

# СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В ПРОСТОЙ МОДЕЛИ ПСЕВДОЩЕЛЕВОГО СОСТОЯНИЯ

*Э. З. Кучинский\*, М. В. Садовский\*\**

*Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук  
620049, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 20 сентября 1999 г.

Анализируются особенности сверхпроводящего состояния (*s*- и *d*-спаривание) в простой точно решаемой модели псевдощелевого состояния, вызываемого флуктуациями ближнего порядка (например, антиферромагнитного типа), основанной на модели поверхности Ферми с «горячими» участками. Показано, что усредненная по этим флуктуациям сверхпроводящая щель отлична от нуля и в области температур выше среднеполевой температуры  $T_c$  сверхпроводящего перехода во всем образце. В области температур  $T > T_c$  сверхпроводимость существует, по-видимому, в отдельных областях («каплях»). Изучены спектральная плотность и плотность состояний, сверхпроводящие особенности в которых существуют и в области  $T > T_c$ , тогда как температура  $T = T_c$  в этом смысле ничем не выделена. Полученные аномалии находятся в качественном согласии с рядом экспериментов на недодопированных ВТСП-купратах.

PACS: 74.20.Fg, 74.20.De

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Среди многочисленных аномалий электронных свойств высокотемпературных сверхпроводников особый интерес вызывает псевдощелевое состояние, наблюдающееся, главным образом, в области концентраций носителей тока меньше оптимальной [1, 2]. Эти аномалии проявляются во многих экспериментах, таких как измерения оптической проводимости, ЯМР, неупругое рассеяние нейтронов, фотоэмиссия с угловым разрешением (ARPES) и т. д. (см. обзор [1]). Особенно яркие свидетельства существования этого состояния наблюдаются в ARPES-экспериментах [1, 3], которые демонстрируют существенно анизотропные изменения спектральной плотности носителей тока в широкой области температур в нормальной и сверхпроводящей фазах этих систем. Максимум соответствующих аномалий наблюдается в окрестности точки  $(\pi, 0)$  в зоне Бриллюэна, а в направлении диагонали зоны (вблизи точки  $(\pi, \pi)$ ) они практически отсутствуют. Качественно эти аномалии сводятся к полному «разрушению» поверхности Ферми в окрестности точки  $(\pi, 0)$  при сохранении фермийидкостного поведения в

направлении диагонали. В этом смысле обычно принято говорить о «*d*-симметрии» псевдощели, совпадающей с симметрией сверхпроводящей щели в этих соединениях [1–3]. В то же время сам факт наблюдения псевдощелевых аномалий вплоть до температур  $T \sim T^*$ , значительно превышающих  $T_c$ , может указывать на совершенно иную природу этих аномалий, не связанную непосредственно со сверхпроводящим спариванием. В пользу такого вывода говорит и то обстоятельство, что псевдощелевое состояние наблюдается в основном в области неоптимальных составов, близких к антиферромагнитной фазе ВТСП-купратов.

В теоретическом плане существуют два основных направления, в рамках которых предпринимаются попытки построения моделей псевдощелевого состояния высокотемпературных сверхпроводников. Одно из них основано на весьма популярной модели формирования куперовских пар выше температуры сверхпроводящего перехода [2, 4–7]. Другое предполагает, что псевдощелевое состояние обусловлено флуктуациями антиферромагнитного (АФМ) ближнего порядка (см., например, [8–12]).

Большинство теоретических работ посвящено исследованию псевдощелевого состояния в нормальной фазе при  $T > T_c$ . В недавней работе [13] была предложена очень простая точно решаемая модель псевдощелевого состояния, основанная на представ-

\*E-mail: kuchinsk@ief.uran.ru

\*\*E-mail: sadovski@ief.uran.ru

лении о существовании «горячих» (плоских) участков на поверхности Ферми, в рамках которой было построено разложение Гинзбурга—Ландау для различных типов куперовского спаривания и проведено исследование качественных эффектов влияния псевдошели (обусловленной флуктуациями ближнего порядка АФМ-типа) на основные свойства сверхпроводников вблизи  $T_c$ . Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию этой упрощенной модели в направлении анализа особенностей сверхпроводящего состояния во всей области температур  $T < T_c$ .

## 2. МОДЕЛЬ ПСЕВДОЩЕЛЕВОГО СОСТОЯНИЯ

Мы рассматриваем максимально упрощенную модель псевдощелевого состояния [13], основанную на картине развитых флуктуаций ближнего антиферромагнитного порядка<sup>1)</sup>, близкую по смыслу к модели «горячих точек» на поверхности Ферми [11]. Предполагаем, что поверхность Ферми двумерной электронной системы имеет вид, показанный на рис. 1. Такая поверхность Ферми фактически наблюдалась в ARPES-экспериментах на ВТСП-купрахах (см., например, совсем недавние работы [14, 15]). Флуктуации ближнего порядка будем считать статическими и гауссовыми, определяя их корреляционную функцию в следующем виде (ср. [8]):

$$S(\mathbf{q}) = \frac{1}{\pi^2} \frac{\xi^{-1}}{(q_x - Q_x)^2 + \xi^{-2}} \frac{\xi^{-1}}{(q_y - Q_y)^2 + \xi^{-2}}, \quad (1)$$

где  $\xi$  — корреляционная длина флуктуаций, а вектор рассеяния берется в виде  $Q_x = \pm 2k_F$ ,  $Q_y = 0$  или  $Q_y = \pm 2k_F$ ,  $Q_x = 0$ . Предполагаем, что с этими флуктуациями взаимодействуют электроны только с плоских («горячих») участков на поверхности Ферми, показанных на рис. 1, причем это рассеяние носит фактически одномерный характер. Эффективное взаимодействие электронов с этими флуктуациями будем описывать величиной  $(2\pi)^2 W^2 S(\mathbf{q})$ , где параметр  $W$  размерности энергии будет определять энергетический масштаб (ширину) псевдощели<sup>2)</sup>. Выбор вектора рассеяния  $\mathbf{Q} = (\pm 2k_F, 0)$  или  $\mathbf{Q} = (0, \pm 2k_F)$  подразумевает картину несоизмеримых флуктуаций (обобщение на соизмеримый слу-

<sup>1)</sup> Заметим, что по существу наше рассмотрение применимо и к случаю флуктуаций ближнего порядка типа волны зарядовой плотности и другим подобным моделям.

<sup>2)</sup> Можно сказать, что мы вводим эффективную «константу» взаимодействия с флуктуациями вида  $W_{\mathbf{P}} = W[\theta(p_x^0 - p_x)\theta(p_x^0 + p_x) + \theta(p_y^0 - p_y)\theta(p_y^0 + p_y)]$ .

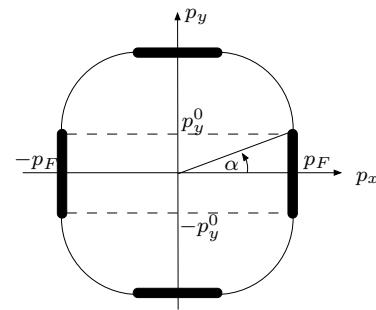


Рис. 1. Поверхность Ферми двумерной системы. «Горячие» участки показаны жирными линиями, ширина которых  $\sim \xi^{-1}$

чай также возможно [13], но мы его здесь не рассматриваем). В пределе  $\xi \rightarrow \infty$  такая модель допускает точное решение методами, предложенными для одномерного случая в [16]. При конечных  $\xi$  можно построить «почти» точное решение [11, 12], используя также обобщение одномерного подхода, развитого в [17, 18]. В этой работе мы рассмотрим только максимально упрощенный вариант модели с  $\xi \rightarrow \infty$ , когда эффективное взаимодействие с флуктуациями (1) приобретает простейший вид<sup>3)</sup>:

$$(2\pi)^2 W^2 \{\delta(q_x \pm 2p_F)\delta(q_y) + \delta(q_y \pm 2p_F)\delta(q_x)\}. \quad (2)$$

В этом случае весь ряд теории возмущений для электрона, рассеивающегося на таких флуктуациях, легко суммируется [16], и для одноэлектронной функции Грина получаем [13]

$$G(\epsilon_n, p) = \int_0^\infty dD\mathcal{P}(D) \frac{i\epsilon_n + \xi_p}{(i\epsilon_n)^2 - \xi_p^2 - D(\phi)^2}, \quad (3)$$

где  $\xi_p = v_F(|\mathbf{p}| - p_F)$  ( $v_F$  — скорость на поверхности Ферми),  $\epsilon_n = (2n + 1)\pi T$ , а флюктуирующая диэлектрическая щель  $D(\phi)$  отлична от нуля только на «горячих» участках:

$$D(\phi) = \begin{cases} D, & 0 \leq \phi \leq \alpha, \quad \frac{\pi}{2} - \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} - \alpha, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\alpha = \arctg(p_y^0/p_F)$ ,  $\phi$  — полярный угол, определяющий направление вектора  $\mathbf{p}$  в плоскости  $p_x p_y$ . Для остальных значений  $\phi$  величина  $D(\phi)$  определяется очевидным образом аналогично (4) из соображений симметрии.

<sup>3)</sup> Подчеркнем, что ввиду гауссовского характера флуктуаций предел  $\xi \rightarrow \infty$  не подразумевает установления какого-либо дальнего порядка.

Амплитуда диэлектрической щели  $D$  случайна и подчиняется распределению Рэлея [17] (ее фаза при этом также случайна и однородно распределена на интервале  $(0, 2\pi)$ ):

$$\mathcal{P}(D) = \frac{2D}{W^2} \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right). \quad (5)$$

Таким образом, на «горячих» участках функция Грина имеет вид «нормальной» горьковской функции Грина, усредненной по флуктуациям диэлектрической щели  $D$ , распределенной согласно (5). «Аномальные» горьковские функции на этих «диэлектризованных» участках равны нулю (из-за случайности фаз диэлектрической щели  $D$ ), что соответствует отсутствию дальнего порядка, но их попарные средние отличны от нуля и дают, например, вклад в двухчастичную функцию Грина [13, 16]. Изменяя параметр  $\alpha$  в (4) в пределах  $0 \leq \alpha \leq \pi/4$ , мы меняем размер «горячих участков» на поверхности Ферми, на которых выполняется условие «нестинга»  $\xi_{p-Q} = -\xi_p$ . В частности,  $\alpha = \pi/4$  соответствует квадратной поверхности Ферми. За пределами «горячих» участков (второе неравенство в (4)) функция Грина (3) просто совпадает с функцией Грина свободных электронов.

Результаты расчетов электронной плотности состояний и спектральной плотности, соответствующих (3), приведены в работе [13] и демонстрируют образование псевдощели (с характерной шириной  $\sim 2W$ ) и нефермижидкостное поведение на «горячих» участках. В модели с конечной корреляционной длиной  $\xi$  функция Грина на этих участках представляется в виде цепной дроби [19] (ср. аналогичные результаты в [11, 12, 17, 18]). При этом спектральная плотность демонстрирует все более «размытое» (по сравнению со случаем  $\xi \rightarrow \infty$ ) поведение при уменьшении  $\xi$ , подробно описанное в [11, 12, 18]. В работе [19] эта модель применялась к расчетам оптической проводимости двумерной системы в псевдощелевом состоянии.

### 3. СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В ПСЕВДОЩЕЛЕВОМ СОСТОЯНИИ

Перейдем к рассмотрению сверхпроводимости в данной модели. Будем считать, что сверхпроводящее спаривание обусловлено потенциалом притяжения, который имеет следующий простейший вид [13]:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = V(\phi, \phi') = -Ve(\phi)e(\phi'). \quad (6)$$

Здесь  $\phi$  — по-прежнему угол, определяющий направление электронного импульса  $\mathbf{p}$  в плоскости, а

для  $e(\phi)$  принимаем простейшую модельную зависимость:

$$e(\phi) = \begin{cases} 1 & (s\text{-спаривание}), \\ \sqrt{2} \cos(2\phi) & (d\text{-спаривание}). \end{cases} \quad (7)$$

Константа притяжения  $V$ , как обычно, считается отличной от нуля в некотором слое шириной  $2\omega_c$  в окрестности уровня Ферми ( $\omega_c$  — характерная частота квантов, обеспечивающая притяжение электронов). В этом случае сверхпроводящая щель имеет вид

$$\Delta(\mathbf{p}) \equiv \Delta(\phi) = \Delta e(\phi). \quad (8)$$

Сначала рассмотрим вопрос о сверхпроводимости в системе, в которой имеется фиксированная диэлектрическая щель  $D$  на «горячих» участках поверхности Ферми. Задача о сверхпроводимости в системе с частичной диэлектризацией спектра на отдельных участках поверхности Ферми рассматривалась в целом ряде работ (см., например, [20, 21]), а в наиболее близкой к нашему случаю модели — в работе Билбро и МакМиллана [22], рядом результатов которой мы можем непосредственно воспользоваться или провести их простое обобщение.

В частности, для случая  $s$ -спаривания, уравнение для сверхпроводящей щели  $\Delta$  в рассматриваемой модели принимает вид

$$1 = \lambda \int_0^{\omega_c} d\xi \left\{ \tilde{\alpha} \frac{\operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta^2(D)}}{2T}}{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta^2(D)}} + \right. \\ \left. + (1 - \tilde{\alpha}) \frac{\operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(D)}}{2T}}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(D)}} \right\}, \quad (9)$$

где  $\lambda = VN_0(0)$  — безразмерная константа спаривающего взаимодействия ( $N_0(0)$  — плотность состояний свободных электронов на уровне Ферми), а параметр  $\tilde{\alpha} = 4\alpha/\pi$  определяет долю «горячих» (плоских) участков на поверхности Ферми.

В уравнении (9) первое слагаемое в правой части соответствует вкладу «горячих» (диэлектризованных) участков, на которых спектр электронов имеет вид [22]  $E_p = \sqrt{\xi_p^2 + D^2 + \Delta^2}$ , а второе слагаемое дает вклад «холодных» (металлических) участков, где спектр имеет обычный вид теории БКШ:  $E_p = \sqrt{\xi_p^2 + \Delta^2}$ . Уравнение (9) определяет сверхпроводящую щель  $\Delta(D)$  при фиксированном значении диэлектрической щели  $D$ , отличной от нуля на «горячих» участках.

В случае  $d$ -спаривания аналогичное уравнение имеет вид

$$1 = \lambda \frac{4}{\pi} \int_0^{\omega_c} d\xi \times \\ \times \left\{ \int_0^\alpha d\phi e^2(\phi) \frac{\operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta^2(D)} e^2(\phi)}{2T}}{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta^2(D)} e^2(\phi)} + \right. \\ \left. + \int_\alpha^{\pi/4} d\phi e^2(\phi) \frac{\operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(D)} e^2(\phi)}{2T}}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(D)} e^2(\phi)} \right\}. \quad (10)$$

Из этих уравнений видно, что  $\Delta(D)$  уменьшается с ростом  $D$ , а  $\Delta(0)$  совпадает с обычной щелью  $\Delta_0$  в отсутствие диэлектризации на плоских участках, которая появляется при температуре  $T = T_{c0}$ , определяемой уравнением

$$1 = \lambda \int_0^{\omega_c} \frac{d\xi}{\xi} \operatorname{th} \frac{\xi}{2T_{c0}} \quad (11)$$

как для  $s$ -, так и для  $d$ -спаривания.

При  $D \rightarrow \infty$  первые слагаемые в (9), (10) обращаются в нуль, так что соответствующие уравнения для  $\Delta_\infty = \Delta(D \rightarrow \infty)$  принимают вид

$$1 = \lambda \int_0^{\omega_c} \frac{d\xi (1 - \tilde{\alpha})}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_\infty^2}} \operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta_\infty^2}}{2T} \quad (12)$$

( $s$  – спаривание),

$$1 = \lambda \frac{4}{\pi} \int_0^{\omega_c} d\xi \int_\alpha^{\pi/4} \frac{d\phi e^2(\phi)}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_\infty^2 e^2(\phi)}} \operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta_\infty^2 e^2(\phi)}}{2T} \quad (d \text{ – спаривание}). \quad (13)$$

Уравнение (12) совпадает с уравнением для щели при  $D = 0$  с «переномированной» константой связи  $\tilde{\lambda} = \lambda(1 - \tilde{\alpha})$ , так что для случая  $s$ -спаривания

$$\Delta_\infty = \Delta_0 (\tilde{\lambda} = \lambda(1 - \tilde{\alpha})), \quad (14)$$

соответственно, отличная от нуля щель при  $D \rightarrow \infty$  возникает при  $T < T_{c\infty}$ ,

$$T_{c\infty} = T_{c0} (\tilde{\lambda} = \lambda(1 - \tilde{\alpha})). \quad (15)$$

В случае  $d$ -спаривания из уравнения (13) получаем

$$T_{c\infty} = T_{c0} (\tilde{\lambda} = \lambda(1 - \alpha_d)), \quad (16)$$

где

$$\alpha_d = \tilde{\alpha} + \frac{\sin(\pi \tilde{\alpha})}{\pi} \quad (17)$$

представляет собой «эффективную» долю плоских участков в случае  $d$ -спаривания. Таким образом, при  $T < T_{c\infty}$  щель отлична от нуля при любых значениях  $D$  и уменьшается от  $\Delta_0$  до  $\Delta_\infty$  с ростом  $D$ . При  $T_{c\infty} < T < T_{c0}$  щель отлична от нуля лишь при  $D < D_{max}$ . Соответствующие зависимости  $\Delta$  от  $D$  несложно найти численным решением уравнений (9) и (10).

В нашей модели псевдощелевого состояния диэлектрическая щель  $D$  является не фиксированной, а случайной величиной, распределенной согласно (5). Полученные выше уравнения нужно усреднить по этим флуктуациям. При этом мы можем непосредственно вычислить точную усредненную по флуктуациям  $D$  сверхпроводящую щель  $\langle \Delta \rangle$ :

$$\langle \Delta \rangle = \int_0^\infty dD \mathcal{P}(D) \Delta(D) = \\ = \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp \left( -\frac{D^2}{W^2} \right) \Delta(D). \quad (18)$$

При этом описанные выше зависимости  $\Delta(D)$  приводят к тому, что усредненная щель (18) оказывается отличной от нуля вплоть до  $T = T_{c0}$ , т. е. до температуры сверхпроводящего перехода в отсутствие псевдощелевых аномалий. В то же время температура сверхпроводящего перехода  $T_c$  в сверхпроводнике с псевдощелью, очевидно, меньше  $T_{c0}$  [13]. Такое парадоксальное поведение величины  $\langle \Delta \rangle$  означает, по-видимому, появление в системе индуцированных флуктуациями  $D$  локальных областей с  $\Delta \neq 0$  (сверхпроводящих «капель») во всей области температур  $T_c < T < T_{c0}$  при установлении когерентного по всему образцу сверхпроводящего состояния только в области  $T < T_c$ . Разумеется, полное обоснование такой качественной картины может быть получено лишь при анализе более реалистичной модели к конечной длиной  $\xi$  флуктуаций антиферромагнитного ближнего порядка<sup>4)</sup>. В то же время простота рассмотренной здесь модели с  $\xi \rightarrow \infty$  позволяет сразу же получить точное решение для  $\langle \Delta \rangle$ .

Для определения температуры  $T_c$  сверхпроводящего перехода в образце в целом мы воспользуемся стандартной процедурой приближения среднего

<sup>4)</sup> Качественно возникающая здесь ситуация напоминает возникновение неоднородного сверхпроводящего состояния, индуцированного сильными флуктуациями локальной плотности состояний, вблизи андерсоновского перехода металл–диэлектрик [23, 24].

поля (ср., например, аналогичный подход в задаче о сверхпроводнике с примесями [24]), предполагающей самоусредненность сверхпроводящей щели по флюктуациям  $D$  (т. е. фактически независимость  $\Delta$  от флюктуаций  $D$ ). Тогда уравнения для среднеполевой щели  $\Delta_{mf}$  имеют вид

$$1 = \lambda \int_0^{\omega_c} d\xi \left\{ \tilde{\alpha} \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \right. \\ \times \frac{\operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta_{mf}^2}}{2T}}{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta_{mf}^2}} + (1 - \tilde{\alpha}) \times \\ \left. \times \frac{\operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta_{mf}^2}}{2T}}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_{mf}^2}} \right\} \quad (19)$$

для случая  $s$ -спаривания и

$$1 = \lambda \frac{4}{\pi} \int_0^{\omega_c} d\xi \left\{ \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \right. \\ \times \int_0^\alpha d\phi e^2(\phi) \frac{\operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta_{mf}^2 e^2(\phi)}}{2T}}{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta_{mf}^2 e^2(\phi)}} + \\ \left. + \int_\alpha^{\pi/4} d\phi e^2(\phi) \frac{\operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta_{mf}^2 e^2(\phi)}}{2T}}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_{mf}^2 e^2(\phi)}} \right\} \quad (20)$$

для случая  $d$ -спаривания.

Из уравнений (19), (20) легко получить и соответствующие уравнения для  $T_c$ . Например, для случая  $s$ -спаривания имеем

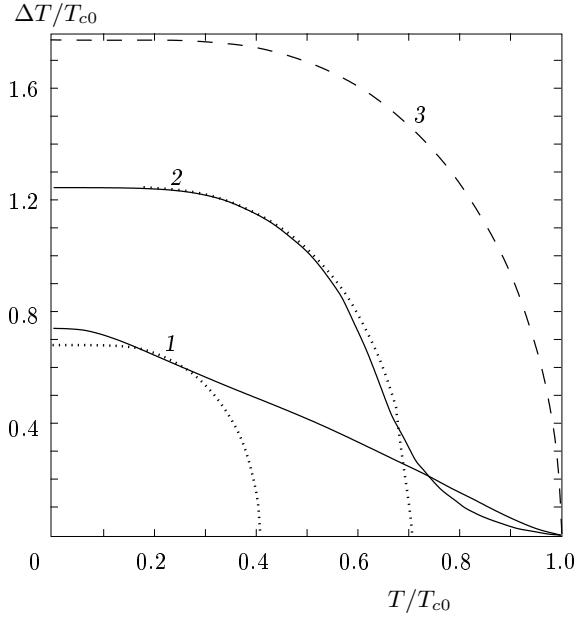
$$1 = \lambda \left\{ \tilde{\alpha} \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \right. \\ \times \int_0^{\omega_c} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + D^2}} \operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + D^2}}{2T_c} + (1 - \tilde{\alpha}) \times \\ \left. \times \int_0^{\omega_c} \frac{d\xi}{\xi} \operatorname{th} \frac{\xi}{2T_c} \right\}. \quad (21)$$

В случае  $d$ -спаривания в (21) нужно заменить  $\tilde{\alpha}$  на  $\alpha_d$  из (17). Эти уравнения для  $T_c$  совпадают с полученными при микроскопическом выводе разложения Гинзбурга—Ландау в рассматриваемой модели в работе [13], где они были подробно исследованы. В общем случае всегда имеем  $T_{c\infty} < T_c < T_{c0}$ .

Температурные зависимости усредненной щели  $\langle \Delta \rangle$  и среднеполевой щели  $\Delta_{mf}$ , полученные численным решением уравнений нашей модели для случая  $s$ -спаривания, приведены на рис. 2<sup>5)</sup>. Щель  $\Delta_{mf}$  обращается в нуль при  $T = T_c < T_{c0}$ , а величина  $\langle \Delta \rangle$  отлична от нуля вплоть до  $T = T_{c0}$ , соответствующие «хвосты» в температурной зависимости  $\langle \Delta \rangle$  в области  $T_c < T < T_{c0}$ , по нашему мнению, отвечают упомянутой выше картине существования сверхпроводящих «капель» в этой области при отсутствии сверхпроводимости во всем образце. Заметим, что представленные на рис. 2 температурные зависимости  $\langle \Delta(T) \rangle$  напоминают соответствующие зависимости щели в недодопированных ВТСП-купратах, извлекаемые из ARPES-экспериментов [3, 25] и из измерений теплоемкости [26], если считать, что наблюдаемая температура  $T_c$  в этих образцах соответствует нашей среднеполевой  $T_c$ , тогда как «капли» с  $\langle \Delta \rangle \neq 0$  существуют и в области  $T > T_c$ , вплоть до температуры  $T_{c0}$ , которая существенно превышает  $T_c$ . Такая интерпретация соответствующих данных означала бы, что «в отсутствие» псевдощели недодопированные купраты имели бы существенно более высокую температуру сверхпроводящего перехода.

Несмотря на то что сверхпроводимость во всем образце при  $T_c < T < T_{c0}$ , по нашему мнению, отсутствует, наличие в этой области отличной от нуля усредненной щели  $\langle \Delta \rangle$  приводит, как мы увидим ниже, к появлению ряда аномалий в наблюдаемых величинах, таких, например, как туннельная

<sup>5)</sup> В случае  $d$ -спаривания температурные зависимости  $\langle \Delta \rangle$  и  $\Delta_{mf}$  качественно аналогичны соответствующим зависимостям для случая  $s$ -спаривания.



**Рис. 2.** Температурные зависимости сверхпроводящих щелей  $\Delta_{mf}$  (точечные кривые),  $\langle\Delta\rangle$  (сплошные кривые) и  $\Delta_0$  (штриховая кривая) в случае  $s$ -спаривания: 1 —  $\lambda = 0.4$ ,  $\tilde{\alpha} = 2/3$ ,  $\omega_c/W = 3$  ( $T_c/T_{c0} = 0.42$ ), 2 —  $\lambda = 0.4$ ,  $\tilde{\alpha} = 0.2$ ,  $\omega_c/W = 1$  ( $T_c/T_{c0} = 0.71$ )

плотность состояний и измеряемая в ARPES-экспериментах спектральная плотность.

#### 4. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ И ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ

Запаздывающая функция Грина электрона в окрестности «горячего» участка поверхности Ферми в сверхпроводящем состоянии имеет вид

$$G^R(E, \xi_p) = \int_0^\infty dD \mathcal{P}(D) \times \frac{E + \xi_p}{(E + i0)^2 - \xi_p^2 - D^2 - \Delta^2(D)e^2(\phi)}. \quad (22)$$

Соответствующая спектральная плотность:

$$\begin{aligned} A(E, \xi_p) &= -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} G^R(E, \xi_p) = \\ &= \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) (E + \xi_p) \times \\ &\quad \times \delta(\xi_p^2 + D^2 + \Delta^2(D)e^2(\phi) - E^2). \end{aligned} \quad (23)$$

При использовании среднеполевой процедуры, в которой предполагается, что  $\Delta = \Delta_{mf}$  не зависит от величины  $D$ , получаем

$$\begin{aligned} A_{mf}(E, \xi_p) &= \frac{|E| + \xi_p \operatorname{sign} E}{W^2} \times \\ &\quad \times \exp\left(\frac{\xi_p^2 + \Delta_{mf}^2 e^2(\phi) - E^2}{W^2}\right) \times \\ &\quad \times \theta(E^2 - \xi_p^2 - \Delta_{mf}^2 e^2(\phi)). \end{aligned} \quad (24)$$

В этом приближении в спектральной плотности на поверхности Ферми ( $\xi_p = 0$ ) появляется щель при  $|E| < \Delta_{mf}$ , исчезающая при  $T \rightarrow T_c (\Delta_{mf} \rightarrow 0)$ . Фактически мы видели выше, что щель  $\Delta$  существенно зависит от величины диэлектрической щели  $D$  (см. (9), (10)), поэтому на самом деле из (23) имеем

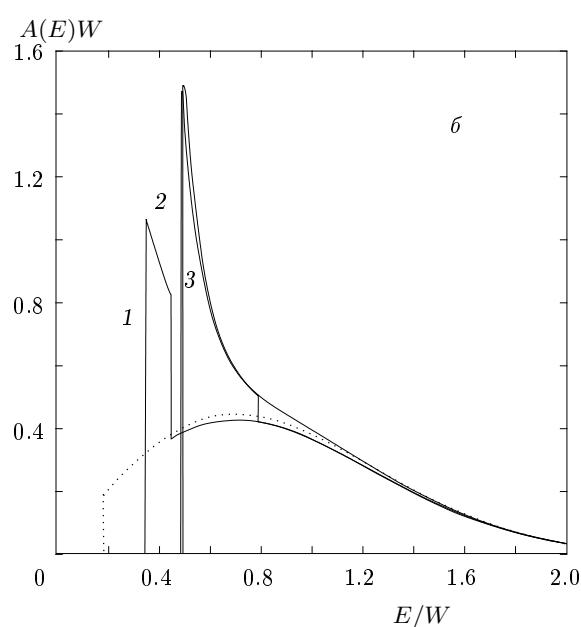
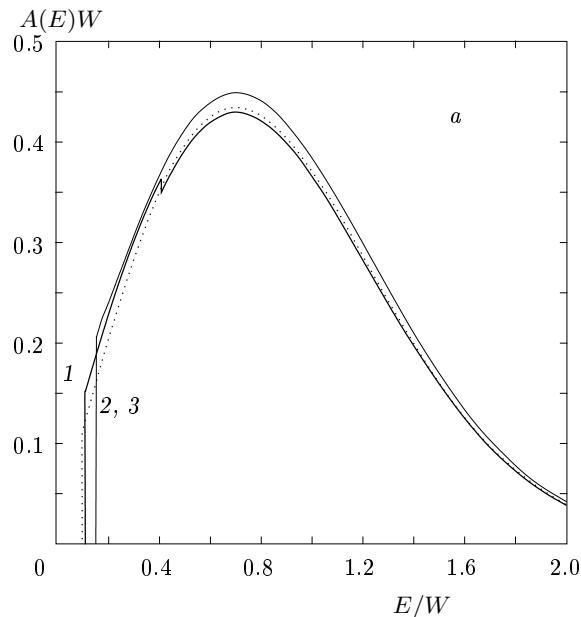
$$\begin{aligned} A(E, \xi_p) &= \sum_i \frac{|E| + \xi_p \operatorname{sign} E}{W^2} \exp\left(-\frac{D_i^2}{W^2}\right) \times \\ &\quad \times \left|1 + \frac{d\Delta^2(D)}{dD^2}\right|_{D=D_i}^{-1} e^2(\phi), \end{aligned} \quad (25)$$

где  $D_i$  — положительные корни уравнения  $D^2 + \xi_p^2 + \Delta^2(D)e^2(\phi) - E^2 = 0$ . Энергетические зависимости спектральной плотности при  $\xi_p = 0$ , т. е. для импульса электрона на поверхности Ферми (ниже мы ограничимся только этим случаем), приведены на рис. 3 и рис. 4 для  $s$ - и  $d$ -спаривания соответственно.

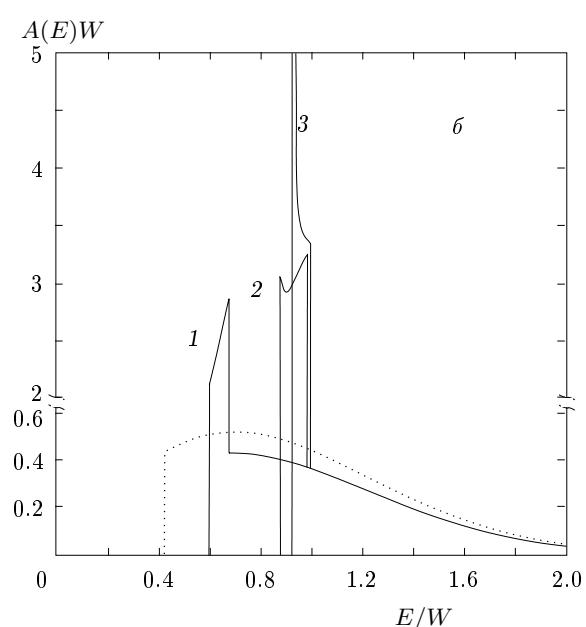
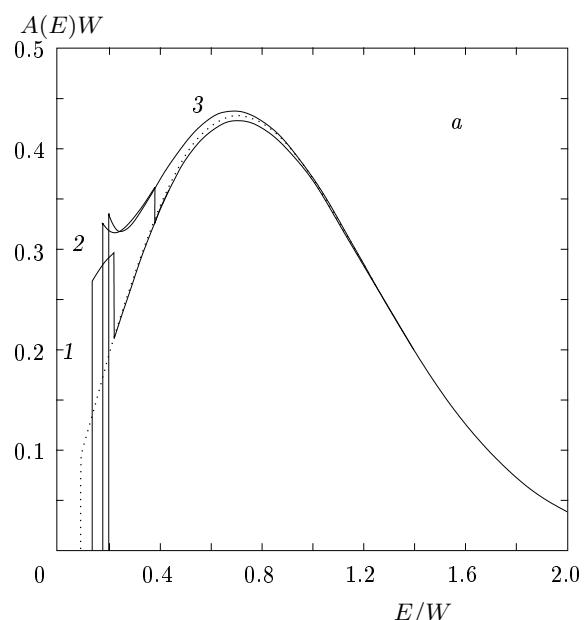
При  $T_{c\infty} < T < T_{c0}$  в спектральной плотности наблюдается скачок при  $E = D_{max}$ , связанный со скачком производной  $d\Delta^2(D)/dD^2$  при  $D = D_{max}$  (т. е. при максимальной величине  $D$ , при которой щель  $\Delta(D)$  отлична от нуля). Эффекты конечно-сторонней корреляционной длины флюктуаций  $\xi$  неизбежно сгладят этот скачок, однако характерный провал после главного пика спектральной плотности сохранится. Подобный провал («dip») наблюдался в ARPES-экспериментах [1, 3], интерпретация его до сих пор не ясна.

В случае  $s$ -спаривания величина  $D^2 + \Delta^2(D)$  возрастает с ростом  $D$ , поэтому уравнение  $D^2 + \Delta^2(D) - E^2 = 0$  имеет корни лишь при  $|E| > \Delta_0$ . Таким образом, щель в спектральной плотности наблюдается при  $|E| < \Delta_0$ , так что ширина этой щели определяется величиной  $\Delta_0$ , а не  $\Delta_{mf}$ . Кроме того, щель в спектральной плотности появляется при  $T = T_{c0}$ , а поведение спектральной плотности в точке  $T = T_c$  не испытывает качественных изменений.

В случае  $d$ -спаривания при достаточно малой ширине псевдощели  $W$  и малой доле плоских участ-



**Рис. 3.** Спектральная плотность на поверхности Ферми в случае *s*-спаривания для значений  $T/T_{c0} = 0.8$  (кривые 1), 0.4 (2), 0.1 (3); *a* —  $\lambda = 0.4$ ,  $\tilde{\alpha} = 0.2$ ,  $\omega_c/W = 1$  ( $T_c/T_{c0} = 0.71$ ,  $T_{\infty}/T_{c0} = 0.54$ ); точечная кривая — среднеполевая спектральная плотность  $A_{mf}(E)$  при  $T/T_{c0} = 0.4$ ; *б* —  $\lambda = 0.4$ ,  $\tilde{\alpha} = 2/3$ ,  $\omega_c/W = 3$  ( $T_c/T_{c0} = 0.42$ ,  $T_{\infty}/T_{c0} = 7 \cdot 10^{-3}$ ); точечная кривая — среднеполевая спектральная плотность  $A_{mf}(E)$  при  $T/T_{c0} = 0.1$



**Рис. 4.** Спектральная плотность на поверхности Ферми в направлении  $\phi = 0$  в случае *d*-спаривания при  $T/T_{c0} = 0.8$  (1), 0.6 (2), 0.1 (3); *a* —  $\lambda = 0.4$ ,  $\tilde{\alpha} = 0.2$ ,  $\omega_c/W = 1$  ( $T_c/T_{c0} = 0.42$ ,  $T_{\infty}/T_{c0} = 0.2$ ); *б* —  $\lambda = 0.4$ ,  $\tilde{\alpha} = 2/3$ ,  $\omega_c/W = 5$  ( $T_c/T_{c0} = 0.48$ ,  $T_{\infty}/T_{c0} \sim 10^{-18}$ ). Точечные кривые — среднеполевая спектральная плотность  $A_{mf}(E)$  при  $T/T_{c0} = 0.1$

ков  $\alpha_d$  величина  $D^2 + \Delta^2(D)e^2(\phi)$  также возрастает с ростом  $D$  и ширина щели в спектральной плотности оказывается равной  $\Delta_0 e(\phi)$ , как и в случае  $s$ -спаривания. Однако с ростом ширины псевдощели  $W$  и доли плоских участков величина  $D^2 + \Delta^2(D)e^2(\phi)$  убывает с ростом  $D$  при достаточно малых  $D$ , что приводит к тому, что ширина щели в спектральной плотности становится меньше  $\Delta_0$ , а при  $E = \Delta_0$  в спектральной плотности возникает скачок (скачок при  $E = D_{max}$  также сохраняется).

Перейдем к рассмотрению туннельной плотности состояний  $N(E)$ . В случае  $s$ -спаривания имеем

$$\begin{aligned} \frac{N(E)}{N_0(0)} = & \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \\ & \times \left\{ \tilde{\alpha} \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - D^2 - \Delta^2(D)}} \theta(E^2 - D^2 - \Delta^2(D)) + \right. \\ & \left. + (1 - \tilde{\alpha}) \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2(D)}} \theta(E^2 - \Delta^2(D)) \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

В предположении самоусредняемости величина щели  $\Delta$  равна  $\Delta_{mf}$  и не зависит от флюктуаций  $D$ , тогда

$$\begin{aligned} \frac{N_{mf}(E)}{N_0(0)} = & \left\{ \tilde{\alpha} \frac{2}{W^2} \int_0^{\sqrt{E^2 - \Delta_{mf}^2}} dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \right. \\ & \times \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - D^2 - \Delta_{mf}^2}} + (1 - \tilde{\alpha}) \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta_{mf}^2}} \left. \right\} \times \\ & \times \theta(E^2 - \Delta_{mf}^2). \end{aligned} \quad (27)$$

В этом приближении при  $|E| < \Delta_{mf}$  в плотности состояний имеется щель, исчезающая при  $T \rightarrow T_c (\Delta_{mf} \rightarrow 0)$ , однако при этом остается особенность (обсуждавшаяся в [13]) в виде псевдощели, вызванной АФМ-флюктуациями:

$$\begin{aligned} \frac{N(E)}{N_0(0)} = & \tilde{\alpha} \frac{2}{W^2} \int_0^E dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \\ & \times \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - D^2}} + (1 - \tilde{\alpha}). \end{aligned} \quad (28)$$

На самом деле  $\Delta(D)$  в (26) существенно зависит от  $D$  согласно (9). Из (26) и соответствующей зависимости  $\Delta(D)$  видно, что при  $T < T_{c0}$  в плотности состояний наблюдается щель при  $E < \Delta_\infty$ , а при  $T > T_{c0}$  щель в плотности состояний отсутствует,

но остается вклад в псевдощель, связанный со сверхпроводящим спариванием. При  $T_c < T < T_{c0}$  щелевая функция  $\Delta(D)$  отлична от нуля при  $D < D_{max}$ , поэтому отличия от псевдощелевого поведения, вызываемого только АФМ-флюктуациями, в плотности состояний наблюдаются и при  $T_c < T < T_{c0}$ , и только при  $T > T_{c0}$  в плотности состояний остается АФМ-псевдощель (28).

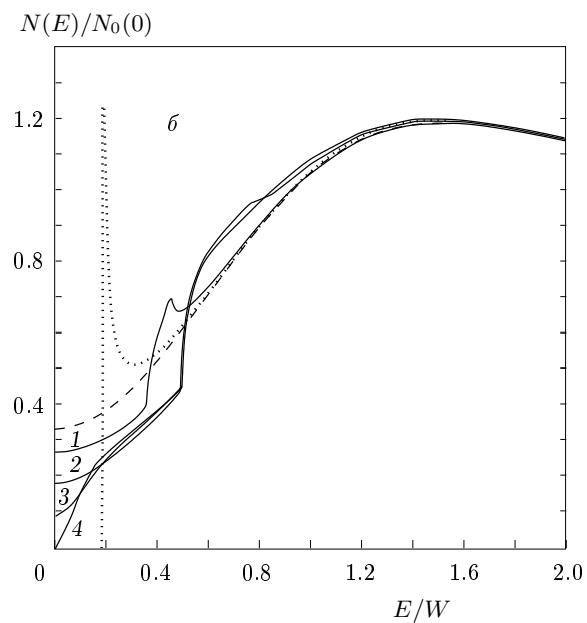
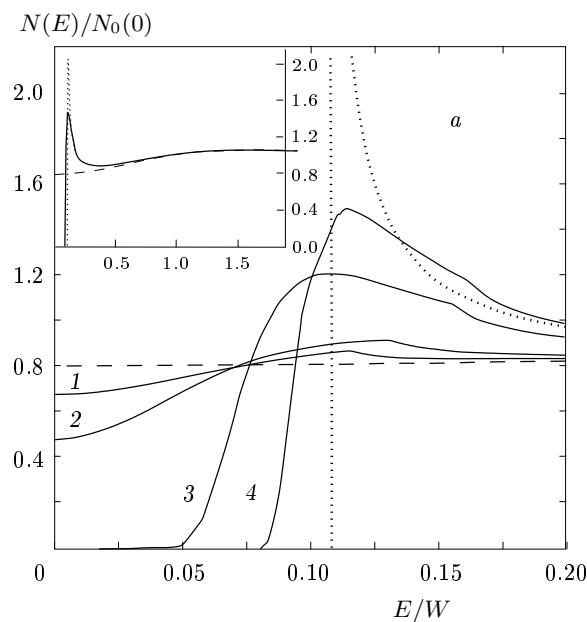
На рис. 5 показано поведение плотности состояний в  $s$ -случае для различных температур. Излом плотности состояний наблюдается при  $|E| = \Delta_0$ , кроме того, при  $T > T_{c0}$  имеется второй излом при  $|E| = D_{max} > \Delta_0$ , однако этот излом заметен лишь при высоких температурах  $T \sim T_{c0}$ . Плотность состояний испытывает качественные изменения лишь при  $T = T_{c0}$ , среднеполевая температура  $T_c$  ничем не выделена.

Для  $d$ -спаривания выражение для плотности состояний имеет вид

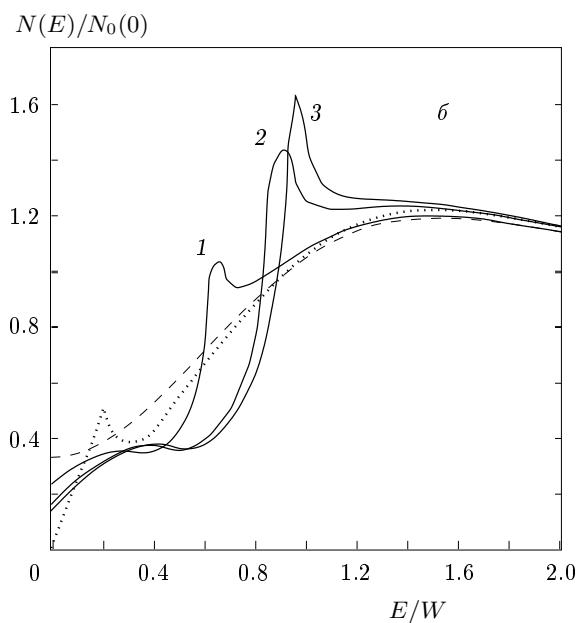
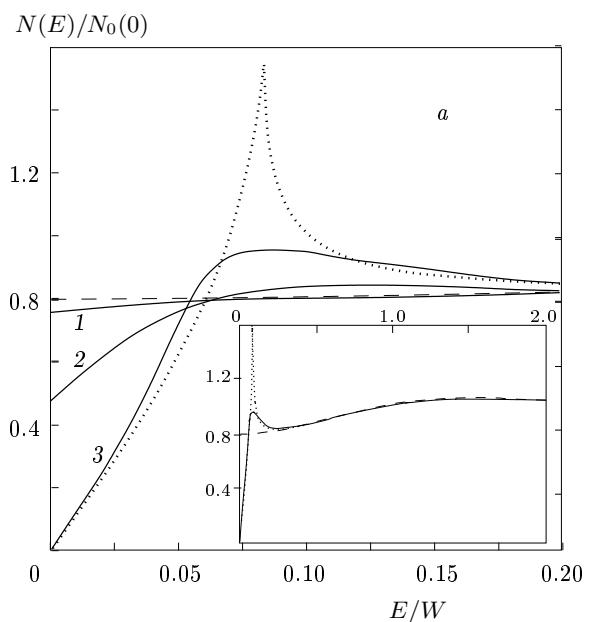
$$\begin{aligned} \frac{N(E)}{N_0(0)} = & \frac{4}{\pi} \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \\ & \times \left\{ \int_0^\alpha d\phi \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - D^2 - \Delta^2(D)e^2(\phi)}} \times \right. \\ & \times \theta(E^2 - \Delta^2(D)e^2(\phi) - D^2) + \\ & + \int_\alpha^{\pi/4} d\phi \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2(D)e^2(\phi)}} \times \\ & \left. \times \theta(E^2 - \Delta^2(D)e^2(\phi)) \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

В предположении самоусредняемости щель  $\Delta$  равна  $\Delta_{mf}$  и не зависит от  $D$ . Тогда ширина сверхпроводящей псевдощели в плотности состояний порядка  $\Delta_{mf}$ , соответствующий вклад исчезает при  $T \rightarrow T_c$ , остается лишь псевдощель, связанная с АФМ-флюктуациями (28). В действительности в (29)  $\Delta$  зависит от  $D$  и определяется уравнением (10).

Поведение плотности состояний в  $d$ -случае показано на рис. 6. Так же как и в случае  $s$ -спаривания, наблюдается существенное отличие точной плотности состояний от полученной в приближении среднего поля, что связано с флюктуациями сверхпроводящей щели (сверхпроводящими «каплями»), вызываемыми АФМ-флюктуациями ближнего порядка. Точная плотность состояний фактически не чувствует сверхпроводящего перехода во всей системе, происходящего при  $T = T_c$ . При этом характер-



**Рис. 5.** Плотность состояний в случае  $s$ -спаривания: *a* —  $\lambda = 0.4$ ,  $\tilde{\alpha} = 0.2$ ,  $\omega_c/W = 1$  ( $T_c/T_{c0} = 0.71$ ,  $T_{c\infty}/T_{c0} = 0.54$ ),  $T/T_{c0} = 0.8$  (1), 0.71 (2), 0.54 (3), 0.4 (4); точечная кривая — среднеполевая плотность состояний  $N_{mf}(E)$  при  $T/T_{c0} = 0.4$ ; на вставке — плотность состояний при  $T/T_{c0} = 0.4$ ; *б* —  $\lambda = 0.4$ ,  $\tilde{\alpha} = 2/3$ ,  $\omega_c/W = 3$  ( $T_c/T_{c0} = 0.42$ ,  $T_{c\infty}/T_{c0} = 7 \cdot 10^{-3}$ ),  $T/T_{c0} = 0.8$  (1), 0.42 (2), 0.2 (3), 0.05 (4); точечная кривая — среднеполевая плотность состояний  $N_{mf}(E)$  при  $T/T_{c0} = 0.2$ , штриховая — псевдощелевое поведение плотности состояний при  $T > T_{c0}$



**Рис. 6.** Плотность состояний в случае  $d$ -спаривания: *a* —  $\lambda = 0.4$ ,  $\tilde{\alpha} = 0.2$ ,  $\omega_c/W = 1$  ( $T_c/T_{c0} = 0.42$ ,  $T_{c\infty}/T_{c0} = 0.2$ ),  $T/T_{c0} = 0.8$  (1), 0.42 (2), 0.2 (3); точечная кривая — среднеполевая плотность состояний  $N_{mf}(E)$  при  $T/T_{c0} = 0.2$ ; на вставке — плотность состояний при  $T/T_{c0} = 0.2$ ; *б* —  $\lambda = 0.4$ ,  $\tilde{\alpha} = 2/3$ ,  $\omega_c/W = 5$  ( $T_c/T_{c0} = 0.48$ ,  $T_{c\infty}/T_{c0} \sim 10^{-18}$ ),  $T/T_{c0} = 0.8$  (1), 0.48 (2), 0.1 (3), точечная кривая — среднеполевая плотность состояний  $N_{mf}(E)$  при  $T/T_{c0} = 0.1$ , штриховая — псевдощелевое поведение плотности состояний при  $T > T_{c0}$

ная ширина сверхпроводящей щели (псевдощели) в плотности состояний порядка  $\Delta_0$ , а не  $\Delta_{mf}$ , как это вытекает из приближения среднего поля. Соответствующие вклады становятся наблюдаемыми уже при  $T = T_{c0} > T_c$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе продолжено изучение особенностей сверхпроводящего состояния в рамках чрезвычайно упрощенной модели псевдощели в двумерной электронной системе, допускающей точное решение [13]. Главным упрощающим предположением нашей модели (наряду с условием статичности флюктуаций) является использование предела  $\xi \rightarrow \infty$  для корреляционной длины флюктуаций ближнего порядка АФМ-типа, благодаря чему удается получить основные уравнения в достаточно наглядном виде. В частности, в этом пределе легко находится точное выражение для усредненной сверхпроводящей щели (18). При том что сама модель псевдощелевого состояния в принципе обобщается на случай конечных корреляционных длин [11, 12, 19], пока неясно, в какой мере в рамках данного обобщения удастся провести рассмотрение сверхпроводимости, выходящее за рамки среднеполового подхода, как это было сделано выше для случая  $\xi \rightarrow \infty$ . Качественно ясно, что конечность величины  $\xi$  приводит к некоторому «размытию» особенностей типа изломов и скачков, которые были получены в модели  $\xi \rightarrow \infty$  в зависимостях  $T_c$  и других характеристик сверхпроводящего состояния от величины  $\xi$ .

Полученные выше результаты показывают, что псевдощелевое состояние, вызванное флюктуациями ближнего порядка АФМ-типа (или аналогичными флюктуациями волн зарядовой плотности), приводит наряду с существенными особенностями нормального состояния [11, 12, 19] также и к довольно необычным свойствам сверхпроводящего состояния, связанным с частичной диэлектризацией электронного спектра (нефермионидкостным поведением) на «горячих» участках поверхности Ферми. Эти особенности коррелируют с рядом аномалий, наблюдавшихся в сверхпроводящем состоянии недодопированных ВТСП-купратов. Естественно, что более серьезное сравнение с экспериментом может быть проведено только при более реалистичном подходе, учитывающем прежде всего эффекты конечности корреляционной длины  $\xi$ , которая в реальных системах относительно невелика. При низких темпе-

ратурах становится существенным и учет динамики флюктуаций.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 99-02-16285), а также государственных программ «Статистическая физика» (проект 020) и по ВТСП Министерства науки и образования России (проект 96-051).

## ЛИТЕРАТУРА

1. T. Timusk and B. Statt, Rep. Progr. Phys. **62**, 61 (1999).
2. M. Randeria, E-prints archive, cond-mat/9710223 (1997).
3. M. Randeria and J. C. Campuzano, E-prints archive, cond-mat/9709107 (1997).
4. V. B. Geshkenbein, L. B. Ioffe, and A. I. Larkin, Phys. Rev. B **55**, 3173 (1997).
5. V. Emery, S. A. Kivelson, and O. Zachar, Phys. Rev. B **56**, 6120 (1997).
6. J. Maly, B. Janko, and K. Levin, E-prints archive, cond-mat/9710187, 9805018 (1997).
7. V. P. Gusynin, V. M. Loktev, and S. G. Sharapov, ЖЭТФ **115**, 1243 (1999).
8. A. P. Kampf and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. B **41**, 6399 (1990), B **42**, 7967 (1990).
9. M. Langer, J. Schmalian, S. Grabowski, and K. H. Bennemann, Phys. Rev. Lett. **75**, 4508 (1995).
10. J. J. Deisz, D. W. Hess, and J. W. Serene, Phys. Rev. Lett. **76**, 1312 (1996).
11. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, Phys. Rev. Lett. **80**, 3839 (1998); Phys. Rev. B **60**, 667 (1999).
12. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, ЖЭТФ **115**, 1765 (1999), E-prints archive, cond-mat/9808321 (1998).
13. А. И. Посаженникова, М. В. Садовский, ЖЭТФ **115**, 632 (1999), E-prints archive, cond-mat/9806199 (1998).
14. R. Gatt, S. Christensen, B. Frazer, Y. Hirai, T. Schmauder, R. J. Kelley, M. Onellion, I. Vybornik, L. Perfetti, G. Margaritondo, A. Morawski, T. Lada, A. Paszwin, and C. Kendziora, E-prints archive, cond-mat/9906070 (1999).

- 15.** D. L. Feng, W. J. Zheng, K. M. Shen, D. H. Lu, F. Ronning, J. Shimoyama, K. Kishio, G. Gu, D. Van der Marel, and Z. X. Shen, E-prints archive, cond-mat/9908056 (1999).
- 16.** М. В. Садовский, ЖЭТФ **66**, 1720 (1974); ФТТ **16**, 2504 (1974).
- 17.** М. В. Садовский, ЖЭТФ **77**, 2070 (1979).
- 18.** М. В. Садовский, А. А. Тимофеев, СФХТ **4**, 11(1991); J. Moscow Phys. Soc. **1**, 391 (1991).
- 19.** М. В. Садовский, Письма ЖЭТФ **69**, 447 (1999), E-prints archive, cond-mat/9902192 (1999).
- 20.** Ю. В. Копаев, Труды ФИАН **86**, 3 (1975).
- 21.** Проблема высокотемпературной сверхпроводимости, под ред. В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржника, Наука, Москва (1977), гл. 5.
- 22.** G. Bilbro and W. L. McMillan, Phys. Rev. B **14**, 1887 (1976).
- 23.** Л. Н. Булаевский, С. В. Панюков, М. В. Садовский, ЖЭТФ **92**, 672 (1987).
- 24.** М. В. Садовский, СФХТ **8**, 337 (1995); Phys. Rep. **282**, 225 (1997).
- 25.** H. Ding, M. R. Norman, T. Yokoya, T. Takeuchi, M. Randeria, J. C. Campuzano, T. Takahashi, T. Mochiki, and K. Kadokawa, Phys. Rev. Lett. **78**, 2628 (1997).
- 26.** J. W. Loram, K. A. Mirza, J. R. Cooper, W. Y. Liang, and J. M. Wade, J. Superconductivity **7**, 243 (1994).