскости (100) кристалла никеля, имеет критическую особенность вблизи температуры Кюри. Предложена теория, описывающая этот эффект как рассеяние падающих электронов на критических флюктуациях магнитного момента. Проведено сопоставление экспериментальных и теоретических температурных зависимостей интенсивности магнитного рассеяния электронов, полученных в предположении как трехмерных, так и двумерных моделей магнитного упорядочения. Для них получены оценки радиуса межатомного спин-обменного взаимодействия.

PACS: 75.40.-s, 68.35.Rh, 75.30.Ds

1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, для сечений рассеяния рентгеновских лучей, света, нейтронов вблизи точки фазового перехода наблюдаются аномальные температурные зависимости [1–5]. Подобные аномалии в окрестности температуры Кюри T_C имеют некоторые физические свойства ферромагнетиков — электрические, эмиссионные, структурные, оптические, гальваномагнитные и др. [6]. Все эти эффекты оказываются связанными с критическими флюктуациями параметра порядка, которые возникают вблизи точки фазового перехода. Однако для низкоэнергетических электронов, рассеянных магнетиками, вопрос о критическом рассеянии оставался открытym. Не в последнюю очередь это было вызвано несовершенством применявшихся ранее экспериментальных методик. Вследствие этого рассеяние низкоэнергетических электронных пучков непосредственно в окрестности T_C детально не исследовалось (см., например, [7]). Лишь в работе [8] при изучении температурной зависимости интенсивности рассеяния упруго отраженных электронов $I_{hk}(T)$ от поверхности никеля этому явлению было уделено достаточно внимания.

Так, в этой работе отмечалось, что в окрестности T_C наблюдается резкое увеличение разброса экспериментальных данных. Причем при достаточном удалении от T_C зависимость $I_{hk}(T)$ описывается фактом Дебая–Валлера. Подробные исследования этого явления, которые были проведены с помощью оригинальной экспериментальной методики, позволили заключить, что вблизи T_C интенсивность упруго рассеянных медленных электронов имеет аномальный характер [9]. Эта особенность, как было отмечено в работе [10], вероятнее всего, возникает в результате критических флюктуаций магнитного момента. В настоящей работе проведены дальнейшие исследования этого явления, которые показали, что отмеченная особенность в поведении интенсивности рассеяния действительно соответствует критическому рассеянию низкоэнергетических электронов магнетиками. Можно полагать, что этот вывод может иметь достаточно важное значение, поскольку предсказанное в работе явление критического рассеяния электронов могло бы послужить основой для создания нового, более совершенного метода для исследования магнитных фазовых переходов. Такой подход, основанный на детектировании и регистрации электронного тока, позволил бы с гораздо большей степе-

*E-mail: vasil@imp.kiev.ua

нью точности и надежности, чем в случаях рентгеновского излучения и рассеяния нейтронов, определять критические индексы и другие параметры магнитных фазовых переходов.

Цель настоящей работы состоит в следующем. Во-первых, с помощью температурных зависимостей интенсивности брэгговских максимумов зеркально отраженного рефлекса экспериментально исследовать эффект критического рассеяния низкоэнергетических электронов от плоскости (100) кристалла никеля. Во-вторых, провести с помощью численных расчетов сопоставление теоретических и экспериментальных температурных зависимостей указанных интенсивностей рассеяния.

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Измерения проводились на высоковакуумном электронном спектрометре ДМЭ-ЭОС с фотометрической регистрацией дифракционных рефлексов. Давление остаточных газов в рабочей камере было не выше 10^{-8} Па. Объектом исследования служил монокристалл никеля, имеющий цилиндрическую форму диаметром 9 мм и толщиной 2.5 мм, ориентированный вдоль грани (100). Травление ионами Ar^+ с одновременным и последующим высокотемпературными отжигами, контроль химического состава и структуры поверхности исследуемого образца как после очистки, так и в процессе эксперимента методом электронной оже-спектроскопии и дифракции медленных электронов позволили проводить исследования на атомарно-чистой поверхности.

Дифракционная картина, наблюдаемая при комнатной температуре от очищенной поверхности (100) никеля, имела объемо-подобную симметрию, характерную для нереконструированной поверхностной грани (100) ГЦК-кристалла. Атомная структура поверхности образца при температурах от 300 до 1200 К оставалась неизменной. Измерения температуры осуществлялись хромель-алюмелевой термопарой, приваренной непосредственно к поверхности образца. Точность ее измерений составляла ± 2 К. Ток пучка первичных электронов составлял 20 мА, а их энергия E_0 варьировалась в диапазоне 20–600 эВ. Точность измерения энергии E_0 составляла примерно 2 % от ее величины. Дифракционная картина наблюдалась с помощью квазисферического четырехсеточного энергоанализатора с диаметром сеток 110 мм и экраном-коллектором, покрытым люминофором ZnS.

Для исключения влияния «паразитных засве-

ток» от разогретого образца использовалась методика модулирования дифракционной картины с последующим выделением полезного сигнала [10]. Модуляция осуществлялась путем подачи переменного напряжения на управляющий электрод пушки медленных электронов. С помощью фотометра интенсивность выбранного дифракционного рефлекса преобразовывалась в переменный электрический сигнал, который поступал на вход узкополосного избирательного усилителя, настроенного на частоту ω . К входу усилителя подключался синхронный детектор, улучшающий отношение сигнал/шум. Оптимальный режим модуляции подбирался путем снятия вольт-амперных характеристик с управляющего электрода и выбором на них линейных участков. Постоянное смещение напряжения составляло 3 В, переменное 6 В, а рабочая частота $\omega = 22$ Гц. Модуляционная методика также использовалась для автоподстройки на максимум интенсивности дифракционного рефлекса, поскольку на его энергетическое положение оказывало влияние термическое расширение кристаллической решетки образца. При проведении исследований методом дифракция медленных электронов основной экспериментальной задачей являлось фотометрирование энергетических либо температурных зависимостей интенсивности выбранного hk -рефлекса. В данном случае непрерывно регистрировалась температурная зависимость рефлекса в процессе остывания образца, нагревенного до $T = 1200$ К. Это позволяло устранить влияние магнитного поля нагревательной спирали на корректность поставленного эксперимента.

Энергетические зависимости интенсивности зеркального рефлекса для никеля, ориентированного вдоль плоскости (100), приведены на рис. 1. Кривая 1 получена при комнатной температуре, а кривая 2 — при $T = 1200$ К. Стрелками на рис. 1 отмечены брэгговские максимумы, имеющие порядок дифракции n . Энергия этих максимумов (в эВ) определяется соотношением Вульфа–Брэгга [11]:

$$E_{0n} = (37.6 / \cos^2 \vartheta)(n/d)^2 - V_0 / \cos^2 \vartheta, \quad (1)$$

где ϑ — угол падения первичных электронов относительно нормали к поверхности, который выбирался равным 12° . Анализируя (1) для различных порядков дифракции, можно определить межплоскостное расстояние d и внутренний потенциал V_0 исследуемой поверхностью грани. В результате было установлено, что для никеля в плоскости (100) наилучшее согласие с экспериментальными данными достигается, когда величина $d = 1.763 \text{ \AA}$, а $V_0 = 16.9 \text{ эВ}$.

В данной работе экспериментально регистриро-

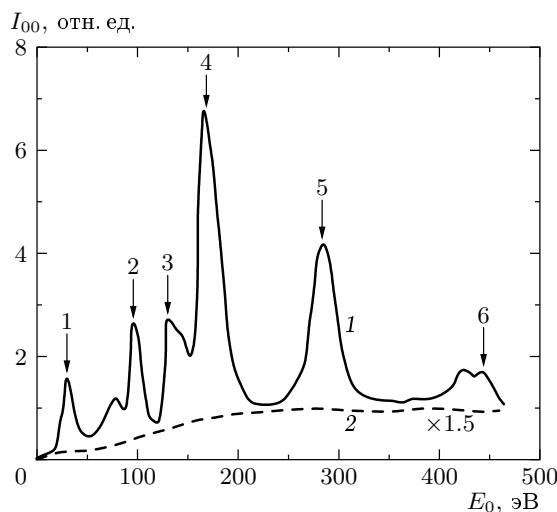


Рис. 1. Зависимость интенсивности зеркального рефлекса от энергии первичных электронов для монокристалла никеля в плоскости (100). Кривая 1 получена при комнатной температуре, а кривая 2 — при 1200 К (приведенные здесь значения уменьшены в 1.5 раза по сравнению с наблюдаемыми). Стрелки маркируют брэгговские пики, а цифры указывают их порядок дифракции n

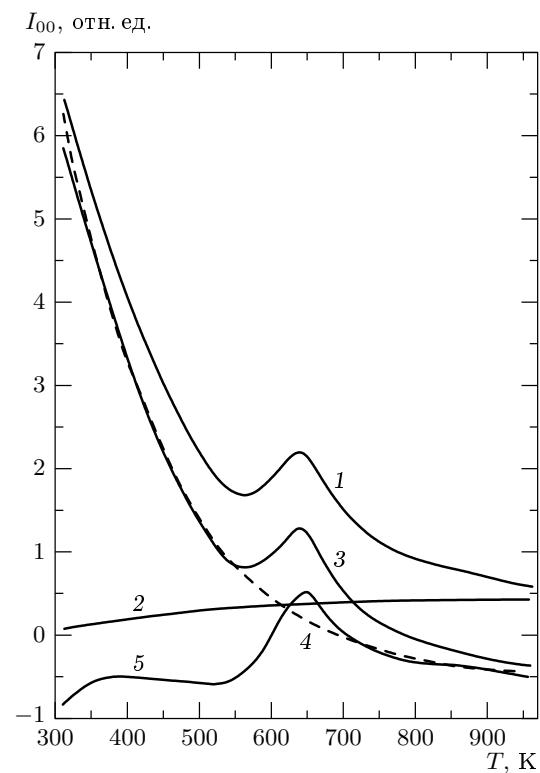


Рис. 2. Экспериментальная температурная зависимость интенсивности брэгговского максимума с энергией $E_0 = 183$ эВ и $n = 4$ (кривая 1) и ее различные обработки (см. разд. 4). Кривая 5 описывает выделенную в результате обработки температурную зависимость критического магнитного рассеяния электронов

валась температурная зависимость интенсивности брэгговского максимума с энергией $E_0 = 183$ эВ и $n = 4$, соответствующие результаты приведены на рис. 2 (кривая 1). На рисунке видно, что эта зависимость является немонотонной в окрестности точки Кюри никеля ($T_C = 631$ К). Такой же эффект, вызванный критическим рассеянием медленных электронов вблизи T_C , наблюдался и для брэгговских максимумов с $n = 2, 3$ и 5 . Для более высоких порядков дифракции из-за малой интенсивности дифрагированной волны эту особенность зафиксировать не удалось. Выбор четвертого максимума был обусловлен наибольшей интенсивностью этого пика. Это позволяло регистрировать эффект критического рассеяния медленных электронов с наименьшим отношением сигнал/шум.

3. ТЕОРИЯ

3.1. Случай трехмерного магнитного упорядочения

Как известно, низкоэнергетические электроны, взаимодействуя с атомами кристалла, испытывают достаточно сильное рассеяние. Вследствие этого глубина проникновения таких электронов в кристалл

относительно невелика и составляет величину порядка нескольких нанометров. Таким образом, физические свойства поверхности кристалла могут оказывать большое воздействие на дифракцию медленных электронов, что, очевидно, должно иметь место в случае магнитоупорядоченной поверхности. При ферромагнитном упорядочении поверхности и прилегающих к ней слоев особый интерес представляют исследования процессов рассеяния медленных электронов при температурах близких к T_C . Это связано с тем, что в окрестности температуры Кюри возникают критические флуктуации магнитного момента. Естественно полагать, что такие флуктуации будут существенно влиять на характер рассеяния низкоэнергетических электронов магнетиками. Однако непосредственное как теоретическое, так и экспериментальное исследование критических флуктуаций в приповерхностной области кристалла является довольно сложным. Поэтому для простоты пренебре-

жем влиянием границы кристалла на критические флуктуации и будем считать, что фазовый переход как в приповерхностной области, так и в объеме кристалла происходит при одной и той же температуре $T = T_C$. По сути дела, это предположение позволяет пренебречь относительно небольшим изменением величины магнитного момента, связанным с наличием поверхности. В то же время при таком подходе можно определить критические флуктуации во всем кристалле, в том числе и в приповерхностной области. Необходимо также отметить, что в подходе, предложенном Миллсом [12], критические флуктуации в приповерхностной области кристалла фактически не учитывались. В результате, рассматривая критическое рассеяние низкоэнергетических электронов лишь поверхностью магнетика, автор работы [12] пришел к выводу, что в данном случае аномальная особенность в поведении интенсивности рассеяния в окрестности T_C отсутствует. Понятно, что поскольку в [12] не учитывались критические флуктуации в приповерхностной области, которые как раз и могли бы вызвать критическое рассеяние медленных электронов, в таком выводе нет ничего удивительного.

Покажем, что в рамках предложенного подхода в интенсивности рассеяния квазиупругого отраженных электронов за счет спин-обменного взаимодействия этих электронов с электронами кристалла действительно имеет место максимум в области температур $T \approx T_C$. Для простоты воспользуемся кинематической теорией рассеяния, которая, как известно, оказывается достаточно справедливой для описания диффузного рассеяния электронов. В результате для усредненной по спиновым флуктуациям магнитной составляющей интенсивности диффузного рассеяния электронов $I(\mathbf{k})$ можно получить следующее выражение:

$$I(\mathbf{k}) \equiv \langle I(\mathbf{k}) \rangle = \sum_{n,n'} J_{n,n'} \langle S_n^+ | S_{n'}^- \rangle \times \\ \times \exp \{i\mathbf{k}(\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_{n'})\} \exp \{-\kappa d(n_z + n'_z)\}. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_0$ — лежащий на сфере Эвальда вектор рассеяния, \mathbf{k}_0 и \mathbf{k}_1 — волновые векторы падающей и дифрагированной волн, причем вследствие квазиупругого характера рассеяния $|\mathbf{k}_0| = |\mathbf{k}_1|$; S_n^\pm и \mathbf{R}_n — спиновые операторы и координата n -го атома; угловые скобки означают квантовостатистическое усреднение; $\kappa \equiv \kappa(E_0)$ — коэффициент, учитывающий послойное поглощение электронов, E_0 — энергия падающих электронов; d — постоянная решетки вдоль оси z , направленной перпендикулярно поверхности. В выражении (2) величины $J_{n,n'}$ опи-

зывают обменное взаимодействие падающих электронов со спинами атомов. Дальнейший ход рассуждений не зависит от конкретного значения их параметров. Поэтому будем считать величину $J_{n,n'}$ заданной и вычисление этого коэффициента, представляющее в общем случае довольно сложную задачу, проводить в данной работе не будем. (В некоторых частных случаях соответствующий расчет излагается в [3, 13].)

Разложим спиновую корреляционную функцию $\langle S_n^+ | S_{n'}^- \rangle$ по волновым векторам в обратном пространстве:

$$\langle S_n^+ | S_{n'}^- \rangle = \\ = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_1} \exp \{i\mathbf{q}\mathbf{R}_n - i\mathbf{q}\mathbf{R}_{n'}\} \langle S^+(\mathbf{q}) | S^-(\mathbf{q}_1) \rangle, \quad (3)$$

где N — число атомов в кристалле. Принимая во внимание статистический характер спиновых флуктуаций, можно показать, что после усреднения в (3) для коррелятора спиновых флуктуаций в обратном пространстве сохраняются только диагональные слагаемые, т. е.

$$\langle S^+(\mathbf{q}) | S^-(\mathbf{q}_1) \rangle = \chi(\mathbf{q}) \Delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_1).$$

Для описания поведения величины $\chi(\mathbf{q})$ во флуктуационной области в окрестности T_C воспользуемся простейшим выражением, приведенным в [14]:

$$\chi(\mathbf{q}) \approx \frac{1}{\Gamma^\pm |\tau|^\gamma} \frac{1}{[1 + q^2 r_c^2 / (1 - \eta_0/2)]^{1-\eta_0/2}}. \quad (4)$$

Здесь критический радиус флуктуаций $r_c = r_{c0}^\pm / |\tau|^\nu$; $\tau = (T - T_C)/T_C$; r_{c0}^\pm — некоторые константы, характеризующие радиус межатомного спин-обменного взаимодействия (значения \pm относятся соответственно к областям $T > T_C$ и $T < T_C$); ν , γ , η_0 — критические индексы: $\nu = 1/2$, $\gamma = 1$, $\eta_0 = 0$ в модели Ландау; $\nu \approx 0.630$, $\gamma \approx 1.241$, $\eta_0 \approx 0.04$ в масштабно-инвариантной теории для трехмерной системы с одним параметром порядка (3D-модель Изинга) и $\nu \approx 1$, $\gamma \approx 7/4$, $\eta_0 \approx 1/4$ для 2D-модели Изинга [15]; Γ^\pm — размерные и не зависящие от температуры коэффициенты. Следует отметить, что при таком определении спинового коррелятора можно также учесть критические флуктуации магнитного момента в приповерхностной области кристалла.

Тогда, считая величину $J_{n,n'}$ для всех атомов одинаковой и учитывая (3), (4), получим для усредненной по спиновым флуктуациям интенсивности

магнитного диффузного рассеяния электронов следующее выражение:

$$I(\mathbf{k}) = \frac{J}{N} \sum_{n,n'} \sum_{\mathbf{q}} \exp \{ i(\mathbf{k} - \mathbf{q})(\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_{n'}) - \\ - \kappa(n_z + n'_z)d \} \chi(\mathbf{q}). \quad (5)$$

Выражение (5) можно упростить, если считать кристалл бесконечным вдоль направления, параллельного поверхности (плоскость xy) и полу бесконечным вдоль направления, перпендикулярного поверхности (ось z). С учетом этого суммирование в плоскости xy позволит получить

$$\sum_{n_{\parallel}, n'_{\parallel}} \exp \{ i(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel})(\rho_n - \rho_{n'}) \} = \\ = N_{\parallel}^2 \sum_{\tau} \Delta(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel} - \boldsymbol{\tau}), \quad (6)$$

где $\rho_n = (x_n, y_n)$, \mathbf{k}_{\parallel} , \mathbf{q}_{\parallel} и $\boldsymbol{\tau}$ — параллельные поверхности компоненты соответственно векторов \mathbf{R}_n , \mathbf{k} , \mathbf{q} и вектора обратной решетки \mathbf{g} ; N_{\parallel} ($N_{\parallel} \rightarrow \infty$) — число атомов вдоль поверхности. Понятно, что дельта-функция в (6) описывает двумерные брэгговские условия дифракции, которые в случае, когда $\boldsymbol{\tau} = 0$ (т. е. при зеркальном отражении) имеют вид $\mathbf{q}_{\parallel} = \mathbf{k}_{\parallel}$. Именно этот случай будем рассматривать далее в работе. В результате, принимая во внимание (6), запишем соответствующую интенсивность рассеяния в виде

$$I(\mathbf{k}) = J \frac{N_{\parallel}^2}{N} \times \\ \times \sum_{n_z, n'_z=0}^{\infty} \sum_{q_z} \exp \{ i(k_z - q_z)d(n_z - n'_z) - \\ - \kappa d(n_z + n'_z) \} \chi(\mathbf{k}_{\parallel}, q_z). \quad (7)$$

Исследуем здесь случай, когда наряду с двумерными брэгговскими условиями, описывающими выражением (6), выполняется третье брэгговское условие, которое соответствует дифракции электронов на плоскостях, параллельных поверхности. При этом должно выполняться условие $k_z d = 2\pi n$, где n — целое число, характеризующее порядок дифракции (см. разд. 2). Тогда с использованием спинового коррелятора в форме, представленной в (4), выражение (7) можно привести к виду

$$I(\mathbf{k}) = I(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{N_{\parallel}^2}{N} \frac{J}{d^2} \sum_{q_z} \chi(\mathbf{k}_{\parallel}, q_z) \frac{1}{\kappa^2 + q_z^2} = \\ = \frac{N_{\parallel}^2}{N} \frac{J}{d^2} \frac{1}{\Gamma^{\pm} |\tau|^{\gamma}} \times \\ \times \sum_{q_z} \frac{1}{[1 + (k_{\parallel}^2 + q_z^2)r_c^2/(1 - \eta_0/2)]^{1 - \eta_0/2}} \frac{1}{\kappa^2 + q_z^2}. \quad (8)$$

Отметим, что при суммировании по n_z и n'_z предполагалось, что κ достаточно мало по сравнению с размером обратной ячейки. Действительно, в случае, когда энергия падающих электронов имеет величину порядка нескольких сот эВ, известно (см., например, [11]), что величина $\kappa \approx 10^{-1} \text{ \AA}^{-1}$.

Из экспериментальных исследований, описанных в разд. 2, следует, что при малых отклонениях вектора рассеяния от зеркальной точки имеется следующая связь между вектором \mathbf{k}_{\parallel} и геометрическим смещением диффузно рассеянного луча из указанной точки: $\mathbf{k}_{\parallel} = k_z \mathbf{r}/R$, $k_z = 2\pi n/d$, где \mathbf{r} — смещение диффузно рассеянного луча на экране, R — расстояние от образца до экрана. При этом, поскольку характерные значения величин r и R имеют следующий порядок величины: $r \sim 10^{-3} \text{ м}$, $R \sim 10^{-1} \text{ м}$, выполняется соотношение $\kappa \gg k_d$, где k_d — характерное значение k_{\parallel} , связанное с апертурой диафрагмы фотометра.

Здесь следует указать, что выражение (8), справедливое в случае трехмерного магнитного упорядочения, соответствует вполне определенным условиям эксперимента, при которых фотометром регистрируются электроны с брэгговской энергией, образованные за счет трехмерных дифракционных процессов. Однако развитый в работе подход позволяет рассмотреть также и такой случай, когда регистрируемые электроны удовлетворяют только двумерным брэгговским условиям. При этом в области энергий вдали от тех, которые определяются выражением (1), в выражении (8) для интенсивности рассеяния нужно лишь заменить множитель $1/(\kappa^2 + q_z^2)$ на $1/\kappa$. Представляется все же, что использование электронных пучков с энергией, отвечающей трехмерной дифракционной картине, является более предпочтительным с экспериментальной точки зрения. Это вызвано, во-первых, большей интенсивностью рассеяния, а во-вторых, тем, что в данном случае может быть использована экспериментальная методика, позволяющая обеспечивать с помощью небольшой вариации энергии сложение за максимальным значением интенсивности дифракции

онного пятна. Дрейф же дифракционного пятна может быть вызван, например, тем, что при изменении температуры меняется и значение постоянной решетки, а также некоторыми другими причинами, связанными с особенностями экспериментальной методики.

Анализ выражения (8) начнем со случая, когда температура достаточно далека от критической (слабые флуктуации намагниченности), так что выполняется условие $r_c^{-1} > \kappa$. Тогда

$$I(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{N_{\parallel} J}{2\kappa d\Gamma^{\pm}|\tau|^{\gamma}} \frac{1}{[1+k_{\parallel}^2 r_c^2/(1-\eta_0/2)]^{1-\eta_0/2}}. \quad (9)$$

При этом интенсивность рассеяния $I(\mathbf{k}_{\parallel})$ растет с уменьшением значений переданного импульса и в области, где $k_{\parallel} r_c \ll 1$, приближается к постоянному значению $I(0) \propto |\tau|^{-\gamma}$, т. е. интенсивность в точке максимума убывает при удалении от критической точки степенным образом по $|\tau|$ с показателем степени равным критическому индексу γ . В области же больших значений переданного импульса, когда $k_{\parallel} r_c \gg 1$, интенсивность достаточно быстро убывает с ростом k_{\parallel} ($I(\mathbf{k}_{\parallel}) \propto 1/(k_{\parallel})^{2-\eta_0}$) и в то же время в силу известного условия $\gamma = \nu(2 - \eta_0)$ [16] перестает зависеть от $|\tau|$.

В области температур вблизи критической, когда флуктуации достаточно велики и выполняется условие $r_c^{-1} < \kappa$, в (8) можно опустить зависимость от q_z во втором пропагаторе и выражение для интенсивности рассеяния принимает вид

$$I(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{N_{\parallel}^2}{N} \frac{J}{d^2 \kappa^2} \sum_{q_z} \chi(\mathbf{k}_{\parallel}, q_z). \quad (10)$$

Подставляя в (10) выражение для спинового коррелятора из (4) и учитывая, что $r_c \gg d$, получим

$$I(k_{\parallel}) = \frac{A}{\Gamma^{\pm}} \frac{1}{r_c |\tau|^{\gamma}} \left[1 + \frac{(k_{\parallel} r_c)^2}{-(1 - \eta_0/2)} \right]^{-(1-\eta_0)/2}. \quad (11)$$

Здесь в явном виде приведены лишь сомножители, зависящие от температуры, а все остальные параметры включены в коэффициент A :

$$A = \frac{N_{\parallel} J}{\pi d \kappa^2} \left(1 - \frac{\eta_0}{2} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^{1-\eta_0/2}}.$$

Из выражения (11) действительно следует, что в окрестности T_C имеет место критическое рассеяние электронов. При этом, когда $k_{\parallel} r_c \ll 1$, интенсивность стремится к предельному значению:

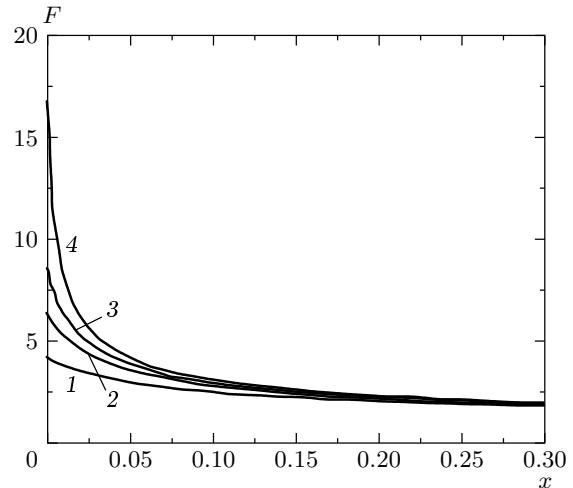


Рис. 3. Зависимость интенсивности критического рассеяния электронов от переданного волнового вектора для 3D-модели Изинга; $F(x) = I(\mathbf{k}_{\parallel}) \Gamma^{\pm} r_{c0}^{\pm}/A$, $x = (k_{\parallel} r_{x0}^{\pm})^2$. Кривая 1 соответствует $|\tau| = 0.1$, 2 — 0.05, 3 — 0.03, 4 — 0.01

$I(\mathbf{k}_{\parallel}) \propto |\tau|^{\nu-\gamma}$ с меньшим показателем степени, чем вдали от критической точки, где $r_c^{-1} > \kappa$, а при $k_{\parallel} r_c \gg 1$ интенсивность рассеяния $I(\mathbf{k}_{\parallel}) \propto k_{\parallel}^{\eta_0-1}$ и снова не зависит от $|\tau|$, причем это значение оказывается одинаковым справа и слева от критической температуры вследствие выполнения соотношения $\Gamma^+(r_{c0}^+)^{2-\eta_0} = \Gamma^-(r_{c0}^-)^{2-\eta_0}$ (именно такого типа соотношение фактически использовалось в [14]). Характер зависимости $I(\mathbf{k}_{\parallel})$ при разных значениях $|\tau|$ для 3D-модели Изинга представлен на рис. 3. Отметим также, что если рассматривать интенсивность как функцию τ при заданном значении переданного импульса, то $I(\mathbf{k}_{\parallel})$ будет максимальна в точке $\tau = 0$ и будет претерпевать в этой точке излом, характерный для критического рассеяния. Пример такой зависимости для различных моделей показан на рис. 4.

3.2. Усреднение по апертуре фотометра

В экспериментальном подходе, использующемся в данной работе, измеряется вся интенсивность рассеянных электронов, которые попадают внутрь апертуры диафрагмы фотометра. Выражения же для интенсивности рассеяния, которые приведены выше, описывают интенсивность при заданном значении вектора рассеяния \mathbf{k}_{\parallel} , который лежит на сфере Эвальда, т. е. при некотором значении угла рассеяния. Поэтому для получения экспериментально наблюдаемой интенсивности необходимо проинте-

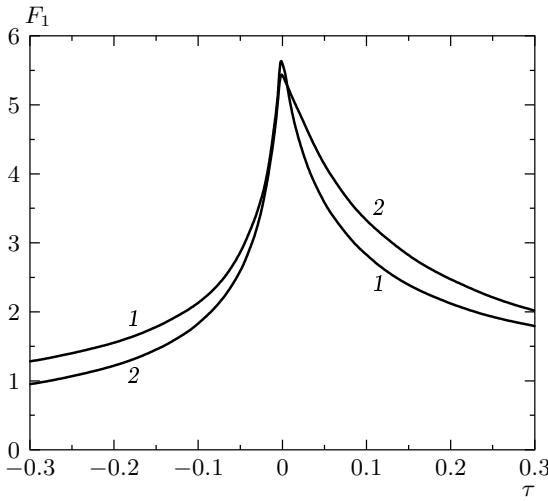


Рис. 4. Зависимость интенсивности критического рассеяния электронов от температуры $F_1(\tau) = I(\mathbf{k}_{\parallel})\Gamma^+ r_{c0}^+ / A$ при заданном значении переданного волнового вектора $((k_{\parallel} r_{c0}^+)^2 = 0.03)$. Кривая 1 соответствует теории Ландау, в которой $m = \Gamma^-/\Gamma^+ = 2$; кривая 2 — 3D-модели Изинга, $m \approx 5.1$.

грировать полученные выражения по всем углам ϑ_a , попадающим внутрь указанной апертуры. Ниже для простоты будем считать, что апертура представляет собой круг радиуса r_d , а центр этого круга (с учетом того, что происходит описанная выше автоподстройка фотометра) совпадает с максимумом интенсивности наблюдаемого отражения, т. е. отвечает $\mathbf{k}_{\parallel} = 0$. При малых отклонениях от максимума угол ϑ_a связан с геометрическим отклонением луча от максимума на экране фотометра \mathbf{r} и волновым вектором \mathbf{k}_{\parallel} следующими соотношениями: $\vartheta_a = \mathbf{r}/R = \mathbf{k}_{\parallel}/k_z$, где проекция волнового вектора рассеянной волны k_z при выполнении трехмерных брэгговских условий равна $k_z = 2\pi n/d$.

Таким образом, наблюдаемая интенсивность рассеянных электронов как функция от угла апертуры фотометра $\vartheta_d = r_d/R$ имеет вид

$$\begin{aligned} I_i(\vartheta_d) \equiv I_i(k_d) &= \int I(\mathbf{k}_{\parallel}) d\vartheta_a = \\ &= \frac{2\pi}{k_z^2} \int_0^{k_d} I(\mathbf{k}_{\parallel}) k_{\parallel} dk_{\parallel}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $k_d = \vartheta_d k_z = 2\pi n r_d / R d$.

Для нахождения $I_i(k_d)$ воспользуемся значениями $I(\mathbf{k}_{\parallel})$, определенными в (10) и (11). В результате

получим

$$I_i(k_d) = \frac{A_1}{\Gamma^{\pm}} \frac{1}{r_c^3 |\tau|^{\gamma}} \times \times \left\{ \left[1 + \frac{(r_c k_d)^2}{(1 - \eta_0/2)} \right]^{1+\eta_0/2} - 1 \right\}, \quad (13)$$

где

$$A_1 = \frac{2\pi}{k_z^2} \frac{(1 - \eta_0/2)}{1 + \eta_0} A.$$

Или, учитывая, что $r_c = r_{c0}^{\pm} / |\tau|^{\nu}$ и используя хорошо известное соотношение связи для критических индексов $\gamma = \nu(2 - \eta_0)$,

$$I_i(k_d) = \frac{A_1}{\Gamma^{\pm} (r_{c0}^{\pm})^3} \times \times \left\{ \left[|\tau|^{2\nu} + \frac{(r_{c0}^{\pm} k_d)^2}{1 - \eta_0/2} \right]^{1+\eta_0/2} - |\tau|^{\nu(1+\eta_0)} \right\}. \quad (14)$$

Из (13), (14) следует, что при приближении к точке фазового перехода интенсивность $I_i(k_d)$ электронов, регистрируемых фотометром, как и величина $I(\mathbf{k}_{\parallel})$, стремится к максимальному значению равному в данном случае

$$I_i(k_d) = \frac{A_1(k_d)^{1+\eta_0}}{\Gamma^{\pm} (r_{c0}^{\pm})^{2-\eta_0}},$$

причем сохраняется излом в точке $\tau = 0$. Отметим, что приведенное здесь значение интенсивности возрастает при увеличении k_d , т. е. апертуры фотометра. Однако, поскольку обычно $\eta_0 \ll 1$, этот рост все же меньше, чем увеличение самой апертуры пропорциональное k_d^2 .

Полуширина кривой интенсивности может быть определена из условия $r_c k_d \approx 1$. Таким образом, соответствующие характерные значения $|\tau|$ имеют порядок величины $(r_{c0}^{\pm} k_d)^{1/\nu}$ и возрастают с увеличением апертуры фотометра.

Выражение (14) позволяет также сразу определить асимптотику температурной зависимости $I_i(k_d)$ при достаточном удалении от T_C . Полагая $r_c k_d \ll 1$, получим

$$I_i(k_d) = \frac{A_1(1 + \eta_0)}{\Gamma^{\pm} r_{c0}^{\pm} (2 - \eta_0)} \frac{k_d^2}{|\tau|^{\nu(1-\eta_0)}}. \quad (15)$$

Как следует из (15), температурная зависимость $I_i(k_d)$ является достаточно слабой. Так, например, в теории Ландау при удалении от T_C интенсивность убывает по закону $|\tau|^{-1/2}$. В случае же трехмерной системы с одним параметром порядка $I_i(k_d)$ убывает по закону $|\tau|^{-0.605}$. Необходимо также отметить, что

выражение (15) остается справедливым, пока выполняется условие $r_c > \kappa^{-1}$, а на достаточном удалении от критической температуры, когда $r_c < \kappa^{-1}$, интенсивность $I_i(k_d)$, как и $I(\mathbf{k}_\parallel)$ в (9), оказывается пропорциональной $|\tau|^{-\nu(2-\eta_0)}$.

Как следует из полученных выше выражений, характер температурной зависимости интенсивности рассеянных низкоэнергетических электронов существенно определяется, в первую очередь, критическим индексом ν_a . Таким образом, тщательное измерение температурной зависимости указанного рассеяния может оказаться одним из удобных методов определения некоторых из критических индексов при фазовых переходах второго рода.

Необходимо также заметить, что интенсивность магнитного рассеяния медленных электронов зависит и от их энергии E_0 . Вид этой зависимости в окрестности T_C , как следует из (10), будет определяться, в первую очередь, множителем $J(E_0)/\kappa^2(E_0)$, где $J(E_0)$ — зависящий от энергии коэффициент обменного взаимодействия налетающих электронов с магнитными возбуждениями матрицы.

3.3. Случай двумерного магнитного упорядочения

Особый интерес при исследовании магнитных структур представляет случай двумерного магнитного упорядочения. Об обнаружении и исследовании квазидвумерных магнитных структур сообщалось, например, в работах [17–20]. Кроме того, этот случай имеет большое значение для решения проблемы чисто поверхностного магнетизма, когда магнитным моментом обладают лишь атомы поверхностного слоя.

Ниже будет показано, что флуктуации параметра порядка, которые имеют место при двумерном магнитном упорядочении, также могут приводить к критическому рассеянию низкоэнергетических электронов. Действительно, используя для описания критических флуктуаций, как и для трехмерного случая, простейшую корреляционную функцию, приведенную в [14], получим следующее выражение для усредненной по спиновым флуктуациям интенсивности $I_2(\mathbf{k}_\parallel)$ двумерного магнитного диффузного рассеяния, соответствующей зеркальному рефлексу:

$$I_2(\mathbf{k}_\parallel) = N_\parallel J \chi(\mathbf{k}_\parallel) = \\ = N_\parallel J \frac{1}{\Gamma^\pm |\tau|^\gamma} \frac{1}{\left[1 + k_\parallel^2 r_c^2 / (1 - \eta_0/2)\right]^{1-\eta_0/2}}. \quad (16)$$

Можно отметить, что в (16), по сравнению с полученным ранее выражением, отсутствует, в частности, большой множитель $(\kappa d)^{-2}$. Появление последнего связано с рассеянием электронов внутри объема кристалла вдали от его поверхности.

Так же как и в предыдущем разделе, вычислим интегральную по апертуре диафрагмы интенсивность рассеяния. Проинтегрировав (16) по \mathbf{k}_\parallel в пределах круговой апертуры, сразу получим выражение для соответствующей интегральной интенсивности $I_{i2}(k_d)$ магнитного диффузного рассеяния:

$$I_{i2}(k_d) = \frac{A_2}{\Gamma^\pm r_c^2 |\tau|^\gamma} \times \\ \times \left\{ \left(1 + \frac{k_d^2 r_c^2}{1 - \eta_0/2} \right)^{\eta_0/2} - 1 \right\}, \quad (17)$$

$$A_2 = \frac{2\pi}{\eta_0} \frac{N_\parallel J}{k_z^2}.$$

Вычислим асимптотику $I_{i2}(k_d)$ при $|\tau| \rightarrow 0$. Полагая в (17) $k_d r_c \gg 1$, получим

$$I_{i2}(k_d) = \frac{A_2}{\Gamma^\pm (r_{c0}^\pm)^{2-\eta_0}} \times \\ \times \left\{ \left(\frac{k_d^2}{1 - \eta_0/2} \right)^{\eta_0/2} - (r_{c0}^\pm)^{-\eta_0} |\tau|^{\nu \eta_0} \right\}. \quad (18)$$

Таким образом, в данном случае максимальное значение интенсивности пропорционально $k_d^{\eta_0}$, т. е. оно значительно слабее зависит от ширины апертуры фотометра по сравнению с трехмерным рассеянием. Ширина же линии критического рассеяния на половине высоты, как и для трехмерного случая, может быть оценена из условия $r_c k_d \approx 1$. Таким образом, соответствующие значения $|\tau|$ снова оказываются порядка $(r_{c0}^\pm k_d)^{1/\nu}$.

Положив в (17) $k_d r_c \ll 1$, нетрудно определить также асимптотическое поведение интенсивности $I_{i2}(k_d)$ на достаточном удалении от T_C :

$$I_{i2}(k_d) \approx \frac{A_2 \eta_0 k_d^2}{(2 - \eta_0) \Gamma^\pm |\tau|^\gamma}. \quad (19)$$

Таким образом, например, в 2D-модели Изинга $I_{i2}(k_d)$ пропорционально $|\tau|^{-7/4}$, т. е. убывает быстрее, чем в трехмерном случае.

Зависимость интенсивности магнитного рассеяния медленных электронов от их энергии E_0 в двумерном случае, как видно из (17), определяется множителем $J(E_0)/k_z^2$. Очевидно, что при увеличении энергии падающих электронов эта величина будет существенно уменьшаться, так что интенсивность магнитного рассеяния электронов и в данном случае будет убывать с ростом E_0 .

4. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведем сопоставление экспериментальной и теоретической интегральных температурных зависимостей интенсивности магнитного рассеяния. Для

этого преобразуем полученные выражения к виду, удобному для численного расчета. Так, в трехмерном случае магнитного упорядочения выражение (14) для интенсивности рассеяния $I_i(k_d) \equiv I_i(k_d, T)$ можно привести к виду

$$I_i(k_d, T) = C_1 \begin{cases} m^{(1+\eta_0)/(2-\eta_0)} \left\{ \left[(-\tau)^{2\nu} + \frac{B^2}{[(1-\eta_0/2)m^{2/(2-\eta_0)}]} \right]^{(1+\eta_0)/2} - (-\tau)^{\nu(1+\eta_0)} \right\}, & \tau < 0, \\ \left[\tau^{2\nu} + B^2/(1-\eta_0/2) \right]^{(1+\eta_0)/2} - \tau^{\nu(1+\eta_0)}, & \tau \geq 0, \end{cases} \quad (20)$$

где

$$B = r_{c0}^+ k_d = \frac{2\pi n r_d r_{c0}^+}{Rd}, \quad m = \frac{\Gamma^-}{\Gamma^+}.$$

В случае же двумерного рассеяния выражение (18) можно преобразовать к виду

$$I_{i2}(k_d, T) = C_2 \begin{cases} m^{\eta_0/(2-\eta_0)} \left\{ \left[(-\tau)^{2\nu} + \frac{B^2}{[(1-\eta_0/2)m^{2/(2-\eta_0)}]} \right]^{\eta_0/2} - (-\tau)^{\nu\eta_0} \right\}, & \tau < 0, \\ \left[\left(\tau^{2\nu} + \frac{B^2}{1-\eta_0/2} \right)^{\eta_0/2} - \tau^{\nu\eta_0} \right], & \tau \geq 0. \end{cases} \quad (21)$$

Здесь в множители $C_{1,2}$ включены все величины, которые существенно не меняются в флюктуационной области в окрестности критической точки.

Следует отметить, что величина B , являющаяся параметром в выражениях (20), (21), характеризует корреляционный радиус спин-обменного взаимодействия атомов магнетика, рассеивающих в окрестности T_C электроны критическим образом. При этом параметр α , также входящий в эти выражения, описывает асимметрию данных кривых относительно прямой $\tau = 0$. Понятно, что величины B и α зависят от моделей магнитного упорядочения. Поэтому нахождение этих величин представляет большой интерес для идентификации таких моделей. Если считать параметры B и α подгоночными, то их значения можно определить с помощью процедуры оптимизации при сравнении теоретических кривых и экспериментальных данных. Для этого в настоящей работе была проведена необходимая обработка как экспериментальных, так и теоретических кривых.

Так, из экспериментальных данных вычитался вклад, связанный с колебаниями решетки. Чтобы корректно провести такое вычитание, был использован самосогласованный итерационный подход, в котором учитывалась зависимость диффузного фона от температуры. После итерационного вычитания фона из кривой интенсивности и восстановления фактора Дебая–Валлера эта зависимость рассчиты-

валась в приближении двухфононного электронного рассеяния согласно [21, 22]. В нулевом приближении для фона использовалась кривая насыщения фона 2 на рис. 1. В результате после ряда сходящихся итераций термодиффузный фон описывался кривой 2 на рис. 2, а для «очищенной» от фона интенсивности брэгговского рассеяния была получена кривая 3 на этом рисунке. Из этой последней кривой должна быть вычтена аппроксимационная кривая 4, которая описывает температурную зависимость интенсивности, обусловленную фактором Дебая–Валлера. В результате не зависящий от колебаний решетки вклад в интенсивность, который соответствует электрон–магнонному рассеянию, описывался кривой 5 на рис. 2.

Перейдем теперь к описанию обработки теоретических кривых, которые описывают температурную зависимость интенсивности магнитного рассеяния. Эти кривые определяются выражениями (20), (21), и их качественный вид представлен на рис. 4. Необходимость их существенной адаптации при проведении сравнения с экспериментальными данными связана с особенностями применявшейся экспериментальной методики. Суть ее заключалась в том, что температурная зависимость дифракционного максимума регистри-

ровалась в непрерывном режиме в процессе остывания образца, предварительно разогретого до 1200 К. В результате регистрировалось не значение $I_i(k_d, T)$, а соответствующая величина, усредненная по некоторому температурному интервалу ΔT . Поэтому при проведении сравнения теоретических и экспериментальных результатов в настоящей работе была использована величина $\tilde{I}_i(T)$, определенная следующим образом:

$$\tilde{I}_i(T) = \frac{1}{\Delta T} \int_{T-\Delta T/2}^{T+\Delta T/2} I_i(k_d, T') dT'. \quad (22)$$

(Аналогичное выражение может быть записано также и для величины $\tilde{I}_{i2}(T)$ при анализе рассеяния электронов на двумерной магнитной системе.)

Для определения значения ширины температурного интервала ΔT может быть использована следующая оценка: $\Delta T = v_0 t_0$, где v_0 — скорость охлаждения образца, а t_0 — время, характеризующее полуширину приборной функции фотометра. Однако в реальных экспериментальных условиях величина уширения ΔT не измерялась. Поэтому в данной работе уширение теоретических кривых проводилось при некоторых заданных значениях этой величины, таких как $\Delta T/2 = 2$ К, 10 К и 20 К. Выбранные здесь относительно большие значения ΔT связаны с ограничениями в использованной экспериментальной методике, в которой, с одной стороны, температура именно на поверхности образца не могла быть измерена достаточно точно, с другой — было необходимо определенное время для статистического накопления регистрируемого сигнала.

Сопоставление нормированных на соответствующие максимальные значения экспериментальных кривых и уширенных согласно (22) теоретических кривых было проведено путем минимизации фактора достоверности, который выбирался в виде, указанном в [11]. Для четырех моделей (3D-модель Ландау, 3D- и 2D-модели Изинга, а также квазидвумерной модели А. Брея и М. Мура, предложенной в [23], в которой $\nu \approx 1.353$, $\gamma \approx 1.066$, $\eta_0 \approx 1.212$) был проведен анализ полученных результатов при разных значениях ΔT с целью достижения наилучшего согласия экспериментальных и теоретических данных. В качестве примера на рис. 5 (сплошные линии) приведены теоретические результаты для 3D-модели Ландау при трех значениях ΔT . Кроме того, на этих же рисунках (пунктирные линии) представлены экспериментальные кривые магнитного рассеяния (линия 5 из рис. 2). Численная минимизация фактора

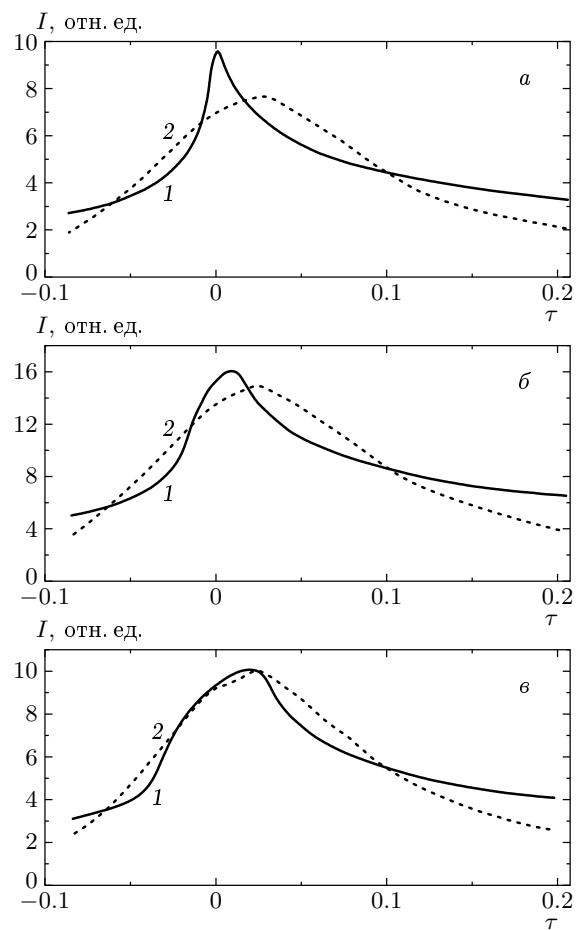


Рис. 5. Экспериментальная (пунктир) и оптимальные теоретические кривые на основе выражения (22) (сплошные линии) для 3D-модели Ландау при трех различных значениях приборного уширения: $\Delta T/2 = 2$ К (а), 10 К (б) и 20 К (в). Экспериментальная кривая нормирована на максимальное значение

достоверности по двум подгоночным параметрам B и t определялась методом координатного спуска. Соответствующие наилучшей подгонке значения B и t для рассматриваемых моделей магнитного упорядочения и интервалов ΔT приведены в таблице. В этой таблице приводится также отношение r_{c0}^+/d .

Анализ именно этой величины, которая характеризует отношение радиуса обменного взаимодействия атомов магнетика к межатомному расстоянию, может представлять интерес для определения того, какого типа магнитное упорядочение вызывает наблюдаемое критическое рассеяние электронов. Как видно в таблице, наиболее реалистичное значение r_{c0}^+/d имеет место для 3D- и 2D-моделей Изинга, а также для 3D-модели Ландау. Среди этих моделей

Оптимальные значения расчетных параметров, полученные путем минимизации фактора достоверности для различных моделей магнетизма, при трех заданных значениях приборного уширения. Энергия брэгговского максимума $E_0 = 183$ эВ, порядок дифракции $n = 4$

Модели	$\Delta T/2$, К	B	r_{c0}^+/d	m
3D-модель Ландау	2	0.278	1.101	4.17
	10	0.249	0.991	4.48
	20	0.170	0.675	5.05
3D-модель Изинга	2	0.209	0.831	5.14
	10	0.191	0.761	5.45
	20	0.142	0.564	6.16
2D-модель Изинга	2	0.342	1.359	7.34
	10	0.337	1.341	7.86
	20	0.283	1.124	8.62
Модель А. Брэя, М. Мура [23]	2	0.0282	0.112	3.01
	10	0.0270	0.107	3.07
	20	0.0232	0.092	3.36

наименьшее значение рассматриваемого отношения ($r_{c0}^+ \gg d \approx 0.56$) получается для 3D-модели Изинга, а наибольшее ($r_{c0}^+/d \approx 1.36$) — для 2D-модели Изинга. Что касается модели А. Брэя и М. Мура, использованной также в [24, 25], то она, несмотря на то что обеспечивает лучшую подгонку теоретических и экспериментальных данных, приводит к значению $r_{c0}^+/d \approx 0.1$, т. е. радиус обмененного взаимодействия (внутри слоя) оказывается намного меньше межатомного расстояния, что представляется малореалистичным.

В разд. 3 уже отмечалось, что интенсивность магнитного рассеяния электронов может существенно уменьшаться при увеличении их энергии E_0 . Сделанный вывод подтверждается экспериментальными данными, из которых следует, что с ростом энергии критическое рассеяние довольно сильно ослабевает. При этом для энергии $E_0 > 400$ эВ критическое рассеяние уже практически полностью отсутствует.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе 1) экспериментально подтвержден эффект критического рассеяния низкоэнергетических электронов в окрестности T_C . Этот эффект заключается в том, что в указанной области температур имеет место резкое нарушение монотонности температурной зависимости интенсивности зеркальных брэгговских максимумов

от поверхности (100) кристалла никеля; 2) предложена теория, описывающая эффект рассеяния медленных электронов на критических флюктуациях магнитного момента, в которой учитываются также флюктуации в приповерхностной области ферромагнетика; 3) для различных моделей магнитного упорядочения с помощью процедуры оптимизации проведено сравнение экспериментальных и теоретических температурных зависимостей интенсивности рассеяния. Для этих моделей приведены оценки величины радиуса межатомного спин-обменного взаимодействия.

Критическое рассеяние низкоэнергетических электронов может представлять большой интерес для создания новых экспрессных методик исследования магнитных фазовых переходов второго рода. С помощью этого явления нетрудно оценить T_C вблизи поверхности кристалла. Детальный анализ интенсивности критического рассеяния может позволить также определить характер магнитного упорядочения.

Однако для однозначного определения модели магнитного порядка критическое рассеяние электронов должно быть исследовано более тщательным образом. Для этого представляло бы интерес дальнейшее усовершенствование экспериментальной методики. В частности, обеспечение слежения фотометра за смещением максимума дифракционного пятна не

только по энергии, но также и в пространстве. Такой дрейф дифракционного пятна является неизбежным побочным экспериментальным эффектом, вызванным, например, смещением рассеянных электронов под действием магнитного поля образца. Поэтому его корректный учет, который мог бы быть осуществлен с помощью соответствующей сканирующей методики, несомненно улучшил бы точность экспериментальных результатов. Это дало бы возможность с помощью полученных выше асимптотик интенсивности рассеяния определять критические индексы с большей степенью достоверности. Еще одним усовершенствованием применявшейся в работе экспериментальной методики может стать использование дискретного способа регистрации температурной зависимости интенсивности дифракционного максимума. В таком случае удалось бы избежать описываемого выражением (22) температурного размытия наблюдаемой зависимости, что дало бы возможность определять критические индексы непосредственно по полуширине и форме кривых, описывающих критическое рассеяние электронов. Наряду с модернизацией эксперимента, очевидно, имеет смысл дальнейшее развитие теоретического подхода, описывающего данное явление, в частности, представляя интерес учет динамических эффектов рассеяния, которые могут быть достаточно существенны при дифракции низкоэнергетических электронов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **7**, 1232 (1937).
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
3. Ю. А. Изюмов, Р. П. Озеров, *Магнитная нейтронография*, Наука, Москва (1966).
4. A. W. McReynolds and T. Riste, Phys. Rev. **95**, 116 (1954).
5. H. A. Gersch, C. G. Shull, and M. K. Wilkinson, Phys. Rev. **103**, 525 (1956).
6. С. В. Вонсовский, *Магнетизм*, Наука, Москва (1971).
7. R. E. DeWames and T. Wolfram, Phys. Rev. Lett. **22**, 137 (1969).
8. S. Mroz, A. Mroz, A. Grudniewski, and E. Bak, Phys. Stat. Sol. (b) **117**, 683 (1983).
9. M. A. Vasiliev and S. D. Gorodetsky, Vacuum **37**, 723 (1987).
10. М. А. Васильев, С. Д. Городецкий, М. Б. Шевченко, *Поверхность* **7**, 50 (1991).
11. М. А. Васильев, *Структура и динамика поверхности переходных металлов*, Наукова Думка, Киев (1988).
12. D. L. Mills, Phys. Rev. B **3**, 3887 (1971).
13. В. Г. Барьяхтар, Д. А. Яблонский, В. И. Криворучко, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова Думка, Киев (1984).
14. М. А. Кривоглаз, *Диффузное рассеяние рентгеновских лучей и нейtronов на флуктуационных неоднородностях в неидеальных кристаллах*, Наукова Думка, Киев (1984).
15. А. З. Паташинский, В. А. Покровский, *Флуктуационная теория фазовых переходов*, Наука, Москва (1975).
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1982).
17. S. F. Alvarado, M. Campagna, and H. Hopster, Phys. Rev. Lett. **48**, 51 (1982).
18. S. F. Alvarado, H. Hopster, and M. Campagna, Surf. Sci. **117**, 294 (1982).
19. D. Weller, S. F. Alvarado, M. Campagna, W. Gudat, and D. D. Surma, J. Less-Common Met. **111**, 277 (1985).
20. D. Weller, S. F. Alvarado, W. Gudat, K. Schroder, and M. Campagna, Phys. Rev. Lett. **54**, 1555 (1985).
21. M. G. Lagally and M. B. Webb, in *The Structure and Chemistry of Solid Surface*, ed. by G. A. Somorjai, J. Wiley and Sons, New York-London-Sidney-Toronto (1968), Vol. 20, p. 1.
22. R. F. Barnes, M. G. Lagally, and M. B. Webb, Phys. Rev. **171**, 627 (1968).
23. A. J. Bray, M. A. Moor, and M. B. Webb, J. Phys. A **10**, 1927 (1977).
24. S. F. Alvarado, E. Kisrer, and M. Campagna, in *Magnetic Properties of Low Dimension Systems*, ed. by L. M. Falicov, J. L. Moran-Lopez, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York-London-Paris-Tokyo (1986), Vol. 14, p. 52.
25. D. P. Landau, in *Monte Carlo Methods in Statistical Physics*, ed. by K. Binder, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York-London-Paris-Tokyo (1986), p. 337. [В кн.: *Методы Монте-Карло в статистической физике*, под ред. К. Биндерса, Мир, Москва (1982), с. 369.]