ЖЭТФ, 2001, том 119, вып. 1, стр. 182–192

НИЗКОПОЛЕВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ $SnMo_6S_8$ И $PbMo_6S_8$

С. Л. Гинзбург[*], *И. Д. Лузянин*, *И. Р. Мецхваришвили*, *Э. Г. Таровик*, *В. П. Хавронин*

Санкт-Петербургский институт ядерной физики
188350, Гатчина, Россия

Поступила в редакцию 22 августа 2000 г.

Теоретически и экспериментально исследованы линейный и нелинейный динамические отклики на проникновение в поликристаллические сверхпроводники очень слабых (порядка 10^{-2} Э) магнитных полей. Результаты экспериментов показывают удовлетворительное согласие с выводами низкополевой электродинамики.

PACS: 74.25.Ha, 74.25.Nf

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что магнитные поля, меньшие первого критического поля, не проникают в сверхпроводники. Однако это утверждение становится неверным, если сверхпроводник является многосвязной системой, например, поликристаллом, в котором кристаллиты связаны между собой джозефсоновскими контактами. А так как в джозефсоновские контакты легко могут проникать очень слабые поля, то можно предположить, что такие поля будут проникать и в поликристаллические сверхпроводники. Аналогичная ситуация имеет место в керамических ВТСП, в которых гранулы связаны слабыми джозефсоновскими контактами, при этом экспериментально наблюдается широкий класс необратимых и нелинейных явлений, объяснение которых дано в рамках низкополевой электродинамики [1, 2]. Однако, насколько нам известно, проникновение очень слабых магнитных полей в поликристаллические сверхпроводники до сих пор не изучалось.

Настоящая работа посвящена исследованиям проникновения ультраслабых магнитных полей в сверхпроводящие поликристаллические образцы составов $SnMo_6S_8$ и $PbMo_6S_8$. Этот выбор был сделан потому, что халькогениды молибдена имеют большую величину H_{c2} и, соответственно, очень малую длину когерентности $\xi \approx 23\,\text{Å}$. Это роднит их с ВТСП, у которых ξ порядка нескольких ангстрем. Поэтому есть основания ожидать, что при таких ξ любой, даже малый, дефект будет играть роль джозефсоновского контакта. Результаты наших экспериментов показали, что, во-первых, в такой сверхпроводник действительно проникают очень слабые магнитные поля, порядка нескольких миллиэрстед, и, во-вторых, полученные экспериментальные данные соответствуют предсказаниям низкополевой электродинамики.

2. ТЕОРИЯ

Напомним, что первоначально низкополевая электродинамика возникла для гранулярных ВТСП и основана на двух положениях.

1. К керамическим сверхпроводникам применима модель критического состояния Бина [3]. Хорошо известно, что критическое состояние сверхпроводника является сильно неравновесным и описывается пространственно-неоднородной магнитной индукцией $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Для ее определения используется уравнение критического состояния, которое содержит, в частности, зависимость равновесной индукции от магнитного поля $B_{eg}(H) \approx \mu_{eff} H$ (μ_{eff} — эффективная

[*]E-mail: savitska@thd.pnpi.spb.ru

магнитная проницаемость керамики, учитывающая непроникновение поля в гранулы). Поэтому задача сводится к определению неоднородного магнитного поля $H(\mathbf{r})$, для которого уравнение критического состояния имеет вид [3–5]

$$\left|\frac{dH}{dx}\right| = 4\pi j_c(H), \qquad (1)$$

где $j_c(H) = \alpha(H)/H$. Средняя индукция для бесконечной пластинки толщиной d равна

$$\bar{B} = \frac{2}{d}\mu_{eff}\int\limits_0^{d/2} H(x)dx.$$

В уравнении (1) величина $\alpha(H)$ — сила пиннинга, $j_c(H)$ имеет смысл плотности критического тока и является феноменологической функцией H.

Отметим, что существует несколько моделей, дающих разные зависимости $j_c(H)$. Например, для различных образцов керамики YBaCuO экспериментально [2, 6] было определено, что

$$j_c(H) = \frac{j_0 H_0}{|h| + H_0}, \quad j_c(H) = \frac{j_0 H_0^2}{h^2 + H_0^2}. \qquad (2)$$

Здесь H_0 — некоторое характерное поле, равное примерно 3 Э.

Случай $H_0 \to \infty$ приводит к модели Бина [3], в которой j_c не зависит от H. Случай $H_0 = 0$, $j_0 H_0 = \mathrm{const}$ в первой формуле (2) соответствует модели Кима—Андерсона [5], в которой сила пиннинга $\alpha(H)$ не зависит от H. Вообще говоря, не существует теоретически обоснованного выбора функции $j_c(H)$.

2. В джозефсоновской среде могут наблюдаться две качественно различные картины проникновения магнитного поля, реализация которых зависит от безразмерного параметра β (его определение будет дано ниже), характеризующего число квантов потока на элементарный контур, образованный соседними гранулами. Когда $\beta \ll 1$, гранулярный сверхпроводник ведет себя как классический сверхпроводник второго рода, в который поле проникает в виде вихрей, и анизотропия, наведенная этим полем, становится существенным фактором. Во втором случае, когда $\beta \gg 1$, как показано в работе одного из авторов [7], становится важной дискретность джозефсоновской среды, которая в этом случае описывается уравнениями, эквивалентными уравнениям для систем с самоорганизованной критичностью [8].

В работе [9] был рассмотрен подход, позволяющий однозначно различить эти два предельных случая и соответствующие им совершенно разные физические картины.

Этот подход непосредственно связан с очень важной и довольно слабо изученной проблемой продольных токов в жестких сверхпроводниках второго рода. Напомним кратко суть этой проблемы. Как известно [10], если имеются неразрезаемые вихри и пиннинг, то продольный относительно магнитного поля критический ток $j_{c\parallel}$ равен бесконечности (на самом деле он равен току распаривания), а продольное электрическое поле $E_\parallel$ всегда равно нулю. Эксперимент же показал [11–16], что $j_{c\parallel}$ и $j_{c\perp}$ ($j_{c\perp}$ — плотность поперечного критического тока) одного порядка, а $E_\parallel$ отлично от нуля. Для объяснения этих явлений была предложена модель разрезания вихревых линий [17–20] (на макроскопическом языке теория разрезания вихревых линий была сформулирована в [21–27]), согласно которой внешние магнитные поля, не параллельные друг другу, проникают в сверхпроводник путем взаимного разрезания образованных ими вихрей с их последующим перекрестным восстановлением. В результате возникают конечные $j_{c\parallel}$ и $E_\parallel$. В этом случае локальная вольт-амперная характеристика (ВАХ), связывающая электрическое поле $\mathbf{E}$ и плотность тока $\mathbf{j}$, является сильно анизотропной относительно вектора индукции $\mathbf{B}$. Все вышесказанное относится и к джозефсоновской среде в случае $\beta \ll 1$.

С другой стороны, если $\beta \gg 1$, то, как показано в [9], локальная ВАХ не зависит от угла между током и магнитным полем и является изотропной. Таким образом, если на опыте выяснить, является ли локальная ВАХ изотропной или нет, то можно различить континуальный ($\beta \ll 1$) и дискретный ($\beta \gg 1$) случаи.

2.1. Континуальное приближение в теории джозефсоновской среды

В этом разделе мы покажем, как возникает параметр β, а затем для случая $\beta \ll 1$ получим выражение для ВАХ в модели разрезания вихревых линий.

Если гранула имеет фазу φ, то ток между гранулами i и j равен

$$j_{ij} = -4eJ_{ij}\sin(\varphi_i - \varphi_j + 2eA_{ij}), \qquad A_{ij} = \int\limits_{\mathbf{r}_i}^{\mathbf{r}_j} \mathbf{A}d\mathbf{l}, \qquad (3)$$

где J_{ij} — интеграл перекрытия, а $\mathbf{A}$ — вектор-потенциал.

Предположим, что $|\varphi_i - \varphi_j| \ll 1$ и $|eA_{ij}| \ll 1$. Тогда, положив

$$\varphi_i - \varphi_j = -\int_{\mathbf{r}_i}^{\mathbf{r}_j} \nabla\varphi d\mathbf{l}, \quad J_{ij} = Ja^2 \tag{4}$$

и пренебрегая флуктуациями, получим уравнение Лондонов

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \frac{4e}{a} J(\nabla\varphi - 2e\mathbf{A}). \tag{5}$$

Решение уравнений Максвелла

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mathrm{rot}\,\mathbf{E}, \quad 4\pi\mathbf{j} = \mathrm{rot}\,\mathbf{H} \tag{6}$$

и Лондонов (5) с учетом того, что для эффективной среды индукция $\mathbf{B}$ связана с $\mathbf{H}$ простым соотношением

$$\mathbf{B} = \mu_{eff}\mathbf{H}, \tag{7}$$

даст обычный эффект Мейснера с эффективной глубиной проникновения

$$\lambda_{eff}^2 = \frac{a}{32\pi J e^2 \mu_{eff}} = \frac{\Phi_0}{8\pi^2 a \mu_{eff} j_c},$$

$$j_c = \frac{4e}{a^2} J, \quad \Phi_0 = \frac{\pi}{e}, \tag{8}$$

где a — характерный размер гранул, Φ_0 — квант потока.

Полученное выражение верно при $\lambda_{eff} \gg a$. Отсюда легко получить безразмерный параметр β:

$$\begin{gathered} \frac{\lambda_{eff}^2}{a^2} = \frac{\Phi_0}{8\pi^2 \mu_{eff} j_c a^3} = \frac{1}{\beta}, \\ \beta = 8\pi^2 \mu_{eff} \frac{j_c a^3}{\Phi_0}. \end{gathered} \tag{9}$$

Параметр β очень важен, так как характеризует число квантов потока, приходящихся на элементарный контур, образованный соседними гранулами. Для случая $\beta \ll 1$ ($\lambda_{eff} \gg a$) это означает, что каждый из вихрей охватывает много гранул и такую среду можно считать стандартным сверхпроводником второго рода. Естественно, что в этом случае применима теория разрезания вихревых линий. Если же $\beta \gg 1$, то $\lambda_{eff} \ll a$ и ясно, что изложенная выше теория становится неприменимой. (Далее для простоты положим $\mu_{eff} = 1$.)

С точки зрения электродинамики сплошных сред для описания распространения электромагнитного поля необходимо кроме двух уравнений Максвелла (6) иметь явный вид $\mathbf{E}(\mathbf{j}, \mathbf{B})$. Следуя работам [21–27], выпишем выражение для ВАХ с учетом пиннинга и модели разрезания вихревых линий. В этой модели система является сильно анизотропной и локальная ВАХ расщепляется на два отдельных уравнения для продольных и поперечных (относительно $\mathbf{B}$) компонент токов и электрического поля. Положим

$$\begin{gathered} \mathbf{n} = \frac{\mathbf{B}}{B}, \quad E_\parallel = \mathbf{E}\mathbf{n}, \quad \mathbf{E}_\perp = \mathbf{n} \times [\mathbf{E} \times \mathbf{n}], \\ j_\parallel = \mathbf{j}\mathbf{n}, \quad \mathbf{j}_\perp = \mathbf{n} \times [\mathbf{j} \times \mathbf{n}], \\ \mathbf{E} = \mathbf{n}E_\parallel + \mathbf{E}_\perp, \quad \mathbf{j} = \mathbf{n}j_\parallel + \mathbf{j}_\perp. \end{gathered} \tag{10}$$

Поскольку в плоскости, перпендикулярной $\mathbf{B}$, имеется только одно выделенное направление, $\mathbf{j}_\perp$, то ВАХ в модели разрезания вихревых линий имеет следующий вид:

$$\begin{gathered} E_\parallel = 0, \quad |j_\parallel| < j_{c\parallel}, \\ E_\parallel = \rho_\parallel (j_\parallel - j_{c\parallel} \mathrm{sign}\, j_\parallel), \quad |j_\parallel| > j_{c\parallel}, \\ \mathbf{E}_\perp = E_\perp \frac{\mathbf{j}_\perp}{j_\perp}, \quad j_\perp = |\mathbf{j}_\perp|, \\ E_\perp = 0, \quad j_\perp < j_{c\perp}, \\ E_\perp = \rho_\perp (j_\perp - j_{c\perp}), \quad j_\perp > j_{c\perp}. \end{gathered} \tag{11}$$

Здесь $\rho_{\parallel,\perp}$ — продольное и поперечное удельные сопротивления в надкритическом ($j_{\parallel,\perp} > j_{c\parallel,\perp}$) состоянии, $\mathrm{sign}\, x$ — знаковая функция.

Из (10) и (11) получаем окончательный вид ВАХ:

$$\mathbf{E} = \mathbf{n}E_\parallel(j_\parallel) + \frac{\mathbf{j}_\perp}{j_\perp} E_\perp(j_\perp). \tag{12}$$

Уравнения Максвелла (6) и ВАХ (12) составляют полную систему уравнений. Заметим, что $\rho_{\parallel,\perp}$ и $j_{\parallel,\perp}$, вообще говоря, зависят от модуля $\mathbf{B}$.

2.2. Уравнения критического состояния для модели разрезания вихревых линий в плоской геометрии

Так как в экспериментах использовались образцы в виде тонкого диска, то в последующем все рассмотрение будет проводиться в плоской геометрии.

Рассмотрим пластину, бесконечную в плоскости yz и толщиной d по оси x. Если внешнее поле $\mathbf{H}$ параллельно плоскости yz, то все величины $\mathbf{B}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{j}$ тоже лежат в этой плоскости и зависят только от x. Уравнения Максвелла в этой геометрии имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mathbf{e}_x \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x}, \quad 4\pi\mathbf{j} = \mathbf{e}_x \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x}. \tag{13}$$

Введем теперь единичные векторы $\mathbf{n}(x)$ и $\mathbf{m}(x)$, параллельный и перпендикулярный вектору $\mathbf{B}(x)$:

$$\mathbf{n}(x) = \mathbf{e}_z \cos\alpha(x) + \mathbf{e}_y \sin\alpha(x),$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m}(x) = -\mathbf{e}_x \times \mathbf{n}(x) = \\ = -\mathbf{e}_z \sin\alpha(x) + \mathbf{e}_y \cos\alpha(x), \end{aligned} \quad (14)$$

где α — угол между $\mathbf{B}$ и осью z. Определим $E_\parallel, E_\perp, j_\parallel$ и $j_\perp$ как

$$\mathbf{E} = E_\parallel \mathbf{n} + E_\perp \mathbf{m}, \quad \mathbf{j} = j_\parallel \mathbf{n} + j_\perp \mathbf{m}. \quad (15)$$

В плоской геометрии $E_\perp$ и $j_\perp$ становятся скалярами. Удобно переписать уравнения (13) в терминах B, α, $E_{\perp,\parallel}$ и $j_{\perp,\parallel}$:

$$\begin{aligned} &4\pi j_\parallel = B\frac{\partial\alpha}{\partial x}, \quad 4\pi j_\perp = -\frac{\partial B}{\partial x}, \\ &\frac{\partial B}{\partial t} = -E_\parallel \frac{\partial\alpha}{\partial x} - \frac{\partial E_\perp}{\partial x}, \\ &B\frac{\partial\alpha}{\partial t} = -E_\perp \frac{\partial\alpha}{\partial x} + \frac{\partial E_\parallel}{\partial x}. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (16) видно, что продольный ток определяет изменение направления, а поперечный — модуля $\mathbf{B}$.

Уравнения (11) для ВАХ в модели разрезания вихревых линий в этом случае примут вид

$$\begin{aligned} &E_\parallel = 0, \quad |j_\parallel| < j_{c\parallel}, \\ &E_\parallel = \rho_\parallel (j_\parallel - j_{c\parallel} \operatorname{sign} j_\parallel), \quad |j_\parallel| > j_{c\parallel}, \\ &E_\perp = 0, \quad |j_\perp| < j_\perp, \\ &E_\perp = \rho_\perp (j_\perp - j_{c\perp} \operatorname{sign} j_\perp), \quad |j_\perp| > j_{c\perp}. \end{aligned} \quad (17)$$

Часто удобнее пользоваться зависимостью $j(E)$, а не $E(j)$. В этом случае, используя $\sigma_{\perp,\parallel} = 1/\rho_{\perp,\parallel}$, получим

$$\begin{aligned} &j_\perp = j_{c\perp} \operatorname{sign} E_\perp + \sigma_\perp E_\perp, \\ &j_\parallel = j_{c\parallel} \operatorname{sign} E_\parallel + \sigma_\parallel E_\parallel. \end{aligned} \quad (18)$$

Если изменение внешнего поля происходит достаточно медленно, то, как видно из (16), $|E_\parallel|$ и $|E_\perp|$ стремятся к нулю и можно считать, что $j_\parallel$ и $j_\perp$ близки к своим критическим значениям. Тогда

$$j_\parallel = j_{c\parallel} \operatorname{sign} E_\parallel, \quad j_\perp = j_{c\perp} \operatorname{sign} E_\perp, \quad (19)$$

являются уравнениями критического состояния для продольного и поперечного токов, определенными при $E_{\parallel,\perp} \to 0$. Если изменение магнитного поля прекращается, то $\mathbf{E}$ обращается в нуль, однако токи не исчезают и остаются равными

$$j_\parallel = \pm j_{c\parallel}, \quad j_\perp = \pm j_{c\perp}, \quad (20)$$

причем знак плюс или минус зависит от знака $E_{\perp,\parallel}$ до того, как $E_{\perp,\parallel}$ обратились в нуль. Эта двузначность тока и определяет гистерезисные свойства критического состояния.

Таким образом, уравнения (20) являются обобщением обычного уравнения критического состояния для случая пиннинга и модели разрезания вихревых линий, когда имеются и продольный, и поперечный критические токи.

2.3. Уравнения критического состояния в случае $\beta \gg 1$. Модель изотропной локальной ВАХ

Физически условие $\beta \gg 1$ означает, что на элементарный контур приходится много квантов потока ($\beta \sim \Phi/\Phi_0$). Как показано в [7], в этом случае локальная ВАХ не зависит от угла между $\mathbf{j}$ и $\mathbf{B}$. В [7] была рассмотрена модель с кубической симметрией, поэтому локальная ВАХ обладала такой же симметрией. Керамика, конечно, кубической симметрией не обладает, а должна иметь сферическую симметрию. Будем предполагать, что в этом случае локальная ВАХ имеет следующий вид:

$$\mathbf{E} = E(j)\frac{\mathbf{j}}{j},$$

$$E(j) = \begin{cases} 0, & j < j_c, \\ \rho(j - j_c), & j > j_c. \end{cases} \quad (21)$$

Другими словами,

$$\mathbf{j} = j_c \frac{\mathbf{E}}{E} + \sigma\mathbf{E}, \quad \sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (22)$$

Назовем локальную ВАХ в виде (21) или (22) изотропной ВАХ. Тогда уравнение критического состояния при малых E имеет вид

$$\mathbf{j} = j_c \frac{\mathbf{E}}{E}. \quad (23)$$

Заметим, что эта модель, только на другом языке, была предложена Бином [28].

Выражения для ВАХ в изотропной модели и модели разрезания вихревых линий резко отличаются друг от друга. Во-первых, изотропная ВАХ не зависит от углов между $\mathbf{j}$ и $\mathbf{B}$. Во-вторых, в (23)

$$j^2 = j_\parallel^2 + j_\perp^2 = j_c^2, \quad (24)$$

а $j_\parallel^2$ и $j_\perp^2$ в отдельности не фиксированы, в то время как для ВАХ в модели разрезания вихревых линий они не изменяются.

В случае пластины получим из (23)

$$j_\parallel = j_c \frac{E_\parallel}{\sqrt{E_\parallel^2 + E_\perp^2}}, \quad j_\perp = j_c \frac{E_\perp}{\sqrt{E_\parallel^2 + E_\perp^2}}. \tag{25}$$

На первый взгляд, отличие (24) от (19) не очень существенно, но на самом деле это не так, поскольку $j_\parallel$ и $j_\perp$ определяются уже не только «своими» полями, $E_\parallel$ и $E_\perp$, но и «чужими», не так, как в модели разрезания вихревых линий. В простых случаях решения в обеих моделях очень схожи, однако в более сложных ситуациях оказываются совершенно разными.

В последующих разделах будет рассмотрено проникновение линейно-поляризованного переменного поля амплитуды h_0 при наличии постоянного поля H для анизотропной и изотропной моделей. Причем всегда будем считать, что, во-первых, $h_0 \ll H$ и, во-вторых, постоянное поле направлено только вдоль оси z, а переменное $h(t) = h_0 \cos\omega t$ лежит в плоскости zy под углом γ к $\mathbf{H}$. Таким образом, при $x = 0$ имеем

$$\begin{aligned} &\mathbf{H}(0,t) = H\mathbf{e}_z + \mathbf{h}(t), \quad h_0/H \ll 1, \\ &\mathbf{h} = h_z\mathbf{e}_z + h_y\mathbf{e}_y, \\ &h_z = h_0 \cos\gamma \cos\omega t, \\ &h_y = h_0 \sin\gamma \cos\omega t. \end{aligned} \tag{26}$$

2.4. Линейно-поляризованное переменное магнитное поле в сильном постоянном поле в модели разрезания вихревых линий

Поле $H\mathbf{e}_z$ проникает на расстояние $x_0 = H/4\pi j_{c\perp}$, а поле $\mathbf{h}(t)$ на расстояние порядка $h_0/(4\pi j_{c1}) = x_1 \ll x_0$, где j_{c1} имеет смысл $j_{c\parallel,\perp}$ в модели разрезания вихревых линий и j_c в изотропной модели. Очевидно, что при $x < x_1$

$$\mathbf{H}(x,t) = H\mathbf{e}_z + \mathbf{h}(x,t). \tag{27}$$

Подставим (27) в уравнения Максвелла для плоской геометрии (16), учтем ВАХ в модели разрезания вихревых линий и линеаризуем по $\mathbf{h}(x,t)$. При этом будем считать, что $j_{c\perp}$ зависит от полного $\mathbf{H}$. Линеаризация по $\mathbf{h}$ сводится к выбору продольного направления по оси z, а поперечного — по оси y. Вообще говоря, надо использовать уравнения (16) и в них проводить линеаризацию. Но можно показать, что результат будет тем же самым. Таким образом, получим две пары уравнений:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial h_y}{\partial t}, \\ &\frac{1}{4\pi}\frac{\partial h_y}{\partial x} = j_{c\parallel}(H)\,\mathrm{sign}\,E_z, \\ &\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial h_z}{\partial t}, \\ &\frac{1}{4\pi}\frac{\partial h_z}{\partial x} = -j_{c\perp}(H_z)\,\mathrm{sign}\,E_y, \\ &H_z = H + h_z. \end{aligned} \tag{28}$$

В (28) мы удержали только зависимость от h_z в $j_{c\perp}$. Действительно,

$$j_{c\perp,\parallel}(H) = j_{c\perp,\parallel}(H) + \frac{\mathbf{Hh}}{H}\left(\frac{\partial j_{c\perp,\parallel}}{\partial H}\right) = \\ = j_{c\perp,\parallel}(H) + h_z\left(\frac{\partial j_{c\perp,\parallel}}{\partial H}\right). \tag{29}$$

Таким образом, в первом порядке по $\mathbf{h}$ остается лишь h_z, однако в $j_{c\parallel}$ член с h_z, как легко показать, несуществен, поэтому мы его опустили, однако в $j_{c\perp}$ он приводит к появлению четных гармоник, поэтому здесь оставлен.

Мы видим, что в (28) получились две пары независимых уравнений для h_y и h_z. Это означает, что h_y и h_z проникают в образец независимо. Решение уравнений (28) даст следующие выражения для индукции $\mathbf{h}(t) = \langle\mathbf{h}(x,t)\rangle_x$:

$$\mathbf{h}(t) = h_z(t)\mathbf{e}_z + h_y(t)\mathbf{e}_y,$$

$$h_z(t) = \sum_k a_{kz}\cos k\omega t + b_{kz}\sin k\omega t,$$

$$h_y(t) = \sum_k a_{ky}\cos k\omega t + b_{ky}\sin k\omega t,$$

$$a_{1z} = \frac{h_0^2\cos^2\gamma}{4\pi j_{c\perp}(H)d}, \quad a_{1y} = \frac{h_0^2\sin^2\gamma}{4\pi j_{c\parallel}(H)d},$$

$$a_{2k+1,z} = a_{2k+1,y} = 0, \quad k \geq 1,$$

$$b_{2k+1,z} = -\frac{h_0^2\cos^2\gamma}{8\pi^2 j_{c\perp}(H)d}\,\frac{1}{(k^2-1/4)(k+3/2)},$$

$$b_{2k+1,y} = -\frac{h_0^2\sin^2\gamma}{8\pi^2 j_{c\parallel}(H)d}\,\frac{1}{(k^2-1/4)(k+3/2)},$$

$$a_{2z} = \frac{h_0^3\cos^3\gamma}{32\pi d}\left(\frac{\partial}{\partial H}\,\frac{1}{j_{c\perp}(H)}\right),$$

$$a_{2k,z} = 0, \quad k \geq 2,$$

$$a_{2k,y} = 0,$$

$$b_{2k,z} = -\frac{h_0^3\cos^3\gamma}{16\pi^2 d}\,\frac{k}{(k^2-1/4)(k^2-9/4)}\times \times\left(\frac{\partial}{\partial H}\frac{1}{j_{c\perp}(H)}\right), \quad (30)$$

$$b_{2k,y} = 0.$$

Из (30) видно, что z- и y-компоненты осциллируют независимо друг от друга со своими j_c, нечетные гармоники пропорциональны $h_0^2\cos^2\gamma$ и $h_0^2\sin^2\gamma$, а четные гармоники отличны от нуля лишь для z-й компоненты и пропорциональны $h_0^3\cos^3\gamma$.

2.5. Линейно-поляризованное переменное поле в сильном постоянном поле в изотропной модели

Пусть, как и в предыдущем случае, переменное поле направлено под углом γ к постоянному, т. е. положим

$$\mathbf{h} = h(t)\mathbf{n}_0, \quad h(t) = h_0\cos\omega t,$$

$$\mathbf{n}_0 = \mathbf{e}_z\cos\gamma + \mathbf{e}_y\sin\gamma. \quad (31)$$

Поскольку в изотропной модели нет выделенного направления по постоянному полю, то направление задается только вектором $\mathbf{n}_0$. Это означает, что

$$\mathbf{H}(x,t) = H\mathbf{e}_z + \mathbf{h}(x,t), \quad \mathbf{h}(x,t) = h(x,t)\mathbf{n}_0,$$

$$\mathbf{E}(x,t) = E(x,t)\mathbf{m}_0, \quad \mathbf{m}_0 = -\mathbf{e}_x\times\mathbf{n}_0. \quad (32)$$

Тогда из уравнений Максвелла (13) для плоской геометрии получим с учетом (23) для h и E:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial h}{\partial t}, \quad 4\pi j_c(B)\,\mathrm{sign}\,E = -\frac{\partial h}{\partial x}. \quad (33)$$

Уравнения (33) являются обычными уравнениями критического состояния. Разница возникнет лишь при разложении $j_c^{-1}(H)$ по h при вычислении четных гармоник:

$$\frac{1}{j_c(H)} = \frac{1}{j_c(H)} + \mathbf{h}\left(\frac{\partial}{\partial\mathbf{H}}\frac{1}{j_c(H)}\right) = \\ = \frac{1}{j_c(H)} + h(\mathbf{n}_0\mathbf{e}_z)\left(\frac{\partial}{\partial H}\frac{1}{j_c(H)}\right) = \\ = \frac{1}{j_c(H)} + h\cos\gamma\left(\frac{\partial}{\partial H}\frac{1}{j_c(H)}\right). \quad (34)$$

Таким образом, в этом разложении мы имеем лишний $\cos\gamma$ по сравнению со случаем, когда $\mathbf{h}_0$ и $\mathbf{H}$ параллельны. В результате получим

$$\mathbf{h}(x,t) = \sum_k(\mathbf{a}_k\cos k\omega t + \mathbf{b}_k\sin k\omega t),$$

$$\mathbf{a}_1 = \frac{h_0^2}{4\pi j_c(H)d}\mathbf{n}_0,$$

$$a_{2k+1} = 0, \quad k\geq 1,$$

$$\mathbf{b}_{2k+1} = -\frac{h_0^2}{8\pi^2 j_c(H)d}\,\frac{1}{(k^2-1/4)(k+3/2)}\mathbf{n}_0, \quad (35)$$

$$\mathbf{a}_{2k} = \frac{h_0^3\cos\gamma}{32\pi d}\mathbf{n}_0\left(\frac{\partial}{\partial H}\frac{1}{j_c(H)}\right),$$

$$a_{2k} = 0, \quad k\geq 2,$$

$$\mathbf{b}_{2k} = -\frac{h_0^3\cos\gamma}{16\pi^2 d}\,\frac{k}{(k^2-1/4)(k^2-9/4)}\times \times\mathbf{n}_0\left(\frac{\partial}{\partial H}\frac{1}{j_c(H)}\right).$$

Для z- и y-компонент получим тогда

$$a_{1z} = \frac{h_0^2}{4\pi j_c(H)d}\cos\gamma, \quad a_{1y} = \frac{h_0^2}{4\pi j_c(H)d}\sin\gamma,$$

$$a_{2k+1,z} = a_{2k+1,y} = 0, \quad k\geq 1,$$

$$b_{2k+1,z} = -\frac{h_0^2\cos\gamma}{8\pi^2 j_c(H)d}\,\frac{1}{(k^2-1/4)(k+3/2)},$$

$$b_{2k+1,y} = -\frac{h_0^2\sin\gamma}{8\pi^2 j_c(H)d}\,\frac{1}{(k^2-1/4)(k+3/2)},$$

$$a_{2z} = \frac{h_0^3\cos^2\gamma}{32\pi d}\left(\frac{\partial}{\partial H}\frac{1}{j_c(H)}\right),$$

$$a_{2y} = \frac{h_0^3\sin\gamma\cos\gamma}{32\pi d}\left(\frac{\partial}{\partial H}\frac{1}{j_c(H)}\right), \quad (36)$$

$$a_{2k,z} = a_{2k,y} = 0, \quad k\geq 2,$$

$$b_{2k,z} = -\frac{h_0^3\cos^2\gamma}{16\pi^2 d}\,\frac{k}{(k^2-1/4)(k^2-9/4)}\times \times\left(\frac{\partial}{\partial H}\frac{1}{j_c(H)}\right),$$

$$b_{2k,y} = -\frac{h_0^3\sin\gamma\cos\gamma}{16\pi^2 d}\,\frac{k}{(k^2-1/4)(k^2-9/4)}\times \times\left(\frac{\partial}{\partial H}\frac{1}{j_c(H)}\right).$$

Таким образом, мы видим, что изотропная модель сильно отличается от модели разрезания вихревых линий, во-первых, по виду угловой зависимости гармоник и, во-вторых, тем, что отличны от нуля четные гармоники $a_{2k,y}$ и $b_{2k,y}$, которые были равны нулю в модели разрезания вихревых линий.

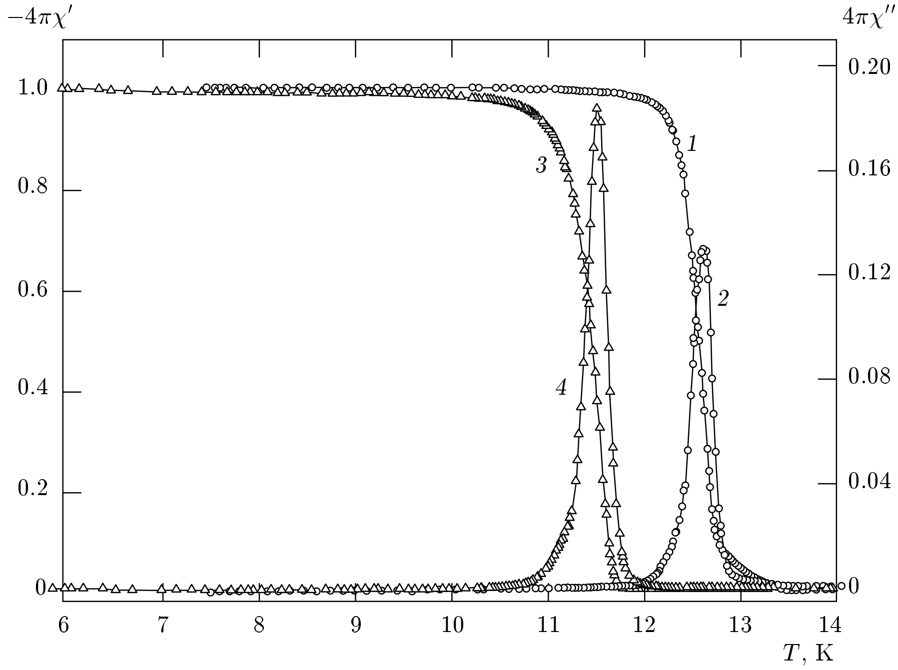

Рис. 1. Температурные зависимости действительной (*1, 3*) и мнимой (*2, 4*) частей линейной восприимчивости соответственно для образцов $SnMo_6S_8$ и $PbMo_6S_8$, $H = 0$, $h_0 = 1$ Э

3. ЭКСПЕРИМЕНТ

Основной целью экспериментальной части было выяснение вопроса о применимости концепции низкополевой электродинамики к поликристаллическим сверхпроводникам типа халькогенидов молибдена и влияния анизотропии, наведенной постоянным магнитным полем, на картину проникновения в сверхпроводник слабого переменного поля, направленного под углом к постоянному. Для решения этих задач изучались зависимости высших гармоник индукции от амплитуд переменного и постоянного магнитных полей и от угла между ними.

Эксперименты проводились на поликристаллических образцах $SnMo_6S_8$ и $PbMo_6S_8$, имеющих форму диска диаметром 9.4 мм и толщиной 3.4 мм. Исследуемый образец помещался в измерительную катушку, служащую также источником переменного магнитного поля. Постоянное поле создавалось внешним соленоидом. Измерения линейного и нелинейного откликов проводились от 4.2 К до $T > T_c$ на частотах в диапазоне 10^3–10^5 Гц, в интервале полей 10^{-2} Э $\le h_0 \le 1$ Э, $H \le 20$ Э. Для изучения полевых и температурных зависимостей действительной и мнимой частей линейной восприимчивости (χ' и χ''), а также модулей амплитуд высших гармоник $c_n = (a_n^2 + b_n^2)^{1/2}$ $(n = 2, 3, \dots)$ использовался подход, ранее применявшийся при изучении низкополевой электродинамики гранулярных ВТСП (см., например, [2]).

Рассмотрим сначала результаты изучения температурного и полевого поведения линейной и нелинейной восприимчивостей в случае коллинеарных полей ($\gamma = 0$). Очевидно, что для такой конфигурации выражения (30) и (36) тождественны. Тогда с учетом μ_{eff} имеем

$$a_0 = \mu_{eff} 2H, \quad a_1 = \frac{\mu_{eff} h_0^2}{4\pi j_c(H) d},$$

$$a_{2k+1} = 0, \quad k \ge 1,$$

$$b_{2k+1} = -\frac{\mu_{eff} h_0^2}{8\pi^2 j_c(H) d} \, \frac{1}{(k^2 - 1/4)(k + 3/2)},$$

$$a_2 = \frac{\mu_{eff} h_0^3}{32\pi d} \left(\frac{\partial}{\partial H} \frac{1}{j_c(H)} \right), \quad a_{2k} = 0, \quad k \ge 2, \quad (37)$$

$$b_{2k} = \frac{\mu_{eff} h_0^3}{16\pi^2 d} \left(\frac{\partial}{\partial H} \frac{1}{j_c(H)} \right) \times \\ \times \frac{k}{(k^2 - 1/4)(k^2 - 9/4)}.$$

Отметим, что в наших экспериментах детально изучалось температурное и полевое поведение χ',

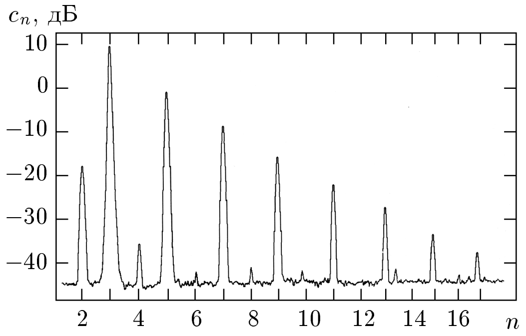

Рис. 2. Спектр высших гармоник ($PbMo_6S_8$), $H = 6$ Э, $h_0 = 0.8$ Э, $T = 11$ К

χ'', связанных непосредственно с a_1 и b_1, а также модулей амплитуд 3-й и 5-й гармоник (c_3 и c_5). Величины a_1 и b_1 определялись через измеренные значения действительной и мнимой частей восприимчивости. Очевидно, что в пределе $h_0 \to 0$, $\chi' = -1/4\pi$. Поэтому χ' может быть представлена как $\chi'(h_0) = -1/4\pi + \chi'_h(h_0)$. Тогда

$$\begin{aligned} a_1 &= (1 + 4\pi\chi')h_0 = 4\pi h_0 \chi'_h(h_0), \\ b_1 &= 4\pi h_0 \chi''(h_0). \end{aligned} \tag{38}$$

Из температурных зависимостей действительной части линейной восприимчивости (рис. 1) следует, что переход в сверхпроводящее состояние для исследуемых образцов начинается при температурах, типичных для этого класса соединений (см., например, [29]). На этом же графике приведены зависимости $\chi''(T)$, имеющие максимум, характерный для сверхпроводников второго рода.

Ярко выраженные нелинейные свойства исследуемых поликристаллов демонстрирует спектр высших гармоник. Так, спектр, полученный для $PbMo_6S_8$ (рис. 2), свидетельствует о слабом убывании амплитуды гармоник с увеличением их номера. Отметим, что в случае $SnMo_6S_8$ четные гармоники не наблюдались и при $H \neq 0$.

На рисунке 3 приведены температурные зависимости восприимчивости $\chi_3 = c_3/h_0$ для разных значений амплитуды переменного поля h_0, которые полностью аналогичны подобным зависимостям для керамических ВТСП (см., например, [2]). Их характерной чертой является наличие двух максимумов. Высокотемпературный максимум может быть обусловлен проникновением поля в кристаллиты, а низкотемпературный — только в джозефсоновскую среду, образованную слабыми связями между кристаллитами (отметим, что в случае $PbMo_6S_8$ высокотемпературный максимум в зависимости $\chi_3(T)$ не наблюдался). Положение низкотемпературного максимума сдвигается в сторону низких температур с увеличением h_0, что связано с переходом от режима, в котором поле проникало до середины образца, к режиму, в котором поле проникало лишь в часть образца. В последнем случае легко реализовать условие слабого поля, $h_0 \ll H$, и, следовательно, с помощью выражения (37) проверить применимость выводов теории критического состояния к исследуемым поликристаллам. В дальнейшем обсуждение результатов эксперимента будет проводится лишь для этого предельного случая.

Отношение амплитуд соседних гармоник для $SnMo_6S_8$

	Отношение		
	a_1/b_1	b_1/c_3	c_3/c_5
Теория	2.3	5	7
Эксперимент	2.2 ± 0.2	3.5 ± 0.3	9.5 ± 1.2

На рисунке 4 представлены зависимости a_1, b_1, c_3 и c_2 (при $H \neq 0$) от h_0 для $PbMo_6S_8$. Видно, что в согласии с выводами теории, нечетные гармоники проявляют квадратичную зависимость от h_0, а вторая гармоника — кубическую. Отметим, что масштаб индукции, наведенной переменным полем (от 0.01 мЭ до 1 Э), меняется от 1 мкГс до 0.1 Гс. Аналогичные зависимости для a_1, b_1, c_3 и c_5 были получены и для $SnMo_6S_8$.

Уравнение (37) содержит две независимые величины μ_{eff} и j_0, которые не определялись в наших экспериментах независимым образом. Поэтому, чтобы сравнить теоретические и экспериментальные результаты, представляется разумным рассматривать отношения a_1/b_1, b_1/c_3 и т. д., которые согласно (37) не должны зависеть от μ_{eff} и j_0. Как следует из таблицы, эти экспериментально определенные отношения хорошо согласуются с теоретическим предсказанием.

Изучая поведение четных, пропорциональных $(\partial/\partial H)(1/j_c(H))$, и нечетных, пропорциональных $1/j_c(H)$, гармоник в постоянном поле при $h_0 = \text{const}$ и используя выражения (37), можно определить самосогласованным образом вид функции $j_c(H)$. Именно так и был получен явный вид этой функции для гранулярных ВТСП (см. (4)). Однако не такой простой оказалась ситуация с зависимостью от постоянного магнитного поля (рис. 5) для $PbMo_6S_8$. Как видно на этом рисунке, начиная с $H \approx 1$ Э, c_3 практически не зависит от H. При этом, исходя из

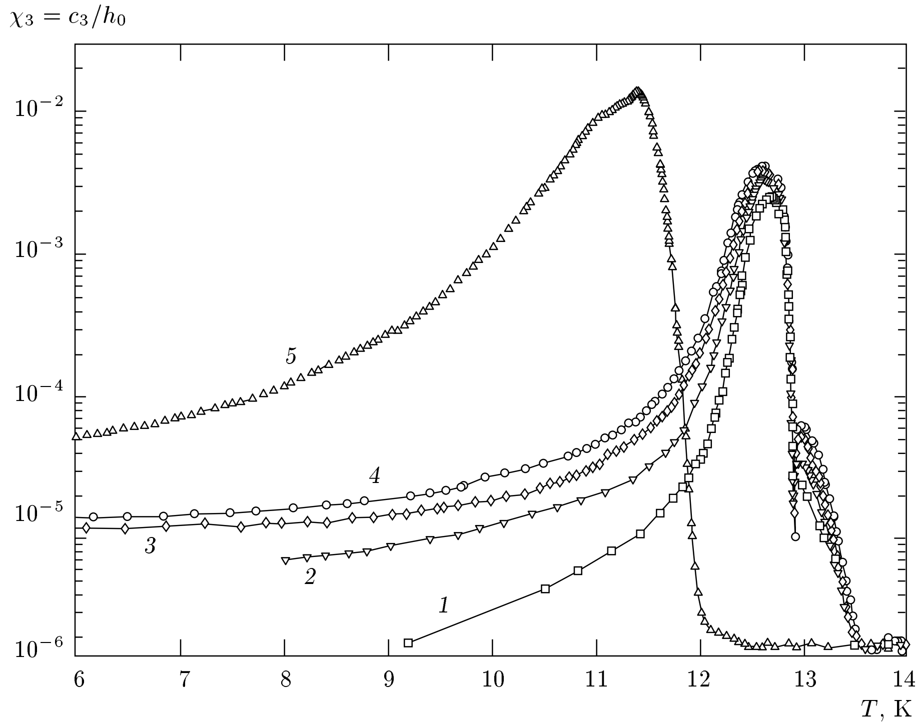

Рис. 3. Температурные зависимости нелинейной восприимчивости c_3/h_0, полученные в отсутствие постоянного магнитного поля H при разных амплитудах переменного поля h_0: *1* — 0.1, *2* — 0.3, *3* — 0.6, *4* — 0.9 Э ($SnMo_6S_8$), *5* — 0.9 Э ($PbMo_6S_8$)

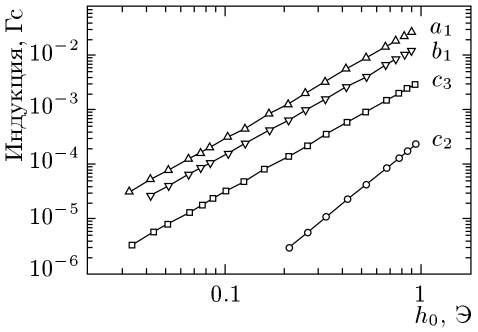

Рис. 4. Зависимость величин a_1, b_1, c_3 и c_2 от h_0 при $H = 6$ Э для $PbMo_6S_8$, $T = 10.5$ K

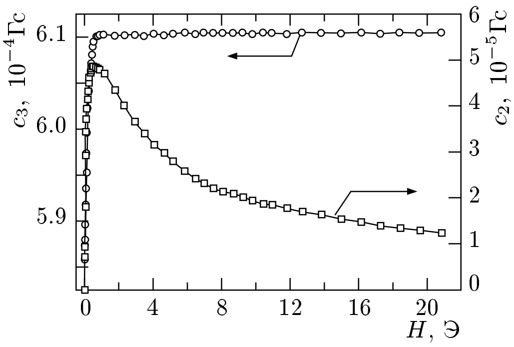

Рис. 5. Зависимость c_3 и c_2 от H при $h_0 = 0.4$ Э для $PbMo_6S_8$, $T = 10.5$ K

формул (37), следовало бы ожидать отсутствие второй гармоники (как это наблюдалось для $SnMo_6S_8$). Однако в эксперименте с $PbMo_6S_8$ мы наблюдали вторую гармонику, по величине существенно превышающую ожидаемую из (37). Используя (37), составим отношение c_2/c_3:

$$\frac{c_2}{c_3} \approx 4h_0 j_c(H) \left(\frac{\partial}{\partial H} \frac{1}{j_c(H)} \right), \qquad (39)$$

которое не зависит от конкретного вида функции $j_c(H)$, т. е. безмодельно. Если вычислить производную в (39), исходя из экспериментальных данных для третьей гармоники ($c_3 \propto 1/j_c(H)$), то окажется, что отношение c_2/c_3 должно быть на 2–3 порядка меньше наблюдаемой величины, равной примерно 0.1, и в этом случае нашей чувствительности (не хуже 0.1 мкВ) было бы недостаточно для обнаружения второй гармоники (именно такая ситуация и

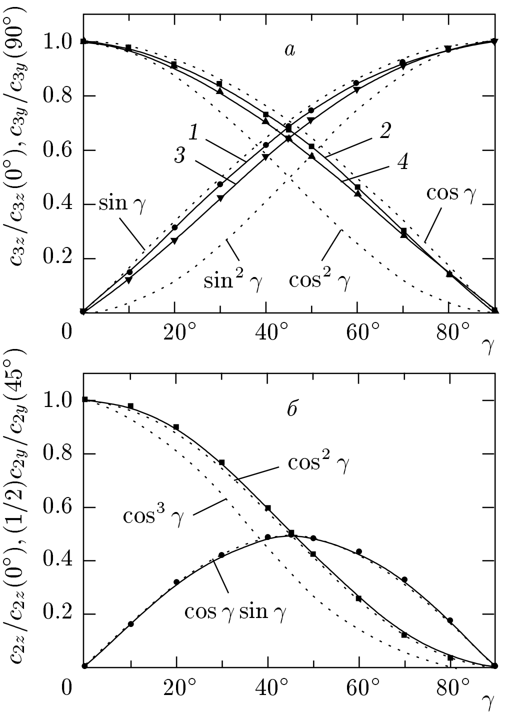

Рис. 6. *а*) Угловые зависимости c_{3z} и c_{3y}, нормированные к их значениям соответственно при $\gamma = 0$ и $\gamma = 90°$. Кривые *1* и *2* относятся к $PbMo_6S_8$, $H = 8$ Э, $h_0 = 0.6$ Э, $T = 10.5$ К, а кривые *3* и *4* — к $SnMo_6S_8$, $H = 20$ Э, $h_0 = 0.6$ Э; $T = 11.5$ К. *б*) Угловые зависимости $c_{2z}/c_{2z}(0)$ и $(1/2)c_{2y}/c_{2y}(45°)$ для $PbMo_6S_8$

наблюдалась для $SnMo_6S_8$). Однако, несмотря на такое расхождение, все остальные зависимости (полевые и угловые) прекрасно согласуются с теорией.

Следующая серия экспериментов была проведена с линейно-поляризованным переменным полем, направленным под углом γ к постоянному, и ее цель заключалась в выяснении, какой же вариант, модель разрезания вихревых линий или изотропная модель, реализуется в исследуемых поликристаллических сверхпроводниках. Из выражений (30) и (36) видно, что в первом случае $c_{3z} \propto \cos^2\gamma$, $c_{3y} \propto \sin^2\gamma$, при этом $c_{2z} \propto \cos^3\gamma$ и $c_{2y} = 0$, а во втором $c_{3z} \propto \cos\gamma$, $c_{3y} \propto \sin\gamma$, при этом $c_{2z} \propto \cos^2\gamma$ и $c_{2y} \propto \sin\gamma\cos\gamma$. Как видно на рис. 6, полученные угловые зависимости гармоник однозначно соответствуют изотропной модели. Кроме того, в пользу этой модели говорит и отличие величины второй гармоники c_{2y} от нуля при произвольных γ (кроме $\gamma = 0$ и $\gamma = \pi/2$).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, результаты наших экспериментов показывают, что поликристаллический сверхпроводник в слабых полях ведет себя так же, как и ВТСП-керамика, как стандартная джозефсоновская среда. В этих системах наблюдались необратимые и нелинейные явления, характерные для низкополевой электродинамики в джозефсоновских средах.

Авторы благодарны А. В. Митину (ИФП им. П. Л. Капицы РАН) за полезные обсуждения результатов работы и предоставление образцов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Научного совета направления «Сверхпроводимость» программы «Актуальные направления физики конденсированных сред» (проект 96021 «Профиль»), подпрограммы «Статистическая физика» Государственной научно-технической программы «Физика квантовых и волновых процессов» (проект VIII-3), а также Российского фонда фундаментальных исследований (проект 00-02-16729).

ЛИТЕРАТУРА

1. J. R. Clem, Physica C **153–155**, 50 (1988).
2. S. L. Ginzburg, V. P. Khavronin, G. Yu. Logvinova, I. D. Luzyanin, J. Herrmann, B. Lippold, H. Borner, and H. Schmiedel, Physica C **174**, 109 (1991).
3. C. P. Bean, Rev. Mod. Phys. **36**, 31 (1964).
4. Y. B. Kim, C. F. Hempstead, and A. R. Strnad, Phys. Rev. **131**, 2486 (1963).
5. P. W. Anderson and Y. B. Kim, Rev. Mod. Phys. **36**, 39 (1964).
6. I. D. Luzyanin, S. L. Ginzburg, V. P. Khavronin, and G. Yu. Logvinova, Phys. Lett. A **141**, 85 (1989).
7. С. Л. Гинзбург, ЖЭТФ **106**, 607 (1994).
8. P. Bak, C.Tang, and K. Wiesenfeld, Phys. Rev. A **38**, 364 (1988).
9. S. L. Ginzburg, V. P. Khavronin, and I. D. Luzyanin, Supercond. Sci. Technol. **11**, 255 (1998).
10. A. M. Campbell and J. E. Evets, *Critical Currents in Superconductors*, Taylor and Francis, London (1972), p. 243.
11. R. Boyer and M. A. R. LeBlanc, Sol. St. Comm. **24**, 261 (1977).

12. G. Fillion, R. Gauthier, and M. A. R. LeBlanc, Phys. Rev. Lett. **43**, 86 (1979).

13. R. Boyer, G. Fillion, and M. A. R. LeBlanc, J. Appl. Phys. **51**, 1692 (1980).

14. J. R. Cave and M. A. R. LeBlanc, J. Appl. Phys. **53**, 1631 (1982).

15. M. A. R. LeBlanc and J. R. Lorrain, J. Appl. Phys. **55**, 4035 (1984).

16. M. A. R. LeBlanc, D. LeBlanc, A. Golebiowski, and G. Fillion, Phys. Rev. Lett. **66**, 3309 (1991).

17. E. H. Brandt, J. R. Clem, and D. G. Walmsley, J. Low Temp. Phys. **37**, 43 (1979).

18. J. R. Clem, J. Low Temp. Phys. **38**, 353 (1980).

19. E. H. Brandt, J. Low Temp. Phys. **39**, 41 (1980).

20. J. R. Clem and S. Yeh, J. Low Temp. Phys. **39**, 173 (1980).

21. J. R. Clem, Phys. Rev. B **26**, 2463 (1982).

22. J. R. Clem and A. Perez-Gonzalez, Phys. Rev. B **30**, 5041 (1984).

23. A. Perez-Gonzalez and J. R. Clem, Phys. Rev. B **31**, 7048 (1985).

24. A. Perez-Gonzalez and J. R. Clem, Phys. Rev. B **32**, 2909 (1985).

25. J. R. Clem and A. Perez-Gonzalez, Phys. Rev. B **33**, 1601 (1986).

26. A. Perez-Gonzalez and J. R. Clem, Phys. Rev. B **42**, 4100 (1990).

27. A. Perez-Gonzalez and J. R. Clem, Phys. Rev. B **43**, 7792 (1991).

28. C. P. Bean, J. Appl. Phys. **41**, 2482 (1970).

29. Н. Е. Алексеевский, А. В. Митин, Е. П. Хлыбов, ЖЭТФ **82**, 927 (1982).