ЖЭТФ, 2002, том 121, вып. 2, стр. 320–334 © 2002

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ИНСТАНТОННЫХ ТРАЕКТОРИЙ ПРИ КВАНТОВОМ ТУННЕЛИРОВАНИИ В МАЛЫХ ЧАСТИЦАХ РЕАЛЬНЫХ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКОВ

Б. А. Иванов, В. Е. Киреев *

Институт магнетизма Национальной академии наук Украины
03142, Киев, Украина

Поступила в редакцию 30 мая 2001 г.

Для двухподрешеточного антиферромагнетика построен лагранжиан с учетом фазы Берри, вид которой согласован с квантовомеханическим гамильтонианом Гейзенберга. Проведен анализ туннельных явлений с учетом кристаллографической симметрии и возможных видов взаимодействия Дзялошинского. Показано, что при учете реальной магнитной симметрии и взаимодействия Дзялошинского возможны эффекты деструктивной интерференции инстантонов и подавления макроскопического квантового туннелирования. Это может приводить к периодической зависимости величины расщепления уровней основного состояния от значения константы взаимодействия Дзялошинского; вычислена величина этого расщепления.

PACS: 75.45.+j, 75.50.Tt, 75.50.Ee

В последнее десятилетие вопросы макроскопического квантового туннелирования в макроскопических (или, точнее, в мезоскопических) магнитных системах широко изучаются как экспериментально, так и теоретически [1]. Для физики магнетизма к таким системам относят малые магнитные частицы, магнитные кластеры, высокоспиновые молекулы. Особый интерес привлечен к явлению когерентного макроскопического квантового туннелирования (КМКТ) между энергетически эквивалентными, но физически различными состояниями в системах с дискретным вырождением основного состояния. Для таких систем типичный эффект КМКТ заключается в туннелировании между двумя эквивалентными классическими состояниями, соответствующими двум минимумам энергии анизотропии, см. [2].

Экспериментально эффекты КМКТ можно наблюдать по резонансному поглощению электромагнитных волн на туннельно расщепленных уровнях. Интерес к этому явлению обусловлен двумя факторами. Во-первых, мезоскопические объекты, способные проявлять квантовомеханические свойства, интересны как потенциальные элементы квантовых компьютеров. Во-вторых, в этих задачах возникают тонкие и красивые эффекты интерференции инстантонных траекторий. Для ферромагнитных частиц эти эффекты приводят к подавлению туннелирования при полуцелом полном спине системы [3, 4], а также к осцилляционным зависимостям туннельного расщепления уровней от внешних параметров [5]. Кроме того, проявление эффектов КМКТ, в отличие от эффектов квантового убегания из метастабильного состояния в стабильное, не маскируется тепловыми флуктуациями.

Первоначальные работы по КМКТ [6, 7] были выполнены для малых частиц ферромагнетика в предположении, что фактически все спины в частице параллельны друг другу (модель большого спина). Именно для этих систем были предсказаны [3, 4, 8] эффекты деструктивной интерференции инстантонных траекторий и интерференционное подавление туннелирования. Затем оказалось, что с экспериментальной точки зрения антиферромагнетики представляют собой более удобный класс для исследования КМКТ. Согласно расчетам [9, 10], в антиферромагнетике расщепление уровней более сильное, чем в ферромагнетике, и эффекты могут наблюдать-

*E-mail: kireev@imag.kiev.ua

ся при более высокой температуре. Не удивительно, что первое обнаружение эффектов КМКТ было осуществлено на частицах ферритина, обладающего антиферромагнитной структурой [8]. В чистых антиферромагнетиках, т. е. при полной компенсации спинов подрешеток, эффекты интерференции отсутствуют, но они могут появляться при наложении магнитного поля [5]. Как мы покажем далее в этой работе, даже в отсутствие поля интерференционные эффекты появляются также при учете реальной магнитной симметрии кристалла, в частности, при наличии взаимодействия Дзялошинского–Мория.

Квазиклассическое описание магнитных систем базируется на основе формализма спиновых когерентных состояний. Для построения эффективного полевого лагранжиана как для ферромагнетика, так и для антиферромагнетика, будем исходить из формулы для евклидового лагранжиана отдельного спина, которая имеет вид [11]

$$\mathcal{L}_0 = -i\hbar s \sum_k \dot{\phi}_k (1-\cos\theta_k) + W(\phi_k, \theta_k). \qquad (1)$$

Здесь s — спин, ассоциированный с каждым магнитным моментом, ϕ_k, θ_k — полярные координаты k-го магнитного момента, $W(\phi_k, \theta_k)$ — классическая энергия магнетика; точкой обозначено дифференцирование по мнимому времени $\tau = it$. Первое слагаемое определяет динамику намагниченности (его вариация дает известные уравнения Ландау–Лифшица в угловых переменных), а также определяет так называемую фазу Берри, см. [11, 12]. Эта величина связана с полной производной по времени, которая не проявляется в уравнениях движения, но ответственна за интерференцию инстантонных траекторий.

Для макроскопического описания естественно пользоваться не набором микроскопических переменных, а одной или несколькими полевыми переменными — параметрами порядка. Вопрос о числе параметров порядка и их трансформационных свойствах в магнитных системах является нетривиальным. Для ферромагнетиков в рамках подхода, основанного на спиновых когерентных состояниях, параметр порядка есть вектор намагниченности постоянной длины, который можно параметризовать угловыми переменными θ и ϕ. В этом случае фаза Берри есть просто суммарное изменение угла ϕ вдоль инстантонной траектории [3, 4]. Поведение антиферромагнитной системы можно удовлетворительно описать при помощи трехкомпонентного вектора фиксированной длины — вектора антиферромагнетизма $\mathbf{l}$ [13–15], при этом суммарный спин является подчиненной переменной и определяется вектором $\mathbf{l}$ и его производной по времени $\partial\mathbf{l}/\partial t$. Динамические уравнения для вектора антиферромагнетизма $\mathbf{l}$ можно как построить исходя из симметрийных соображений [13], так и получить из уравнений Ландау–Лифшица для намагниченностей подрешеток [16, 17]. В обоих этих подходах получаются одинаковые классические уравнения движения для единичного вектора $\mathbf{l}$, которые принято называть уравнениями σ-модели. Использование таких уравнений существенно упрощает анализ как линейных, так и нелинейных динамических эффектов в антиферромагнетике, см. [18, 19]. Но для описания макроскопических квантовых эффектов преимущества их использования не столь очевидны. Во всяком случае, лагранжиан, полученный из классических уравнений Ландау–Лифшица или соображений симметрии, не может быть непосредственно использован для описания явления МКТ с учетом эффекта интерференции инстантонных траекторий. Возможно, в силу этого обстоятельства Голышев и Попков [5] использовали в своем анализе эффектов КМКТ систему двух уравнений для намагниченностей подрешеток, анализ которых значительно более сложен.

Дело в том, что в принципе лагранжиан динамической системы невозможно восстановить из классических уравнений движения. Лагранжианы, описывающие одни и те же классические уравнения движения системы, могут различаться на слагаемое, которое является полной производной по времени. Это слагаемое не влияет на классическую динамику системы, но изменяет величину действия на траекториях. В частности, в силу этого обстоятельства в первых работах [6, 7] соответствующие слагаемые типа полных производных были потеряны. Согласованное с квантовой механикой выражение с учетом правильного уравнения для полной производной спинового лагранжиана можно найти исходя из формализма когерентных состояний и анализа оператора эволюции, оно определяется приведенной выше формулой (1). Топологические слагаемые типа полных производных в эффективном лагранжиане для вектора $\mathbf{l}$ оказались весьма существенными для квантовой теории одномерных антиферромагнетиков [11]. Однако их в принципе нельзя получить исходя только из классических уравнений σ-модели для вектора $\mathbf{l}$.

Для простейшей версии σ-модели производные $\mathbf{l}$ по времени входят в лагранжиан в тривиальной форме $(\partial\mathbf{l}/\partial\tau)^2$ [13–15]. В этом случае уравнения σ-модели лоренц-инвариантны, и описание динамики нелинейных волн намагниченности (солитонов типа кинков в антиферромагнетиках) сильно упрощаются, см. [15, 18]. Ясно, что в подобной ситуации интерференционные эффекты в МКТ отсутствуют. Однако при рассмотрении более реалистических моделей ситуация меняется.

Во-первых, во многих кристаллических антиферромагнетиках есть слагаемые, учитывающие взаимодействия типа взаимодействия Дзялошинского–Мория, которые линейны по $\mathbf{l}$ и намагниченности. Как показано в работах [20, 21], эти взаимодействия дают в эффективном лагранжиане члены, линейные по $\partial\mathbf{l}/\partial\tau$, что существенно меняет характер динамики кинков по сравнению с простейшей лоренц-инвариантной моделью. Ясно, что они в принципе могут приводить также и к появлению полных производных (топологических фаз). К таким же эффектам приводит и наличие магнитного поля, что отмечалось как при анализе нелинейной динамики антиферромагнетика [22], так и недавно — для эффектов МКТ [5, 23–27].

В настоящей работе будет построен лагранжиан σ-модели на основе формулы (1) с последовательным учетом источников появления слагаемых с полной производной, которые могут давать нетривиальные интерференционные эффекты. На основе этого лагранжиана будут исследованы эффекты интерференции инстантонных траекторий для реальных моделей антиферромагнитных частиц с различной симметрией и найден вклад этих эффектов в вероятность туннелирования.

1. ЛАГРАНЖИАН σ-МОДЕЛИ ДЛЯ РЕАЛЬНЫХ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКОВ

Рассмотрим систему с локализованными спинами, в которой ближайшие соседи связаны антиферромагнитным взаимодействием. Будем считать, что решетка устроена так, что узлы, в которых расположены спины, можно разбить на две группы таким образом, что все спины, входящие в пары ближайших соседей, относятся к разным группам и фрустрации в решетке отсутствуют. Для идеального антиферромагнетика эти две группы соответствуют двум магнитным подрешеткам. В таком случае можно считать, что спины, относящиеся к каждой из групп, ориентируются параллельно и образуют суммарные спины подрешеток $\mathbf{S}_1$ и $\mathbf{S}_2$. В обменном приближении для таких антиферромагнетиков векторы $\mathbf{S}_1$ и $\mathbf{S}_2$ антипараллельны друг другу. Суммарный спин $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ в основном состоянии может отличаться от нуля из-за различия числа узлов в подрешетках (раскомпенсации), $|\mathbf{S}_1| \neq |\mathbf{S}_2|$, а также при наличии внешнего магнитного поля и/или взаимодействия Дзялошинского, когда антипараллельность спинов нарушается, т. е. даже при $|\mathbf{S}_1| = |\mathbf{S}_2|$ имеем $|\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2| \neq 0$. Будем рассматривать только полностью скомпенсированные антиферромагнетики с $|\mathbf{S}_1| = |\mathbf{S}_2|$, так как специфические эффекты, вызванные раскомпенсацией спинов ($|\mathbf{S}_1| \neq |\mathbf{S}_2|$, но $|\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2| \ll |\mathbf{S}_{1,2}|$) фактически сводят эффекты интерференции к тем, которые хорошо известны для ферромагнетиков, см. [28].

Нашей задачей является построение лагранжиана, описывающего динамику вектора $\mathbf{l}$, при наличии взаимодействия Дзялошинского–Мория и магнитного поля. Гамильтониан такой системы с учетом того, что тензор констант обменного взаимодействия J_{ij} может иметь антисимметричную часть в приближении взаимодействия ближайших соседей, имеет вид

$$\mathcal{H}_e = J\sum_{\langle\alpha\beta\rangle}\mathbf{S}_\alpha\cdot\mathbf{S}_\beta + \sum_{\langle\alpha\beta\rangle}\mathbf{d}\cdot[\mathbf{S}_\alpha\times\mathbf{S}_\beta] - g\mu_B\sum_\alpha\mathbf{H}\cdot\mathbf{S}_\alpha. \quad (2)$$

Здесь первое слагаемое описывает изотропное обменное взаимодействие, в нем суммирование распространяется на пары ближайших соседей, $\mathbf{S}_\alpha$ — спин в узле α. Антисимметричная часть тензора обменных констант J_{ij} является микроскопическим источником взаимодействия Дзялошинского–Мория, см. [29], ей соответствует дуальный вектор $\mathbf{d}$. Последнее слагаемое описывает взаимодействие спинов с внешним магнитным полем.

Рассмотрим обменное приближение, когда отклонение от обычной модели Гейзенберга с изотропным обменным взаимодействием вида $J\mathbf{S}_\alpha\mathbf{S}_\beta$ мало, т. е. $d, g\mu_B H \ll J$. Именно в этом случае можно ввести спины подрешеток $\mathbf{S}_1 = \sum\mathbf{S}_{\alpha_1}$ и $\mathbf{S}_2 = \sum\mathbf{S}_{\alpha_2}$ и считать, что векторы $\mathbf{S}_1$ и $\mathbf{S}_2$ имеют фиксированную длину. Удобно положить $\mathbf{S}_1 = Ns\boldsymbol{\sigma}_1$, $\mathbf{S}_2 = Ns\boldsymbol{\sigma}_2$, где s — спин узла подрешетки, N — число узлов в каждой подрешетке. Единичные векторы $\boldsymbol{\sigma}_1$ и $\boldsymbol{\sigma}_2$ будем параметризовать соответственно полярными координатами (θ_1, ϕ_1) и (θ_2, ϕ_2). В этом случае классическая энергия антиферромагнетика, обменная часть которой соответствует гамильтониану (2), может быть записана в виде

$$\mathcal{W}(\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2) = Js^2zN\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2 + s^2zN\mathbf{d}\cdot[\boldsymbol{\sigma}_1\times\boldsymbol{\sigma}_2] + w(\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2) - g\mu_B sN\mathbf{H}\cdot(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2). \quad (3)$$

Здесь N — число спинов в одной подрешетке, z — координационное число для узла решетки, $w(\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2)$ — энергия анизотропии.

Таким образом, мы пришли к описанию энергии антиферромагнетика в терминах двух векторов единичной длины. Их динамика может быть описана лагранжианом, который для динамических переменных $\boldsymbol{\sigma}_1$ и $\boldsymbol{\sigma}_2$ с учетом (3) можно записать как

$$\mathcal{L} = -i\hbar S_1 \mathbf{A}_1(\boldsymbol{\sigma}_1)\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}}_1 - \\ - i\hbar S_2 \mathbf{A}_2(\boldsymbol{\sigma}_2)\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}}_2 - \mathcal{W}(\boldsymbol{\sigma}_1,\boldsymbol{\sigma}_2). \quad (4)$$

Здесь мы выбрали более общую, чем (1), форму кинетических слагаемых. Их можно представить через векторный потенциал поля магнитного монополя:

$$\mathbf{A}_{1,2}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{\boldsymbol{\sigma}\times\mathbf{n}_{1,2}}{\sigma(\sigma+\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{n}_{1,2})}, \quad (5)$$

где $\mathbf{n}_{1,2}$ — оси квантования когерентных состояний для каждой подрешетки. Этот потенциал имеет сингулярность при $\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{n} = -\sigma$, т. е. на некоторой полупрямой в пространстве $\boldsymbol{\sigma}$. Обычно выбирается калибровка «северного полюса» с $\mathbf{n} = \mathbf{e}_z$, при которой величина $\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma})\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ принимает известный вид (1). Потенциалы поля монополя $\mathbf{A}_{1,2}$ допускают калибровочные преобразования (в частности, изменение положения осей квантования спинов и, следовательно, сингулярностей), которые не влияют на уравнения движения, но дают вклад в лагранжиан в виде полной производной от функции спинов $\boldsymbol{\sigma}_1$ и $\boldsymbol{\sigma}_2$ по τ, которая в принципе может быть существенна для описания интерференционных эффектов. Кинетический член для каждой подрешетки можно записывать в индивидуальной калибровке, в частности с различными направлениями $\mathbf{n_1}$ и $\mathbf{n_2}$.

Единичные векторы $\boldsymbol{\sigma}_1$ и $\boldsymbol{\sigma}_2$ представим через векторы $\mathbf{l} = (\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_2)/2$ и $\mathbf{m} = (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2)/2$, которые связаны между собой соотношениями

$$\mathbf{l}^2 + \mathbf{m}^2 = 1, \quad \mathbf{m}\cdot\mathbf{l} = 0. \quad (6)$$

В приближении σ-модели, когда магнитный момент мал, $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{l}|$, после несложных преобразований лагранжиан (4) можно представить в виде разложения по степеням $\mathbf{m}$. Ограничиваясь в разложении членами, линейными по $\mathbf{m}$, представим кинетическое слагаемое в виде

$$- i\hbar\mathbf{A}_1(\boldsymbol{\sigma}_1)\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}}_1 - i\hbar\mathbf{A}_2(\boldsymbol{\sigma}_2)\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}}_2 = \\ = -i\hbar\dot{\mathbf{l}}\cdot[\mathbf{A}_1(\mathbf{l}) - \mathbf{A}_2(-\mathbf{l})] - i\hbar m_i\left[\dot{\mathbf{l}}\frac{\partial\mathbf{A}_1(\mathbf{l})}{\partial l_i} + \dot{\mathbf{l}}\frac{\partial\mathbf{A}_2(-\mathbf{l})}{\partial l_i}\right] - \\ - i\hbar\dot{\mathbf{m}}\cdot[\mathbf{A}_1(\mathbf{l}) + \mathbf{A}_2(-\mathbf{l})]. \quad (7)$$

Здесь форма потенциалов $\mathbf{A}_1$ и $\mathbf{A}_2$ пока не выбрана, т. е., в частности, не выбраны оси квантования $\mathbf{n}_1$ и $\mathbf{n}_2$. Естественным выбором будет такое расположение осей квантования $\mathbf{n}_1$ и $\mathbf{n}_2$, что $\mathbf{A}_1(\mathbf{l}) = \mathbf{A}_2(-\mathbf{l})$, что возможно при $\mathbf{n}_1 = -\mathbf{n}_2$. При этом сингулярное слагаемое при $d\mathbf{l}/d\tau$ обращается в нуль, а динамическое слагаемое начинается с члена, линейного по $\mathbf{m}$, который может быть представлен в виде

$$-i\hbar\mathbf{m}\cdot[\mathbf{F}\times\dot{\mathbf{l}}] - i\hbar\frac{d}{d\tau}(\mathbf{m}\cdot\mathbf{A}_1(\mathbf{l})), \quad (8)$$

где

$$F_i = \epsilon_{ijk}\left(\frac{\partial A_j}{\partial l_k} - \frac{\partial A_k}{\partial l_j}\right). \quad (9)$$

Таким образом, для антиферромагнетика большая часть произвола в выборе калибровочного поля $\mathbf{A}$, которая присутствует для ферромагнетика, исчезает. Калибровочно-инвариантная величина F_i, имеющая смысл формального магнитного поля, связанного с потенциалом $\mathbf{A}$, есть поле магнитного монополя $\mathbf{F} = \mathbf{l}/|\mathbf{l}|^3$. При переходе от (7) к (8) исходный калибровочный произвол оказался локализованным в слагаемом с полной производной $d(\mathbf{m}\cdot\mathbf{A}(\mathbf{l}))/d\tau$. Что касается этой величины, то ее вклад в евклидово действие заведомо равен нулю в том случае, если инстантонная траектория не проходит через точку сингулярности $\mathbf{A}(\mathbf{l})$. Это условие легко удовлетворяется, если выбрать направление $\mathbf{n} = \mathbf{n}_1 = -\mathbf{n_2}$ вдоль оси наиболее трудного намагничивания антиферромагнетика. В этом случае фаза для замкнутого пути на сфере $\mathbf{l}^2 = 1$, составленного из инстантонных траекторий, оказывается не зависящей от положения оси квантования $\mathbf{n}$.

С учетом условия $\mathbf{m}\cdot\mathbf{l} = 0$ исключаем из (4) подчиненную переменную $\mathbf{m}$:

$$\mathbf{m} = \frac{\hbar}{2Jsz}\left[\gamma(\mathbf{H}^{eff} - \mathbf{l}(\mathbf{H}^{eff}\cdot\mathbf{l})) - i\mathbf{l}\times\dot{\mathbf{l}}\right], \quad (10)$$

где $\gamma = g\mu_B/\hbar$ — гиромагнитное отношение, $\mathbf{H}^{eff}$ — эффективное поле, которое есть сумма внешнего поля $\mathbf{H}$ и поля Дзялошинского $\mathbf{H}^D$. Для выбранного выше приближения, в котором взаимодействие Дзялошинского–Мория имеет вид чисто антисимметричной формы $\mathbf{d}\cdot[\boldsymbol{\sigma}_1\times\boldsymbol{\sigma}_2] \propto \mathbf{d}\cdot[\mathbf{l}\times\mathbf{m}]$, поле Дзялошинского имеет вид

$$\mathbf{H}^D = zs[\mathbf{d}\times\mathbf{l}]/g\mu_B.$$

Выражение для $\mathbf{m}$ справедливо и для более общих видов взаимодействия Дзялошинского, которые не сводятся к билинейной форме по $\boldsymbol{\sigma}_{1,2}$. В частности, будем рассматривать более общие формы взаимодействия Дзялошинского вида $D_{ik}(\mathbf{l})m_i l_k$, Анизотропия в базисной плоскости и взаимодействие Дзялошинского для систем с различными видами магнитной симметрии

n	$\widetilde{w}_a$	Оси	ВДМ	$\Gamma(\theta,\phi)$		$B(\theta,\phi)$	K
		$2_z^{(+)}, 2_x^{(-)}, 2_y^{(-)}$	$m_x l_y + m_y l_x$	$3\sin^3\theta\sin 2\phi$	$*$	$3\sin^2\theta\sin 2\phi$	4
2	$\beta_2\sin^2\theta\sin^2\phi$	$2_z^{(-)}, 2_x^{(+)}, 2_y^{(-)}$	$m_y l_z + m_z l_y$	$6\sin^2\theta\cos\theta\sin\phi$	$*$	$6\sin\theta\cos\theta\sin\phi$	4
		$2_z^{(-)}, 2_x^{(-)}, 2_y^{(+)}$	$m_x l_z + m_z l_x$	$6\sin^2\theta\cos\theta\cos\phi$		$6\sin\theta\cos\theta\cos\phi$	4
		$4_z^{(+)}, 2_x^{(-)}, 2_{xy}^{(-)}$	$\frac{1}{2i}(m_+ l_+^3 - m_- l_-^3)$	$5\sin^5\theta\sin 4\phi$	$*$	$5\sin^4\theta\sin 4\phi$	16
4	$\beta_4\sin^4\theta\sin^2 2\phi$	$4_z^{(-)}, 2_x^{(+)}, 2_{xy}^{(-)}$	$m_x l_x - m_y l_y$	$3\sin^3\theta\cos 2\phi$		$3\sin^2\theta\cos 2\phi$	16
		$4_z^{(-)}, 2_x^{(-)}, 2_{xy}^{(+)}$	$m_x l_y + m_y l_x$	$3\sin^3\theta\sin 2\phi$	$*$	$3\sin^2\theta\sin 2\phi$	$8+$ $+8\cos(sdN/J)$
		$6_z^{(+)}, 2_x^{(-)}, 2_{\pi/6}^{(-)}$	$\frac{1}{2i}(m_+ l_+^5 - m_- l_-^5)$	$7\sin^7\theta\sin 6\phi$	$*$	$7\sin^6\theta\sin 6\phi$	36
6	$\beta_6\sin^6\theta\sin^2 3\phi$	$6_z^{(-)}, 2_x^{(+)}, 2_{\pi/6}^{(-)}$	$\frac{1}{2i}m_z(l_+^3 - l_-^3)$	$5\sin^4\theta\cos\theta\sin 3\phi$	$*$	$5\sin^3\theta\cos\theta\sin 3\phi$	36
		$6_z^{(-)}, 2_x^{(-)}, 2_{\pi/6}^{(+)}$	$\frac{1}{2}m_z(l_+^3 + l_-^3)$	$5\sin^4\theta\cos\theta\cos 3\phi$		$5\sin^3\theta\cos\theta\cos 3\phi$	36

Примечание. Для осей высших порядков введены обозначения $m_\pm = m_x \pm i m_y$, $l_\pm = l_x \pm i l_y$. Звездочкой обозначены системы, в которых есть точное решение, отвечающее наименьшему действию, ВДМ — взаимодействие Дзялошинского–Мория.

$H_i^D = D_{ik}(\mathbf{l}) l_k$, которые присутствуют для многих кристаллов и оказываются существенными для эффектов МКТ. При этом в выражении для $\mathbf{m}$ эффективное поле принимает вид

$$H_i^{eff} = H_i^0 + D_{ik}(\mathbf{l}) l_k. \tag{11}$$

Далее в этом разделе не конкретизируется форма $D_{ik}(\mathbf{l})$. Как следует из выражения (10), использованное при выводе σ-модели приближение $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{l}|$ выполняется при условии $\max(H, H^D) \ll H_{ex}$, где $H_{ex} = Jsz/\mu_B$ — поле обменного взаимодействия. Подставляя $\mathbf{m}$ в лагранжиан (4), получаем эффективный лагранжиан для вектора $\mathbf{l}$ в виде

$$\mathcal{L} = \frac{\hbar^2 N}{2Jz}\left\{\frac{1}{2}\dot{\mathbf{l}}^2 + i\gamma\mathbf{H}^{eff}\cdot[\mathbf{l}\times\dot{\mathbf{l}}]\right\} - \mathcal{W}_a(\mathbf{l}) + \frac{2\mu_B^2 N}{Jz}\times$$
$$\times\left\{(\mathbf{H}\cdot\mathbf{l})^2 - \mathbf{H}^2 + 2\mathbf{H}\cdot\Big(\mathbf{l}(\mathbf{H}^D\cdot\mathbf{l}) - \mathbf{H}^D\Big)\right\}. \tag{12}$$

Здесь $\mathcal{W}_a(\mathbf{l})$ имеет смысл эффективной энергии анизотропии, в которой наряду с введенной выше затравочной энергией $w(\mathbf{l}) = w(\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2)$ при $\boldsymbol{\sigma}_1 = -\boldsymbol{\sigma}_2 = \mathbf{l}$, учтено добавочное слагаемое $(\mathbf{H}^D\cdot\mathbf{l})^2 - (\mathbf{H}^D)^2$. Ясно, что $\mathcal{W}_a(\mathbf{l})$ есть реальная энергия анизотропии, определяемая из статических измерений в слабых полях, и нет смысла разделять эти вклады. Для $\mathcal{W}_a(\mathbf{l})$ надо просто использовать выражение, которое определяется кристаллической симметрией магнетика. Конкретный вид энергии анизотропии для разных антиферромагнетиков приведен в таблице. Слагаемые в фигурных скобках описывают изменение статической энергии антиферромагнетика за счет внешнего магнитного поля. При этом первое слагаемое, квадратичное по компонентам $\mathbf{H}$, является квадратичным по $\mathbf{l}$ и тоже может быть представлено как перенормировка энергии анизотропии за счет поля. Второе слагаемое, билинейное по компонентам внешнего поля $\mathbf{H}$ и поля Дзялошинского $\mathbf{H}^D$, содержит нечетные степени компонент $\mathbf{l}$ и описывает энергию слабого ферромагнитного момента, вызванного взаимодействием Дзялошинского. (В частности, для чисто антисимметричного взаимодействия Дзялошинского оно сводится к $\mathbf{H}\cdot[\mathbf{d}\times\mathbf{l}]$.) Это слагаемое может полностью снимать вырождение классического основного состояния системы, в силу чего теряет смысл рассмотрение эффектов КМКТ. Поэтому одновременный учет внешнего поля и взаимодействия Дзялошинского имеет смысл только при избранных ориентациях внешнего поля, когда для вектора $\mathbf{l}$, направленного вдоль оси легкого намагничивания антиферромагнетика, это слагаемое равно нулю. Некоторые из этих ориентаций поля для ромбических антиферромагнетиков были рассмотрены в работе [5].

Таким образом, приходим к следующим выводам. Лагранжиан для вектора $\mathbf{l}$ отличается от лагранжиана σ-модели идеального антиферромагнетика [11] наличием ряда дополнительных слагаемых, роль которых в описании КМКТ различна. Слагаемое с полной производной, в отличие от случая ферромагнетика или антиферромагнетика с неравными спинами подрешеток, легко может быть исключено и не играет роли. Важно, что учет внешнего поля и некоторых видов взаимодействия Дзялошинского приводит к появлению гироскопических слагаемых, линейных по $d\mathbf{l}/d\tau$. Появление этих слагаемых описывает понижение реальной динамической симметрии антиферромагнетиков при наличии магнитного поля и/или взаимодействия Дзялошинского.

Структура лагранжиана такова, что учесть вклад взаимодействия Дзялошинского в гироскопическое слагаемое можно, просто добавив зависящее от $\mathbf{l}$ поле Дзялошинского $\mathbf{H}^D$ к внешнему магнитному полю $\mathbf{H}$. Гироскопические слагаемые могут вносить существенные вклады в вероятности туннельных процессов, как влияя на структуру инстантонных решений, так и создавая деструктивную интерференцию инстантонных траекторий. Как будет показано ниже, эта интерференция, в отличие от случая ферромагнетика или антиферромагнетика с неравными спинами подрешеток, не имеет топологической природы, однако ее роль также может быть принципиальна. Ниже мы приведем примеры «чистых» антиферромагнетиков, в которых возможно полное подавление туннелирования за счет интерференции инстантонных траекторий.

При выводе лагранжиана (12) не учитывалась возможность неоднородного туннелирования и поэтому опускалась с самого начала зависимость $\mathbf{S}$ и $\mathbf{l}$ от пространственных координат. Учет подобной зависимости приводит к замене $N \to \int dV/a^3$, где a — постоянная решетки, и появлению дополнительного слагаемого, пропорционального $Ja^2(\nabla\mathbf{l})^2$, в евклидовом действии. Сопоставление энергии неоднородности с энергией анизотропии дает оценку размера пространственной неоднородности порядка $\Delta_0 = a\sqrt{H_{ex}/H_{an}}$, где H_{ex} и H_{an} — обменное поле и поле анизотропии; Δ_0 — толщина доменной стенки. Если размеры частицы превышают величину Δ_0, т. е. $N > N_c \approx (\Delta_0/a)^3 \approx (H_{ex}/H_{an})^{3/2}$, то можно представить более выгодный неоднородный сценарий туннелирования, при котором для $N > N_c$ расщепление уровней слабо зависит (или даже вообще не зависит) от N. Хотя этот вопрос не обсуждался ранее в литературе и его анализ выходит за рамки нашей работы, рассмотрим его вкратце.

Величина N_c слишком велика, для того чтобы эффекты туннелирования при $N > N_c$ были наблюдаемыми. Дело в том, что в туннельной экспоненте N умножается на величину восприимчивости системы, т. е. входит в комбинации NH_{an}/H_{ex}, см. [10]. По существу, наличие этого малого параметра и делает реальным наблюдение туннелирования на частицах типа ферритина с $N \approx 3.5 \cdot 10^3$ [8, 30]. Однако при типичных значениях $H_{an}/H_{ex} \sim 10^{-3}$–$10^{-2}$ величина туннельной экспоненты $N_c H_{an}/H_{ex} \approx (H_{ex}/H_{an})^{1/2} \gg 1$ слишком велика и наблюдение перехода на режим неоднородного туннелирования представляется проблематичным.

2. СИММЕТРИЯ ИНСТАНТОННЫХ РЕШЕНИЙ И ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ВКЛАДОВ ИНСТАНТОННЫХ ТРАЕКТОРИЙ

В соответствии с общими закономерностями квазиклассического приближения, сформулированного на языке инстантонов, амплитуда перехода из одного состояния в другое описывается в так называемом приближении инстантонного газа [31]. Величину расщепления уровней для системы с двумя эквивалентными минимумами можно представить в виде

$$\Delta = 2D\sqrt{K}, \tag{13}$$

величина D определяется как

$$D = (\det{}'\hat{\Omega})^{-1/2}\left(\frac{\operatorname{Re}\mathcal{I}}{\hbar}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{\operatorname{Re}\mathcal{I}}{\hbar}\right), \tag{14}$$

где $\mathcal{I}$ — одноинстантонное действие, K — комбинаторный множитель, возникающий из-за неединственности туннельного пути, соединяющего два эквивалентных минимума, $\det{}'\hat{\Omega}$ — флуктуационный детерминант без учета нулевой моды, определяемый малыми отклонениями от инстантонной траектории, см. подробнее [31]. Для анализа эффектов туннелирования между вырожденными состояниями, которые соответствуют основным состояниям системы, и нахождения величины расщепления надо найти одноинстантонные траектории, соединяющие эти состояния, вычислить значения евклидового действия $\mathcal{I}$ на этих траекториях и найти детерминант оператора второй вариации действия. Вклад в величину расщепления дают только эквивалентные траектории, обладающие минимальным значением вещественной части $\mathcal{I}$. Далее с использованием формулы (18) вычисляется комбинаторный коэффициент, зависящий от разности фаз на траекториях. В этом разделе сосредоточим внимание на анализе основного вклада, который дает только $\mathcal{I}$, и не будем вычислять предэкспоненциальный множитель. Обсудим, каким образом эти вычисления могут быть реально проведены.

Для конкретного анализа удобно записать лагранжиан в виде

$$\mathcal{L} = \frac{\hbar^2 N}{2Jz} \times \\ \times \left[\frac{1}{2}\left(\frac{d\mathbf{l}}{d\tau}\right)^2 + i[\boldsymbol{\omega}_H \times \mathbf{l}]\cdot\frac{d\mathbf{l}}{d\tau} + \frac{\omega_0^2}{2} w_a(\mathbf{l})\right], \quad (15)$$

где $\boldsymbol{\omega}_H = \gamma \mathbf{H}^{eff}$, γ — гиромагнитное отношение, $\mathbf{H}^{eff}$ — эффективное поле. Безразмерная функция $w_a(\mathbf{l})$ пропорциональна энергии анизотропии, величина ω_0 совпадает с частотой однородного антиферромагнитного резонанса в поле одноосной анизотропии. Вектор $\mathbf{l}$ будем параметризовать угловыми переменными:

$$l_1 = \sin\theta\cos\phi, \quad l_2 = \sin\theta\sin\phi, \quad l_3 = \cos\theta. \quad (16)$$

Будем считать, что анизотропия легкоосная, в силу чего классическое основное состояние двукратно вырождено и ему отвечают два значения $\mathbf{l}$: $\mathbf{l} = \mathbf{e}_3$ и $\mathbf{l} = -\mathbf{e}_3$, орт $\mathbf{e}_3$ параллелен оси легкого намагничивания. Рассмотрим туннелирование между этими состояниями. Функцию $w_a(\mathbf{l})$ для магнетика с осью анизотропии C_n можно записать в следующем виде:

$$w_a(\theta,\phi) = \sin^2\theta + \widetilde{w}_a(\theta,\phi), \quad (17)$$

где первое слагаемое отвечает легкоосной анизотропии, а $\tilde{w}_a(\theta,\phi) \ll 1$ определяет анизотропию в базисной плоскости.

Для магнетика с осью легкого намагничивания, имеющей симметрию C_n, существует n инстантонных и n антиинстантонных траекторий, и комбинаторный множитель имеет вид

$$K = \sum_{k,\bar{k}'=0}^{n-1} \cos\Phi_{k,\bar{k}'}, \\ \Phi_{k,\bar{k}'} = \frac{1}{\hbar}\,\mathrm{Im} \oint\limits_{k\bigcup\bar{k}'} d\tau\, \mathcal{L}(\mathbf{l},\dot{\mathbf{l}}), \quad (18)$$

т. е. $\Phi_{k,\bar{k}'}$ есть разность фаз k-го инстантона и k'-го антиинстантона. Интеграл, определяющий $\Phi_{k,\bar{k}'}$, берется по замкнутому пути, составленному из инстантона k и антиинстантона $\bar{k}'$. Для лоренц-инвариантной σ-модели лагранжиан вещественный, все $\Phi_{k,\bar{k}'}$ равны нулю, поэтому комбинаторный множитель тривиален и равен n^2. В силу этого $\sqrt{K} = n$, т. е. для n пар путей полная амплитуда перехода и величина расщепления уровней есть просто вклад одного инстантона, умноженный на число путей. Однако, как будет показано ниже, при $\Phi_{k,\bar{k}'} \neq 0$ величина расщепления уровней Δ может содержать осцилляционную зависимость от произведения малого параметра $|\boldsymbol{\omega}_H|$ на большую величину N и поэтому требует более тщательного рассмотрения. Характер его осцилляций можно установить исходя из симметрийных соображений, а конкретный вид функции K от параметров задачи можно найти даже не решая соответствующих уравнений Эйлера–Лагранжа.

Лоренц-инвариантная $\boldsymbol{\sigma}$-модель. Вначале удобно обсудить туннелирование для простейшей лоренц-инвариантной σ-модели, которой отвечает лагранжиан (15) с $\boldsymbol{\omega}_H = 0$. Дело в том, что для некоторых моделей антиферромагнетика со взаимодействием Дзялошинского–Мория результаты оказываются такими же, как и при его отсутствии, см. ниже. Если $H^{eff} = 0$, то анализ задачи не представляет труда. Действительно, для любого вида энергии анизотропии в одноосном антиферромагнетике с главной осью C_2, C_4 или C_6 (мы далее рассматриваем только те виды симметрии, которые могут существовать в кристаллической решетке) инстантонному решению отвечает функция $\theta = \theta(\tau)$ с граничными условиями $\theta \to 0, \pi$ при $\tau \to \pm\infty$ и $\phi = \phi_0 = \mathrm{const}$, где ϕ_0 определяется соотношением

$$\left.\frac{\partial w_a(\theta,\phi)}{\partial\phi}\right|_{\phi=\phi_0} = 0. \quad (19)$$

Пусть основные состояния $\pm\mathbf{e}_3$ находятся на главной оси C_n. Тогда величина $\widetilde{w_a}(\theta,\phi)$ пропорциональна $\sin n\phi$ и существует $2n$ решений этого уравнения:

$$\phi_k^{(0)} = \frac{\pi k}{n}, \quad k = 0, 1, \ldots, 2n-1, \quad (20)$$

из которых n решений $\phi_{k,\min}^{(0)}$ дают минимум $w_a(\theta,\phi)$, а остальные n, $\phi_{k,\max}^{(0)}$, дают максимум этой функции при всех $\theta \neq 0, \pi$. Инстантонам с $\phi_{k,\min}^{(0)}$ отвечает меньшее значение евклидового действия, и далее будут рассмотрены только эти n решений. Функцию $\theta(\tau)$ можно найти из уравнения второго порядка, для которого известен его первый интеграл

$$\left(\frac{d\theta}{d\tau}\right)^2 = \omega_0^2[w_a(\theta,\phi_k^{(0)}) - w_a(0,\phi_k^{(0)})]. \qquad (21)$$

Далее мы полагаем, что $w_a(0,\phi) = w_a(\pi,\phi) = 0$ и значение $\phi = 0$ отвечает минимуму функции $w_a(\theta,\phi)$. При таком выборе осей ось z всегда является осью легкого намагничивания, а x — промежуточного. Евклидово действие на траекториях вещественно при всех значениях ϕ и определяется формулой

$$\mathcal{I} = \frac{\hbar^2\omega_0 N}{2Jz}\int_0^\pi d\theta\,\sqrt{w_a(\theta,\phi)}. \qquad (22)$$

Последнее приближенное выражение записано в главном приближении по малой анизотропии в базисной плоскости $\widetilde{\beta} \ll 1$, где $\widetilde{\beta}$ — характерная константа анизотропии в базисной плоскости, т. е. максимальное значение $\widetilde{w_a}$. Таким образом, в данном случае вклад дают n инстантонных траекторий, на которых вектор $\mathbf{l}$ является вещественным и разворачивается в одной из n плоскостей, которые определяются условием $\phi = \phi_{k,\min}^{(0)} \equiv \phi_k^{(0)}$. Мнимая часть $\mathcal{I}$ для лоренц-инвариантной модели отсутствует и комбинаторный множитель K в (18) равен n^2.

Роль $\mathbf{H}^{eff}$. При учете слагаемых с $\mathbf{H}^{eff}$, которые разрушают лоренц-инвариантность, возникают сложности двух типов. Во-первых, в случае $\mathbf{H}^{eff} \neq 0$ решение $\phi = \text{const}$, вообще говоря, неприменимо и структура инстантона определяется общей системой двух уравнений второго порядка:

$$-\ddot{\theta} + \dot{\phi}^2\sin\theta\cos\theta + \omega_0^2\frac{\partial w_a}{\partial\theta} + i\omega_H\dot{\phi}\Gamma(\theta,\phi) = 0, \quad (23)$$

$$-\ddot{\phi}\sin^2\theta - 2\dot{\phi}\dot{\theta}\sin\theta\cos\theta + {} + \omega_0^2\frac{\partial w_a}{\partial\phi} - i\omega_H\dot{\theta}\Gamma(\theta,\phi) = 0, \quad (24)$$

решения которой, вообще говоря, не являются вещественными. Здесь слагаемые с Γ определяются вариацией члена с $\mathbf{H}^{eff}\cdot[(d\mathbf{l}/d\tau)\times\mathbf{l}]$ в лагранжиане (15), вид функции $\Gamma(\theta,\phi)$, которая порождается взаимодействием Дзялошинского, для различных типов магнитной симметрии приведен в таблице, столбец 5. Во-вторых, даже для траекторий с вещественным $\mathbf{l}$ может появляться мнимая часть евклидового действия $\mathcal{I}$, которую дает слагаемое, пропорциональное $\boldsymbol{\omega}_H$. Обсудим, когда эти ситуации имеют место.

Если $\Gamma(\theta,\phi)$ обращается в нуль при тех же значениях $\phi_k^{(0)}$, что и $\partial w_a(\theta,\phi)/\partial\phi$, то для плоских траекторий $\phi = 0$ уравнение (24) удовлетворяется тождественно, а первое уравнение (23) сводится к исследованному выше уравнению (21) лоренц-инвариантной σ-модели. Таким образом, в этом случае $\Gamma(\theta,\phi)$ не влияет на вид функции $\theta = \theta(\tau)$ в инстантоне, но изменяет мнимую часть действия. Более подробно это явление будет рассмотрено в разд. 3.

Если же $\Gamma(\theta,\phi_k^{(0)}) \neq 0$, то инстантону уже не отвечает плоское решение $\phi = \text{const}$ и надо искать общее решение системы (23), (24) вида $\theta = \theta(\tau)$, $\phi = \phi(\tau)$. При этом функции $\theta(\tau)$ и $\phi(\tau)$ могут оказаться, вообще говоря, комплексными. Общих аналитических методов построения таких сепаратрисных решений не существует, и лишь в отдельных случаях инстантонное решение системы уравнений (23), (24) может быть построено точно, см. работу [32] и ниже разд. 3.

Как будет показано ниже, даже для антиферромагнетиков, в которых $\Gamma(\theta,\phi) \neq 0$, но $\Gamma(\theta,\phi_k^{(0)}) = 0$ и существует вещественное инстантонное решение $\theta = \theta(\tau)$, $\phi = \phi_k^{(0)}$, или же в том случае, если величина H^{eff}/H_{ex} пренебрежимо мала и ее учет меняет $\theta = \theta(\tau)$ и вещественную часть $\mathcal{I}$ несущественно, влияние слагаемого с $\mathbf{H}^{eff}$ в лагранжиане на мнимую часть действия $\mathcal{I}$ может приводить к весьма нетривиальным следствиям.

Чтобы объяснить этот факт, рассмотрим случай, когда величина $(\Gamma/H_{ex}) \ll 1$ настолько мала, что инстантонные траектории можно считать плоскими, $\theta = \theta(\tau)$, $\phi = \text{const}$. Наличие члена, линейного по $d\mathbf{l}/d\tau$, приводит к вкладу в мнимую часть евклидового действия $\mathcal{I}$, который пропорционален числу спинов в частице. Мнимая часть евклидового действия $\mathcal{I}$ имеет порядок $\operatorname{Im}\mathcal{I}/\hbar \propto Nd/J$, т. е. она пропорциональна произведению малого параметра на большой. Поэтому она может быть немалой и эффекты деструктивной интерференции инстантонных траекторий могут быть существенными. Известно, что для ромбического ферромагнетика эффекты интерференции могут полностью подавлять туннелирование, см. [1–4]. Для ферромагнетика слагаемое с $d\mathbf{m}/d\tau$ не содержит, в отличие от случая антиферромагнетика, малого множителя типа H^{eff}/H_{ex}, но это несущественно: в ферромагнетике величина $\operatorname{Im}\mathcal{I}/\hbar \approx \pi Ns \gg 1$, в то время как для полного подавления туннелирования достаточно иметь $\operatorname{Im}\mathcal{I}/\hbar \approx \pi$. Это условие легко обеспечить при достаточно большом N. В частности, для антиферромагнитной частицы типа ферритина с $N \approx 3500$ в магнитном поле вероятность туннелирования при учете интерференции является осциллирующей функцией поля и подавление может наблюдаться при полях $H \lesssim 100$ Э [5, 28, 33], что существенно меньше, чем характерное значение поля Дзялошинского, $H^D = 10^3$–10^5 Э.

С другой стороны, вклад в вещественную часть евклидового действия не содержит большого параметра N. Этот вклад тоже может быть не мал (см. следующий раздел), но в этом случае имеет значение произведение других параметров, а именно, малой величины $d/J \ll 1$ и большой $d/\widetilde{\beta} \gg 1$. Итак, слагаемые с $d\mathbf{l}/d\tau$ могут приводить к двум типам эффектов: 1) появлению неплоских инстантонных траекторий и комплексных значений компонент $\mathbf{l}$ на этих траекториях; 2) интерференции инстантонов даже для плоских траекторий с вещественным $\mathcal{I}$.

Эффекты первого типа имеют место только тогда, когда слагаемое $\Gamma(\theta,\phi)$ в уравнениях (23), (24) не равно нулю. Такие слагаемые весьма важны при описании динамики доменных стенок в антиферромагнетике: они могут существенно уменьшать предельную скорость стенки, а также приводить к скачкообразному изменению структуры стенки при непрерывном изменении ее скорости [20, 21]. При анализе конкретных инстантонных решений будет видно, что роль таких слагаемых при описании структуры инстантонов и туннелирования не столь принципиальна как при описании динамики доменных стенок. С другой стороны, если функция $\Gamma(\theta,\phi)$ не равна нулю, но для данного решения $\phi = \phi_k^{(0)}$ функция $\Gamma(\theta,\phi_k^{(0)}) = 0$, то динамика доменных стенок тривиальна и описывается лоренц-инвариантными формулами. При этом и структура инстантона $\theta = \theta(\tau)$ такая же, как в лоренц-инвариантной теории. Но для инстантонов ситуация иная: не все описывается только функцией $\theta(\tau)$ и вещественной частью $\mathcal{I}$. Как будет показано ниже, основной вклад слагаемого $\mathbf{H}^{(\mathrm{eff})}\cdot[(d\mathbf{l}/d\tau)\times\mathbf{l}]$ связан именно с процессами интерференции и проявляется наиболее ярко именно в том случае, когда инстантонная траектория является плоской, т. е. $\Gamma(\theta,\phi^{(0)}) = 0$.

В случае вещественных траекторий для вычисления мнимой части действия удобно использовать следующий прием [34]. Введем вектор $\mathbf{r} = r\mathbf{l}$, не связанный условием $\mathbf{r}^2 = 1$, и представим слагаемое с первой производной из (15) в виде

$$-i\gamma\boldsymbol{\mathcal{A}}\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\tau}, \quad \boldsymbol{\mathcal{A}} = \frac{\mathbf{r}\times\mathbf{H}^{eff}}{r^2}. \tag{25}$$

Это выражение имеет такую же структуру, что и слагаемое в нерелятивистском лагранжиане, описывающем взаимодействие классической заряженной частицы, движущейся в трехмерном пространстве с координатой $\mathbf{r}$ и скоростью $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/d\tau$, с формальным магнитным полем $\mathbf{B} = \nabla\times\boldsymbol{\mathcal{A}}$ (дифференцирование проводится в пространстве $\mathbf{r}$). Как известно, магнитное поле входит в лагранжиан заряженной частицы через вектор-потенциал $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ в точке $\mathbf{r}$, который определен только с точностью до некоторой калибровки, в то время как поле $\mathbf{B}$ является калибровочно-инвариантным.

Простой, но громоздкий расчет показал, что для любого антиферромагнетика это формальное магнитное поле $\mathbf{B}$ направлено радиально и может быть представлено как

$$\begin{aligned} &\mathbf{B} = \frac{\mathbf{r}}{r^2}B(\theta,\phi), \\ &B(\theta,\phi) = 2(\mathbf{H}^{eff}\cdot\mathbf{l}) - \frac{\partial H_i^{eff}}{\partial l_i} + \frac{\partial H_i^{eff}}{\partial l_k}l_il_k. \end{aligned} \tag{26}$$

Если взаимодействие Дзялошинского отсутствует, то величина $B(\theta,\phi)$ определяется только внешним полем $\mathbf{H}^{(0)}$, $B(\theta,\phi) = 2(\mathbf{H}^{(0)}\cdot\mathbf{l})$. При отсутствии внешнего поля величина $B(\theta,\phi)$ определяется полем Дзялошинского $H_i^D = D_{ij}(\mathbf{l})l_j$ и может быть представлена через тензор D_{ij}:

$$B(\theta,\phi) = 3D_{ij}l_il_j - D_{ii} + D_{ij,k}l_il_jl_k - D_{ij,i}l_j. \tag{27}$$

Здесь запятая в индексе D обозначает дифференцирование тензора D_{ij} по соответствующей компоненте $\mathbf{l}$ и по повторяющимся индексам ведется суммирование. Величины $B(\theta,\phi)$ для различных типов взаимодействия Дзялошинского и конфигураций осей приведены в таблице, столбец 7.

Фазы $\Phi_{k,\bar{k}'}$, определенные выше, см. формулу (18), могут быть представлены через интегралы $\int\boldsymbol{\mathcal{A}}\,d\mathbf{r}$, взятые по парам инстантон-антиинстантон, которые образуют замкнутые контуры. Используя теорему Стокса, можно представить разность фаз $\Phi_{k,\bar{k}'}$ как магнитный поток вектора $\mathbf{B}$ через часть единичной сферы, которая ограничена таким контуром. Ясно, что отдельные фазы определяются вектор-потенциалом $\boldsymbol{\mathcal{A}}$, т. е. зависят от калибровки, но разности фаз для всех пар траекторий оказываются калибровочно-инвариантными.

Важно, что для всех возможных видов взаимодействия Дзялошинского, представленных в таблице, структура $B(\theta,\phi)$ такова, что полный поток поля $\mathbf{B}$ через единичную сферу:

$$\Phi_{tot} = \int\limits_0^{\pi}\sin\theta d\theta\int\limits_0^{2\pi}d\phi\,B(\theta,\phi) \tag{28}$$

равен нулю и значение $\cos\Phi_{k,\bar{k}'}$ не зависит от полной производной по времени в лагранжиане (калибровочная инвариантность)[1)].

Этот подход позволяет легко провести конкретные вычисления разности фаз интегральных траекторий и комбинаторного множителя K в формуле (13). Начнем с простейшего случая ромбического антиферромагнетика, когда существуют только две пары инстантонных траекторий. Легко убедиться, что взаимодействие Дзялошинского любого типа (см. таблицу) не дает вклада в разность фаз двух диаметрально противоположных траекторий [34]. Поэтому искомый фазовый множитель может определяться только внешним полем и может быть представлен как

$$\cos\Phi = \cos\left(\frac{g\mu_B H^{(0)} N s}{Jz}\cos\alpha\right), \tag{29}$$

где α — угол между плоскостью, в которой лежат инстантонные траектории, и внешним полем $\mathbf{H}^{(0)}$. В частных случаях $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$ этот результат получили Чиолеро и Лосс [33]. Таким образом, для случая инстантонных траекторий, лежащих в одной плоскости, все возможные типы взаимодействия Дзялошинского–Мория, приведенные в таблице, не влияют на туннелирование. Последний результат не противоречит анализу Голышева и Попкова [5], которые исследовали туннелирование в малых полностью скомпенсированных частицах ромбического антиферромагнетика со структурой ортоферрита и не обнаружили эффектов интерференции при отсутствии магнитного поля. Примененный здесь подход позволил получить этот результат, не прибегая к решению уравнений Эйлера–Лагранжа. Таким образом, мы показали, что вывод о том, что интерференция для диаметрально противоположных траекторий отсутствует, можно распространить на более общие случаи взаимодействия Дзялошинского. Важно, что этот вывод не связан с приближениями, которые неминуемо делаются при решении сложной системы уравнений, описывающих структуру инстантона.

Итак, для ромбических антиферромагнетиков с двумя инстантонными траекториями все виды взаимодействия Дзялошинского, указанные в таблице, не приводят к деструктивной интерференции. Однако этот результат меняется для одноосных антиферромагнетиков с осью легкого намагничивания C_n, $n > 2$. В этом случае существует n пар инстантонных траекторий. Ясно, что здесь также существуют пары траекторий, лежащих в одной плоскости, для которых $\Phi_{k,\bar{k}'} = 0$ и интерференция тривиальна, однако интерференция может проявляться для пар траекторий с $\phi_k^{(0)} - \phi_{k'}^{(0)} \neq \pi$. Как будет показано ниже, в этом случае возможно существенное уменьшение комбинаторного множителя от его максимального значения n^2 до нуля, т. е. как частичное, так и полное подавление интерференции.

Тетрагональные антиферромагнетики.

Покажем это на конкретных примерах частиц с осью легкого намагничивания четвертого порядка и осями второго порядка в перпендикулярной плоскости (кристаллический класс $4_z 2_x 2_{xy}$), когда минимуму вещественной части действия соответствуют четыре инстантонных и четыре антиинстантонных траектории. Для описания тетрагональных антиферромагнетиков выберем полярную ось $\mathbf{e}_3$ вдоль оси легкого намагничивания четвертого порядка 4_z. Анизотропия в базисной плоскости определяется инвариантом четвертого порядка, см. таблицу. Будем считать, что $\beta_4 > 0$, т. е. инстантонным траекториям отвечает разворот $\mathbf{l}$ в эквивалентных плоскостях zx и zy. Далее, в зависимости от магнитной четности главной оси (по Турову, см. [36]) и осей второго порядка 2_x, 2_y или 2_{xy}, 2_{yx} возможны существенно различные варианты поведения, которые целесообразно рассмотреть отдельно.

Оси $\boldsymbol{4_z^{(+)}, 2_x^{(-)}, 2_{xy}^{(-)}}$. При такой структуре осей в антиферромагнетике обычно рассматривается только антисимметричный инвариант $d(m_x l_y - m_y l_x)$, который получается из антисимметричной части тензора констант обменного взаимодействия, величина d порядка $\sqrt{\beta J}$, см. [29]. Он определяет изотропный слабый ферромагнитный момент при ориентации $\mathbf{l}$ в базисной плоскости. Однако для нас он не представляет интереса, так как сводится к полной производной в лагранжиане и в силу этого дает $\Gamma(\theta,\phi) = 0$ в уравнениях движения и $B(\theta,\phi) = 0$ в мнимой части евклидового действия. Кроме него

[1)] Заметим, что здесь ситуация принципиально иная, чем в случае частицы с нескомпенсированным полным спином S, когда для $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ получается потенциал поля магнитного монополя, см. выше формулу (4). Этот векторный потенциал $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ можно записать только в сингулярной форме с особенностью на полупрямой, выходящей из точки расположения монополя (струне Дирака). Полный поток через сферу Φ_{tot} есть $4\pi S$, в силу чего разность фаз $\Delta\Phi$ для двух диаметрально расположенных траекторий равна $2\pi S$. Поэтому при полуцелых S фазовый множитель $\cos(\Delta\Phi/2) = 0$ и туннелирование запрещено. Отметим также, что повторив рассмотрение Дирака об однозначности волновой функции электрона в поле монополя, можно получить условие $\cos(\Phi_{tot}/2) = 0$, что приводит к полуцелому квантованию нескомпенсированного спина (пример квантования параметров, см. [35]). В нашем случае скомпенсированной частицы антиферромагнетика при наличии внешнего поля и/или взаимодействия Дзялошинского $\Phi_{tot} = 0$ и квантование параметров, естественно, не возникает.

существует целый ряд инвариантов релятивистского происхождения, см. [37], которые дают отличное от нуля $\Gamma(\theta,\phi)$. Простейший из них имеет вид $2(l_x^2 - l_y^2)(m_x l_y + m_y l_x)$, что с точностью до полной производной совпадает с приведенным в таблице $(m_+ l_+^3 - m_- l_-^3)/2i$. Однако легко видеть, что в этом случае $\Gamma(\theta, \phi_k^{(0)}) = 0$ и инстантонное решение имеет вид $\theta = \theta(\tau)$, $\phi = \phi_k^{(0)} = \pi k/2$ при целых k. Величина $B(\theta,\phi)$ такова, что

$$B \propto \sin^4\theta \sin 4\phi, \tag{30}$$

в силу чего все $\Phi_{k,\bar{k}'}$ равны нулю, см. таблицу. Это обстоятельство не является случайным. Рассмотрение других инвариантов, например типа $l_z^2(m_x l_y - m_y l_x)$, приводит к такому же результату, а именно, полному отсутствию влияния взаимодействия Дзялошинского на туннелирование. По-видимому, этот результат не зависит от модели и обусловлен только характером магнитной симметрии (для динамических эффектов в доменных стенках, имеющих такое же происхождение — взаимодействие Дзялошинского, — модельная независимость была продемонстрирована в работах [20, 21]). Таким образом, случай четной главной оси $4_z^{(+)}$ является примером того, как ненулевые слагаемые, линейные по $d\mathbf{l}/d\tau$ и не сводящиеся к полной производной, никак не проявляются в сепаратрисном решении и никак не влияют на туннелирование.

Для антиферромагнетика с нечетной главной осью $4_z^{(-)}$ ситуация иная. Здесь возможны два случая: когда промежуточные оси анизотропии, через которые идет туннелирование, нечетные, и когда они четные.

Оси $\mathbf{4_z^{(-)}, 2_x^{(-)}, 2_{xy}^{(+)}}$. В этом случае величина $\Gamma(\theta,\phi) = 0$ при $\phi = \phi_k^{(0)} = \pi k/2$ и наличие взаимодействия Дзялошинского не влияет на инстантонные траектории с минимальным действием, которым отвечает $\phi = \phi_k^{(0)}$, $\theta = \theta(\tau)$. Однако в отличие от системы $4_z^{(+)}$ вклад взаимодействия Дзялошинского оказывается существенным для вычисления комбинаторного множителя K в (13). Из явного выражения $B(\theta,\phi) \propto \sin^2\theta \sin 2\phi$ видно, что разность фаз на соседних траекториях (с $\phi = \phi_k^{(0)}$ и $\phi = \phi_{k\pm 1}^{(0)}$) не равна нулю.

Таким образом, фазовый множитель для вероятности туннелирования есть

$$K = 16 \sin^2\left(\frac{sdN}{J}\right). \tag{31}$$

Он является осциллирующей функцией константы взаимодействия Дзялошинского d и принимает значения от 0 до 16. Для реальных величин N порядка 10^3–10^5 величина периода невелика, для характерных значений $H^D \approx 10^4$ Э, $H_{ex} \approx 10^6$ Э значение $\Delta H^D/H^D \approx 10^{-3}$–$10^{-1}$. Поскольку величина поля Дзялошинского весьма чувствительна к внешним параметрам, например к величине давления или к добавлению в кристалл весьма малого количества примеси, эти осцилляции могут наблюдаться и контролироваться. Дополнительная возможность наблюдения интерференционных эффектов возникает при учете магнитного поля.

Оси $\mathbf{4_z^{(-)}, 2_x^{(+)}, 2_{xy}^{(-)}}$. Такая группа симметрии характерна для хорошо изученного слабого антиферромагнетика MnF_2, см. [38]. В этом случае величина $\Gamma(\theta,\phi) \propto \sin^3\theta \cos 2\phi$ и $\Gamma(\theta,\phi) \neq 0$ при всех значениях $\phi = \phi_k^{(0)}$, отвечающих минимуму анизотропии в базисной плоскости и описывающих инстантонные траектории при $d = 0$. При $d \neq 0$ инстантонные решения уже не имеют простого вида $\theta = \theta(\tau)$, $\phi = \pi k/2$, $k = 0, 1, 2, 3$. С другой стороны, если считать, что величина d очень мала, то, применив приближение плоского разворота и использовав формулу $B(\theta,\phi) \propto \sin^2\theta \cos 2\phi$ (см. таблицу), легко получить, что как на парах траекторий, лежащих в одной плоскости, так и на соседних инстантонных траекториях разность мнимых частей $\mathcal{I}$ равна нулю и интерференционные эффекты отсутствуют. Мы обсудим решение для этого случая в следующем разделе и покажем, что эти простые закономерности сохраняются и при более строгом анализе без предположения, что $\phi = \pi k/2$. Там же мы обсудим общие закономерности туннелирования в том случае, если $\Gamma(\theta, \phi_{\min}^{(0)}) \neq 0$ и инстантонное решение не является вещественным.

Гексагональные антиферромагнетики. Рассмотрим кратко случай главной оси шестого порядка. Здесь опять же существуют три случая, которые представлены в таблице. Для системы с четной главной осью $6_z^{(+)}, 2_x^{(-)}, 2_{\pi/6}^{(-)}$ существует инвариант $m_x l_y - m_y l_x$, а взаимодействие Дзялошинского, не сводящееся к полной производной, появляется только в пятом порядке по $\mathbf{l}$, и рассмотрение аналогично анализу для системы $4_z^{(+)}, 2_x^{(-)}, 2_{xy}^{(-)}$. В этом случае также оказывается, что ненулевые слагаемые, линейные по $d\mathbf{l}/d\tau$ и не сводящиеся к полной производной, никак не влияют на туннелирование. Можно убедиться, что такое поведение является общим для антиферромагнетика с четной главной осью $n_z^{(+)}$.

Для систем с нечетной главной осью взаимодействие Дзялошинского кубично по $\mathbf{l}$, но при предположении плоских вещественных траекторий оно не дает вклада в мнимую часть евклидового действия.

В системе $6_z^{(-)}, 2_x^{(-)}, 2_{\pi/6}^{(+)}$ минимальные инстантонные траектории имеют мнимую часть, однако это изменяет только вещественную часть евклидового действия, и ее анализ аналогичен рассмотрению системы $4_z^{(-)}, 2_x^{(+)}, 2_{xy}^{(-)}$, который проведен в разд. 3. Итак, во всех трех случаях комбинаторный множитель имеет максимальное значение $K = 36$.

3. ИНСТАНТОННОЕ РЕШЕНИЕ В СЛУЧАЕ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКА С СИММЕТРИЕЙ $4_z^{(-)}, 2_x^{(+)}, 2_{xy}^{(-)}$

Как отмечалось выше, в случае антиферромагнетика с симметрией $4_z^{(-)}, 2_x^{(+)}, 2_{xy}^{(-)}$ для траекторий с разворотом $\mathbf{l}$ вблизи выгодной плоскости $\phi \approx \pi k/2$ точного решения типа $\phi = \pi k/2$, $\theta = \theta(\tau)$ нет и надо анализировать полную систему двух уравнений (23), (24). Дополнительная сложность заключается в том, что эти уравнения имеют комплексные коэффициенты, и, вообще говоря, надо рассматривать их комплексные решения вида $\theta = \theta_1(\tau) + i\theta_2(\tau)$, $\phi = \phi_1(\tau) + i\phi_2(\tau)$. В результате система (23), (24) эквивалентна динамической системе с четырьмя степенями свободы и не является интегрируемой. Общего метода анализа таких систем не существует, однако в данном случае, а также для магнетиков с иными типами симметрии, перечисленными в таблице, может быть проведен достаточно полный анализ.

Уравнения для угловых переменных θ и ϕ в случае антиферромагнетика с нечетной осью четвертого порядка имеют вид

$$-\ddot{\theta} + \dot{\phi}^2 \sin\theta\cos\theta + \omega_0^2 \sin\theta\cos\theta(1 + \beta_4 \sin^2\theta \sin^2 2\phi) + \\ + 3i\omega_D \dot{\phi} \sin^3\theta \cos 2\phi = 0, \quad (32)$$

$$-\ddot{\phi}\sin^2\theta - 2\dot{\phi}\dot{\theta}\sin\theta\cos\theta + \beta_4\omega_0^2 \sin^4\theta \sin 2\phi \cos 2\phi - \\ - 3i\omega_D \dot{\theta} \sin^3\theta \cos 2\phi = 0. \quad (33)$$

Величина ω_0 определяет высоту потенциального барьера, через который идет туннелирование, β_4 — безразмерный параметр анизотропии в базисной плоскости. Мы предполагаем $\beta_4 > 0$, что соответствует инстантонам лоренц-инвариантной σ-модели ($\omega_D = 0$), проходящим через четные оси x или y; $\beta_4 \ll 1$ отвечает легкоосному пределу, ω_D пропорционально константе взаимодействия Дзялошинского, $\omega_D = \gamma|\mathbf{H}^D| = zd/\hbar$.

Легко видеть, что эта система имеет точное решение $\phi = \pi(2k+1)/4$, $\theta = \theta(\tau)$, которое было обсуждено в предыдущем разделе. Оно определяет туннелирование при $\beta_4 < 0$, но в интересующем нас сейчас случае $\beta_4 > 0$ оно соответствует развороту $\mathbf{l}$ в невыгодных плоскостях, не обеспечивает минимума вещественной части евклидового действия и не вносит вклада в туннелирование в инстантонном приближении. Точного решения $\phi = \pi k/2$ здесь нет, однако можно видеть, что подстановка $\phi = \pi k/2 + if(\tau)$, $\theta = \theta(\tau)$ с вещественными функциями $f(\tau)$, $\theta(\tau)$ не противоречит этой системе и дает для функций f, θ систему двух уравнений

$$-\ddot{\theta} - \dot{f}^2 \sin\theta\cos\theta + \omega_0^2 \sin\theta\cos\theta(1 - \beta_4 \sin^2\theta \,\mathrm{sh}^2 2f) - \\ - 3(-1)^k \omega_D \dot{f} \sin^3\theta \,\mathrm{ch}\, 2f = 0, \quad (34)$$

$$\ddot{f}\sin^2\theta + 2\dot{f}\dot{\theta}\sin\theta\cos\theta - \beta_4\omega_0^2 \sin^4\theta \,\mathrm{sh}\, 2f \,\mathrm{ch}\, 2f + \\ + 3(-1)^k \omega_D \dot{\theta} \sin^3\theta \,\mathrm{ch}\, 2f = 0. \quad (35)$$

Кроме того, такая подстановка делает лагранжиан вещественным:

$$\mathcal{L} = \frac{\hbar^2 N}{2Jz}\left[\frac{\dot{\theta}^2 - \dot{f}^2\sin^2\theta}{2} + \right. \\ + (-1)^k \omega_D \dot{f} \,\mathrm{ch}\, 2f \cos\theta(2 + \sin^2\theta) + \\ \left. + \frac{\omega_0^2}{2}\sin^2\theta - \frac{\omega_0^2\beta_4}{4}\sin^4\theta \,\mathrm{sh}^2 2f\right]. \quad (36)$$

Отсюда видно, что мнимая часть $f = \mathrm{Im}\,\phi$ инстантонного решения оказывает влияние только на вещественную часть действия. Система уравнений (34), (35) эквивалентна механической системе с двумя степенями свободы, и для нее известен только один первый интеграл

$$\mathcal{E} = \frac{\hbar^2 N}{2Jz}\left[\frac{\dot{\theta}^2 - \dot{f}^2\sin^2\theta}{2} - \right. \\ \left. - \frac{\omega_0^2}{2}\sin^2\theta + \frac{\omega_0^2\beta_4}{4}\sin^4\theta \,\mathrm{sh}^2 2f\right] \quad (37)$$

(для интересующих нас сепаратрисных решений $\mathcal{E} = 0$), поэтому точный анализ не может быть проведен. Однако приближенное решение может быть построено в физически интересном случае $\omega_D \ll \omega_0$, $\beta_4 \ll 1$ и при любом соотношении ω_D и $\omega_0\beta_4$. Чтобы осуществить это, отметим, что в нулевом приближении по малым параметрам ω_D/ω_0 и β_4 уравнение (34) системы (34), (35) обращается в $\dot{\theta}^2 = \omega_0^2 \sin^2\theta$. Тогда постоянное решение $f = f_0 = \mathrm{const}$ удовлетворяет уравнению (35) и дает

$$\mathrm{sh}\, 2f_0 = \omega_D/\beta_4\omega_0. \quad (38)$$

Заметим, что величина f_0 определяется отношением двух малых параметров и может быть не мала.

Используя это, запишем уточненное уравнение для $\theta(\tau)$:

$$\ddot{\theta} = \omega_0^2 \sin\theta \cos\theta \left(1 - \frac{\omega_D^2}{\beta_4 \omega_0^2} \sin^2\theta\right). \qquad (39)$$

Построенное приближенное решение справедливо, если $\dot{\theta} \approx \omega_0 \sin\theta$, т. е.

$$\omega_D^2 \ll \omega_0^2/\beta_4. \qquad (40)$$

Это условие может выполняться и при $\operatorname{sh} 2f_0 = \omega_D/\beta_4\omega_0$ порядка единицы, но все-таки нарушается при $\beta_4 \to 0$. Здесь ситуация аналогична той, что имеет место для динамики доменных стенок (см. [21]): в тетрагональном антиферромагнетике с нечетной осью при $\beta_4 \to 0$ предельная скорость движения стенки с $\phi \neq \text{const}$ стремится к нулю и при $\beta_4 = 0$ динамическое решение отсутствует.

Значение евклидового действия для найденного решения вещественно и определяется формулой

$$\mathcal{I} = \frac{\hbar^2 N\omega_0}{Jz}\left(1 + \frac{\omega_D^2}{3\beta_4\omega_0^2}\right). \qquad (41)$$

Таким образом, в области применимости построенного решения, т. е. при достаточно малых ω_D и β_4 и выполнении неравенства (40) учет взаимодействия Дзялошинского дает только малую поправку к вещественной части евклидового действия, при том что мнимая часть тождественно равна нулю.

Для моделей антиферромагнетика с осями симметрии второго и шестого порядков подобное приближенное решение построить нельзя, но анализ этих моделей еще более простой, чем в случае антиферромагнетика с осью четвертого порядка. В этих случаях также можно убедиться, что если точного решения $\phi = \phi_k^{(0)} = 2\pi k/n$, $\theta = \theta(\tau)$ нет, то решение имеет такой же вид, как и ранее:

$$\phi = \frac{2\pi k}{n} + if(\tau), \quad \theta = \theta(\tau), \qquad (42)$$

и слагаемое в лагранжиане, линейное по $d\mathbf{l}/d\tau$, дает вклад только в вещественную часть $\mathcal{I}$. Однако можно показать, что функция $f(\tau)$ антисимметрична и пропорциональна параметру $\omega_D/(\beta\omega_0)$, который всегда мал (в отличие от случая тетрагонального антиферромагнетика, в котором появляется параметр $\omega_D/\beta_4\omega_0$, который может быть немалым). Поэтому для поиска величины $f \ll 1$ можно использовать теорию возмущений, практически такую же, как для динамики доменных стенок в таких антиферромагнетиках, см. [21]. В результате для вещественной части евклидового действия получается выражение

$$\mathcal{I} = \frac{\hbar^2 N\omega_0}{Jz}\left(1 + \xi\frac{\omega_D^2}{\omega_0^2}\right), \qquad (43)$$

где численный множитель ξ порядка единицы. Таким образом, поправка к результату, характерному для лоренц-инвариантной модели, всегда мала. Учитывая, что в этом случае интерференционные эффекты отсутствуют, мы приходим к выводу, что взаимодействие Дзялошинского практически не влияет на вероятность туннелирования в гексагональных и ромбических антиферромагнетиках.

4. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Таким образом, анализ случая частиц антиферромагнетика с осью четвертого порядка указал на существование трех возможных вариантов влияния взаимодействия Дзялошинского на процессы туннелирования. Рассмотрение остальных случаев, важных для анализа кристаллических антиферромагнетиков (ромбических или одноосных с осью шестого порядка, см. таблицу), показало, что этими вариантами исчерпываются все возможные случаи для антиферромагнитных систем с двукратным вырождением основного состояния. Фактически, все случаи сводятся к трем вариантам поведения, которые мы перечислим.

1. Главная ось является четной, например, $4_z^{(+)}$, $6_z^{(+)}$. В этом случае на всех инстантонных траекториях $\mathbf{l}$ является вещественным вектором и траектории плоские ($\phi = 2\pi k/n$, $\theta = \theta(\tau)$), вещественная часть евклидового действия не зависит от константы взаимодействия Дзялошинского, мнимая часть равна нулю и эффекты деструктивной интерференции отсутствуют. Фактически, в этом случае учет взаимодействия Дзялошинского для описания туннелирования не нужен.

2. Главная ось нечетная, имеется точное вещественное решение с разворотом $\mathbf{l}$ в выгодной плоскости, определяемой анизотропией. Примером является система типа $4_z^{(-)}, 2_x^{(-)}$, когда инстантонная траектория плоская и константа взаимодействия Дзялошинского в вещественную часть евклидового действия не входит. Однако в этом случае учет взаимодействия Дзялошинского приводит к появлению мнимой части евклидового действия и может влиять на вероятность туннелирования за счет интерференции инстантонных траекторий, лежащих в разных плоскостях. Поскольку соответствующий фазовый множитель содержит большой сомножитель N, даже при малых значениях константы Дзялошинского возможно полное подавление туннелирования за счет деструктивной интерференции.

3. Главная ось нечетная и простое решение

$\phi = 2\pi k/n$ отсутствует. В этом случае вектор **l** имеет как вещественную, так и мнимую части, однако для всех вариантов взаимодействия Дзялошинского оно меняет только вещественную часть евклидового действия, причем это изменение мало в меру малости параметра $d^2/J\beta$. Мнимая часть евклидового действия здесь равна нулю и эффекты деструктивной интерференции отсутствуют.

Таким образом, единственный важный эффект взаимодействия Дзялошинского связан с возможностью интерференции инстантонных траекторий в том случае, если их больше, чем две (антиферромагнитная частица с осью легкого намагничивания порядка $n > 2$). Этот эффект может наблюдаться для антиферромагнетика с нечетной главной осью в случае, если разворот **l** в инстантонной траектории идет также через нечетную ось. Он обусловлен интерференцией пар инстантонных траекторий, не лежащих в одной плоскости. Поскольку в этом случае **l** вещественно и все инстантонные траектории плоские, точный расчет не представляет труда и описание туннелирования сводится к геометрическому анализу разд. 2.

Авторы благодарны А. К. Колежуку за полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Volkswagen Stiftung №I/75895.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. M. Chudnovsky and J. Tejada, *Macroscopic Quantum Tunneling of the Magnetic Moment*, Cambridge University Press, Cambridge (1998).
2. *Quantum Tunneling of Magnetization*, ed. by L. Gunter and B. Barbara, Vol. 301 of NATO ASI Series E, Kluwert, Dordrecht (1995).
3. D. Loss, D. P. DiVincenzo, and G. Grinstein, Phys. Rev. Lett. **69**, 3232 (1992).
4. J. von Delft and C. L. Henley, Phys. Rev. Lett. **69**, 3236 (1992).
5. V. Y. Golyshev and A. F. Popkov, Europhys. Lett. **29**, 327 (1995).
6. Е. М. Чудновский, ЖЭТФ **50**, 1035 (1979).
7. E. M. Chudnovsky and L. Gunter, Phys. Rev. B **37**, 9455 (1988).
8. D. D. Awschalom, J. F. Smyth, G. Grinstein, D. P. DiVincenzo, and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **68**, 3092 (1992).
9. B. Barbara and E. M. Chudnovsky, Phys. Lett. A **145**, 205 (1990).
10. I. V. Krive and O. B. Zaslavskii, J. Phys.: Condens. Matter **2**, 9457 (1990).
11. E. Fradkin, *Field Theories in Condensed Matter*, Addison–Wesley, Reading, MA (1991), ch. 5.
12. M. V. Berry, Proc. Roy. Soc. London **392**, 45 (1984).
13. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, УФН **130**, 39 (1980).
14. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
15. V. G. Bar'yakhtar and B. A. Ivanov, *Solitons and Thermodynamics of Low-Dimensional Magnets*, Harwood, Amsterdam (1992).
16. В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, ФНТ **5**, 759 (1979).
17. H.-J. Mikeska, J. Phys. C **13**, 2913 (1980).
18. В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, М. В. Четкин, УФН **146**, 417 (1985).
19. V. G. Bar'yakhtar, M. V. Chetkin, B. A. Ivanov, and S. N. Gadetskii, *Dynamics of Topological Magnetic Solitons. Experiment and Theory*, Vol. 129 of *Springer Tracts in Modern Physics*, Springer-Verlag, Berlin (1994).
20. Е. В. Гомонай, Б. А. Иванов, В. А. Львов, Г. К. Оксюк, *Симметрия и динамика доменных границ в слабых ферромагнетиках*, Препринт АН УССР; ИТФ-89-40Р, Киев (1989).
21. Е. В. Гомонай, Б. А. Иванов, В. А. Львов, Г. К. Оксюк, ЖЭТФ **97**, 307 (1990).
22. B. A. Ivanov, A. K. Kolezhuk, and G. K. Oksyuk, Europhys. Lett. **14**, 151 (1991).
23. Б. А. Иванов, В. Е. Киреев, Письма в ЖЭТФ **69**, 369 (1999).
24. R. Lü, J.-L. Zhu, X.-B. Wang, and L. Chang, Phys. Rev. B **58**, 8542 (1998).
25. R. Lü, H. Hu, J.-L. Zhu, X.-B. Wang, L. Chang, and B.-L. Gu, Phys. Rev. B **61**, 14581 (2000).
26. R. Lü, S.-P. Kou, J.-L. Zhu, L. Chang, and B.-L. Gu, Phys. Rev. B **62**, 3346 (2000).
27. R. Lü, J.-L. Zhu, Y. Zhou, and B.-L. Gu, Phys. Rev. B **62**, 11661 (2000).
28. A. Chiolero and D. Loss, Phys. Rev. B **56**, 738 (1997).

29. T. Moriya, Phys. Rev. **120**, 91 (1960).

30. J. Tejada, X. X. Zhang, E. del Barco, J. M. Hernándes, and E. M. Chudnovsky, Phys. Rev. Lett. **79**, 1759 (1997).

31. А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров, В. А. Новиков, М. А. Шифман, УФН **136**, 553 (1982).

32. Б. А. Иванов, В. Е. Киреев, ФНТ **25**, 1287 (1999).

33. A. Chiolero and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **80**, 169 (1998).

34. B. A. Ivanov, in *Path Integrals from peV to TeV: 50 Years after Feynman's Paper*, ed. by R. Casalbuoni, R. Giachetti, V. Tognetti, R. Vaia, and P. Verrucchi, World Scientific, Dordrecht (1999), p. 410.

35. R. Jackiw, Comm. Nucl. Part. Phys. **13**, 141 (1984).

36. Е. А. Туров, *Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов*, Изд-во АН СССР, Москва (1963).

37. И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **32**, 1547 (1957).

38. Y. Shapira and T. Zak, Phys. Rev. **170**, 503 (1968).