

# ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ СЛОИСТОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ (ЧЕРЕДУЮЩИЕСЯ МАГНИТНЫЕ И НЕМАГНИТНЫЕ СЛОИ)

*B. Я. Кравченко\**

*Институт физики твердого тела Российской академии наук  
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 1 августа 2001 г.

Для исследования проводимости многослойного образца (челедующиеся слои магнитного ( $m$ ) и немагнитного ( $n$ ) металлов) используется система кинетических уравнений для функций распределения носителей, различающихся как по энергетическому спектру, так и по спиновой проекции. Выведены граничные условия на межслоевых поверхностях в приближении, когда поверхностное рассеяние подразделяется на «зеркальное» и «диффузное» и характеризуется параметрами рассеяния (отражения и прохождения), связанными зависящими от спиновых проекций и вида спектра соотношениями. Рассмотрена задача о продольном к слоям токе; анализируются ситуации, в которых при смене взаимной ориентации намагниченостей в последовательных  $m$ -слоях от антипараллельной на параллельную изменение проводимости могут достигать величин порядка самих значений проводимости (так называемый эффект гигантского магнитосопротивления). Это возможно лишь при тонких (в сравнении с длиной свободного пробега)  $n$ -слоях (в  $m$ -слоях соотношения характерных размеров могут быть произвольными) и при непременном наличии зеркального поверхностного рассеяния. Приведены результаты для разных вариантов соотношений фермиевских импульсов электронных групп, для различных долей зеркальности и диффузности. Продемонстрирована возможность реализации эффектов обоих знаков.

PACS: 73.40.-c, 73.50.Jt

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема электронного транспорта в слоистых проводниках вызвала в последнее десятилетие повышенный интерес в связи с изучением эффекта так называемого гигантского отрицательного магнитосопротивления (giant negative magnetoresistance, GNMR). Этот эффект заключается в весьма заметном падении электросопротивления под действием сравнительно слабых магнитных полей (характерные величины относительного изменения сопротивления — до десятков процентов в полях до нескольких килоэрстед). Эффект GNMR реализуется в системах из чередующихся слоев ферромагнитного ( $m$ -слои) и немагнитного ( $n$ -слои) металлов; падение сопротивления происходит при изменении ориентации намагниченностей в последовательных  $m$ -слоях от исходной антипараллельной (AP) на параллель-

ную (P), это изменение достигается воздействием внешнего магнитного поля (гораздо более слабого, чем поле, в котором заметны гальваномагнитные эффекты в однородных образцах тех металлов, из которых составлены многослойные системы). Первые экспериментальные работы по GNMR — [1, 2], последующие публикации исчисляются десятками ежегодно, обзоры представлены в [3–6]. К настоящему времени на различных вариантах многослойных образцов проведены подробные экспериментальные исследования. Выяснению механизмов эффекта GNMR посвящено большое число теоретических публикаций.

Имеется ряд теоретических работ, в которых анализ явления проводился, согласно терминологии авторов, из первых принципов [7–12]. В этих работах моделировалась электронная структура многослойного образца для конкретных вариантов упаковки моноатомных плоскостей в слои при различных конструкциях переходных областей между  $n$ -

---

\*E-mail: krav@issp.ac.ru

и  $m$ -слоями, для различных типов дефектов и их размещений в объеме и на поверхностях и т. д. Таким путем выявлен ряд особенностей электронных состояний для конкретных структур, составленных из тонких (в несколько атомных плоскостей) слоев, в частности — возникновение специфических электронных мод, локализованных у поверхностей раздела, чувствительных к типу магнитного упорядочения и способных проявиться в электропереносе, обусловив падение сопротивления при переходе от АР- к Р-порядку, т. е. как при эффекте ГНМР. Но исследования такого типа, опирающиеся на подбор моделей и их апробации численными расчетами, вряд ли могут претендовать на выявление общей физической картины эффекта ГНМР. К примеру, весьма распространенная в экспериментах ситуация с более толстыми слоями (в десятки и более межатомных расстояний) требует иного рассмотрения: здесь приповерхностные моды не могут вносить определяющий вклад в процессы электронного транспорта, так что их изменение не способно обеспечить «гигантской» величины изменения электросопротивления.

Представляется перспективным другой подход, опирающийся не на выявление особенностей квантовых электронных состояний при многослойной упаковке разнородных атомов, а использующий обычное квазиклассическое описание делокализованных электронов с привлечением спектральных свойств «материнских»  $n$ - и  $m$ -металлов, из которых составлены слои. Специфика межслоевых электронных взаимодействий, приводящая к установлению АР-упорядоченности в отсутствие внешнего магнитного поля, при этом не рассматривается — предполагается, что эти взаимодействия не играют существенной роли в формировании транспортных свойств (такое предположение оправдывается, в частности, реализацией эффекта ГНМР на так называемых спин-клапанах — структурах, в которых как АР-, так и Р-поляризации слоев навязываются извне [11, 13, 14]). В работах данного направления проводимость системы вычисляется либо в формализме гриновских функций [15–18], либо с использованием кинетических уравнений [19–24]; в квазиклассическом приближении эти методики эквивалентны [25]. При использовании больцмановского формализма переходные области между слоями аппроксимируются поверхностями раздела, на которых должны быть выполнены граничные условия, связывающие значения функций распределения электронов в соседних слоях, по обе стороны границы.

В ряде теоретических работ, выполненных в рамках изложенных выше положений, были получены результаты, использованные для оценки изменения сопротивления в конкретных структурах ( $\text{Co}/\text{Cu}$ ,  $\text{Fe}/\text{Cr}$  и др. [9, 11, 17, 22, 26]); подбор соотношений между определяющими параметрами позволил выявить варианты, приводящие к соответствию с экспериментальной ситуацией. Однако проведенный теоретический анализ выполнен, на наш взгляд, недостаточно последовательно и полно, а в ряде случаев и не вполне корректно. Так, серьезные замечания возникают в связи с приближениями, используемыми при постановке граничных условий. Проблема граничных условий на поверхности раздела сред привлекает внимание теоретиков и в настоящее время, особенно для ситуации с нормальным к слоям током. В работах рассматриваемого направления эти условия обычно формулируются по аналогии с известными приближениями Фукса [27] и Зондгеймера [28], т. е. с подразделением процессов поверхностного рассеяния на «зеркальные» (с сохранением продольного импульса) и «диффузные» (полностью изотропное рассеяние) и введением коэффициентов «зеркальности» и «диффузности», соответствующих долям рассеянного на поверхности нормального к ней потока; в дополнение к параметрам отражения Фукса вводятся и параметры, характеризующие проникновение через поверхности раздела.

Такое приближение существенно упрощает теоретическое рассмотрение задачи о формировании проводимости с учетом рассеяния межслоевыми поверхностями и в принципе может позволить выявить механизмы «гигантских» ее изменений при смене характера распределения намагниченностей по слоям. Важным здесь является корректный учет соотношений между коэффициентами переходов (из  $m$ -слоев в  $n$ -слои и обратно). Величины этих параметров связаны принципом детального равновесия (а их наборы должны удовлетворять правилам нормировки, следующим из условий сохранения нормальных потоков), и их соотношения чувствительны, в частности, к различиям в электронных спектрах электронов  $m$ - и  $n$ -слоев. Это обстоятельство само по себе должно обуславливать зависимость от спина параметров переходов и, следовательно, возможность влияния типа распределения намагниченности по слоям на проводимость многослойной системы. Однако в ряде работ коэффициенты прямого и обратного переходов полагались совпадающими, причем во всей области изменения импульсов [20, 24], в некоторых работах равенство относилось к диффузным частям, а для зеркальных использовались упрощен-

ные оптические аналоги [22, 29]. Для объяснения зависимости от спина параметров рассеяния (в частности, длии свободного пробега) привлекались вклады в рассеивающие потенциалы от обменных или иных спин-чувствительных возмущений [21, 30]. Эти вклады могут быть заметными (особенно при существенной роли  $s-d$ -взаимодействия), но наряду с ними (а во многих конкретных ситуациях и главным образом) зависящими от спина факторами служат плотности конечных состояний (которым пропорциональны вероятности переходов при рассеянии), что всегда необходимо принимать во внимание.

Далее, в рассматриваемых работах недостает анализа, который позволил бы разобраться в физических механизмах эффекта на качественном уровне: не оценена относительная роль  $n$ - и  $m$ -электронов в формировании ориентационно зависимых вкладов в проводимость; не выяснено, в каком соотношении должны быть зеркальные и диффузные части поверхностного рассеяния, чтобы реализовался именно гигантский эффект; какого рода воздействие оказывает объемное рассеяние; какие факторы определяют знак эффекта (последнее актуально, в частности, в связи с экспериментальным обнаружением и положительного магнитосопротивления — так называемый обратный эффект гигантского магнитосопротивления [31–35]).

Настоящая работа посвящена теоретическому анализу обсуждаемой задачи об особенностях распространения тока в образце из металлических  $n$ - и  $m$ -слоев, т. е. в проводнике, неоднородном как по материалу, так и по распределению ориентации намагниченности. Специфические для ферромагнетика механизмы, влияющие на магнитосопротивления (например, проявления магнитополярной связи [36], рассеяние на флуктуациях намагниченности [37] и др.) не учитываются (для заметного участия такого рода процессов необходимы внешние поля, гораздо большие тех, при которых реализуется эффект гигантского магнитосопротивления). Для описания поведения электронов используется система кинетических уравнений. Предложен вывод граничных условий для функций распределения на поверхностях раздела слоев и аппроксимация этих соотношений с помощью обобщенных параметров Фукса–Зондгеймера, выраженных через вероятности поверхностного рассеяния. Анализируется задача о продольном токе. Исследуется зависимость изменения электропроводности от параметров, определяющих свойства носителей в  $n$ - и  $m$ -слоях, выявляются факторы, от которых зависит величина и знак эффекта.

## 2. УРАВНЕНИЯ ЗАДАЧИ

Кинетическое уравнение для компоненты функции распределения  $f_p^s(z)$ , описывающей электроны с импульсом  $\mathbf{p}$ , энергией  $\varepsilon_p^s$  и проекцией спина  $s$  (ось  $z$  направлена по нормали к слоям,  $s = \pm 1$  означает знак проекции спина на ось квантования), таково:

$$\frac{\partial \varepsilon_p^s}{\partial p_z} \frac{\partial f_p^s}{\partial z} - \nabla(e\varphi + \varepsilon_p^s) \frac{\partial f_p^s}{\partial \mathbf{p}} = \text{St}^s(f). \quad (2.1)$$

Здесь  $\varphi$  — потенциал внешнего поля, возбуждающего ток,  $\text{St}^s(f)$  — интеграл столкновений. Выражение для  $\text{St}(f)$  должно содержать как вклады от столкновений в объеме слоев с достаточно однородно распределенными рассеивателями, так и вклады от электронных переходов, обусловленных воздействием промежуточной между соседними слоевыми структурами области и локализованными в этом промежутке дефектами. Отмеченная неоднородность рассеивателей проявляется через координатную зависимость фигурирующих в выражении для  $\text{St}(f)$  вероятностей переходов вследствие их пропорциональности концентрациям соответствующих центров рассеяния (для рассматриваемого случая слоистой системы переход от уравнений Дайсона к кинетическим уравнениям с пространственно-зависящими столкновительными членами продемонстрирован в [23]).

В ситуации, когда толщины переходных областей гораздо меньше толщин слоев, можно ограничиться решением уравнений (2.1) внутри слоев, сохранив в интегралах столкновений лишь части, ответственные за внутриобъемное рассеяние. Наличие же и влияние приграничных областей выразится через соотношения, связывающие функции распределения в соседних слоях друг с другом; эти соотношения, определяемые видом уравнений (2.1) и приповерхностными частями интеграла столкновений  $\text{St}(f)$ , и являются граничными условиями, которые должны выполняться на поверхностях раздела. Вывод таких соотношений и их упрощенная форма приведены в Приложении А.

Переходя к конкретизации задачи внутри слоев, условимся отмечать их индексами  $n_j$  (немагнитные) и  $m_j$  (магнитные). Примем для определенности, что внешние поверхности образца являются  $n$ -слоями, и отметим последовательную тройку индексами  $n_{j-1}, m_j, n_j$ ,  $j = 1, \dots, K$ . Положим также, что толщины слоев одинаковы для каждого сорта и равны  $d_n, d_m$ , так что общая толщина образца

$$D = D_m + D_n, \quad D_m = Kd_m, \quad (2.2)$$

$$D_n = (K+1)d_n.$$

Ограничимся в дальнейшем простым параболическим спектром носителей и будем использовать в  $n$ -слоях

$$\varepsilon_{n,p}^s = \varepsilon_{np} = \frac{p^2}{2m_n} + \varepsilon_n, \quad \varepsilon_n = \varepsilon_{n0} + e\varphi_0, \quad (2.3)$$

в  $m$ -слоях

$$\begin{aligned} \varepsilon_{m,p}^s &= \frac{p^2}{2m_m} + \varepsilon_m - \Omega_j s, \quad \varepsilon_m = \varepsilon_{m0} + e\varphi_0, \\ \Omega_j &= \frac{1}{2}\mu_0 H_j. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь выделены начала отсчета спектров в массивных  $n$ - и  $m$ -образцах,  $\varepsilon_{n0}$  и  $\varepsilon_{m0}$ . В (2.4) наличие намагниченности выражено в виде зеемановской энергии спина во внутреннем магнитном поле  $H_j$  (через  $\mu_0$  обозначено произведение магнетона Бора на  $g$ -фактор); принято, что направления намагниченности в слоях коллинеарны, так что при Р-упаковке все  $H_{m,j}$  одинаковы, а при АР-упаковке  $H_{m,j}$  меняют знак при изменении индекса  $j$  на единицу. В выражениях для энергии присутствует потенциал  $\varphi_0(z)$ , возникающий вследствие перераспределения электронных плотностей (исходно связанных с химическими потенциалами  $\mu_n$  и  $\mu_m$  изолированных материалов) при объединении слоев в единый образец с общим химическим потенциалом  $\mu$ . Из уравнения Пуассона с плотностью нескомпенсированного заряда, определяемой разностью локальных концентраций электронов в многослойной системе и в исходных материалах, нетрудно получить для  $\varphi_0$  выражения

$$\begin{aligned} \varphi_0(z) &= \varphi_{0n} + (\varphi_{0m} - \varphi_{0n}) \frac{2R_n^D}{R_n^D + R_m^D} \times \\ &\times \exp\left(-\frac{d_n}{2R_n^D}\right) \operatorname{ch} \frac{z - \bar{z}_j}{R_n^D}, \\ \varphi_0(z) &= \varphi_{0m} + (\varphi_{0n} - \varphi_{0m}) \frac{2R_m^D}{R_n^D + R_m^D} \times \\ &\times \exp\left(-\frac{d_m}{2R_m^D}\right) \operatorname{ch} \frac{z - \bar{z}_j}{R_m^D} \end{aligned} \quad (2.5)$$

соответственно для  $n$ - и  $m$ -слоев ( $\bar{z}_j$  — середины соответствующих слоев). В конечных слоях, которые для определенности здесь и далее будем полагать немагнитными, имеем

$$\begin{aligned} \varphi_0(z) &= \varphi_{0n} + 2R_n^D \frac{\varphi_{0m} - \varphi_{0n}}{R_n^D + R_m^D} \exp\left(-\frac{d_n}{R_n^D}\right) \times \\ &\times \begin{cases} \operatorname{ch}(z/R_n^D), & z \geq 0, \\ \operatorname{ch}[(z-D)/R_n^D], & z \leq D. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.6)$$

В (2.6) фигурируют  $R_{n,m}^D$  — дебаевские радиусы экранирования в слоях; принято, что  $d_{n,m} \gg R_{n,m}^D$ .

Величина  $e\varphi_{0j} \approx \mu_{0j} - \mu$ , т. е. равна разности работ выхода электрона из материала отдельного изолированного слоя и из единого многослойного образца.

Запишем функцию распределения электронов в произвольном слое  $i=(n_j, m_j)$  в обычном виде:

$$f_i^s = f_{0i}^s + \frac{\partial f_{0i}^s}{\partial \varepsilon_{ip}^s} \chi_i^s, \quad (2.7)$$

где  $f_{0i}^s = f_0(\varepsilon_{ip}^s - \mu)$  — равновесная фермиевская функция (система считается вырожденной, так что в дальнейшем полагаем  $\partial f_{0i}^s / \partial \varepsilon_{ip}^s = -\delta(\mu - \varepsilon_{ip}^s)$ ). В линеаризованном уравнении для неравновесной добавки  $\chi_i^s(\mathbf{p})$  ограничимся записью интеграла столкновений (его объемной части) через времена релаксации:

$$v_z \frac{\partial \chi_i^s}{\partial z} + \frac{\chi_i^s - \bar{\chi}_i^s}{\tau_{si}^s} + \frac{\chi_i^s - \bar{\chi}_i^{-s}}{\tau_{-si}^s} = e\mathbf{v} \cdot \nabla \varphi, \quad (2.8)$$

где  $\nabla$  — скорость электронов и введены обозначения

$$\begin{aligned} \bar{F}_i^s &= \frac{\langle F_i^s \rangle_i^s}{\langle 1 \rangle_i^s}, \quad \langle F_i^s \rangle_i^s = - \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} F_i^s(p) \frac{\partial f_{0i}^s}{\partial \varepsilon_{ip}^s}, \\ \langle 1 \rangle_i^s &= \frac{m^{3/2}(\mu - \varepsilon_i^s)^{1/2}}{\sqrt{2\pi^2\hbar^3}} = \nu_{iF}^s. \end{aligned} \quad (2.9)$$

В выражении для парциальной плотности состояний на уровне Ферми,  $\nu_{iF}^s = \nu_i^s(\mu)$ , в качестве  $\varepsilon_i^s$  в случае  $i = n_j$  следует использовать  $\varepsilon_n$  из (2.3), а в случае  $i = m_j$  — набор  $\varepsilon_m - s\Omega_j$  из (2.4). Введем обозначения, удобные для дальнейшего пользования:

$$\begin{aligned} p_{si} &= p_i \sqrt{\Gamma_{si}}, \quad p_i = \sqrt{2m_i(\mu - \varepsilon_i)}, \\ \Gamma_{si} &= 1 + s \frac{\Omega_i}{\mu - \varepsilon_m}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Для  $i = n_j$  величина  $p_{si} = p_n$  является фермиевским импульсом  $n$ -электронов; в случае  $i = m_j$  возникают фермиевские импульсы отдельных  $s$ -групп. Важный для последующего анализа параметр  $\Gamma_{sj}$  характеризует различия энергетических сдвигов  $s$ -групп, имеющие место только для  $m$ -электронов (для  $n$ -электронов  $\Gamma_{sn} = 1$ ). При использовании (2.10) выражения для электронных импульсов на ферми- сфере (т. е. при  $\varepsilon_i^s = \mu$ ) и для плотностей состояний приобретают вид

$$p^2 = p_z^2 + p_{||}^2 = p_{si}^2, \quad \nu_{iF}^s = \frac{p_{si} m_i}{2\pi^2\hbar^3}, \quad (2.11)$$

где  $\mathbf{p}_{||}$  — параллельная поверхностям слоев компонента электронного импульса.

При записи объемного интеграла столкновений в (2.8) принята во внимание возможность возникнове-

ния неравновесных изменений концентраций носителей, что выражают члены  $\tilde{\chi}_i^s$ . В рассматриваемой задаче перераспределение концентраций между группами  $s$ -электронов необходимо учитывать при анализе поперечного к слоям тока.

В (2.8) фигурирует набор времен релаксации:  $\tau_{si}^s$  отвечает рассеянию с сохранением спиновой проекции,  $\tau_{-si}^s$  — рассеянию с переворотом спина (флип-процесс). Индексы исходного состояния здесь и далее записаны сверху, а конечного — снизу. Времена флип-переходов,  $\tau_{-s}^s$  и  $\tau_s^{-s}$ , связаны условием аннулирования суммарного интеграла столкновений,  $\sum_s \langle St^s(f) \rangle^s = 0$ , что определяет их соотношение в соответствии с принципом детального равновесия:

$$\frac{\nu_F^s}{\tau_{-s}^s} = \frac{\nu_F^{-s}}{\tau_s^{-s}}. \quad (2.12)$$

Для дальнейшего важны сведения о зависимости времен релаксации от спинового индекса  $s$ . Ограничимся ситуацией, когда среди механизмов объемного рассеяния доминирует упругое рассеяние на точечных дефектах ( $\delta$ -образный потенциал взаимодействия). В общем выражении для частоты релаксации должна присутствовать плотность конечных состояний на уровне химического потенциала,  $\nu_i^s$  (2.11), содержащая для  $m$ -электронов зависимость от  $s$ . Другие причины возникновения спиновой зависимости частоты релаксации могут быть связаны лишь с участием в рассеянии зависящих от спина потенциалов. Наиболее простой (и реальный) случай — рассеяние на дефектах с потенциалом в виде суммы двух частей, одна из которых содержит спиновые операторы [21, 30, 38]. При этом требуется, чтобы линейный вклад от спиновой части в полное сечение рассеяния не аннулировался при усреднении по совокупности дефектов данного типа; это в принципе выполнимо в  $m$ -материале, где знак спиновой добавки в рассеивающем потенциале может быть фиксирован внутренним магнитным полем. Для учета отмеченных обстоятельств удобно провести следующее переобозначение времен релаксации:

$$\frac{1}{\tau_{si}^s} = \frac{\sqrt{\Gamma_{si}}}{\tau_{si}}, \quad \frac{1}{\tau_{-si}^s} = \frac{\sqrt{\Gamma_{-si}}}{\tau_{fi}}. \quad (2.13)$$

Здесь явно выделен характер  $s$ -зависимости, связанной с плотностью конечных состояний, и введены «номинальные» времена  $\tau_{si}$  и  $\tau_{fi}$ . В описанной выше ситуации  $s$ -зависимость номинального времени  $\tau_{si}$  возможна лишь в  $m$ -слоях. Что же касается рассеяния с изменением спина, то величина  $\tau_{fi}$  нечувствительна к индексу  $s$  в силу соотношений (2.12).

Границные условия на поверхностях между слоями сформулированы в Приложении А.

### 3. ПРОДОЛЬНЫЙ ТОК. ОБЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Рассмотрим задачу о кинетике электронов в слоистой системе при наличии разности потенциалов, приложененной вдоль слоев, т. е. под действием однородного электрического поля  $E_x = -\partial\varphi/\partial x$ , направленного вдоль оси  $x$ . В силу очевидного для такой геометрии вывода о пропорциональности неравновесных частей функций распределения  $\chi_i^s$  компоненте скорости  $v_x$ , из кинетических уравнений (2.8) выпадают члены с неравновесными концентрациями, так что уравнения упрощаются:

$$v_z \frac{\partial \chi_i^s}{\partial z} + \frac{\chi_i^s}{\tilde{\tau}_{si}} = -e E_x v_x, \quad (3.1)$$

где

$$\frac{1}{\tilde{\tau}_{si}} = \frac{\sqrt{\Gamma_{si}}}{\tau_{si}} + \frac{\sqrt{\Gamma_{-si}}}{\tau_{fi}} \quad (3.2)$$

(использованы соотношения (2.13)). Запишем решения (3.1) в слое  $m_j$  и прилегающем к нему слое  $n_j$  (левая и правая границы  $m_j$ -слоя, соответственно  $z_{m_j}^l = z_{n_{j-1}}^r$  и  $z_{m_j}^r = z_{n_j}^l$ ):

$$\begin{aligned} \chi_{m_j}^{s>} &= -e E_x v_x \tilde{\tau}_{sm_j} \times \\ &\times \left[ 1 - (1 - \alpha_{m_j}^s) \exp \left( -\frac{z - z_{m_j}^l}{v_z \tilde{\tau}_{sm_j}} \right) \right], \quad v_z \geq 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \chi_{m_j}^{s<} &= -e E_x v_x \tilde{\tau}_{sm_j} \times \\ &\times \left[ 1 - (1 - \beta_{m_j}^s) \exp \left( -\frac{z - z_{m_j}^r}{v_z \tilde{\tau}_{sm_j}} \right) \right], \quad v_z \leq 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi_{n_j}^{s>} &= -e E_x v_x \tilde{\tau}_n \times \\ &\times \left[ 1 - (1 - \alpha_{n_j}^s) \exp \left( -\frac{z - z_{n_j}^l}{v_z \tilde{\tau}_n} \right) \right], \quad v_z \geq 0, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \chi_{n_j}^{s<} &= -e E_x v_x \tilde{\tau}_n \times \\ &\times \left[ 1 - (1 - \beta_{n_j}^s) \exp \left( -\frac{z - z_{n_j}^r}{v_z \tilde{\tau}_n} \right) \right], \quad v_z \leq 0. \end{aligned}$$

Формулы для  $\chi$  на других границах отличаются от выписанных индексами слоев. Выражения (3.3), (3.4) записаны так, что значения  $\chi^{>} (\chi^{<})$  на левой (правой) границе слоя пропорциональны параметрам  $\alpha$  ( $\beta$ ), через которые выражается влияние рассеяния на левой (правой) поверхности раздела на электронное распределение. Значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$

должны быть найдены из граничных условий (A.12). На поверхностях, отделяющих  $m_j$ -слой от соседних  $n$ -слоев, эти условия принимают вид (для обеих сторон соответствующих поверхностей раздела)

$$\begin{aligned}
 & \beta_{n_{j-1}}^s - \\
 & - \sum_{s'} \left[ \alpha_{n_{j-1}}^{s'} R_{s(r)}^{s' n_{j-1}}(p) + \frac{\beta_{m_j}^{s'}}{\kappa_{s' j}} T_{sn_{j-1}}^{s' m_j}(p) \right] = \\
 & = \sum_{s'} \left[ \hat{g}_n r_{sc(r)}^{s' n_{j-1} p} + \frac{\hat{g}_{m_j}^{s'}}{\kappa_{s' j}} t_{sn_{j-1} c}^{s' m_j p} \right], \\
 & \frac{\alpha_{m_j}^s}{\kappa_{s j}} - \\
 & - \sum_{s'} \left[ \frac{\beta_{m_j}^{s'}}{\kappa_{s' j}} R_{s(l)}^{s' m_j}(p) + \alpha_{n_{j-1}}^{s'} T_{sm_j}^{s' n_{j-1}}(p) \right] = \\
 & = \sum_{s'} \left[ \frac{\hat{g}_{m_j}^{s'}}{\kappa_{s' j}} r_{sc(l)}^{s' m_j p} + \hat{g}_n t_{sm_j c}^{s' n_{j-1} p} \right], \quad (3.5) \\
 & \frac{\beta_{m_j}^s}{\kappa_{s j}} - \sum_{s'} \left[ \frac{\alpha_{m_j}^{s'}}{\kappa_{s' j}} R_{s(r)}^{s' m_j}(p) + \beta_{n_j}^{s'} T_{sm_j}^{s' n_j}(p) \right] = \\
 & = \sum_{s'} \left[ \frac{\hat{g}_{m_j}^{s'}}{\kappa_{s' j}} r_{sc(r)}^{s' m_j p} + \hat{g}_n t_{sm_j c}^{s' n_j p} \right], \\
 & \alpha_{n_j}^s - \sum_{s'} \left[ \beta_{n_j}^{s'} R_{s(l)}^{s' n_j}(p) + \frac{\alpha_{m_j}^{s'}}{\kappa_{s' j}} T_{sn_j}^{s' m_j}(p) \right] = \\
 & = \sum_{s'} \left[ \hat{g}_n r_{sc(l)}^{s' n_j p} + \frac{\hat{g}_{m_j}^{s'}}{\kappa_{s' j}} t_{sn_j c}^{s' m_j p} \right].
 \end{aligned}$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned}
 \hat{g}_n &= 1 - \exp \left( -\frac{d_n}{\tilde{\tau}_n \hat{v}_{zn}} \right), \\
 \hat{g}_{m_j}^s &= 1 - \exp \left( -\frac{d_m}{\tilde{\tau}_{sm_j} \hat{v}_{zm}} \right), \\
 \hat{v}_{zn} &= \frac{\sqrt{p_n^2 - p_l^2}}{m_n}, \quad \hat{v}_{zm} = \frac{\sqrt{p_{sm}^2 - p_l^2}}{m_m}, \\
 \kappa_{s j} &= \frac{m_m \tilde{\tau}_n}{m_n \tilde{\tau}_{sm_j}} = \frac{M_n}{M_{m_j}^s}.
 \end{aligned} \quad (3.6)$$

В определениях (3.6) подразумеваются ограничения на интервалы изменения продольного импульса, диктуемые фигурирующими в (3.5) совместно с величинами  $g$  зеркальными параметрами  $t, r$  (A.9).

Далее,

$$\begin{aligned}
 R_s^{s' n_j}(p) &= r_{sc}^{s' n_j p} (1 - \hat{g}_n), \\
 R_s^{s' m_j}(p) &= r_{sc}^{s' m_j p} (1 - \hat{g}_{m_j}^{s'}), \\
 T_{sm_j}^{s' n_j}(p) &= t_{sm_j c}^{s' n_j p} (1 - \hat{g}_n), \\
 T_{sn_j}^{s' m_j} &= t_{sn_j c}^{s' m_j p} (1 - \hat{g}_{m_j}^{s'}).
 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Индексами ( $r$ ), ( $l$ ) в (3.5) отмечено, к какой из поверхностей соответствующего слоя, правой или левой, относятся коэффициенты отражения. В (3.5) отсутствуют вклады от диффузных частей выражения (A.12): в задаче о продольном токе, при  $\chi \propto v_x$ , они равны нулю. Важно отметить, что параметры  $\alpha$  и  $\beta$  зависят только от зеркальных составляющих поверхностного рассеяния, так что в отсутствие зеркальности согласно (3.5) все  $\alpha = \beta = 0$ . При сокращении в граничных соотношениях скоростей  $v_x$ , фигурирующих в формулах (3.3), (3.4) для  $\chi$ , учтено условие сохранения продольного импульса при зеркальных переходах. В итоге в (3.5) возникли параметры  $\kappa_{s j}$ , равные отношениям подвижностей электронов в  $n$ - и  $m$ -слоях,  $M_n$  и  $M_{m_j}^s$ .

Выражение для  $s$ -компоненты плотности тока в слое  $m_j$  (для  $z_{lj} \leq z \leq z_{rj}$ ) имеет вид

$$J_{m_j}^s(z) = -e \langle v_x \chi_{m_j}^s \rangle = \sigma_{m_j}^s(z) E_x, \quad (3.8)$$

где

$$\begin{aligned}
 \sigma_{m_j}^s(z) &= \sigma_{0m_j}^s \left\{ 1 - \frac{3}{4p_{sm_j}^3} \int_0^{p_{sm_j}} dp_z (p_{sm_j}^2 - p_z^2) \times \right. \\
 &\times \left. \left[ (1 - \alpha_{m_j}^s) \exp \left( -\frac{z - z_{il}}{v_z \tilde{\tau}_{sm_j}} \right) + (1 - \beta_{m_j}^s) \times \right. \right. \\
 &\times \left. \left. \exp \left( -\frac{z_{jr} - z}{v_z \tilde{\tau}_{sm_j}} \right) \right] \right\}, \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

и введено обозначение

$$\sigma_{0m_j}^s = \frac{e^2 \tilde{\tau}_{sm_j} n_{m_j}^s}{m_m}, \quad n_{m_j}^s = \frac{p_{sm_j}^3}{6\pi^2} \quad (3.10)$$

для парциальной проводимости группы  $m$ -электронов со спиновой проекцией  $s$ , которой характеризовался бы массивный образец при парциальной концентрации  $n_{m_j}^s$ . Полная плотность тока в точке  $z$  слоя  $m_j$  находится суммированием (3.8) по  $s$ . Формула для плотности тока в слое  $n_j$  отличается от (3.8), (3.9) заменой индексов (при этом  $\Gamma_{sn}=1$ ). Для характеристики всего образца используем, как обычно, среднюю плотность тока и, соответственно,

усредненную по полной толщине  $D$  образца проводимость  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{1}{D} \int_0^D dz \sum_s \sigma_i^s(z) = \sigma_{bd} + \sigma_c. \quad (3.11)$$

В (3.11) выделены две составляющие средней проводимости. Первая,  $\sigma_{bd}$ , образована из вкладов от (3.9) в отсутствие  $\alpha$ ,  $\beta$  и соответствует тому значению проводимости многослойного образца, каким оно должно быть при полностью диффузном рассеянии поверхностями. Величина  $\sigma_{bd}$  записывается в виде разности:

$$\sigma_{bd} = \sigma_b - \sigma_d, \quad (3.12)$$

где  $\sigma_b$  составлена из проводимостей массивных материалов:

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \sigma_{bn} + \sigma_{bm}, \quad \sigma_{bn} = \frac{D_n}{D} \sigma_{0n}, \\ \sigma_{bm} &= \frac{D_m}{D} \sigma_{0m}, \quad \sigma_{0n,m} = \sum_s \sigma_{0n,m}^s, \end{aligned} \quad (3.13)$$

а  $\sigma_d$  описывает редукцию объемной проводимости, которая осуществлялась бы при полностью диффузном поверхностном рассеянии, снижающем объемные длины свободных пробегов до соответствующих эффективных значений:

$$\begin{aligned} \sigma_d &= \sigma_d(n) + \sigma_d(m), \\ \sigma_d(n) &= \frac{3D_n}{2D} \sum_s \sigma_{0n}^s Y_n \left( \frac{u_n g_n \tilde{l}_n}{d_n} \right), \\ \sigma_d(m) &= \frac{3D_m}{2D} \sum_s \sigma_{0m}^s Y_m \left( \frac{u_m g_m \tilde{l}_{sm}}{d_m} \right). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned} Y_i(x_i) &= \int_0^1 du_i (1 - u_i^2) x_i, \\ u_i &= \frac{p_z}{p_{si}}, \quad g_i = 1 - \exp \left( -\frac{d_i}{u_i \tilde{l}_i} \right), \\ \tilde{l}_i &= v_{si} \tilde{\tau}_i, \quad v_{si} = \frac{p_{si}}{m_i} \end{aligned} \quad (3.15)$$

( $\tilde{l}$  — длины свободного пробега, времена релаксации  $\tilde{\tau}$  введены в (3.2)). Фигурирующее в (3.13) и (3.14) суммирование по  $s$  выражений, зависящих только от локальных свойств данного ( $n$ -го или  $m$ -го) слоя, свидетельствует об отсутствии в  $\sigma_{bd}$  межслоевых корреляций и, следовательно, о независимости этой

части проводимости (3.11) от типа магнитного порядка в образце.

Вторая составляющая средней проводимости (3.11),  $\sigma_c$ , определяется «зеркальными» переходами на поверхностях раздела слоев:

$$\sigma_c = \sigma_c(m) + \sigma_c(n), \quad (3.16)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_c(n) &= \frac{3}{4D} \sum_s \sum_{j=0}^K \tilde{l}_n \sigma_{0n}^s Y_n [u_n g_n (\alpha_{n_j}^s + \beta_{n_j}^s)], \\ \sigma_c(m) &= \frac{3}{4D} \times \\ &\times \sum_s \sum_{j=1}^K \tilde{l}_{sm_j} \sigma_{0m}^s Y_{m_j}^s [u_{m_j} g_{m_j}^s (\alpha_{m_j}^s + \beta_{m_j}^s)]. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Обычная роль зеркальных вкладов в проводимость заключается в компенсации упомянутой выше диффузной редукции, связанной с  $\sigma_d$  из (3.12); степень этой компенсации зависит от величин параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , определяемых граничными условиями (3.5). В нашем случае основной интерес представляет зависимость «зеркальных» поправок  $\sigma_c$  от характера упорядоченности магнитных слоев, которая и должна определить масштаб соответствующих изменений проводимости.

Проанализируем выражения для  $\sigma_c$  в Р- и АР-конфигурациях. Будем считать, что структура всех границ между  $n$ - и  $m$ -слоями одинакова, так что неэквивалентность их рассеивающих свойств может быть обусловлена только различиями в ориентации намагниченностей  $m$ -слоев, примыкающих к поверхностям раздела. Поэтому параметры проникновения  $t$  и отражения  $r$  на различных границах должны быть связаны определенными соотношениями. Рассмотрим случай параллельной поляризации всех  $m$ -слоев (Р-упаковка), когда должны выполняться очевидные равенства:

$$\begin{aligned} \Gamma_{sm_j} &= \Gamma_{sm_{j+1}} \equiv \Gamma_s, \\ \tilde{l}_{sm_j} &= \tilde{l}_{sm_{j+1}} \equiv \tilde{l}_{sm}, \quad \kappa_{sj} \equiv \kappa_s, \\ r_{s(r)}^{s'n_j p} &= r_{s(l)}^{s'n_j p} = r_{s(r,l)}^{s'n_{j+1} p} \equiv r_s^{s'np}, \\ t_{sm_j}^{s'n_j p} &= t_{sm_j}^{s'n_{j-1} p} = t_{sm_{j+1}}^{s'n_j p} \equiv t_{sm}^{s'np}, \\ r_{s(r)}^{s'm_j p} &= r_{s(l)}^{s'm_j p} = r_{s(r,l)}^{s'm_{j+1} p} \equiv r_s^{s'm_p}, \\ t_{sn_{j-1}}^{s'm_j p} &= t_{sn_j}^{s'm_j p} = t_{sn_j}^{s'm_{j+1} p} \equiv t_{sn}^{s'm_p}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Исключением являются внешние поверхности  $n_0$ -го и  $n_K$ -го слоев; на них следует положить  $t=0$  и  $r_{s(l)}^{s' n_0} = r_{s(r)}^{s' n_K} \equiv r_{s0}^{s'}$ .

Вследствие соотношений (3.18) система (3.5) распадается на наборы пар уравнений с одинаковыми коэффициентами при  $\alpha$ ,  $\beta$  и одинаковыми правыми частями за исключением уравнений, содержащих параметры внешних поверхностей  $r_0$ . Если бы этого исключения не было, то имело бы место сведение системы зацепляющихся уравнений для  $\alpha$ ,  $\beta$  к уравнениям для двух соседних слоев при простых соотношениях:  $\alpha_{n_j}^s = \beta_{n_j}^s$  и  $\alpha_{m_j}^s = \beta_{m_j}^s$ . Наличие внешних границ приводит к тому, что равенство параметров  $\alpha$  и  $\beta$  нарушается, причем их различие должно зависеть от номера слоя и будет, очевидно, тем меньшим, чем дальше слои от поверхностей образца. Представив искомые параметры в виде

$$\begin{aligned} \alpha_{n_j}^s &= A_n^s + a_{n_j}^s, & \beta_{n_j}^s &= A_n^s + b_{n_j}^s, \\ \alpha_{m_j}^s &= A_m^s + a_{m_j}^s, & \beta_{m_j}^s &= A_m^s + b_{m_j}^s, \end{aligned} \quad (3.19)$$

из системы (3.5) при выполнении соотношений (3.18) получим следующие уравнения для величин  $A$

$$\begin{aligned} A_n^s - \sum_{s'} [R_s^{s'n}(p)A_n^{s'} + T_{sn}^{s'm}(p)A_m^{s'} / \kappa_{s'}] &= \\ = \sum_{s'} [r_{sc}^{s'np}\hat{g}_n + t_{snc}^{s'mp}\hat{g}_m^{s'} / \kappa_{s'}], & \\ A_m^s / \kappa_s - \sum_{s'} [R_s^{s'm}(p)A_m^{s'} / \kappa_{s'} + T_{sm}^{s'n}(p)A_n^{s'}] &= \\ = \sum_{s'} [r_{sc}^{s'mp}\hat{g}_m^{s'} / \kappa_{s'} + t_{sme}^{s'np}\hat{g}_n]. & \end{aligned} \quad (3.20)$$

Для величин  $a$  и  $b$  для внешнего левого слоя имеем

$$\begin{aligned} a_{n_0}^s - \sum_{s'} R_{s0}^{s'n}(p)b_{n_0}^{s'} &= \\ = \sum_{s'} [r_{sc0}^{s'np}\hat{g}_n + R_{s0}^{s'n}(p)A_n^{s'}] - A_n^s, & \\ b_{n_0}^s - \sum_{s'} [R_s^{s'n}(p)a_{n_0}^{s'} + T_{sn}^{s'm}(p)b_{m_1}^{s'} / \kappa_{s'}] &= 0, \end{aligned} \quad (3.21)$$

для внутренних слоев —

$$\begin{aligned} a_{m_j}^s / \kappa_s - & \\ - \sum_{s'} [R_s^{s'm}(p)b_{m_j}^{s'} / \kappa_{s'} + T_{sm}^{s'n}(p)a_{n_{j-1}}^{s'}] &= 0, \\ b_{m_j}^s / \kappa_s - & \\ - \sum_{s'} [R_s^{s'm}(p)a_{m_j}^{s'} / \kappa_{s'} + T_{sm}^{s'n}(p)b_{n_j}^{s'}] &= 0, \\ a_{n_j}^s - \sum_{s'} R_s^{s'n}(p)b_{n_j}^{s'} + T_{sn}^{s'm}(p)a_{m_j}^{s'} / \kappa_{s'} &= 0, \\ b_{n_j}^s - & \\ - \sum_{s'} [R_s^{s'n}(p)a_{n_j}^{s'} + T_{sn}^{s'm}(p)b_{m_{j+1}}^{s'} / \kappa_{s'}] &= 0, \\ 1 \leq j \leq K-1, & \end{aligned} \quad (3.22)$$

а для внешнего правого слоя —

$$\begin{aligned} a_{n_K}^s - & \\ - \sum_{s'} [R_s^{s'n}(p)b_{n_K}^{s'} + T_{sn}^{s'm}(p)a_{m_K}^{s'} / \kappa_{s'}] &= 0, \\ b_{n_K}^s - \sum_{s'} R_s^{s'n}(p)a_{n_K}^{s'} &= \\ = \sum_{s'} [r_{sc0}^{s'np}\hat{g}_n + R_{s0}^{s'n}(p)A_n^{s'}] - A_n^s. & \end{aligned} \quad (3.23)$$

Число независимых уравнений в системе (3.22) сокращается при учете симметрии относительно середины многослойного образца. Для определенности ограничимся случаем, когда средним является слой  $n_{k'}$  (четное число  $m$ -слоев,  $k' = K/2$ ). В Р-ситуации должны выполняться очевидные соотношения:

$$a_{n_{k'}}^s = b_{n_{k'}}^s, \quad a_{n_j}^s = b_{n_{K-j}}^s, \quad a_{m_j}^s = b_{m_{K-j+1}}^s, \quad (3.24)$$

так что в (3.22) достаточно сохранить уравнения до индекса  $j = k'$ , причем последнее имеет вид

$$a_{n_{k'}}^s - \\ - \sum_{s'} [R_s^{s'n}(p)a_{n_{k'}}^{s'} + T_{sn}^{s'm}(p)a_{m_{k'}}^{s'} / \kappa_{s'}] = 0. \quad (3.25)$$

В случае антипараллельной поляризации соседних  $m$ -слоев (АР-упаковка) удобно во всех слоях использовать значения спиновых проекций  $s$  относительно единой оси — той же, при использовании которой в Р-упаковке записывались соотношения (3.18). Обозначим индексом  $i$  номера тех слоев, в которых направления намагниченности те же, что в Р-слоях; слои  $i \pm 1$  поляризованы противоположно.

Выразим параметры  $i$ -х и  $(i \pm 1)$ -х слоев через те же величины, что фигурируют в (3.18):

$$\begin{aligned} \Gamma_{sm_i} &= \Gamma_s, \quad \Gamma_{sm_{i \pm 1}} = \Gamma_{-s}, \\ \tilde{l}_{sm_i} &= \tilde{l}_{sm}, \quad \tilde{l}_{sm_{i \pm 1}} = \tilde{l}_{-sm}, \\ \kappa_{s,i \pm 1} &= \kappa_{-s}, \quad \kappa_{s,i} = \kappa_s, \\ r_{s(l)}^{s'n_ip} &= r_{s(r)}^{s'n_{i-1}p} = r_{-s(l)}^{-s'n_ip} = \\ &= r_{-s(l)}^{-s'n_{i+1}p} = r_s^{s'np}, \\ t_{sm_i}^{s'n_ip} &= t_{sm_i}^{s'n_{i-1}p} = t_{-sm_{i+1}}^{-s'n_ip} = \\ &= t_{-sm_{i+1}}^{-s'n_{i+1}p} = t_{sm}^{s'np}, \\ r_{s(l)}^{s'm_ip} &= r_{s(r)}^{s'm_ip} = r_{-s(l)}^{-s'm_{i \pm 1}p} = \\ &= r_{-s(l)}^{-s'm_{i \pm 1}p} = r_s^{s'mp}, \\ t_{sn_i}^{s'm_ip} &= t_{sn_{i-1}}^{s'm_ip} = \\ &= t_{-sn_i}^{-s'm_{i+1}p} = t_{-sn_{i+1}}^{-s'm_{i+1}p} = t_{sn}^{s'mp}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Величины  $\alpha$  и  $\beta$  удобно представить двучленами следующего вида:

$$\begin{aligned} \alpha_{n_i}^s &= A_{1n}^s + a_{1n_i}^s, \quad \beta_{n_i}^s = A_{1n}^{-s} + b_{1n_i}^{-s}, \\ \alpha_{n_{i \pm 1}}^s &= A_{1n}^{-s} + a_{1n_{i \pm 1}}^{-s}, \\ \beta_{n_{i \pm 1}}^s &= A_{1n}^s + b_{1n_{i \pm 1}}^s, \\ \alpha_{m_i}^s &= A_{1m}^s + a_{1m_i}^s, \quad \beta_{m_i}^s = A_{1m}^{-s} + b_{1m_i}^{-s}, \\ \alpha_{m_{i \pm 1}}^s &= A_{1m}^{-s} + a_{1m_{i \pm 1}}^{-s}, \\ \beta_{m_{i \pm 1}}^s &= A_{1m}^{-s} + b_{1m_{i \pm 1}}^{-s}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Уравнения для  $A_1$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ , как следует из системы (3.5) при соотношениях (3.26), записываются аналогично (3.20)–(3.23) с заменами величин  $A$ ,  $a$ ,  $b$  на  $A_1$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ , причем в членах, входящих в суммы по  $s'$ , следует  $A_n^{s'}$ ,  $a_n^{s'}$ ,  $b_n^{s'}$  заменить на  $A_{1n}^{-s'}$ ,  $a_{1n}^{-s'}$ ,  $b_{1n}^{-s'}$ , при прочих же заменах спиновые индексы сохраняются. В записанной таким образом системе уравнений индекс  $j$  относится к любому слою (принято, что в слое  $m_1$  намагниченность параллельна той, которая имеет место при Р-упаковке).

Итак, для вычисления зеркальных вкладов в проводимость  $\sigma_c$  (3.16) нужно найти величины  $A$ ,  $a$ ,  $b$  из уравнений (3.20)–(3.23) при Р-конфигурации и  $A_1$ ,  $a_1$ ,  $b_1$  из соответствующих уравнений при АР-конфигурации. Величина же изменения электропроводности при смене типа конфигурации от Р- к АР-ориентации намагниченостей в последовательных  $m$ -слоях находится при использовании в формулах (3.17) разностных параметров следующего вида:

$$\begin{aligned} \delta A_n^s &= A_n^s - A_{1n}^{-s}, \quad \delta a_{n_j}^s = a_{n_j}^s - a_{1n_j}^{-s}, \\ \delta b_{n_j}^s &= b_{n_j}^s - b_{1n_j}^{-s}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

в  $n$ -составляющих и

$$\begin{aligned} \delta A_m^s &= A_m^s - A_{1m}^s, \quad \delta a_{m_j}^s = a_{m_j}^s - a_{1m_j}^s, \\ \delta b_{m_j}^s &= b_{m_j}^s - b_{1m_j}^s \end{aligned} \quad (3.29)$$

в  $m$ -составляющих. Эти разностные величины могут быть найдены из следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \delta A_n^s - & \\ - \sum_{s'} [R_s^{s'n}(p) \delta A_n^{s'} + T_{sn}^{s'm}(p) \delta A_m^{s'} / \kappa_{s'}] &= A_{1n}^{as}, \\ \delta A_m^s / \kappa_s - & \\ - \sum_{s'} [R_s^{s'm}(p) \delta A_m^{s'} / \kappa_{s'} + T_{sm}^{s'n}(p) \delta A_n^{s'}] &= 0. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Для  $\delta a$  и  $\delta b$  для внешнего слоя имеем

$$\begin{aligned} \delta a_{n_0}^s - \sum_{s'} R_{s0}^{s'n}(p) \delta b_{n_0}^{s'} = & \\ = \sum_{s'} R_{s0}^{s'n}(p) \delta A_n^{s'} - \delta A_n^s + A_{1n}^{as} + a_{1n_0}^{as}, & \end{aligned} \quad (3.31a)$$

$$\begin{aligned} \delta b_{n_0}^s - & \\ - \sum_{s'} [R_s^{s'n}(p) \delta a_{n_0}^{s'} + T_{sn}^{s'm}(p) \delta b_{m_1}^{s'} / \kappa_{s'}] &= b_{1n_1}^{as}, \end{aligned}$$

для промежуточных слоев —

$$\begin{aligned} \delta a_{n_i}^s - \sum_{s'} [R_s^{s'n}(p) \delta b_{n_i}^{s'} + & \\ + T_{sn}^{s'm}(p) \delta a_{m_i}^{s'} / \kappa_{s'}] &= a_{1n_i}^{as}, \\ \delta b_{n_i}^s - \sum_{s'} [R_s^{s'n}(p) \delta a_{n_i}^{s'} + & \\ + T_{sn}^{s'm}(p) \delta b_{m_{i+1}}^{s'} / \kappa_{s'}] &= b_{1n_{i+1}}^{as}, \\ \delta a_{m_i}^s / \kappa_s - \sum_{s'} [R_s^{s'm}(p) \delta b_{m_i}^{s'} / \kappa_{s'} + & \\ + T_{sm}^{s'n}(p) \delta a_{n_{i-1}}^{s'}] &= 0, \\ \delta b_{m_i}^s / \kappa_s - \sum_{s'} [R_s^{s'm}(p) \delta a_{m_i}^{s'} / \kappa_{s'} + & \\ + T_{sm}^{s'n}(p) \delta b_{n_i}^{s'}] &= 0, \end{aligned} \quad (3.31b)$$

а для центрального слоя —

$$\begin{aligned} \delta a_{n_{k'}}^s - \sum_{s'} [R_s^{s'n}(p) \delta a_{n_{k'}}^{s'} + & \\ + T_{sn}^{s'm}(p) \delta a_{m_{k'}}^{s'} / \kappa_{s'}] &= a_{1n_{k'}}^{as}. \end{aligned} \quad (3.31b)$$

Здесь введено обозначение для разности параметров, характеризуемых противоположными значениями проекции спина:

$$F^{as} = F^s - F^{-s} \quad (F^a = F^+ - F^-). \quad (3.32)$$

Согласно (3.30), (3.31) параметры  $\delta A$ ,  $\delta a$ ,  $\delta b$  зависят от разностей поверхностных поправок к функциям распределения  $n$ -электронов,  $A_{1n}^{as}$ ,  $a_{1n}^{as}$ ,  $b_{1n}^{as}$ , и обрашаются в нуль при их отсутствии. Эти разности характеризуют асимметрию рассеивающих свойств поверхностей  $n$ -слоя, окруженного противоположно поляризованными  $m$ -слоями, что, в соответствии с описываемой в данной работе физической картиной, и должно определять эффект изменения проводимости при переориентации  $AP \rightarrow P$ .

#### 4. АНАЛИЗ ГРАНИЧНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Цель дальнейшего анализа — выявить условия реализации таких значений граничных параметров, при которых зеркальная часть проводимости (3.16) и ее изменение при переориентации  $AP \rightarrow P$  составляют значительную долю общей проводимости системы  $\sigma$  (3.11). Исключим из рассмотрения ситуации, при которых это заведомо невозможно. Прежде всего, это случай «толстых» слоев, определяемый неравенствами

$$d_n \gg \tilde{l}_n, d_m \gg \tilde{l}_m. \quad (4.1)$$

При выполнении (4.1) как диффузная  $\sigma_d$  (3.14), так и зеркальная  $\sigma_c$  (3.16) поправки незначительны: параметры  $g_n \approx g_m \approx 1$  и интегралы  $Y_n \sim Y_m \sim l/d$ , так что поверхностное рассеяние меняет проводимость  $\sigma$  лишь на величины порядка  $\sigma(l/d)$ . Аналогично, бесперспективен и случай толстых  $n$ -, но «тонких»  $m$ -слоев, когда выполнены условия

$$d_n \gg \tilde{l}_n, \quad d_m \ll \tilde{l}_m. \quad (4.2)$$

При выполнении (4.2) возможны заметные «зеркальные» вклады в проводимость по  $m$ -слоям (при несущественном изменении  $n$ -составляющих), однако их различия для  $P$ - и  $AP$ -упаковок должны быть пренебрежимо малыми. Это следует из уравнений (3.30) и (3.31), согласно которым величины  $\delta A_m^s$ ,  $\delta a_m^s$ ,  $\delta b_m^s$  пропорциональны зеркальным параметрам  $T^n$  (3.7), экспоненциально малым при  $d_n \gg l_n$ .

Существенно иная ситуация возникает при использовании «тонких»  $n$ -слоев, когда допустимо взаимное (и совместное) влияние разделемых ими  $m$ -слоев (произвольной толщины). Анализ возможностей для различных вариантов систем такого рода будет далее проведен с упрощением, не имеющим принципиального характера, но позволяющим избавиться от излишней громоздкости вычислений и формул, а именно, в условиях пренебрежимо слабых процессов рассеяния с изменением спинового

состояния  $s \rightarrow -s$  (флип-переходов). Сохранение спиновой проекции при переходах между слоями способствует проявлению корреляций в поведении электронов, обусловленных совпадением или различием магнитного порядка в соседних слоях, так что анализ в отсутствие флип-процессов должен позволить оценить возможный эффект изменений проводимости по максимуму. Далее, исключительно для упрощения анализа, ограничимся рассмотрением задачи при следующих условиях (не имеющих принципиального значения): пусть  $s$ -зависимость частот объемной релаксации  $1/\tau_{is}^s$  связана в основном с плотностью конечных состояний, а вклады от  $s$ -зависимых потенциалов в рассеяние менее существенны и могут быть опущены. Тогда «номинальные» времена  $\tau_{si}$  из (2.13) как в  $m$ -, так и в  $n$ -слоях можно полагать не зависящими от  $s$  и опускать в их обозначениях индекс  $s$ . При этом длины свободного пробега (3.15) также утрачивают зависимость от  $s$ , и запись ряда параметров упрощается:

$$\begin{aligned} \tilde{l}_{sm} &= l_m = v_m \tau_m, & \tilde{l}_{sn} &= l_n = v_n \tau_n, \\ \kappa_s &= \kappa \sqrt{\Gamma_s}, & \kappa &= \frac{l_n p_m}{l_m p_n}, \\ \sigma_{0m_j}^s &= \frac{1}{2} \sigma_{0m} \Gamma_{js}, & \sigma_{0n}^s &= \frac{1}{2} \sigma_{0n}, \\ \sigma_{0i} &= e^2 n_i \frac{\tau_i}{m_i}, & n_i &= \frac{p_i^3}{3\pi^2 \hbar^3}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Приступая к анализу роли различных факторов, определяющих величину «зеркальной» части проводимости рассматриваемой системы, необходимо выяснить вопрос о соотношении величин, выделенных в поверхностных параметрах  $\alpha$ ,  $\beta$  для описания одинаковых для всех слоев данного сорта вкладов ( $A$ ) и для описания добавок, зависящих от местоположения слоя ( $a$ ,  $b$ , см. (3.19)). Эта часть анализа изложена в Приложении Б к данной работе, где показано, что в многослойных образцах, при  $K \gg 1$ , параметры  $a$ ,  $b$  можно не учитывать. Таким образом, зеркальный вклад в проводимость (3.16) оценивается в дальнейшем с помощью параметров  $A$  и  $\delta A$  и величин

$$\begin{aligned} \sigma_c^P(n) &\approx \frac{3}{4} \sigma_{bn} \sum_s Y_n (u_n l_n g_n A_n^s / d_n), \\ \sigma_c^P(m) &\approx \frac{3}{4} \sigma_{bm} \sum_s Y_m (u_m l_m g_m^s \Gamma_s A_m^s / d_m), \end{aligned} \quad (4.4)$$

а его изменение —

$$\delta \sigma_c \approx \sigma_c^P - \sigma_c^{AP} = \delta \sigma_c(n) + \delta \sigma_c(m). \quad (4.5)$$

Выражения для  $\delta \sigma$  отличаются от (4.4) заменой в аргументах интегралов  $Y_n$ ,  $Y_m$  (3.15) величин  $A$  на  $\delta A$ .

Уравнения, из которых находятся определяющие параметры для (4.4), имеют вид

$$\begin{aligned} [T_m^{sn}(p) + G_n^s]A_n^s - \frac{T_n^{sm}(p)A_m^a}{\kappa_s} &= \\ = r^{snp}\hat{g}_n + \frac{t_{cn}^{smp}\hat{g}_m^s}{\kappa_s}, & \\ \underline{\frac{[T_n^{sm}(p) + G_m^s]A_m^a}{\kappa_s}} - T_m^{sn}(p)A_n^s &= \\ = \frac{r_c^{smp}\hat{g}_m^s}{\kappa_s} + t_{cm}^{snp}\hat{g}_n, & \end{aligned} \quad (4.6)$$

а для (4.5),

$$\begin{aligned} [T_m^{sn}(p) + G_n^s]\delta A_n^s - \frac{T_n^{sm}(p)\delta A_m^a}{\kappa_s} &= \\ = A_{1n}^{as} \equiv \delta A_n^{as} - A_n^{as}, & \\ \underline{\frac{[T_n^{sm}(p) + G_m^s]\delta A_m^a}{\kappa_s}} - T_m^{sn}(p)\delta A_n^s &= 0. \end{aligned} \quad (4.7)$$

В (4.6) и (4.7)

$$G^s = \hat{g}^s + \zeta^s(1 - \hat{g}^s), \quad T^s + R^s + G^s = 1. \quad (4.8)$$

Здесь введено обозначение  $G^s$  для полной диффузной составляющей рассеяния (на поверхностях и в объеме) и выписано правило сумм, являющееся следствием определений параметров  $T$ ,  $R$  (3.7),  $G$  (4.8) и нормировочных соотношений в отсутствие флип-переходов

$$t_{cm}^{snp} + r_c^{snp} + \zeta_n^s = 1, \quad t_{cn}^{smp} + r_c^{smp} + \zeta_m^s = 1. \quad (4.9)$$

Напомним, что параметры переходов  $t_c$  включают в свое определение (A.9) ограничительные факторы, обозначающие область совпадения продольных импульсов. При этом зависимость от поперечной компоненты импульса, по которой проводится интегрирование в (3.15), определяется из соотношений (2.11) соответственно для  $n$ - и  $m$ -параметров, т. е. из условия сохранения энергии и совпадения ее с химическим потенциалом. Функции  $\hat{g}_n^s$  и  $\hat{g}_m^s$ , характеризующие рассеяние при прохождении электронов через соответствующие слои, представлены выражениями (3.6).

Различие областей существования отдельных членов в (4.6), (4.7) приводит к дополнительной (помимо связанной с присутствием функций  $\hat{g}$ ) зависимости решений этих уравнений от импульса. Выберем характерные конкретные варианты соотношений между фермиевскими импульсами  $m_s$ - и  $n$ -электронов,  $p_{sm}$  и  $p_n$ , и детализируем эту зависимость для последующего анализа поведения решений в типичных ситуациях.

### Вариант 1:

$$p_{sm} > p_n. \quad (4.10)$$

В этом случае параметры, характеризующие  $n$ -слои, в интервале  $I_s(1n)$ :  $0 \leq p_z \leq p_n$  ( $0 \leq p_{||} \leq p_n$ ) принимают вид

$$\begin{aligned} A_n^s &= \frac{Q_n^s}{\Delta_s}, \quad \delta A_n^s = \frac{(1 - R_m^s)A_n^{as}}{\Delta_s \Delta_0}, \\ \Delta_0 &= \sum_s \frac{1 - R_m^s}{\Delta_s} - 1, \\ \Delta_s &= t_c^s[(1 - \hat{g}_n)G_m^s + (1 - \hat{g}_m^s)G_n^s] + G_m^s G_n^s, \\ Q_n^s &= t_c^s[\hat{g}_m^s / \kappa_s + \hat{g}_n(1 - \hat{g}_m^s)(1 - \zeta_n^s)] + r_{cn}^s g_n G_m^s. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Вклад  $m$ -слоев в интервале  $I_{s,1}(1m)$ :  $0 \leq p_z \leq \sqrt{p_{sm}^2 - p_n^2}$  ( $p_n \leq p_{||} \leq p_{sm}$ ):

$$A_m^s = g_m^s r_{cm}^s / G_m^s, \quad \delta A_m^s = 0, \quad (4.12)$$

а в интервале  $I_{s,2}(1m)$ :  $\sqrt{p_{sm}^2 - p_n^2} \leq p_z \leq p_{sm}$  ( $0 \leq p_{||} \leq p_n$ ):

$$\begin{aligned} A_m^s &= \frac{Q_m^s}{\Delta_s}, \quad \delta A_m^s = \frac{\kappa_s t_c^s A_n^{as}}{\Delta_s \Delta_0}, \\ Q_m^s &= t_c^s[\hat{g}_n \kappa_s + g_m^s(1 - \hat{g}_n)(1 - \zeta_m^s)] + r_{cm}^s g_m^s G_n^s. \end{aligned} \quad (4.13)$$

В приведенные формулы входят «номинальные» (см. (A.9)) коэффициенты  $t$  и  $r$ , одинаковые для прямых и обратных зеркальных переходов и постоянные в областях реализации таковых.

Для других вариантов соотношений фермиевских импульсов (а именно,  $p_{+m} > p_n > p_{-m}$  и  $p_n > p_{sm}$ ) ограничимся рассмотрением простых, но характерных ситуаций, реализующихся в случае предельной асимметрии  $s$ -ветвей спектра  $m$ -электронов, когда состояния  $m$ -электронов с проекцией  $s = -1$  можно вообще не учитывать (например, плотность состояний таких носителей на уровне Ферми равна  $\nu_m^- \sim p_{-m} \rightarrow 0$ ). Это ограничение может быть реализовано в так называемых магнитных полуметалах, но непригодно для  $d$ -металлов. Оно будет использовано исключительно для упрощения описания — при этом выборе сохраняются все физические факторы, определяющие специфику исследуемого эффекта, и выявляется его масштаб по максимуму. Итак, отличающиеся от (4.10) варианты соотношений фермиевских импульсов ограничим приложением к системам, где в параллельно намагниченных  $m$ -слоях в переносе участвуют лишь электроны с проекцией спина  $s=+1$ . В немагнитных же слоях действуют электроны с обеими проекциями.

### Вариант 2:

$$p_n < p_{+m}. \quad (4.14)$$

Для немагнитных слоев в интервале  $I_s(1n)$ :  $0 \leq p_z \leq p_n$  ( $0 \leq p_{\parallel} \leq p_n$ ) имеем

$$\begin{aligned} A_n^+ &= \frac{Q_n^+}{\Delta_-}, \quad A_n^- = \frac{\hat{g}_n r_n^-}{G_n^-}, \\ \delta A_n^+ &= \frac{(1 - R_m^+) A_n^a}{\Delta_+ \Delta_1}, \\ \delta A_n^- &= -\frac{A_n^a}{G_n^- \Delta_1}, \quad \Delta_1 = \frac{1 - R_m^+}{\Delta_+} + \frac{1}{G_n^-} - 1, \end{aligned} \quad (4.15)$$

а для магнитных слоев в интервале  $I_{+,1}(1m)$ :  $0 \leq p_z \leq \sqrt{p_{+m}^2 - p_n^2}$  ( $p_n \leq p_{\parallel} \leq p_{+m}$ ) —

$$A_m^+ = \hat{g}_m^+ r_m^+ / G_m^+, \quad \delta A_m^+ = 0, \quad (4.16)$$

и в интервале  $I_{+,2}(1m)$ :  $\sqrt{p_{+m}^2 - p_n^2} \leq p_z \leq p_{+m}$  ( $0 \leq p_{\parallel} \leq p_n$ ) —

$$A_m^+ = \frac{Q_m^+}{\Delta_+}, \quad \delta A_m^+ = \frac{\kappa_+ t_c^+ A_n^a}{\Delta_+ \Delta_1}. \quad (4.17)$$

Обозначения параметров те же, что в соответствующих областях (4.11)–(4.13).

### Вариант 3:

$$p_n > p_{+m}. \quad (4.18)$$

Вклад  $m_+$ -носителей в интервале  $I_{+}(3m)$ :  $0 \leq p_z \leq p_{+m}$  ( $0 \leq p_{\parallel} \leq p_{+m}$ )

$$A_m^+ = \frac{Q_m^+}{\Delta_+}, \quad \delta A_m^+ = \frac{\kappa_+ t_c^+ A_{3n}^a}{\Delta_+ \Delta_1}. \quad (4.19)$$

Вклад  $n$ -электронов в интервале  $I_{s,1}(3n)$ :  $0 \leq p_z \leq \sqrt{p_n^2 - p_{+m}^2}$  ( $p_{+m} \leq p_{\parallel} \leq p_n$ )

$$\begin{aligned} A_n^s &= \frac{\hat{g}_n r_n^s}{G_n^s}, \quad \delta A_n^s = \frac{A_n^{as}}{G_n^s \Delta_2}, \\ \Delta_2 &= \sum_s \frac{1}{G_n^s} - 1, \end{aligned} \quad (4.20)$$

а в интервале  $I_{s,2}(3n)$ :  $\sqrt{p_n^2 - p_{+m}^2} \leq p_z \leq p_n$  ( $0 \leq p_{\parallel} \leq p_{+m}$ )

$$\begin{aligned} A_n^+ &= \frac{Q_n^+}{\Delta_+}, \quad A_n^- = \frac{\hat{g}_n r_n^-}{G_n^-}, \\ \delta A_n^+ &= \frac{(1 - R_m^+) A_n^a}{G_n^s \Delta_1}, \quad \delta A_n^- = -\frac{A_n^a}{G_n^- \Delta_1}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

В (4.19) параметр  $A^a$  отмечен индексом  $3n$ , что указывает на интервал  $I_{s,2}(3n)$  переменной  $p_z$ , в котором определена эта величина.

Формулы для вариантов 1–3 выражают зависимость «зеркальных» поверхностных поправок  $A_n^s$  и  $A_m^s$  к функциям распределения  $n$ - и  $m$ -электронов от параметров зеркального прохождения  $t_c$  и отражения  $r_c$ . Для величин  $\delta A_n^s$  и  $\delta A_m^s$ , характеризующих исследуемый эффект изменения проводимости, показана их пропорциональность значению  $A_n^{as} = A_n^s - A_n^{-s}$ . Естественно, что для  $m$ -электронов параметры  $\delta A_m^s$  возникают лишь при осуществлении зеркальных переходов между  $n$ - и  $m$ -слоями.

Приведенные результаты используются далее в в системах, в которых можно рассчитывать на существенную роль зеркальных долей проводимости, а именно — в многослойных образцах, содержащих тонкие немагнитные слои.

## 5. ПРОВОДИМОСТЬ МНОГОСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ С ТОНКИМИ НЕМАГНИТНЫМИ СЛОЯМИ

Начнем со случая, когда магнитные слои являются толстыми:

$$l_n \gg d_n, \quad l_m \ll d_m. \quad (5.1)$$

В условиях (5.1) вклад в общую проводимость (3.11), вносимый  $m$ -слоями, сводится к величине  $\sigma_b(m)$  (3.13), определяемой объемной проводимостью; поправки от диффузной и зеркальной  $m$ -частей малы в меру малости отношения  $l_m/d_m$ . Вклад  $n$ -слоев в  $\sigma_{bd}$  (3.12) испытывает при  $d_n/l_n \ll 1$  известное размерно-зависящее сокращение:

$$\sigma_{bd}(n) \approx \sigma_{bn} \lambda_n, \quad \lambda_n = \frac{3d_n}{4l_n} \ln \frac{l_n}{d_n}. \quad (5.2)$$

Необходимо выявить ситуации, когда величины зеркальных добавок  $\sigma_c(n)$  (3.17) порядка  $\sigma_{bn}$  (3.13), т. е. не содержат малого фактора  $\lambda_n$ , присутствующего в (5.2), и могут внести в общую проводимость (3.11) вклад, сравнимый с  $\sigma_{bm}$ . Для этого требуется, чтобы значение интеграла  $Y_n$  в (3.17) было порядка единицы. Так как главный интерес представляет реализация «гигантского» изменения проводимости, т. е. величин  $\delta \sigma_c(n) \approx \sigma_c^P(n)$ , следует найти условия, при которых

$$\sum_s \delta A_n^s \approx \sum_s A_n^s.$$

Будем учитывать, что из-за присутствия в подынтегральных выражениях в  $Y_n$  размерно-зависящей функции  $g_n$  основной вклад в интеграл вносится областью, начинающейся со значений  $u_n$  порядка  $d/l$ .

В этой области для проведения оценок допустима замена функций  $g_n$  ее аргументом. Нетрудно убедиться, что при выполнении (5.1) благоприятной является ситуация, когда среди параметров рассеяния доминируют коэффициенты зеркальности:

$$t_c^s, r_c^s \gg \zeta^s, d_n/l_n. \quad (5.3)$$

В условиях варианта 1 (4.10) находим

$$\begin{aligned} A_n^s &\approx \frac{1}{\kappa_s}, \\ \delta A_n^s &\approx -\frac{\Gamma_{as} t_c^{-s}}{\sqrt{\Gamma_+ \Gamma_-} \sum_s \kappa_s (\sum_s t_c^s - t_c^+ t_c^-)} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Соответствующие зеркальные доли проводимости таковы:

$$\begin{aligned} \sigma_c^P(n) &\approx \frac{\sigma_{bn}}{2} \sum_s \kappa_s^{-1}, \\ \delta \sigma_c(n) &\approx \frac{\sigma_{bn} \Gamma_a t_c^a}{2 \sqrt{\Gamma_+ \Gamma_-} \sum_s \kappa_s (\sum_s t_c^s - t_c^+ t_c^-)}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Результаты для варианта 2 (4.14) следующие:

$$\begin{aligned} A_n^+ &\approx \frac{1}{\kappa_+}, \quad A_n^- \approx \frac{g_n}{g_n + \zeta_n^-}, \\ \delta A_n^+ &\approx \frac{(g_n + \zeta_n^-)}{t_c^+} \left[ \frac{1}{\kappa_+} - 1 + \frac{\zeta_n^-}{g_n + \zeta_n^-} \right], \\ \delta A_n^- &\approx 1 - \frac{1}{\kappa_+} - \frac{\zeta_n^-}{g_n + \zeta_n^-}, \end{aligned} \quad (5.6)$$

так что

$$\sigma_c^P(n) \approx \frac{\sigma_{bn}}{2\kappa_+} \begin{cases} \kappa_+ + 1, & \zeta_n^- \ll d_n/l_n, \\ 1, & \zeta_n^- \gg d_n/l_n, \end{cases} \quad (5.7)$$

$$\delta \sigma_c(n) \approx \frac{\sigma_{bn}}{2\kappa_+} \begin{cases} \kappa_+ - 1, & \zeta_n^- \ll d_n/l_n, \\ -1, & \zeta_n^- \gg d_n/l_n. \end{cases} \quad (5.8)$$

В условиях варианта 3 существенным для  $\delta \sigma_c$  может оказаться лишь вклад (4.21) от области  $I_{s,2}(3n)$ , в которой выражения для  $A_n^+$  и  $\delta A_n^s$  совпадают с (5.6). При этом находим

$$\begin{aligned} \sigma_c^P(n) &\approx \frac{\sigma_{bn}}{\kappa_+} \times \\ &\times \begin{cases} \kappa_+ + \frac{3}{4}(1-\kappa_+) Y'(\sqrt{1-q_+^2}, 1), & \zeta_n^s \ll d_n/l_n, \\ \frac{3}{4} Y'(\sqrt{1-q_+^2}, 1), & \zeta_n^s \gg d_n/l_n, \end{cases} \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\delta \sigma_c(n) \approx \frac{3\sigma_{bn}}{4\kappa_+} Y'(\sqrt{1-q_+^2}, 1) \times \\ \times \begin{cases} \kappa_+ - 1, & \zeta_n^- \ll d_n/l_n, \\ -1, & \zeta_n^- \gg d_n/l_n, \end{cases} \quad (5.10)$$

где использованы обозначения

$$Y'(a, b) = \int_a^b du (1-u^2), \quad q_s = \frac{p_{sm}}{p_n}. \quad (5.11)$$

Далее проводятся вычисления для многослойной системы, в которой оба типа слоев являются тонкими:

$$l_m \gg d_m, \quad l_n \gg d_n. \quad (5.12)$$

В этом случае  $m$ -части величины  $\sigma_{bd}$  (3.12) уменьшаются аналогично (5.2):

$$\sigma_d(m) \approx \sigma_{bm} \lambda_m, \quad \lambda_m = \frac{3d_m}{4l_m} \ln \frac{l_m}{d_m}, \quad (5.13)$$

так что наряду с зеркальными  $n$ -вкладами могут стать существенными и зеркальные  $m$ -вклады. Для реализации гигантских эффектов теперь достаточно соответствия величин зеркальных добавок (3.16) с редуцированными значениями проводимостей (3.12) (помимо близости  $\sigma_c^P$  и  $\delta \sigma_c$  между собой). Однако вполне допустимы и условия, в которых зеркальные добавки (3.16) принимают значения порядка  $\sigma_{bn}$ ,  $\sigma_{bm}$ , определяя общую проводимость образца. Начнем с рассмотрения этого случая, который реализуется при предельно слабом поверхностном диффузном рассеянии:

$$t_c^s, r_{cn}^s, r_{cm}^s \gg d_n/l_n, \quad d_m/l_m \gg \zeta_n^s, \zeta_m^s. \quad (5.14)$$

В условиях варианта 1 в интервале  $I_s(1n)$  из (4.11)–(4.13) при этом следует

$$\begin{aligned} A_n^s &\approx \frac{g_n + \hat{g}_m^s / \kappa_s}{g_n + \hat{g}_m^s}, \\ \sum_s \delta A_n^s &\approx -\frac{A_n^a \hat{g}_m^a}{\sum_s (g_n + \hat{g}_m^s)}, \end{aligned} \quad (5.15)$$

в интервале  $I_{s,1}(1m)$  —

$$A_m^s \approx 1, \quad \delta A_m^s \approx 0 \quad (5.16)$$

и в интервале  $I_{s,2}(1m)$  —

$$A_m^s \approx \frac{\kappa_s \hat{g}_n + g_m^s}{\hat{g}_n + g_m^s}, \quad \delta A_m^s \approx \frac{\kappa_s (\hat{g}_n + g_m^{-s}) A_n^{as}}{\sum_s (\hat{g}_n + g_m^s)}. \quad (5.17)$$

При оценке проводимости  $\sigma_c^P(n)$  (4.4) допустимо использование значений  $A_n^s$  (5.15), в которых функции  $g$  берутся на верхнем пределе интегрирования в  $Y_n$ . Для вычисления  $\delta\sigma_c(n)$  необходима более точная оценка суммы  $\sum_s \delta A_n^s$ , так как в (5.15) фигурирует сомножитель

$$\hat{g}_m^a \approx \frac{d_m}{l_m} \left( \frac{p_{+m}}{\sqrt{p_{+m}^2 - p_{\parallel}^2}} - \frac{p_{-m}}{\sqrt{p_{-m}^2 - p_{\parallel}^2}} \right),$$

$$p_{\parallel}^2 = p_n^2 - p_z^2,$$

обращающийся в нуль на верхнем пределе  $p_z=p_n$ . Далее для оценок используется его приближенное значение

$$g_m^a \approx -\frac{d_m p_{\parallel}^2 \Gamma_a}{2l_m p_m^2 \Gamma_+ \Gamma_-},$$

полученное из точного выделением фактора  $p_{\parallel}^2$  и заменой в остальных членах  $p_z$  на  $p_n$ . В итоге находим

$$\sigma_c^P(n) \approx \sigma_{bn} \frac{\delta + \sum_s \kappa_s^{-1/2}/2}{1+\delta},$$

$$\delta\sigma_c(n) \approx -\frac{\sigma_{bn} \Gamma_a^2}{10\kappa \sum_s \Gamma_s^{-1/2} \Gamma_+^2 \Gamma_-^2 q^2 (1+\delta)^2}. \quad (5.18)$$

Здесь введено обозначение

$$\delta = d_n l_m / d_m l_n \quad (5.19)$$

(величина  $\delta$  оценивает отношение функций  $g_n$  и  $g_m$  на верхнем пределе переменной интегрирования).

Вклад в проводимость от  $m$ -слоев вносится областями  $I_{s,1}(1m)$  (4.12) и  $I_{s,2}(1m)$  (4.13). Используя (5.16), (5.17), находим

$$\begin{aligned} \sigma_c(m) &\approx \sigma_{bm} \left[ 1 + \frac{3\delta}{4(1+\delta)} \times \right. \\ &\times \sum_s \Gamma_s (\kappa_s - 1) Y' \left( \sqrt{1 - q_s^{-2}}, 1 \right) \left. \right], \\ \delta\sigma_c(m) &\approx -\frac{3\sigma_{bm}}{8} \times \\ &\times \frac{\sum_s \Gamma_{as} \Gamma_s (1 + \kappa_s \delta) Y' \left( \sqrt{1 - q_s^{-2}}, 1 \right)}{(1+\delta)^2 \kappa \sqrt{\Gamma_+ \Gamma_-} \sum_s \sqrt{\Gamma_s}}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Если параметры, определяющие различия спектра  $n$ - и  $m$ -электронов, таковы, что величина  $q_s^2 \gg 1$ , то значение интеграла в (5.20)

$$Y' \left( \sqrt{1 - q_s^{-2}}, 1 \right) \approx 1/4q_s^4 \ll 1$$

и изменение проводимости  $\delta\sigma_c(m)$  оказывается несущественным в сравнении с  $\sigma_c(m)$ . Благоприятной будет ситуация, в которой  $q_+^2 \gg 1$ , а  $q_-^2 \approx 1$ , тогда величина интеграла  $Y' \approx 2/3$  для  $s = -1$ , что делает вклад  $\delta\sigma_c(m)$  вполне заметным.

Оценки для варианта 2 (4.14) при условии пренебрежимо слабой диффузности рассеяния (5.14) приводят в интервале  $I_s(1n)$  к следующим результатам:

$$\begin{aligned} A_n^+ &\approx \frac{g_n + \hat{g}_m^+ / \kappa_+}{g_n + \hat{g}_m^+}, \quad A_n^- \approx 1, \\ \delta A_n^+ &\approx \frac{\delta}{1+2\delta} A_n^a, \quad \delta A_n^- \approx -\frac{1+\delta}{1+2\delta} A_n^a, \end{aligned} \quad (5.21)$$

в интервале  $I_{+,1}(1m)$ :

$$A_m^+ \approx 1, \quad \delta A_m^+ \approx 0, \quad (5.22)$$

а в интервале  $I_{+,2}(1m)$ :

$$\begin{aligned} A_m^+ &\approx 1 + \frac{(\kappa_+ - 1)\delta}{1+\delta}, \\ \delta A_m^+ &\approx \frac{\delta(1 - \kappa_+)}{(1+\delta)(1+2\delta)}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

В итоге из (4.4), (4.5) следует

$$\begin{aligned} \sigma_c^P(n) &\approx \sigma_{bn} \left[ 1 + \frac{(1 - \kappa_+)}{2\kappa_+(1+\delta)} \right], \\ \delta\sigma_c(n) &\approx \frac{\sigma_{bn} (\kappa_+ - 1)}{2\kappa_+(1+\delta)(1+2\delta)}, \\ \sigma_c^P(m) &\approx \sigma_{bm}^+ \left[ 1 + \frac{\delta(\kappa_+ - 1)}{(\delta+1)} \right], \\ \delta\sigma_c(m) &\approx \frac{\sigma_{bm}^+ (1 - \kappa_+) \delta}{(1+\delta)(1+2\delta)}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

В (5.24) приведено значение  $\delta\sigma_c(m)$  при максимальной величине соответствующего интеграла  $Y'(\sqrt{1 - q_+^{-2}}, 1) \approx 2/3$ , что реализуется при  $q_+^2 = 1 + \epsilon$ ,  $\epsilon \ll 1$ , и обозначено

$$\sigma_{bm}^+ = \frac{D_m}{D} \sigma_{0m}^+, \quad (5.25)$$

где величина  $\sigma_{0m}^+$  (4.3) является объемной проводимостью  $m$ -слоя при принятом выше условии отсутствия носителей с  $s = -1$ .

В случае варианта 3 (4.18) и условий (5.14) имеем

$$\begin{aligned} A_m^+ &\approx \frac{\hat{g}_n \kappa_+ + g_m^+}{\hat{g}_n + g_m^+} \approx \frac{1 + \kappa_+ \delta}{1+\delta}, \\ \delta A_m^+ &\approx \frac{\kappa_+ \delta}{1+2\delta} A_n^a, \end{aligned} \quad (5.26)$$

в интервале  $I_{s,1}(3n)$

$$A_n^s \approx 1, \quad \delta A_n^s \approx 0, \quad (5.27)$$

а в интервале  $I_{s,2}(3n)$

$$\begin{aligned} A_n^+ &\approx \frac{g_n + \hat{g}_m^+/\kappa_+}{g_n + \hat{g}_m^+}, \quad A_n^- \approx 1, \\ \delta A_n^+ &\approx \frac{g_n A_n^a}{2g_n + \hat{g}_m^+}, \quad \delta A_n^- \approx -\frac{(g_n + \hat{g}_m^+) A_n^a}{2g_n + \hat{g}_m^+}. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Ограничимся и здесь оценкой для ситуаций с максимально возможными значениями  $\delta\sigma_c$ , а именно, наибольшей шириной области  $I_{s,2}(3n)$  (5.28), что реализуется при условии  $q_+^2 = 1 - \epsilon$ ,  $\epsilon \ll 1$ . В этом случае из (4.4) и (4.5) следуют выражения для проводимостей, близкие к (5.28).

Примеры, рассмотренные в выше, исчерпывают возможности восстановления объемных значений проводимости в условиях (5.12). Перейдем к анализу задачи для ситуаций, когда значения  $\sigma_c$  и  $\delta\sigma_c$  существенно зависят от диффузных компонент поверхностного рассеяния и имеют величины порядка (5.2), (5.13). Прежде всего — это случай, когда в условиях общего доминирования зеркальных коэффициентов роль диффузного поверхностного рассеяния оказывается более существенной, чем объемного рассеяния:

$$t_c, r_c \gg \zeta \gg \lambda \quad (5.29)$$

(в данной ситуации характерные значения функций  $g$  оцениваются величинами  $\lambda$ ).

Как и выше, в случае (5.14), проиллюстрируем ситуацию (5.29) примерами, отвечающими максимальным эффектам изменения проводимости. Для варианта 1 согласно (4.11)–(4.13) в интервале  $I_s(1n)$  имеем

$$\begin{aligned} A_n^s &\approx \frac{g_n + \hat{g}_m^s/\kappa_s}{\zeta_n^s + \zeta_m^s}, \\ \sum_s \delta A_n^s &\approx -\frac{\zeta_n^a + \zeta_m^a}{\sum_s (\zeta_n^s + \zeta_m^s)} A_n^a, \end{aligned} \quad (5.30)$$

в интервале  $I_{s,1}(1m)$  —

$$A_m^s \approx g_m^s / \zeta_m^s, \quad \delta A_m^s = 0 \quad (5.31)$$

и в интервале  $I_{s,2}(1m)$  —

$$\begin{aligned} A_m^s &\approx \frac{\kappa_s \hat{g}_n + g_m^s}{\zeta_n^s + \zeta_m^s}, \\ \delta A_m^s &\approx \frac{\kappa_s (\zeta_n^{-s} + \zeta_m^{-s}) A_n^a}{\sum_s (\zeta_n^s + \zeta_m^s)}. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Функции  $\hat{g}$  присутствуют здесь только в числителях, они и определяют размерную редукцию величины проводимости. Напомним о существенной детали: важную роль при этом играет логарифмический фактор  $\ln(l/d) \gg 1$  (включенный в определение параметра  $\lambda$  (5.2), (5.13)), обусловленный вкладом электронов, подлетающих к поверхностям под малыми углами  $\theta$  ( $\theta < d/l \ll 1$ ). Нетрудно убедиться, что этот фактор вносится лишь областями интегрирования по  $p_z$ , начинающимися с  $p_z = 0$ , при наличии в подынтегральных выражениях функций  $g$  с аргументом, пропорциональным  $1/p_z$ . В (5.30) к тиковым относятся члены с  $g_n$ , фигурирующие в интегралах  $Y_n$  при вычислении  $\sigma_c(n)$  и  $\delta\sigma_c(n)$  (4.4), (4.5), и члены с  $g_m^s$  в области  $I_{s,1}(1m)$  (5.31) интеграла  $Y_{sm}$ , определяющего  $\sigma_c(m)$ . Вклады от прочих членов, содержащих функции  $\hat{g}$ , включают лишь множители порядка  $d/l$  без логарифмического усиления и могут быть опущены.

В качестве иллюстрации максимального возможного эффекта используем уже привлекавшийся выше случай близости фермиевских импульсов  $p_{-,m}$  и  $p_n$ , когда области интегрирования по  $p_z$  в  $Y_n$  и область  $I_{-,2}(1m)$  в  $Y_{-m}$  практически совпадают. Тогда для  $n$ -слоя из (5.30)–(5.32) и (4.4), (4.5) следует ( $q_+ - 1 \gg d/l$ ,  $q_- - 1 \leq d/l$ )

$$\begin{aligned} \sigma_c(n) &\approx \sigma_{bn} \left[ \lambda_m \sum_s \frac{1}{\zeta_n^s + \zeta_m^s} + \frac{\lambda_m}{\kappa_- (\zeta_n^- + \zeta_m^-)} \right], \\ \delta\sigma_c(n) &\approx \sigma_{bn} \frac{\zeta_n^a + \zeta_m^a}{(\zeta_n^- + \zeta_m^-) \sum_s (\zeta_n^s + \zeta_m^s)} \times \\ &\times \left[ \frac{\lambda_n (\zeta_n^a + \zeta_m^a)}{\zeta_n^+ + \zeta_m^+} + \frac{\lambda_m}{\kappa_-} \right]. \end{aligned} \quad (5.33)$$

Для  $m$  слоя при тех же условиях имеем

$$\begin{aligned} \sigma_c(m) &\approx \sigma_{bm} \left[ \lambda_m \left( \frac{\Gamma_+}{\zeta_m^+} + \frac{\kappa_- \Gamma_-}{\zeta_n^- + \zeta_m^-} \right) + \right. \\ &\left. + \lambda_n \sum_s \frac{\kappa_s \Gamma_s}{\zeta_n^s + \zeta_m^s} \right], \\ \delta\sigma_c(m) &\approx \sigma_{bm} \frac{\kappa_- \Gamma_- (\zeta_n^+ + \zeta_m^+)}{(\zeta_n^- + \zeta_m^-) \sum_s (\zeta_n^s + \zeta_m^s)} \times \\ &\times \left[ \frac{\lambda_m}{\kappa_-} + \frac{\lambda_n (\zeta_n^a + \zeta_m^a)}{\zeta_n^+ + \zeta_m^+} \right]. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Если для обеих величин  $q_s$  выполняются условия  $q_s - 1 \gg d/l$ , то выражения для проводимостей изменяются следующим образом: в записанных выше формулах для  $\sigma_c(n)$  и  $\delta\sigma_c(n)$  нужно опустить слагаемые с  $\lambda_m$ , в  $\sigma_c(m)$  — слагаемое с  $\lambda_n$ , величиной же  $\delta\sigma_c(m)$  в используемом приближении следует прене-

бречь (в ней отсутствует логарифмический фактор  $\ln(d/l) \gg 1$ ).

В случае варианта 2 (4.14) для параметров  $A$  в интервале  $I_s(1n)$  имеем

$$\begin{aligned} A_n^+ &\approx \frac{g_n + \hat{g}_m^+/\kappa_+}{\zeta_n^+ + \zeta_m^+}, \quad A_n^- \approx \frac{g_n}{\zeta_n^-}, \\ \delta A_n^+ &\approx \frac{\zeta_n^- A_n^a}{\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s}, \quad \delta A_n^- \approx -\frac{(\zeta_n^+ + \zeta_m^+) A_n^a}{\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s}, \end{aligned} \quad (5.35)$$

в интервале  $I_{+,1}(1m)$  —

$$A_m^+ \approx \frac{g_m^+}{\zeta_m^+}, \quad \delta A_m^+ \approx 0, \quad (5.36a)$$

а в интервале  $I_{+,2}(1m)$  —

$$A_m^+ \approx \frac{\kappa_+ \hat{g}_n + g_m^+}{\zeta_n^+ + \zeta_m^+}, \quad \delta A_m^+ \approx \frac{\kappa_+ \zeta_n^- A_n^a}{\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s}. \quad (5.36b)$$

Отсюда и из (4.4), (4.5) следует, что при практически полном пересечении областей определения  $n$ - и  $m_+$ -состояний носителей имеют место наибольшие величины проводимостей ( $q_+^2 - 1 \leq d/l$ ):

$$\begin{aligned} \sigma_c(n) &\approx \frac{\sigma_{bn}}{\kappa_+(\zeta_n^+ + \zeta_m^+)} \times \\ &\times \left[ \frac{\kappa_+ \lambda_n (\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s)}{\zeta_n^-} + \lambda_m \right], \\ \delta \sigma_c(n) &\approx \frac{\sigma_{bn} (\zeta_n^a + \zeta_m^+)}{(\zeta_n^+ + \zeta_m^+) (\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s)} \times \\ &\times \left[ \frac{\lambda_n (\zeta_n^a + \zeta_m^+)}{\zeta_n^-} - \frac{\lambda_m}{\kappa_+} \right], \\ \sigma_c(m) &\approx \frac{\sigma_{bm}^+}{\zeta_n^+ + \zeta_m^+} (\lambda_m + \kappa_+ \lambda_n), \\ \delta \sigma_c(m) &\approx -\frac{\sigma_{bm}^+ \zeta_n^-}{(\zeta_n^+ + \zeta_m^+) (\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s)} \times \\ &\times \left[ -\lambda_m + \frac{\kappa_+ \lambda_n (\zeta_n^a + \zeta_m^+)}{\zeta_n^-} \right]. \end{aligned} \quad (5.37)$$

При заметном отличии  $q_+$  от единицы ( $q_+ - 1 \gg d/l$ ) величины  $\sigma_c(n)$ ,  $\delta \sigma_c(n)$  описываются формулами (5.37), из которых следует исключить члены с  $\lambda_m$ , величины  $\sigma_c(m)$  совпадают с (5.37) в отсутствие слагаемого с  $\lambda_n$ , изменение же проводимости  $\delta \sigma_c(m)$  можно, как и в предыдущем примере, не учитывать.

Для варианта 3 (4.18) в интервале  $I_{+,1}(3m)$  находим

$$A_m^+ \approx \frac{\kappa_+ \hat{g}_n + g_m^+}{\zeta_n^+ + \zeta_m^+}, \quad \delta A_m^+ \approx \frac{\kappa_+ \zeta_n^- A_{2n}^a}{\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s}, \quad (5.38)$$

в интервале  $I_{s,1}(3n)$  —

$$A_n^s \approx \frac{g_n}{\zeta_n^s}, \quad \delta A_n^s \approx -\frac{g_n \zeta_n^{as}}{\zeta_n^s (\sum_s \zeta_n^s)}, \quad (5.39a)$$

в интервале  $I_{s,2}(3n)$  —

$$\begin{aligned} A_n^+ &\approx \frac{g_n + \hat{g}_m^+/\kappa_+}{\zeta_n^+ + \zeta_m^+}, \quad A_n^- \approx \frac{g_n^-}{\zeta_n^-}, \\ \delta A_n^+ &\approx \frac{\zeta_n^- A_n^a}{\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s}, \\ \delta A_n^- &\approx -\frac{(\zeta_m^+ + \zeta_n^+) A_n^a}{\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s}, \end{aligned} \quad (5.39b)$$

что в предельном случае совпадения областей  $I_{s,2}(3n)$  и  $I_{+,1}(3m)$  для  $n_+$ - и  $m_+$ -спектров приводит к следующему ( $1 - q_+ \leq d/l$ ):

$$\begin{aligned} \sigma_c^P(n) &\approx \frac{\sigma_{bn}}{\kappa_+(\zeta_n^+ + \zeta_m^+)} \times \\ &\times \left[ \kappa_+ \lambda_n \frac{\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s}{\zeta_n^-} + \lambda_m \right], \\ \sigma_c^P(m) &\approx \frac{\sigma_{bm}^+}{\zeta_n^+ + \zeta_m^+} (\lambda_m + \kappa_+ \lambda_n), \\ \delta \sigma_c(n) &\approx \sigma_{bn} \frac{\zeta_n^a + \zeta_m^+}{\kappa_+(\zeta_m^+ + \zeta_n^+) (\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s)} \times \\ &\times \left[ \lambda_n \kappa_+ \frac{\zeta_n^a + \zeta_m^+}{\zeta_n^-} - \lambda_m \right], \\ \delta \sigma_c(m) &\approx \sigma_{bm}^+ \frac{\zeta_n^-}{(\zeta_m^+ + \zeta_n^+) (\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s)} \times \\ &\times \left[ \lambda_m - \kappa_+ \lambda_n \frac{\zeta_n^a + \zeta_m^+}{\zeta_n^-} \right]. \end{aligned} \quad (5.40)$$

Если же интервалы изменения переменной  $p_z$  в (3.15) для  $n$ - и  $m_+$ -вкладов заметно расходятся, то значения проводимостей меняются ( $1 - q_+ \gg d/l$ ):

$$\begin{aligned} \sigma_c^P(n) &\approx \sigma_{bn} \lambda_n \sum_s \frac{1}{\zeta_n^s}, \quad \sigma_c(m) \approx \frac{\sigma_{bm}^+ \lambda_m}{\zeta_n^+ + \zeta_m^+}, \\ \delta \sigma_c(n) &\approx \frac{\sigma_{bn} \lambda_n (\zeta_n^a)^2}{\zeta_n^+ \zeta_n^- \sum_s \zeta_n^s}, \\ \delta \sigma_c(m) &\approx \frac{\sigma_{bm}^+ \lambda_m \zeta_n^-}{(\zeta_n^+ + \zeta_m^+) (\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s)}. \end{aligned} \quad (5.41)$$

Отметим, что оценочные значения  $\sigma_c^P(n)$ ,  $\sigma_c^P(m)$ , приведенные выше, отличаются от редуцированных проводимостей (5.2), (5.13) факторами, содержащими величины  $1/\zeta > 1$ , так что полученные зеркальные вклады, вообще говоря, определяют в условиях (5.29) полную проводимость.

Рассмотрим в заключение случай, когда поверхностное рассеяние в основном является диффузным и параметры  $\zeta$  превышают не только малые величины  $d/l$ , но и коэффициенты зеркального прохождения и отражения,  $t_c$  и  $r_c$ :

$$\zeta \gg t_c, r_c, \lambda_{n,m}. \quad (5.42)$$

В этих условиях заведомо малым должен быть вклад  $m$ -слоев в изменение проводимости (в силу пропорциональности параметров  $\delta A_m^s$  коэффициентам  $t_c$ ), поэтому достаточно оценить лишь  $\delta\sigma_c(n)$ . Приведем результаты для варианта 1. Согласно (4.11) в условиях (5.42)

$$\begin{aligned} A_n^s &\approx \frac{t_c^s \hat{g}_m^s / \kappa_s + r_n^s g_n \zeta_m^s}{\zeta_n^s \zeta_m^s}, \\ \sum_s \delta A_n^s &\approx -\frac{\zeta_n^a A_n^a}{\sum_s \zeta_n^s}, \quad A_n^a \approx -\frac{g_n \zeta_n^a}{\zeta_n^+ \zeta_m^-}. \end{aligned} \quad (5.43)$$

Сами зеркальные добавки  $\sigma_c^P$  в данном случае не превышают (5.2), (5.13), для изменения же проводимости находим

$$\delta\sigma_c(n) \approx \frac{\sigma_{bn} \lambda_n (\zeta_n^a)^2}{\zeta_n^+ \zeta_n^- \sum_s \zeta_n^s}. \quad (5.44)$$

Нетрудно убедиться, что для вариантов 2 и 3 оценки значений  $\delta\sigma_c(n)$  совпадают с (5.44).

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ

Резюмируя результаты, напомним, что они получены в рамках квазиклассического описания электронной системы, причем межслоевые промежутки моделировались рассеивающими поверхностями, на которых заданы граничные условия для функций распределения типа условий Фукса–Зондгеймера с учетом возможности прохождения через границы раздела при участии различных электронных групп (различающихся как по энергетическому спектру, так и по спиновому состоянию). В итоге теоретического анализа продемонстрированы возможности реализации гигантского изменения проводимости (т. е. порядка величины самой проводимости) при смене характера чередования магнитной поляризации в последовательности  $m$ -слоев. Как уже отмечалось, на это можно рассчитывать в следующих случаях:

- а) когда по крайней мере  $n$ -слои являются тонкими, т. е. выполнены соотношения (5.1) или (5.12);
- б) при обязательном наличии зеркальных составляющих в наборе параметров, ответственных за рассеяние на границах между слоями.

Величина и знак эффекта существенно зависят как от значений коэффициентов  $t_c$ ,  $r_c$  зеркальных переходов так и от соотношений между параметрами, характеризующими диффузное рассеяние на поверхностях ( $\zeta$ , см. (A.14)) и в объеме слоев ( $d_i/l_i$ ). При этом важную роль играют различия в спектрах  $n$ - и  $m_s$ -электронов, которые выражаются соотношениями между ферми-импульсами электронных

групп, иными словами — между соответствующими концентрациями носителей (варианты 1 (4.10), 2 (4.14), 3 (4.18)).

Начнем систематику полученных в разд. 4 данных со случая, когда поверхностное диффузное рассеяние наименее существенно:

$$t_c, r_c \gg d_i/l_i \gg \zeta \quad (6.1)$$

(в ситуации тонких слоев обоего типа (5.12)).

Результаты существенно различны для вариантов 1 и 2, 3. В случае варианта 1 ( $q_s = p_{ms}/p_n > 1$ ) изменения проводимости  $\delta\sigma_c(n)$  и  $\delta\sigma_c(m)$  оказываются отрицательными (выражения (5.18) и (5.20)) и зависят от величины разностного параметра  $\Gamma_a = \Gamma_+ - \Gamma_-$  (2.10) — меры асимметрии  $s$ -ветвей  $m$ -электронов. Суммарное значение  $\delta\sigma_c = \delta\sigma_c(n) + \delta\sigma_c(m)$  максимально (по модулю) при  $q_- \approx 1$ ,  $q_+ \gg 1$ . Если же оба параметра  $q_s \gg 1$  (это означает, что и  $q = p_m/p_n \gg 1$ ), то эффект изменения проводимости существенно уменьшится и может выпасть из разряда гигантских.

Для электронных групп со спектрами, относящимися к вариантам 2 и 3, знаки изменения проводимостей  $\delta\sigma_c(n)$  и  $\delta\sigma_c(m)$  противоположны (см. (5.24)). При этом в случае близости ферми-импульсов  $p_n$  и  $p_{+m}$  ( $q_+ \approx 1$ ) суммарная величина  $\delta\sigma_c$  положительна:

$$\delta\sigma_c \approx \frac{\sigma_{bn} (1 - 1/\kappa_+)^2}{2(1 + \delta)(1 + 2\delta)} \quad (6.2)$$

(использованы соотношения между параметрами (3.13), (4.3) и (5.19)). В «крайних» же ситуациях, т. е. при  $q_+ \gg 1$  (вариант 2) и  $q_+ \ll 1$  (вариант 3) доминируют соответственно  $\delta\sigma_c(n)$  (5.24) и  $\delta\sigma_c(m)$  (5.25), причем знаки этих величин противоположны и определяются знаком множителя  $\kappa_+ - 1$ . Общим для всех результатов случая (6.1) является то, что зеркальные параметры  $t_c$  и  $r_c$  отсутствуют в оценочных значениях  $\delta\sigma_c$ .

Обратимся к ситуации, когда поверхностное диффузное рассеяние более существенно, чем объемное, и в качестве эффективной длины свободного пробега выступают величины  $\lambda_n$  (5.2) и  $\lambda_m$  (5.13):

$$t_c, r_c \gg \zeta \gg \lambda. \quad (6.3)$$

В условиях (6.3), в отличие от результатов случая (6.1), выражения для  $\delta\sigma_c$  явным образом зависят от компонент диффузных параметров  $\zeta_{sn,m}$ . В случае варианта 1 знаки и величины  $\delta\sigma_c(n)$  (5.33) и  $\delta\sigma_c(m)$  (5.34) определяются разностными параметрами  $\zeta_n^a, \zeta_m^a$ , значения (и даже знаки) которых в рам-

ках нашего анализа не определены, но расчет на возможное гигантское значение  $\delta\sigma_c$ , вообще говоря, допустим. В крайней же ситуации  $q_- \gg 1$  значение  $\delta\sigma_c$  достоверно положительно: согласно (5.33) и (5.34)

$$\delta\sigma_c \approx \delta\sigma_c(n) \approx \frac{\sigma_{bn} \lambda_n (\zeta_n^a + \zeta_m^a)^2}{(\zeta_n^+ + \zeta_m^+) (\zeta_n^- + \zeta_m^-) \sum_s (\zeta_n^s + \zeta_m^s)}. \quad (6.4)$$

В условиях вариантов 2 и 3 и близости ферми-импульсов электронных групп ( $q_+ \approx 1$ ) величины  $\delta\sigma_c(n)$  и  $\delta\sigma_c(m)$  в (5.37) и (5.40) вполне заметны, знаки же их неопределены. В крайней ситуации ( $q_+ \gg 1$  для варианта 2)

$$\begin{aligned} \frac{\delta\sigma_c(n)}{\sigma_{bn}} &\approx \frac{\lambda_n (\zeta_n^a + \zeta_m^+)^2}{\zeta_n^- (\zeta_n^+ + \zeta_m^+) (\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s)}, \\ \delta\sigma_c(m) &\approx 0, \end{aligned} \quad (6.5)$$

т. е. эффект изменения проводимости заведомо положителен. В случае варианта 3 при крайнем соотношении  $q_+ \gg 1$  происходят изменения проводимости как для  $n$ -электронов (величина совпадает с (6.5)), так и для  $m_+$ -электронов:

$$\frac{\delta\sigma_c(m)}{\sigma_{bm}^+} \approx \frac{\lambda_m \zeta_n^-}{(\zeta_n^+ + \zeta_m^+) (\zeta_m^+ + \sum_s \zeta_n^s)}, \quad (6.6)$$

с заведомо положительным суммарным результатом.

Наконец, в условиях, когда диффузные поверхностные коэффициенты превышают зеркальные параметры, т. е. при

$$\zeta \gg t_c, r_c, \lambda \quad (6.7)$$

изменения проводимости сводятся к  $\delta\sigma_c(n)$  и для всех трех вариантов положительны и близки:

$$\frac{\delta\sigma_c(n)}{\sigma_{bn}} \approx \frac{\lambda_n (\zeta_n^a)^2}{\zeta_n^+ \zeta_n^- \sum_s \zeta_n^s}. \quad (6.8)$$

Согласно правилу сумм (4.9), разностный параметр

$$\zeta_n^A = -t_{cm}^{na} - r_c^{na},$$

причем по условию (6.7) зеркальные разности обязаны быть намного меньше  $\zeta_n^s$ . Поэтому масштаб изменений проводимости в условиях (6.7) вряд ли может отвечать гигантскому эффекту.

Отметим особенности ситуации, когда  $m$ -слои являются толстыми, т. е. выполнены соотношения (5.1). В этом случае для реализации гигантских

изменений проводимости перспективны лишь условия доминирования зеркальных процессов рассеяния (5.3), а вклады в  $\delta\sigma_c$  определяются лишь  $n$ -электронами. Для варианта 1, согласно (5.5), изменение проводимости  $\delta\sigma_c$  пропорционально разностному параметру  $t_c^a$ , величина и знак которого остаются неопределенными. Что же касается вариантов 2 и 3, то здесь, как и в случае (6.1), параметры поверхности рассеяния в ответах не содержатся. Изменения проводимости описываются простыми соотношениями: при предельно слабой поверхностной диффузности ( $\zeta_n \ll d_n/l_n$ ) величина и знак  $\delta\sigma_c(n)$ , как и в случае (6.1), зависят от  $\kappa_+ - 1$ :

$$\frac{\delta\sigma_c(n)}{\sigma_{bn}} \approx \frac{\kappa_+ - 1}{2\kappa_+}. \quad (6.9)$$

Если же поверхностная диффузность существеннее объемной и выполняются условия  $t_c, r_c \gg \zeta_n \gg d_n/l_n$ , то изменение проводимости заведомо отрицательное и, согласно (5.8), определяется параметром  $\kappa_+$ :

$$\frac{\delta\sigma_c(n)}{\sigma_{bn}} \approx -\frac{1}{2\kappa_+}. \quad (6.10)$$

Выражения (6.9), (6.10) имеют место для варианта 2 при любом значении  $q_+ > 1$ . Они же справедливы и для варианта 3 в случае  $q_+ \approx 1$ ; однако при крайнем соотношении  $q_+ \ll 1$  величина  $\delta\sigma_c(n)$ , а вместе с ней и  $\delta\sigma_c$  пренебрежимо малы. Обращаем внимание на отличия (6.9) и (6.10) от результатов для тонких  $m$ -слоев в аналогичных условиях рассеяния: величины  $\delta\sigma_c$  в этих двух случаях могут различаться даже знаком.

Приведенный набор выражений для  $\delta\sigma_c$  демонстрирует разнообразие возможностей достижения гигантских величин изменения проводимости обоих знаков. Результат, как показано, зависит от соотношений целого ряда параметров, и интерпретация или предсказание масштаба и знака эффекта на качественном уровне оказываются весьма непростыми. В связи с этим представляется нeliшним высказать замечания по поводу нередко предлагаемого объяснения эффекта отрицательного магнитосопротивления «на пальцах», сформулированного еще в первых работах [1] и неоднократно использованного впоследствии (см., например, [15, 39]). В его основе лежат элементарные «электротехнические» соображения о токе по двум независимым  $s$ -«каналам» (проекция спина  $s$  фиксируется в лабораторной системе), обладающим внутри слоев различными удельными сопротивлениями

$\rho_s \neq \rho_{-s}$ . При АР-упаковке суммарное сопротивление по всем слоям для каждого канала одинаково, а при Р-упаковке должен доминировать канал с  $\rho_{min}$ , по которому происходит, в принятой терминологии, короткое замыкание и тем самым реализуется эффект ГНМР. Аналогичные объяснения предложены и для случая так называемого обратного эффекта (увеличение сопротивления при перестройке АР  $\rightarrow$  Р) — здесь в той же схеме рассуждений требуется участие двух типов магнитных слоев с разными отношениями  $\rho_+/\rho_-$  [31–35]. Эта упрощенная схема не имеет, однако, оснований для приложения к интерпретации рассматриваемого эффекта, связанного с достаточно сложным комплексом физических процессов. Отметим лишь некоторые обстоятельства. Для введения общего по образцу сопротивления  $s$ -группы недостаточно располагать значениями  $\rho_s$  внутри независимых слоев — поверхностные процессы имеют в рассматриваемой ситуации определяющее значение. Так, при полностью диффузном поверхностном рассеянии, которое, по определению, прерывает процесс искажения электронного распределения внешним полем и тем самым определяет эффективную длину свободного пробега, электрические токи и соответствующие кинетические характеристики будут формироваться внутри отдельных слоев независимо и одинаково для обоих типов магнитного порядка. Зеркальное рассеяние вмешивается в эти процессы, обеспечивая сохранение «памяти» об изменениях электронного распределения при переходах из слоя в слой или при отражениях от границ, что и вносит межслоевые и  $s$ -зависимые корреляции в формирование общей проводимости образца. Комбинация физических воздействий такого рода, дополненная возможной  $s$ -зависимостью удельных электропроводностей внутри слоев, определяет масштаб эффекта изменения общей проводимости при перестройке АР  $\rightarrow$  Р, оценка которого, конечно, лежит вне рамок упомянутых выше электротехнических аналогов. Заметим также, что схема короткого замыкания, опирающаяся на неравенство  $\rho_s \neq \rho_{-s}$ , приводит к недооценке роли  $n$ -слоев (в которых  $\rho_s = \rho_{-s}$ ) в формировании  $\delta\sigma$ , тогда как их вклады могут в ряде случаев быть определяющими.

Для некоторых из полученных в настоящей работе выводов о возможности реализации гигантских величин  $\delta\sigma$  физические обоснования на качественном уровне представляются достаточно наглядными. Так, вполне понятна необходимость длинных свободных пробегов в  $n$ -слоях, т. е. требования  $l_n \gg d_n$  (это условие было отмечено еще в ранних работах при использовании аргу-

ментов, опирающихся на межслоевые корреляции  $m$ -носителей, см., например, [40]). Специфика роли поверхностного рассеяния в формировании  $\delta\sigma$  основана на следующей простой физической картине: в  $n$ -слое электроны с фиксированной проекцией спина  $s$  рассеиваются на обеих поверхностях данного  $n$ -слоя одинаково, если соседние  $m$ -слои намагниченны параллельно, тогда как при АР-упаковке  $m$ -соседей рассеяние на поверхностях должно быть различным. Это изменение рассеяния на паре поверхностей (мерой которого служат величины  $A_n^a$  в формулах разд. 4, 5) и является необходимой предпосылкой для возникновения  $\delta\sigma_n$ . Что же касается  $m$ -слоев, то обе поверхности каждого из них рассеивают  $m$ -электроны с фиксированным значением  $s$  одинаково при любом порядке ориентаций намагниченостей. Поэтому величины  $\delta\sigma(m)$  возникают только за счет проникновений электронов через соседние слои. Упомянем еще раз результат, который следует отнести к основным: изменение порядка в ориентациях намагниченостей обусловливает изменение проводимости системы слоев лишь при наличии зеркальных составляющих рассеяния на межслоевых границах. При этом в соответствии с описанной физической картиной в  $n$ -слоях достаточно и зеркальных отражений, тогда как для реализации  $\delta\sigma(m)$  необходимы зеркальные составляющие проникновения. При этом проявляется так называемый эффект канализирования — ограничения на переходы из слоя в слой для части носителей вследствие различий величин фермиевских импульсов соответствующих групп электронов [15, 22, 41] (в примененном в нашей работе способе описания поверхностного рассеяния это обстоятельство учитывается через  $p$ - зависимость параметров перехода  $t^p$  (A.10)), а также эффект возможного соответствия зонных параметров электронных групп в соседних слоях (band matching effect) [42–45]. Качественным свидетельством вклада от проникновений является параметр  $\kappa_+ - 1 = (M_n - M_{m+})/M_{m+}$  в (5.24): разность подвижностей характеризует изменение электронных состояний в слое за счет проникновения из соседних слоев и ухода в них. Такие же соображения поясняют и возникновение комбинации  $\sigma_{bn}/\kappa = eM_m n_n$ , фигурирующей в (5.18): изменение проводимости в  $n$ -слое определяется подвижностью в  $m$ -слое.

Отметим еще один результат, который представляется важным: возможность изменений проводимости обоих знаков, т. е. как прямого, так и обратного эффектов гигантского магнитосопротивления.

Предсказать знак эффекта на основе качественных соображений в общем случае затруднительно. Пожалуй, наиболее понятна ситуация для вариантов 2 (4.14) и 3 (4.18) при доминировании зеркальных прохождений через межслоевые поверхности. Так, в случае толстых  $t$ -, но тонких  $n$ -слоев, когда размерная редукция проводимости (точнее, подвижности) реализуется только в  $n$ -слоях (при условии  $\zeta \gg d/l$ ), проводимость по ним будут определять приходы из соседних  $t$ -слоев; при этом «вносится» и нередуцированная  $t$ -подвижность. Понятно, что тогда АР-конфигурация обусловит большее значение эффективной проводимости по  $n$ -слоям, ибо носители с обеими проекциями спина, тогда как при Р-упаковке — только с одной (в рамках принятых ограничений для вариантов 1, 2) или преимущественно с одной (в более общем случае). В итоге величина  $\delta\sigma(n)$  оказывается отрицательной (см. (5.8), (5.10)). В случае слабого поверхностного диффузионного рассеяния ( $\zeta \ll l/d$ ) подвижность в  $n$ -слоях сохраняет свое объемное значение, так что существенными становятся и уходы в  $t$ -слои; в итоге эффективная проводимость становится зависящей от разностей  $n$ - и  $t$ -подвижностей (см. (5.7)–(5.10)). В об разцах с тонкими слоями обоих типов аналогичные соображения объясняют результат (5.24). Что же касается ситуации в условиях значительных диффузных долей в поверхностных процессах, результаты проведенного анализа показывают, что при переориентации АР  $\rightarrow$  Р можно ожидать положительного изменения проводимости (т. е. эффекта отрицательного магнитосопротивления), правда, без априорных оснований для гигантской величины этого изменения. Иные комбинации соотношений параметров рассеяния и характеристик электронных групп, обеспечивая возможность гигантских изменений проводимости, демонстрируют, как показано выше, большое разнообразие и требуют для оценки реальной величины и знака эффекта знания конкретных данных.

В цели настоящей работы не входило проведение количественного сопоставления с экспериментами. Для этого было бы необходимо конкретизировать задачу: так, вместо параболических законов дисперсии (2.3) и (2.4) следует привлечь данные о реальных энергетических спектрах слоевых металлов (например, из [46–48]). Заметим, к примеру, что система Fe/Cr соответствует варианту 1 из введенной в разд. 4 классификации возможных соотношений фермьевских импульсов, а для системы Co/Cu можно использовать данные варианта 2, либо варианта 3 — в условиях близости импульса

меди тому или иному ферми-импульсу кобальта. Для описания поверхностного рассеяния необходимо привлечь адекватные ситуации механизмы и конфигурации полей (как в [9, 22] или, например, в [49]) и рассмотреть образцы конкретной структуры и т. д. Некоторые достаточно общие следствия проведенного анализа можно сопоставить с экспериментальными данными. Так, в ряде работ наблюдалось значительные изменения величины гигантского магнитосопротивления при использовании специальных воздействий на межслоевые поверхности, вследствие чего изменялась зеркальность в их рассеивающих свойствах и рост (уменьшение) последней сопровождалась ростом (уменьшением) гигантского магнитосопротивления [45, 50–52]; исследовалась зависимость эффекта от толщин слоев, причем обнаружено его уменьшение с ростом  $d_m$  [53, 54]; показано увеличение гигантского магнитосопротивления с числом  $t-n$ -пар и насыщение этого поведения [53], что может быть сопоставлено с результатами анализа, проведенного в Приложении Б. Но, конечно, желательны целенаправленные эксперименты. Можно предложить вполне конкретное исследование, имеющее характер теста: выше было продемонстрировано различие результатов для случаев тонких и толстых  $t$ -слоев при одинаковых условиях поверхностного рассеяния — существенное изменение эффекта при переходе от одного типа многослойного образца к другому того же состава (когда в обоих случаях сам эффект относится к гигантским).

Автор благодарен И. Ф. Волошину, Л. М. Фишеру и В. С. Цою за интерес к работе и Э. И. Рашиба за полезные советы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 01-02-16418).

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Характеристики поверхностного рассеяния. Границные условия

Предполагается, что кинетические уравнения Больцмана применимы во всем пространстве многослойного образца (выполнены условия малости де-бройлевской длины волны на уровне Ферми по отношению к характерным размерным параметрам — толщинам, длинам свободного пробега). Зависимость функций распределения  $f_p^s$  от  $z$  возникает вследствие неоднородности системы. Прежде всего неоднородность обусловлена изменением

спектральных характеристик электронов от слоя к слою. Помимо этого имеет место и неоднородное распределение рассеивающих полей, причем очевидно, что в ситуации, когда слои гораздо толще межслоевых промежутков, с последними связаны локализованные в узких интервалах по  $z$  специфические потенциалы, так что они аномальны по рассеивающим свойствам.

Неоднородность рассеивающих свойств выражается в формализме кинетических уравнений через интегралы столкновений — в виде  $z$ -зависимости фигурирующих там вероятностей переходов:

$$\text{St}^s(f) = \sum_{s'} \int d\tau'_p W_{s'p'}^{sp} (f_p^{s''} - f_p^s), \quad (\text{A.1})$$

$$d\tau_p = \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}.$$

Здесь  $W$  — плотность (на единицу приведенного объема импульсного пространства  $d\tau_p$ ) вероятности рассеяния за единицу времени, отвечающая переходам  $(sp) \rightarrow (s'p')$ . Мы ограничиваемся борновским приближением, для которого  $W_{s'p'}^{sp} = W_{sp}^{s'p'}$ , а также упругим рассеянием.

Внутри какого-либо из слоев (на протяжении однородного материала) в (A.1) фигурируют вероятности соответствующего объемного рассеяния, описываемые однородными по  $z$  величинами (связанные с однородно-распределенными в объеме рассеивателями). Для анализа поведения электронов внутри слоев достаточно (для целей рассматриваемой задачи) прибегнуть к приближению времени релаксации, что и представлено в (2.8). Изменение электронного распределения в межслоевых промежутках, по предположению, гораздо более тонких, чем слои с локально выделенными в плоскостях раздела величинами вероятностей рассеяния, может быть использовано для нахождения соотношений между значениями функций распределения на краях этих промежутков. При пренебрежении толщиной промежутков такие соотношения будут играть роль граничных условий, связывающих решения кинетических уравнений в последовательных слоях  $j$  и  $j'$  по обе стороны разделяющей их границы  $z = z_{jj'}$ . Для выполнения такой программы удобно переопределить плотность вероятности  $W$  в (A.1), приведя ее к виду, применимому для описания рассеяния плоским объектом (см., например, [55–57]). Если, вычисляя вероятность перехода, нормировать волновую функцию исходного состояния на нормальный к поверхности поток единичной плотности, то получим плотность вероятности рассеяния  $V$ , приходящуюся на едини-

цу толщины интервала действия плоских рассеивателей (а не на единицу времени, как в случае  $W$ ). Эти характеристики связаны соотношением

$$W_{s'p'}^{sp} = |v_z| V_{s'p'}^{sp}. \quad (\text{A.2})$$

С помощью  $V$  описывается рассеяние, которое для налетающего на поверхность потока неизбежно. Участие всех поверхностных рассеивателей (характеризуемое проинтегрированной по толщине межслоевого промежутка величиной  $V$ ) и учет всех возможных конечных состояний  $(s'p')$ , отвечающих отражениям (смена знака  $v_z$ ) и прохождениям в соседний слой, т. е. суммирование по  $s'$  и интегрирование по  $d\tau'_p$ , обеспечивают достоверную реализацию ухода из состояния  $(sp)$  в исходном слое, что выражает нормировочное соотношение

$$\sum_{s'} \int d\tau'_p V_{1s'p'}^{sp} = 1, \quad V_1 = \int V dz \quad (\text{A.3})$$

(интеграл по  $dz$  охватывает область локализации плоских рассеивателей в межслоевой области).

Рассматривая приграничную область, используем в межслоевом промежутке (около  $z = z_{jj'}$ ) интеграл столкновений (A.1), выраженный через функции  $V$ . Запишем кинетическое уравнение для неравновесной добавки  $\chi_j^s$  (2.7), разделим все члены уравнения на  $v_z$  и проинтегрируем по промежутку между слоями  $j$  и  $j'$ . Границные условия формально следуют отсюда при устремлении к нулю протяженности области интегрирования (при сохранении результирующего ненулевого вклада от интегралов  $V_1$  (A.3)). Для случая  $v_z > 0$  находим

$$\begin{aligned} \phi_{j'lp}^{s>} - \phi_{jrp}^{s>} &= \\ &= \sum_{s'} \left\{ \int d\tau'_p [V_{1j's'p'}^{j'sp} \phi_{jrp}^{s'} - V_{1j's'p'}^{jsp} \phi_{jrp}^{s'}] + \right. \\ &\quad \left. + \int d\tau'_p [V_{1j'lp'}^{j'sp} \phi_{j'lp'}^{s'} - V_{1j'lp'}^{jsp} \phi_{j'lp'}^{s'}] \right\}, \quad (\text{A.4}) \end{aligned}$$

$$\phi = \chi - e\varphi$$

(здесь опущены факторы  $\partial f_0 / \partial \varepsilon$ : они одинаковы при всех слагаемых, что в интегrale столкновений обеспечивается условием упругости рассеяния). В столкновительных параметрах  $V_1$  отмечены индексы слоев  $j$  и  $j'$ , соответствующие следующим типам переходов при рассеянии: приходам в состояние  $(jsp)$  из состояний  $(j's'p')$  (проходам) и  $(js'p')$  (отражениям) — положительные члены справа в (A.4);

ходам из состояния  $(jsp)$  в состояния  $(j's'p')$  (проходам) и  $(js'p')$  (отражениям) — отрицательные члены в (A.4). Индексы  $r$  ( $l$ ) отмечают принадлежность к правой (левой) границе  $j$ -го или  $j'$ -го слоя, знаки  $>$  ( $<$ ) отвечают положительным (отрицательным) значениям скорости  $v_z$ . В силу условий нормировки (A.3) члены с  $\phi_{jgp}^{s>}$  в (A.4) сокращаются, оставшее и является граничным условием, связывающим в точке  $z_{jj'}$  значения функций распределения  $\chi_{j'}^{s>}$ ,  $\chi_{j'}^{s'<}$ ,  $\chi_j^{s>}$ . Аналогичные проделанным выкладки для  $v_z < 0$  дадут условие связи  $\chi_s^{j<}$ ,  $\chi_j^{s'>}$ ,  $\chi_{j'}^{s<}$ .

Для введения параметров рассеяния, подобных коэффициентам Фукса, и использования их в граничных условиях, перепишем нормировочное соотношение (A.3) в виде (для области  $v_z > 0$ )

$$\sum_{s'} (t_{j's'}^{jsp} + r_s^{jsp'}) = 1, \quad t_{j's'}^{jsp} = \int_> d\tau_p' V_{1j's'p'}^{jsp>} , \\ r_s^{jsp'} = \int_< d\tau_p' V_{1js'p'}^{jsp>} . \quad (\text{A.5})$$

По своему смыслу величина  $t_{j's'}^{jsp}$  является коэффициентом прохождения электрона из состояния  $(sp)$  в слое  $j$  в состояния в соседнем слое  $j'$  с проекцией спина  $s'$ , величина  $r_s^{jsp'}$  — коэффициентом отражения электрона в состоянии  $(sp)$  от границы  $j$ -го слоя с переходом в состояния  $s'$  того же слоя (исходные состояния указываются сверху). Аналогичным образом определяются коэффициенты перехода и для случая  $v_z < 0$ . Введенные таким образом параметры имеют смысл вероятностей соответствующих переходов, их набор обобщает набор параметров Фукса, которые относятся только к отражениям, на случаи прохождения через границы и дополнительно детализирует каналы рассеяния по спиновым переменным. Схема введения параметров переходов может быть расширена для ситуаций, в которых участвуют группы электронов, различающиеся и по иным, отличным от спина, характеристикам — например, по принадлежности независимым «долинам» энергетического спектра, как в полуметаллах или некоторых полупроводниках. В этом случае появятся параметры соответствующих переходов и дополнительные части в граничных условиях, обобщающие соотношения, используемые при исследовании анизотропных размерных эффектов [58].

Для выявления необходимых для исследуемой задачи соотношений между различными коэффициентами переходов и их зависимости от спиновых индексов прибегнем к упрощенной модели рассеяния (в духе приближения Фукса), конкретизировав пред-

варительно выражения для функций рассеяния  $V_1$ . Выделим в  $V_{1j's'p'}^{jsp}$   $\delta$ -функцию, выражающую сохранение энергии, а также множитель  $|v_z'|$  (аналогично использованной в (A.2) процедуре), что восстановит в оставшейся части симметрию относительно перестановки индексов:

$$V_{1j's'p'}^{jsp} = |v_z'| \delta(\varepsilon_{jp}^s - \varepsilon_{j'p'}^{s'}) w_{j's'p'}^{jsp}. \quad (\text{A.6})$$

Тогда параметры поверхностного рассеяния приобретают вид:

$$t_{j's'}^{jsp} = \int_> d\tau_p' v_z \delta(\varepsilon_{j'p'}^{s'} - \mu) w_{j's'p'}^{jsp>} = \\ = 2 \int_> d\tau_p' p'_z \delta(p'^2 - p_{j's'}^2) w_{j's'p'}^{jsp>} , \\ r_{s'}^{jsp} = 2 \int_< d\tau_p' |p'_z| \delta(p'^2 - p_{js'}^2) w_{js'p'}^{jsp>} \quad (\text{A.7})$$

(при записи (A.7) учтено наличие в неравновесных функциях распределения факторов  $\partial f_{0jp}^s / \partial \varepsilon = -\delta(\varepsilon_{jp}^s - \mu)$ , что позволяет в  $V_1$  заменить  $\varepsilon_{jp}^s$  на  $\mu$  и использовать в  $\delta$ -функциях в (A.7) выражения (2.10), (2.11)). Следующий шаг — это выделение в характеристике рассеяния  $w$  скоррелированной и нескоррелированной частей, отвечающих зеркальному и диффузному случаям модели Фукса. Скоррелированность означает сохранение параллельного поверхности импульса, что реализуется при наличии однородной вдоль плоскости межслоевой границы составляющей потенциала рассеяния (периодический в плоскости потенциал дополнит связь продольных импульсов векторами обратной решетки; мы не будем здесь учитывать возникающие при этом особенности процессов рассеяния). Приняв во внимание еще и вклад от случайно, нескоррелированно меняющихся в межслоевых плоскостях рассеивающих полей, запишем  $w$  в виде

$$w_{j's'p'}^{jsp} = w_{cj's'}^{js} p_j p_{j'} \delta(\mathbf{p}'_\parallel - \mathbf{p}_\parallel) + w_{dj's'}^{js}, \quad (\text{A.8})$$

где параметры  $w_c$  и  $w_d$ , оставаясь в рамках модели Фукса, полагаем постоянными, не зависящими от импульсов величинами (сохранив при этом, конечно, их различия для ситуаций прохождения и отражения, что далее будем отмечать соответственно индексами  $t$  и  $r$ ). Из (A.7) следует

$$t_{cj's'}^{jsp} = t_{cjs}^{j's'p} = t_{cjs}^{js} \Theta[\min(p_{js}, p_{j's'}) - p_\parallel], \\ r_{cs}^{jsp} = r_{cs}^{js'p} = r_{cs}^{js} \Theta[\min(p_{js}, p_{js'}) - p_\parallel]. \quad (\text{A.9})$$

Здесь  $\Theta$  — функция единичного скачка Хэвисайда. В (A.9) фигурируют симметричные относительно перестановки индексов параметры

$$\begin{aligned} t_{cj's'}^{js} &= t_{cjs}^{j's'} = w_{ctj's'}^{js} p_j p_{j'}^2, \\ r_{cs'}^{js} &= r_{cs}^{js'} = w_{crs'}^{js} p_j^2. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Параметры диффузного рассеяния, тоже полагаемые постоянными, удобно записать в виде

$$\begin{aligned} t_{dj's'}^{jsp} &= t_{djs}^{js} \frac{p_{j's'}^2}{p_j p_{j'}}, \quad r_{ds'}^{jsp} = r_{ds}^{js} \Gamma_{js'}, \\ t_{djs}^{js} &= t_{djs}^{j's'} = w_{dtj's'}^{js} \pi p_j p_{j'}, \\ r_{ds'}^{js} &= r_{ds}^{js'} = w_{dr s'}^{js} \pi p_j^2. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Нетрудно проверить, что принцип детального равновесия автоматически выполняется для каждого типа процессов переходов по отдельности  $\langle v_z t_{c(d)j's'}^{jsp} \rangle^> = \langle |v'| z |t_{c(d)j's'}^{j's'p'} \rangle^<$  и т. д.

Обратившись к граничным условиям (A.4), используем в них (A.6), (A.7), что приводит к следующим выражениям

$$\begin{aligned} \phi_{j'lp}^{s'} &= \sum_{s'} [t_{cjs}^{js} p \phi_{jr}^{s'} \rangle (\tilde{\mathbf{p}}_t(s')) + r_{cs}^{js} p \phi_{j'l}^{s'} \langle (\tilde{\mathbf{p}}_r(s'))] + \\ &+ \sum_{s'} \left[ t_{djs}^{js} \frac{\langle v'_z \phi_{jrh'}^{s'} \rangle_j^{s'} \rangle}{\langle v_z \rangle_j^{s'}} + \right. \\ &\quad \left. + r_{ds}^{js} p \frac{\langle |v'_z| \phi_{j'l}^{s'} \rangle_j^{s'} \rangle}{\langle |v_z| \rangle_j^{s'}} \right]. \quad (\text{A.12}) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{p}}_t(s') &= (\mathbf{p}_{\parallel}, \sqrt{p_{js'}^2 - p_{\parallel}^2}), \\ \tilde{\mathbf{p}}_r(s') &= (\mathbf{p}_{\parallel}, -\sqrt{p_{j's'}^2 - p_{\parallel}^2}). \end{aligned}$$

Везде берутся значения функций распределения при  $z = z_{jj'}$ . Граничные условия для  $\phi_{jrp}^{s'} \rangle$  (по другую сторону границы  $z = z_{jj'}$ ) записываются аналогично (A.11).

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Оценка роли рассеяния на внешних поверхностях в формировании функций распределения в многослойном образце

Из уравнений системы (3.21)–(3.23), в которых опущены недиагональные по спиновому индексу  $s$  коэффициенты, исключим  $a_{m_j}^s$  и  $b_{m_j}^s$ . Воспользовавшись парами соседних уравнений, содержащих эти

параметры (с одинаковыми спиновыми индексами), находим

$$\begin{aligned} a_{m_j}^s &= \frac{\kappa_{sj} T_{sn}}{1 - R_{sm}^2} (a_{n_{j-1}}^s + R_{sm} b_{n_j}^s), \\ b_{m_j}^s &= \frac{T_{sn}}{1 - R_{sm}^2} (a_{n_{j-1}}^s R_{sm} + b_{n_j}^s). \end{aligned} \quad (\text{Б.1})$$

Здесь и далее обозначено

$$R_{sm,n}^s = R_{sm,n}, \quad T_{sn}^{sm} = T_{sm}, \quad T_{sm}^{sn} = T_{sn}. \quad (\text{Б.2})$$

Для  $n$ -параметров получаем

$$\begin{aligned} a_{n_0}^s - R_{sn_0} b_{n_0}^s &= v_0^s, \\ b_{n_0}^s - R_s a_{n_0}^s - T_s b_{n_1}^s &= 0, \end{aligned} \quad (\text{Б.3})$$

$$\begin{aligned} -T_s a_{n_{j-1}}^s - R_s b_{n_j}^s + a_{n_j}^s &= 0, \\ b_{n_j}^s - R_s a_{n_j}^s - T_s b_{n_{j+1}}^s &= 0, \end{aligned} \quad (\text{Б.4})$$

$$\begin{aligned} -T_s a_{n_{k'-1}}^s + (1 - R_s) b_{n_k}^s &= 0, \\ a_{n_k}^s &= b_{n_k}^s, \end{aligned} \quad (\text{Б.5})$$

где

$$\begin{aligned} R_s &= R_{sn} + T_s R_{sm}, \quad T_s = \frac{T_{sn} T_{sm}}{1 - R_{sm}^2}, \\ v_0^s &= g_n r_{scn_0} - A_n^s (1 - R_{sn_0}). \end{aligned} \quad (\text{Б.6})$$

Выразив параметры  $b$  через  $a$  (использовав для этого уравнения (3.6), содержащие по одному члену с  $b$ ) и подставив их в остальные уравнения, получим систему для параметров  $a$ :

$$\begin{aligned} -(2x_s - y_{0a}^s) a_{n_0}^s + a_{n_1}^s &= -\frac{v_0^s R_s}{T_s R_{sn_0}}, \\ a_{n_0}^s - 2x_s a_{n_1}^s + a_{n_2}^s &= 0, \\ a_{n_{j-1}}^s - 2x_s a_{n_j}^s + a_{n_{j+1}}^s &= 0, \\ a_{n_{k'-1}}^s - (2x_s - y_{k'a}^s) a_{n_k}^s &= 0. \end{aligned} \quad (\text{Б.7})$$

Здесь

$$\begin{aligned} 2x_s &= \frac{T_s^2 - R_s^2 + 1}{T_s}, \quad y_{0a}^s = \frac{1 - R_s / R_{sn_0}}{T_s}, \\ y_{k'a}^s &= \frac{T_s^2 - R_s^2 + R_s}{T_s}. \end{aligned} \quad (\text{Б.8})$$

Действуя аналогично, получим систему уравнений для величин  $b$ :

$$\begin{aligned} -(2x_s - y_{0b}^s) b_{n_0}^s + b_{n_1}^s &= -v_0^s R_s / T_s, \\ b_{n_0}^s - 2x_s b_{n_1}^s + b_{n_2}^s &= 0, \\ b_{n_{j-1}}^s - 2x_s b_{n_j}^s + b_{n_{j+1}}^s &= 0, \\ b_{n_{k'-1}}^s - (2x_s - y_{k'b}^s) b_{n_k}^s &= 0, \end{aligned} \quad (\text{Б.9})$$

где

$$y_{0b}^s = \frac{T_s^2 - R_s^2 + R_s R_{sn_0}}{T_s}, \quad y_{k'b}^s = \frac{1 - R_s}{T_s}. \quad (\text{Б.10})$$

Решения уравнений (Б.7) и (Б.9) таковы:

$$\begin{aligned} a_{n_j}^s &= \frac{v_0^s}{\Delta(x_s)} [C_{k'-j}^1 - y_{k'a}^s C_{k'-j-1}^1(x_s)], \\ b_{n_j}^s &= \frac{v_0^s}{\Delta(x_s)} [C_{k'-j}^1(x_s) - y_{k'b}^s C_{k'-j-1}^1(x_s)], \quad (\text{Б.11}) \\ \Delta(x_s) &= (1 - R_{sn_0}) C_{k'}^1(x_s) - \\ &- [T_s + (1 - R_s)(R_s - R_{sn_0})/T_s] C_{k'-1}^1(x_s), \end{aligned}$$

где  $C_j^1$  — полиномы Гегенбауэра  $j$ -го порядка [57]. Используя (Б.11), запишем фигурирующую в выражении  $\sigma_c^P(n)$  (3.17) сумму по  $n$ -слоям:

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^K (a_{n_j}^s + b_{n_j}^s) &= \frac{2v_0^s}{\Delta(x_s)} \times \\ \times \left[ 2 \sum_{j=0}^{k'} C_{k'-j}^1(x_s) - \sum_{j=0}^{k'-1} (y_{k'a}^s + y_{k'b}^s) C_{k'-j-1}^1(x_s) \right] &= \\ = \frac{4v_0^s}{\Delta(x_s)} \left[ \sum_{j=0}^{k'} C_j^1(x_s) - x_s \sum_{j=0}^{k'-1} C_j^1(x_s) \right] &= \\ = \frac{2v_0^s}{\Delta(x_s)} [C_{k'}^1(x_s) + C_{k'-1}^1(x_s) + 1]. \quad (\text{Б.12}) \end{aligned}$$

Суммирование выполнено с привлечением известного представления полиномов Гегенбауэра [58]

$$C_j^1(x) = \frac{z_1^{j+1} - z_2^{j+1}}{z_1 - z_2}, \quad z_{1,2} = x \pm \sqrt{x^2 - 1} \quad (\text{Б.13})$$

и рекуррентных соотношений. Сумма (Б.12) фигурирует в выражении для зеркальной части проводимости  $\sigma_c(n)$  (3.17) наряду с аналогичным членом  $(K+1)A_n^s$ . Сравнение показывает, что последний примерно в  $K+1$  раз больше: параметр  $x_s$  (Б.8) изменяется от единицы (при чисто зеркальном рассеянии) до значения намного больше единицы при доминировании диффузности и  $T_n^s, T_m^s \rightarrow 0$ , так что (Б.12) оценивается величиной порядка  $v_0^s \sim A_n^s$ . Такое же сравнение можно провести и для  $m$ -параметров, а также для величин  $\delta A$ ,  $\delta a$ ,  $\delta b$  и с такой же оценкой.

Полученный результат имеет простое качественное обоснование: специфика воздействия внешних поверхностей на поведение электронов должна сказываться на общей электропроводности всей системы тем меньше, чем больше число проводящих слоев.

## ЛИТЕРАТУРА

1. M. N. Baibich, J. M. Broto, A. Fert et al., Phys. Rev. Lett. **61**, 2472 (1988).
2. G. Binasch, P. Grunberg, F. Sauerbach et al., Phys. Rev. B **39**, 4828 (1989).
3. P. M. Levy, Sol. St. Phys. bf 47, 367 (1994).
4. M. A. M. Gijs and G. E. W. Bauer, Adv. Phys. **46**, 285 (1997).
5. J.-Ph. Ansermet, J. Phys. Condens. Matter **10**, 6027 (1998).
6. A. Barthelemy, A. Fert, and F. Petroff, Handbook of Magn. Mat., ed. by K. H. J. Buschow, Elsevier, Amsterdam (1999), Vol. 12.
7. P. Zahn, I. Mertig, M. Richter et al., Phys. Rev. Lett. **75**, 2996 (1995).
8. W. H. Butler, X.-G. Zhang, D. M. C. Nickolson et al., Phys. Rev. **52**, 13399 (1995).
9. M. D. Stiles, J. Appl. Phys. **79**, 5805 (1996).
10. K. Schep, P. J. Kelly, and G. E. Bauer, Phys. Rev. Lett. **74**, 586 (1995); Phys. Rev. B **57**, 8907 (1998).
11. R. Brown, D. M. C. Nickolson, W. H. Butler et al., Phys. Rev. B **58**, 11146 (1998).
12. C. Blaas, P. Wienberger, L. Szunyogh et al., Phys. Rev. B **60**, 492 (1999).
13. W. F. Egelhoff, Jr., T. Ha, R. D. K. Misra et al., J. Appl. Phys. **78**, 273 (1996).
14. H. J. W. Swagten, G. J. Strijk, P. J. H. Bloemen et al., Phys. Rev. B **53**, 9108 (1996).
15. H. Hasegawa, Phys. Rev. B **42**, 2368 (1990); **43**, 10803 (1991); **47**, 15003 (1993).
16. S. Zhang, P. M. Levy, and A. Fert, Phys. Rev. B **45**, 8689 (1992).
17. W. H. Butler, X.-G. Zhang, T. C. Shulthess et al., Phys. Rev. B **56**, 14575 (1997).
18. A. Vedyayev, N. Ryzhanova, B. Dieny et al., Phys. Rev. B **55**, 3728 (1997).
19. R. E. Camley and J. Barnas, Phys. Rev. Lett. **63**, 664 (1989).
20. J. Barnas, A. Fuss, R. E. Camley et al., Phys. Rev. B **42**, 8110 (1990); J. Magn. Magn. Mat. **140-144**, 497 (1995).
21. J. Inoue, H. Itoh, and S. Maekawa, J. Phys. Soc. Jap. **60**, 376 (1991).

- 22.** R. Q. Hood and L. M. Falicov, Phys. Rev. B **46**, 8287 (1992).
- 23.** L. Sheng, D. Y. Xing, Z. D. Wang et al., Phys. Rev. B **55**, 5908 (1997); **58**, 6428 (1998).
- 24.** K. Majamdar, J. Chen, and S. Hershfield, Phys. Rev. B **57**, 2950 (1998).
- 25.** Е. М. Лифшиц, Л. П. Питтаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
- 26.** T. H. Todorov, E. Yu. Tsymbal, and D. G. Pettifor, Phys. Rev. B **54**, R12685 (1996).
- 27.** K. Fuchs, Proc. Cambr. Phil. Soc. **34**, 100 (1938).
- 28.** H. Sondheimer, Adv. Phys. **1**, 1 (1952).
- 29.** S. Zhang and P. M. Levy, Phys. Rev. B **57**, 5356 (1998).
- 30.** P. M. Levy, S. Zhang, and A. Fert, Phys. Rev. Lett. **65**, 1643 (1990).
- 31.** S. S. Parkin, Appl. Phys. Lett. **63**, 1987 (1993).
- 32.** J. George, L. Pereira, A. Barthelemy et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 408 (1994).
- 33.** J.-H. Renard, P. Bruno, R. Megy et al., Phys. Rev. B **51**, 12821 (1995); J. Appl. Phys. **79**, 5270 (1996).
- 34.** R. Y. Gu, Z. D. Wang, and D. Y. Xing, J. Phys. Soc. Jap. **67**, 255 (1998).
- 35.** K. Rahmouni, A. Dinia, D. Stoeffler et al., Puys. Rev. B **59**, 9475 (1999).
- 36.** Э. Л. Нагаев, *Физика магнитных полупроводников*, Мир, Москва (1983); УФН **166**, 833 (1996).
- 37.** В. Ю. Ирхин, М. И. Кацельсон, УФН **164**, 705 (1994).
- 38.** H. Itoh, J. Inoue, and S. Maekawa, Phys. Rev. B **47**, 5809 (1993).
- 39.** P. M. Levy, J. Magn. Magn. Mat. **140–144**, 485 (1995).
- 40.** A. Fert, P. Grunberg, A. Barthelemy et al., J. Magn. Magn. Mat. **140–144**, 1 (1995).
- 41.** W. H. Butler, X.-G. Zhang, D. C. M. Nickolson et al., Phys. Rev. Lett. **76**, 3216 (1996).
- 42.** K. B. Hathaway and J. R. Cullen, J. Magn. Magn. Mat. **104–107**, 1840 (1992).
- 43.** W. H. Butler, X.-G. Zhang, D. M. C. Nickolson et al., J. Magn. Magn. Mat. **151**, 354 (1995).
- 44.** I. Mertig, P. Zahn, M. Richter et al., J. Magn. Magn. Mat. **151**, 363 (1995).
- 45.** C. T. Yu, K. Westerholt, K. Theis-Brohl et al., Phys. Rev. B **57**, 2955 (1998).
- 46.** *Физика металлов. Электроны*, под ред. Дж. Займана, Мир, Москва (1972), гл. 8.
- 47.** А. Крэкнелл, К. Уонг, *Поверхность Ферми*, Атомиздат, Москва (1978).
- 48.** D. A. Papaconstantopoulos, *Handbook of the Band Structure of Elemental Solids*, Plenum Press, New York (1986).
- 49.** А. К. Звездин, С. Н. Уточкин, Письма в ЖЭТФ **57**, 418 (1993).
- 50.** D. Grieg, M. J. Hall, C. Hamond et al., J. Magn. Magn. Mat. **110**, 1239 (1992).
- 51.** V. Sato, S. Ishio, and T. Miyazaki, IEEE Trans. J. Magn. Jap. **9**, 44 (1994).
- 52.** S. Li, C. Yu, W. Lai et al., J. Appl. Phys. **78**, 405 (1995).
- 53.** Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Физматгиз, Москва (1963), гл. 17.
- 54.** В. Ф. Гантмахер, И. Б. Левинсон, *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках*, Наука, Москва (1984), гл. 11.
- 55.** В. И. Окулов, В. В. Устинов, ФНТ **5**, 312 (1979).
- 56.** Э. И. Рашба, З. С. Грибников, В. Я. Кравченко, УФН **119**, 3 (1976).
- 57.** И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, рядов и произведений*, Физматгиз, Москва (1963).
- 58.** Л. Бриллюэн, М. Пароди, *Распространение волн в периодических структурах*, ИИЛ, Москва (1959).