ЖЭТФ, 2002, том 121, вып. 6, стр. 1384–1389

ЧАСТОТА И ШИРИНА ПОВЕРХНОСТНОГО ПЛАЗМОНА В КЛАСТЕРЕ МАЛОГО РАЗМЕРА

Ю. Н. Овчинников*

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 31 января 2002 г.

Исследована зависимость частоты и ширины поверхностного плазмона ω_s от размера кластера. При рассмотрении данной проблемы возникает большой численный параметр, определяющий форму потенциала электромагнитного поля внутри кластера и приводящий к обширному плато на зависимости ω_s от радиуса кластера.

PACS: 52.35.Hr, 73.90.+f

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время возрос интерес к исследованию частиц малого размера (кластеров). Экспериментально могут быть созданы и исследованы кластеры, содержащие от нескольких атомов до нескольких тысяч [1, 2]. Классическая теория [3] предсказывает существование поверхностного плазмона с частотой, зависящей главным образом от формы поверхности и типа возбуждения. Для сферической частицы в вакууме зависимость частоты поверхностного плазмона ω_L от орбитального момента L определяется простым выражением: $\omega_L \propto (L/(2L+1))^{1/2}$ [4, 5]. Размер кластера при этом предполагается много меньшим длины волны фотона в вакууме. Экспериментальная ширина поверхностного плазмона всегда много больше радиационной ширины и слабо зависит от размера кластера [2]. Из экспериментальных данных [2] следует, что на зависимости частоты поверхностного плазмона от радиуса кластера существует достаточно большое плато в области 5 Å $< R <$ 20 Å. В области $R > 20$ Å поправка к «объемному» значению частоты поверхностного плазмона пропорциональна $-(\kappa R)^{-1}$, где κ — динамическая глубина экранирования электрического поля. Коэффициент пропорциональности оказывается численно большим, что и приводит к появлению плато.

Ниже будет показано, что для зависимости частоты поверхностного плазмона от радиуса кластера существенны пространственная и частотная дисперсии ядер, связывающих плотность тока и заряда с электромагнитным полем.

2. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА И ТОКА

Уравнения для плотности тока и заряда получим с помощью метода температурных функций Грина с последующим аналитическим продолжением по частоте. Метод был развит для сверхпроводников [6] и применительно к нормальному металлу выглядит достаточно просто:

$$\left(\mathbf{v}\frac{\partial \hat{G}_p^1}{\partial \mathbf{r}}\right) + \omega_0 \tau_Z \hat{G}_p^1 + \frac{1}{\tau}\tau_Z \hat{G}_p^1 - \\ - \tau_Z n v \int d\Omega_{p_1} \sigma_{pp_1} \hat{G}_{p_1}^1 = 2ie\tau_Z(\varphi - (\mathbf{v}\cdot\mathbf{A}_1)\tau_Z), \qquad (1)$$

где n — концентрация примесей, σ_{pp_1} — сечение рассеяния, $\tau^{-1} = nv\int d\Omega_{p_1}\sigma_{pp_1}$ — время рассеяния электрона, $\mathbf{A}_1, \varphi$ — соответственно векторный и скалярный потенциалы, p, v — соответственно импульс и скорость на поверхности Ферми. Температурная функция Грина $\hat{G}_p^1$ отлична от нуля только в области

$$\omega_n(\omega_n + \omega_0) < 0,$$

*E-mail: ovc@itp.ac.ru, ovchin@mpipks-dresden.mpg.de

где

$$\omega_n = 2\pi T(n+1/2), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$$

T — температура, $\omega_0 = 2\pi TN$ — частота внешнего поля. Аналитическое продолжение делается с $\omega_0 > 0$.

Уравнение (1) справедливо лишь в указанной выше области. Плотности заряда и тока $\rho, \mathbf{j}_1$ связаны с функцией Грина $\hat{G}_p^1$ соотношениями

$$\mathbf{j}_1 = -\frac{iep}{\pi} T \sum_{\omega_n} \int \frac{d\Omega_p}{4\pi} \left(\mathbf{p}\hat{G}_p^1\right)_{11}, \tag{2}$$

$$\rho = -e\nu \left\{ 2e\varphi + i\pi T \sum_{\omega_n} \int \frac{d\Omega_p}{4\pi} \operatorname{Sp} \hat{G}_p^1 \right\},$$

где $\nu = mp/2\pi^2$ — плотность состояний на поверхности Ферми. Решение системы уравнений (1) можно представить в виде

$$\hat{G}_p^1 = B_p \tau_Z + D_p, \tag{3}$$

где величины B_p, D_p являются функциями импульса $\mathbf{p}$ на поверхности Ферми и координаты $\mathbf{r}$. Функции B_p, D_p удовлетворяют системе уравнений

$$\left(\mathbf{v}\frac{\partial B_p}{\partial \mathbf{r}}\right) + \omega_0 D_p + \frac{1}{\tau} D_p - \\ - nv \int d\Omega_{p_1} \sigma_{pp_1} D_{p_1} = 2ie\varphi, \tag{4}$$

$$\left(\mathbf{v}\frac{\partial D_p}{\partial \mathbf{r}}\right) + \omega_0 B_p + \frac{1}{\tau} B_p - nv \int d\Omega_{p_1} \sigma_{pp_1} B_{p_1} = \\ = -2ie(\mathbf{v}\cdot\mathbf{A}_1).$$

Формальное решение второго уравнения (4) можно записать в виде

$$B_p = -\left[\omega_0 + \frac{1}{\tau} - nv \int d\Omega_{p_1} \sigma_{pp_1}\right]^{-1} \times \\ \times \left(2ie(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{A}_1) + \left(\mathbf{v}_1 \frac{\partial D_{p_1}}{\partial \mathbf{r}}\right)\right). \tag{5}$$

Подставляя выражение (5) для функции B_p в первое из уравнений (4), получим одно уравнение для величины D_p:

$$\hat{L} D_p = 2ie \left\{ \varphi + \left(\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right) \times \\ \times \left[\omega_0 + \frac{1}{\tau} - nv \int d\Omega_{p_1} \sigma_{pp_1}\right]^{-1} (\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{A}_1) \right\}, \tag{6}$$

где оператор $\hat{L}$ определяется выражением

$$\hat{L} = \omega_0 + \frac{1}{\tau} - nv \int d\Omega_{p_1} \sigma_{pp_1} - \\ - \left(\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right) \left[\omega_0 + \frac{1}{\tau} - nv \int d\Omega_{p_1} \sigma_{pp_1}\right]^{-1} \left(\mathbf{v}_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right). \tag{7}$$

Сумма по частоте ω_n в уравнениях (2) вычисляется очень просто и в результате находим

$$\mathbf{j}_1 = -\frac{iep\omega_0}{2} \int \frac{d\Omega_p}{4\pi} (\mathbf{p} B_p), \tag{8}$$

$$\rho = -e\nu \left\{ 2e\varphi + i\omega_0 \int \frac{d\Omega_p}{4\pi} D_p \right\}$$

Аналитическое продолжение в уравнениях (5), (6), (8) сводится к замене $\omega_0 \to -i\omega$.

Уравнения (8) для плотности тока и заряда следует дополнить уравнениями Максвелла:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \tag{9}$$

Теперь можно сформулировать задачу на собственные значения для поверхностных (и объемных) плазмонов в общем случае.

Частота плазмона ω есть решение системы уравнений (8), (9) с отходящей электромагнитной волной на бесконечности. Эта задача не является самосопряженной, и частота ω во всяком случае будет комплексной. Однако фактически, как будет показано ниже, радиационная ширина в экспериментально интересной области размеров кластера мала и пропорциональна $(R\omega_p/c)^3$ (ω_p — частота плазмона, c — скорость света). Большая часть ширины плазмона связана с рассеянием электронов на дефектах кристаллической структуры или на примесях. Для получения обратных операторов в уравнениях (5), (7) следует использовать граничные условия. Это могут быть зеркальные, диффузные граничные условия или комбинация из них.

3. ПОВЕРХНОСТНЫЙ ПЛАЗМОН В КЛАСТЕРЕ

Существуют два типа решений задачи на собственные значения для частицы малого размера. Доминирующий член в одном из них есть скалярный потенциал φ, а во втором — векторный потенциал $\mathbf{A}_1$.

Рассмотрим первое семейство. В главном приближении по параметру $(R\omega_p/c)^2$ внутри частицы и вне ее на расстояниях много меньших c/ω_p можно пренебречь векторным потенциалом $\mathbf{A}_1$. Скалярный потенциал φ есть решение уравнения

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\mathbf{r}^2} = \frac{8\pi\nu e^2}{\omega + i/\tau_{tr}} \times \\ \times \left\langle \left[\omega + \frac{i}{\tau} - inv\int d\Omega_{p_1}\sigma_{pp_1} + \right.\right. \\ \left. + \left(\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}\right)\left(\omega+\frac{i}{\tau} - inv\int d\Omega_{p_1}\sigma_{pp_1}\right)^{-1}\left(\mathbf{v}_1\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}\right)\right]^{-1} \times \\ \left. \times \left(\mathbf{v}_1\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}\right)\left(\mathbf{v}_1\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}\right)\varphi\right\rangle \quad (10)$$

внутри частицы (τ_{tr} — транспортное время рассеяния), и вне частицы скалярный потенциал φ есть решение уравнения

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\mathbf{r}^2} = 0. \quad (11)$$

Подобным же образом может быть рассмотрена вторая (токовая) ветвь плазмона.

Рассмотрим сферически-симметричный кластер радиуса R. Вне кластера решение уравнения (11) есть

$$\varphi_{ext} = \frac{C}{r^{l+1}}Y_l^m e^{-i\omega t}, \quad r > R, \quad r = |\mathbf{r}|, \quad (12)$$

где C — некоторая константа, Y_l^m — сферические функции.

Внутри кластера функция φ есть сумма двух членов

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = Y_l^m(\tilde{E}r^l + \phi)e^{-i\omega t}. \quad (13)$$

Функция ϕ в уравнении (13) экспоненциально затухает в глубь кластера и вблизи поверхности может быть выбрана в виде

$$\phi = \hat{\phi}\left(\frac{R}{r}\right)^{\gamma} e^{-\kappa(R-r)}. \quad (14)$$

Параметр κ в уравнении (14) есть обратная динамическая глубина экранирования. Оба параметра, κ, γ, должны быть найдены из уравнения (10) и граничных условий к нему: скалярный потенциал есть непрерывная функция на поверхности кластера, производная по нормали к поверхности непрерывна, и $\mathbf{n}\cdot\mathbf{j}_1 = 0$ на поверхности кластера ($\mathbf{n}$ — вектор нормали к поверхности).

Ниже предположим, что кластер достаточно большой и параметр $\kappa R \gg 1$. В главном приближении частота поверхностного плазмона не зависит от размера кластера [2, 3]. Первая часть нашей задачи — найти поправочный член, пропорциональный $(\kappa R)^{-1}$. Для того чтобы это сделать, введем оператор $\hat{L}_0$ нулевого приближения:

$$\hat{L}_0 = \omega + \frac{i}{\tau} - inv\int d\Omega_{p_1}\sigma_{pp_1} + \\ +\kappa^2(\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}_\rho)(\omega+\frac{i}{\tau}-inv\int d\Omega_{p_1}\sigma_{pp_1})^{-1}(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{e}_\rho), \quad (15)$$

где $\mathbf{e}_\rho = \mathbf{r}/r$ — единичный вектор вдоль $\mathbf{r}$. Из уравнений (10), (14) находим уравнение для функции ϕ с учетом главного и первого поправочного членов по параметру $(\kappa R)^{-1}$:

$$\left[\kappa^2 - \frac{2\kappa(\gamma-1)}{r}\right]\phi = \frac{8\pi\nu e^2}{\omega + i/\tau_{tr}}\left\langle \hat{L}_0 - \right. \\ -\frac{2\kappa\gamma}{r}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}_\rho)\left(\omega + \frac{i}{\tau} - inv\int d\Omega_{p_1}\sigma_{pp_1}\right)^{-1}(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{e}_\rho) + \\ + \frac{\kappa(\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}_\theta)}{r}\left(\omega + \frac{i}{\tau} - inv\int d\Omega_{p_1}\sigma_{pp_1}\right)^{-1}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}_\theta) + \\ \left. +\frac{\kappa(\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}_\varphi)}{r}\left(\omega+\frac{i}{\tau}-inv\int d\Omega_{p_1}\sigma_{pp_1}\right)^{-1}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}_\varphi)\right]^{-1} \times \\ \times\left.\left[(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{e}_\rho)^2\left(\kappa^2 - \frac{2\kappa(\gamma+1/2)}{r}\right) + \frac{\kappa v^2}{r}\right]\phi\right\rangle, \quad (16)$$

где уголковые скобки означают усреднение по углам вектора $\mathbf{p}$.

Главный член в уравнении (16) определяет величину κ:

$$1 = \frac{3\omega_\rho^2}{\omega + i/\tau_{tr}}\left\langle \hat{L}_0^{-1}\cos^2\theta_p\right\rangle, \quad (17)$$

где $\omega_p^2 = 8\pi\nu e^2 v^2/3$ — частота плазменных колебаний.

Поправочный член дает уравнение для величины γ:

$$1 = \frac{\omega_p^2}{\omega + i/\tau_{tr}}\langle\hat{L}_0^{-1}\rangle + \frac{2(\gamma+1/2)\omega_p^2\kappa^2v^2}{(\omega + i/\tau_{tr})^2} \times \\ \times\langle\hat{L}_0^{-1}\cos^2\theta_p\hat{L}_0^{-1}\cos^2\theta_{p1}\rangle - \\ - \frac{\omega_p^2\kappa^2v^2}{(\omega + i/\tau_{tr})^2}\langle\hat{L}_0^{-1}\hat{L}_0^{-1}1\rangle. \quad (18)$$

Ниже покажем, что величина γ оказывается численно большой. Поэтому на зависимости частоты поверхностного плазмона от радиуса кластера возникает обширное плато. Для описания этого явления применим интерполяционную процедуру. Предположим, что при значениях L порядка единицы ($L = 1, 2$) функция ϕ (см. уравнение (13)) удовлетворяет соотношению

$$\phi'' + \frac{2\gamma}{r}\phi' - \kappa^2\phi = 0, \tag{19}$$

где параметры κ, γ определяются уравнениями (17), (18), а штрих означает дифференцирование по r. Решение уравнения (19) выражается через функцию Бесселя:

$$\phi = \tilde{C}(\kappa r)^{1/2-\gamma} I_{\gamma-1/2}(\kappa r). \tag{20}$$

Из формул (12), (13), (20) находим два граничных условия (условие непрерывности φ и ее нормальной производной при $r = R$):

$$\frac{C}{R^{l+1}} = \tilde{C}(\kappa R)^{1/2-\gamma} I_{\gamma-1/2}(\kappa R) + \tilde{E}R^l, \tag{21}$$

$$-\frac{C(l+1)}{R^{l+1}} = \tilde{C}\left[\left(\frac{1}{2}-\gamma\right)(\kappa R)^{1/2-\gamma} \times \right.$$
$$\times I_{\gamma-1/2}(\kappa R) + (\kappa R)^{1/2-\gamma} \times$$
$$\left.\times\Big((\kappa R) I_{\gamma+1/2}(\kappa R) + (\gamma-1/2) I_{\gamma-1/2}(\kappa R)\Big)\right] + \tilde{E}lR^l.$$

Исключая константу C из системы уравнений (21), находим одно из уравнений для коэффициентов $\tilde{C}, \tilde{E}$:

$$\tilde{E}(2l+1)R^l + \tilde{C}(\kappa R)^{1/2-\gamma} \times$$
$$\times\left\{(l+1) I_{\gamma-1/2}(\kappa R) + (\kappa R) I_{\gamma+1/2}(\kappa R)\right\} = 0. \tag{22}$$

Уравнение (8) для плотности тока $\mathbf{j}_1$ с помощью формул (5), (6) приводится к виду

$$\mathbf{j}_1 = -\frac{e^2 p\omega}{\pi^2(\omega + i/\tau_{tr})}\left\{\frac{pv}{3}\mathbf{A}_1 + \right.$$
$$\left. + \left\langle \mathbf{p}\left(\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)\hat{L}_{p_1}^{-1}\left(\varphi + \frac{i\left(\mathbf{v}_1\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{A}_1)}{\omega + i/\tau_{tr}}\right)\right\rangle\right\}. \tag{23}$$

В рассматриваемом случае векторный потенциал $\mathbf{A}_1$ мал и им можно пренебречь. В результате условие обращения в нуль нормальной компоненты тока на поверхности кластера принимает вид

$$\left\langle \mathbf{n}\cdot\mathbf{p}\left(\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)\hat{L}_{p_1}^{-1}\left(\tilde{E}r^l + \tilde{C}(\kappa r)^{1/2-\gamma} I_{\gamma-1/2}(\kappa r)\right) \times \right.$$
$$\left. \times Y_l^m(\mathbf{r}/r)\right\rangle_S = 0. \tag{24}$$

В главном приближении действие оператора $\partial/\partial r$ на функцию ϕ сводится к умножению ее на параметр κ, и в этом приближении из формул (17), (22), (24) находим известный результат для частоты поверхностного плазмона:

$$\omega\left(\omega + \frac{i}{\tau_{tr}}\right) = \omega_p^2 \frac{l}{2l+1}. \tag{25}$$

Вернемся теперь к исследованию зависимости частоты поверхностного плазмона от размера кластера. В рассматриваемом приближении уравнение (24) можно представить в виде

$$R^{l-1}\frac{\tilde{E}l}{3\omega} + \tilde{C}\left\langle \cos^2\theta_p \times \right.$$
$$\times \frac{\partial}{\partial r}\left[\omega + \frac{i}{\tau} - inv\int d\Omega_{p_1}\sigma_{pp_1} + \right.$$
$$\left. + \frac{v^2}{\omega + i/\tau_{tr}}\left(\cos^2\theta_p\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)\right]^{-1} \times$$
$$\left. \times (\kappa r)^{1/2-\gamma} I_{\gamma-1/2}(\kappa r)\right\rangle_{r=R} = 0. \tag{26}$$

Решая уравнение (26), получим

$$R^l\frac{\tilde{E}l}{3} = \tilde{C}\int\limits_0^1 dZ\, Z^2 \sum_{M=1}^{\infty} 2MR^{2M} \times$$
$$\times \sum_{m=0}^{M-1} C_m(-1)^{M-m}\left(\frac{\omega(\omega + i/\tau_{tr})}{4v^2 Z^2}\right)^{M-m} \times$$
$$\times \frac{\Gamma(m+1)\Gamma(m + (1/2)Z^2)}{\Gamma(M+1)\Gamma(M + (1/2)Z^2)}. \tag{27}$$

Коэффициенты C_m в формуле (27) — коэффициенты разложения функции Бесселя в ряд Тейлора:

$$(\kappa r)^{1/2-\gamma} I_{\gamma-1/2}(\kappa r) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m r^{2m}, \tag{28}$$

$$C_m = \frac{1}{m!\Gamma(m+\gamma+1/2)}\left(\frac{\kappa}{2}\right)^{2m} \cdot 2^{-\gamma+1/2}.$$

Условие разрешимости системы уравнений (22), (27) определяет спектр поверхностных плазмонов:

$$-\frac{l}{3(2l+1)}(\kappa R)^{1/2-\gamma}\times$$
$$\times\left\{(l+1)I_{\gamma-1/2}(\kappa r)+(\kappa R)I_{\gamma+1/2}(\kappa R)\right\}=$$
$$=\int\limits_0^1 dZ\,Z^2\sum_{M=1}^{\infty}2MR^{2M}\times$$
$$\times\sum_{m=0}^{M-1}C_m(-1)^{M-m}\left(\frac{\omega(\omega+i/\tau_{tr})}{4v^2Z^2}\right)^{M-m}\times$$
$$\times\frac{\Gamma(m+1)\Gamma(m+(1/2)Z^2)}{\Gamma(M+1)\Gamma(M+(1/2)Z^2)}. \quad (29)$$

Величина κ в формуле (29) находится из уравнения (17). Обычно ширина плазмона мала по сравнению с его частотой и ею можно пренебречь при вычислении величины κ. С этой точностью находим из уравнения (17)

$$1=\frac{3\omega_p^2}{\kappa^2v^2}\left[1-\frac{\omega}{\kappa v}\operatorname{arctg}\left(\frac{\kappa v}{\omega}\right)\right]. \quad (30)$$

Для определения величины γ при $R\to\infty$ необходимо найти среднее значение операторов в формуле (18):

$$\left\langle \hat{L}_0^{-1}1\right\rangle=\int\limits_0^1\frac{dZ\omega}{\omega^2+\kappa^2v^2Z^2}=\frac{1}{\kappa v}\operatorname{arctg}\left(\frac{\kappa v}{\omega}\right), \quad (31)$$

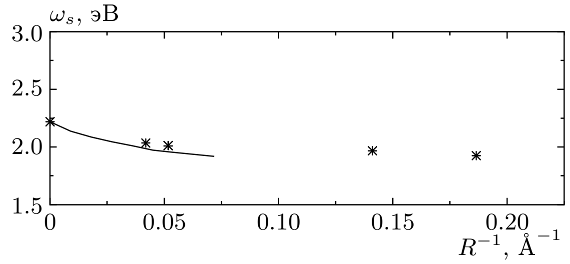
$$\left\langle \hat{L}_0^{-1}\cos^2\theta_p\right\rangle=\int\limits_0^1\frac{dZZ^2\omega}{\omega^2+\kappa^2v^2Z^2}=$$
$$=\frac{\omega}{\kappa^2v^2}\left[1-\frac{\omega}{\kappa v}\operatorname{arctg}\left(\frac{\kappa v}{\omega}\right)\right],$$

$$\left\langle \hat{L}_0^{-1}\cos^2\theta_p\hat{L}_0^{-1}\cos^2\theta_{p_1}\right\rangle=\int\limits_0^1\frac{dZ\omega^2Z^4}{(\omega^2+\kappa^2v^2Z^2)^2}=$$
$$=\frac{\omega^2}{(\kappa v)^4}\left[1+\frac{\omega^2}{2(\omega^2+\kappa^2v^2)}-\frac{3}{2}\frac{\omega}{\kappa v}\operatorname{arctg}\left(\frac{\kappa v}{\omega}\right)\right].$$

При $R\to\infty$ из уравнений (18), (25), (31) находим значение параметра γ при $l=1$:

$$\gamma=9.04. \quad (32)$$

В рамках теории возмущений, пока сдвиг частоты поверхностного плазмона мал, вместо уравнения



Зависимость частоты поверхностного плазмона Na от радиуса кластера R. Крестики — экспериментальные данные работы [2]. Сплошная линия — теоретическая зависимость (29)

(25) находим следующее выражение для частоты поверхностного плазмона:

$$\omega\left(\omega+\frac{i}{\tau_{tr}}\right)=$$
$$=\omega_p^2\frac{l}{2l+1}\frac{1-\dfrac{\gamma-(l+1)}{\kappa R}}{1+\dfrac{3}{\kappa R}\left[1-\left(\dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}-\dfrac{\kappa^2v^2}{3\omega^2}\right)\right]}. \quad (33)$$

Из-за большого значения величины γ область применимости уравнения (33) оказывается сильно ограниченной снизу. Использование интерполяционных формул (29), (30), (32) позволяет расширить эту область вплоть до значений R порядка 10 Å.

На рисунке приведена зависимость частоты плазменных колебаний для Na, следующая из формул (29), (30), (32), и экспериментальные данные работы [2]. В формулах (29), (30), (32) нет подгоночных параметров. Для скорости на поверхности Ферми и плотности Na были использованы табличные значения:

$$\begin{aligned}&v=1.07\cdot10^8\ \text{см/с},\\&\text{плотность}=2.65\cdot10^{22}\ \text{частиц/см}^3.\end{aligned} \quad (34)$$

В области $R<12$ Å нельзя пренебрегать зависимостью параметра γ от размера кластера. В этой области проблема сводится к решению уравнения (10) с необходимой точностью для потенциала ϕ.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод, позволяющий исследовать зависимость частоты поверхностного плазмона от формы и размера кластера. Показано, что при рассмотрении задачи возникает большой численный параметр γ, входящий в зависимость потенциала от координат. В результате на зависимости частоты плазмона от радиуса кластера, $\omega = \omega(R)$, возникает обширное плато. По-видимому, при размере кластера порядка нескольких ангстрем существенным станет профиль потенциального барьера вне кластера. Отметим также, что экспериментальная ширина поверхностного плазмона слабо зависит от размера кластера [2]. В нашем подходе ширина плазмона связана с рассеянием электронов на примесях или дефектах кристаллической решетки. Зависимость затухания от размера кластера связана главным образом с тем, что частота плазмона входит во все выражения лишь в комбинации $\omega(\omega + i/\tau_{tr})$.

Автор выражает благодарность В. В. Кресину и В. З. Кресину за активное обсуждение и ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке CRDF (USA) (грант №RP1-2251), а также USA National Science Foundation.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. V. Kresin, Phys. Rep. **220**, 1 (1992).
2. C. Brechignac and J. P. Connerade, J. Phys. B **27**, 3795 (1994).
3. G. Mie, Ann. der Phys. **25**, 377 (1908).
4. A. A Lushnikov and A. J. Simonov, Z. Phys. **270**, 17 (1974).
5. U. Kreibig and M. Vollmer, *Optical Properties of Metal Clusters*, Springer, Berlin (1995).
6. A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, J. Low Temp. Phys. **10**, 407 (1973).