ЖЭТФ, 2000, том 117, вып. 2, стр. 319–325

РЕЗОНАНСНОЕ КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

П. И. Фомин**, *Р. И. Холодов

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Национальной академии наук Украины
252028, Киев, Украина
Институт прикладной физики Национальной академии наук Украины
244030, Сумы, Украина

Поступила в редакцию 1 сентября 1999 г.

Исследуется процесс рассеяния фотона на электроне во внешнем магнитном поле в резонансных условиях, когда энергия фотона близка к расстояниям между уровнями Ландау. Получены формулы для сечения процесса с учетом поляризации электрона. Для внешних полей $\sim 10^{12}$ Гс резонансное комптоновское сечение на несколько порядков превышает томсоновское, при этом ширина резонанса составляет десятки электронвольт.

PACS: 13.60.Fz; 32.80.Cy

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследованию квантовоэлектродинамических процессов с фотонами, электронами и позитронами во внешнем магнитном поле посвящена значительная литература, однако эта тема продолжает оставаться актуальной как в экспериментальном, так и в теоретическом плане. Процессы первого порядка в магнитном поле (магнитотормозное излучение, рождение электрон-позитронной пары фотоном и др.) подробно исследовались в последние десятилетия (см., например, [1–5]). Комптоновскому рассеянию фотона на электроне уделялось меньшее внимание [6, 7], поскольку в общем случае вероятность такого процесса относительно мала, так как содержит дополнительную степень постоянной тонкой структуры.

Мы хотим показать здесь, что в комптоновском рассеянии в магнитном поле возможно резонансное увеличение вероятности, когда энергия входящих частиц близка к одному из уровней Ландау промежуточной частицы, что делает такие процессы при достаточно больших значениях магнитных полей физически интересными и практически наблюдаемыми. Поля такой величины имеют место, например, в сильно замагниченных нейтронных звездах.

Отметим также, что аналогичное резонансное увеличение сечения может происходить и для рождения пар эквивалентными фотонами [8] при столкновении двух быстрых ядер с большими Z (тяжелые ионы), причем роль внешнего магнитного поля при этом может играть создаваемое этими же ядрами сильное магнитное поле в области между ядрами в момент их наибольшего сближения. В этой области кулоновские поля ядер взаимно ослабляются, а магнитные поля складываются. Такой процесс может иметь отношение к наблюдаемым аномалиям в выходе резонансных пар при столкновениях тяжелых ионов [9, 10].

В отличие от [7], в настоящей работе проводится общее релятивистское рассмотрение процесса, где используются релятивистские волновая функция и функция Грина электрона.

В разд. 2 получено выражение для амплитуды комптоновского рассеяния с использованием функции Грина электрона в магнитном поле в форме, удобной для исследования резонансных эффектов. В разд. 3 приведен анализ условий возникновения резонансов. Общие формулы упрощаются в приближении малых по сравнению с $mc^2/\hbar$ частот начального и конечного фотонов. В разд. 4 вычисляются ширины резонансов. В последнем разделе вычисляется сечение резонансного эффекта Комптона при различных поляризациях конечного электрона.

*E-mail: pfomin@bitp.kiev.ua

2. АМПЛИТУДА ПРОЦЕССА

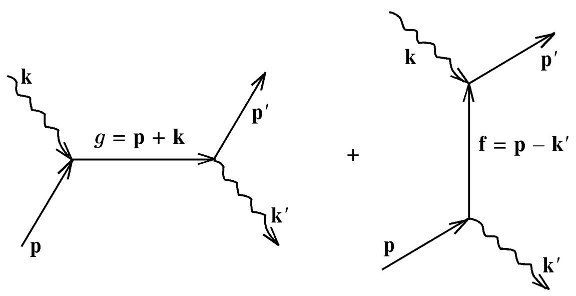
Рассматриваемый процесс рассеяния фотона электроном в магнитном поле описывается следующими диаграммами Фейнмана, показанными на рисунке. Волнистым линиям на рисунке соответствуют невзаимодействующие с внешним полем фотоны с 4-импульсами $\mathbf{k} = (\omega, k)$ и $\mathbf{k}' = (\omega', k')$. Внешним сплошным линиям соответствуют точные решения уравнения Дирака для электрона в однородном магнитном поле с 4-импульсами $\mathbf{p} = (\varepsilon_l, 0, p_y, p_z)$ и $\mathbf{p}' = (\varepsilon'_{l'}, 0, p'_y, p'_z)$ (с нулевой компонентой вдоль оси x), а промежуточные сплошные линии обозначают электронную функцию Грина во внешнем однородном магнитном поле.

Волновую функцию Ψ электрона во внешнем однородном постоянном магнитном поле удобно взять в виде [11]

$$\Psi(\mathbf{x}) = \frac{\exp(-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})}{\sqrt{S}}\Psi(\zeta),$$
$$\Psi(\zeta) = A_l\left[i\sqrt{2leH}U_l(\zeta) + (m+\mu\widetilde{m})U_{l-1}(\zeta)\gamma_1\right]u_l, \qquad (1)$$

где $r = (t, 0, y, z)$, $\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} = \varepsilon_l t - p_y y - p_z z$, ε_l — энергия электрона в данном магнитном поле, S — нормировочная площадь в плоскости (yz), $\zeta = \sqrt{eH}(x + p_y/eH)$, $U_l(\zeta)$ — функция Эрмита l-го порядка, μ — поляризация электрона, которая принимает значения $+1$ и -1, γ_1 — матрица Дирака в стандартном представлении, $\widetilde{m}^2 = m^2 + 2leH$, биспинор u_l имеет вид

$$u_l = \begin{pmatrix} 0 \\ \mu\widetilde{m} - \varepsilon_l \\ 0 \\ p_z \end{pmatrix}, \qquad (2)$$



Диаграммы Фейнмана процесса рассеяния фотона электроном в магнитном поле

A_l — нормировочный множитель:

$$A_l = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{\sqrt{eH}(\varepsilon_l + \mu\widetilde{m})}{p_z^2 2\widetilde{m} 2\varepsilon_l(\widetilde{m} + \mu m)}}, & l > 0, \\ \dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{eH} 2\varepsilon_0(\varepsilon_0 + m)}}, & l = 0, \quad \mu = -1. \end{cases} \qquad (3)$$

Постоянное магнитное поле H направлено вдоль оси z. Волновой функции (1) соответствует калибровка внешнего поля, при которой 4-векторный потенциал задан следующим образом

$$A_0 = A_x = A_z = 0, \quad A_y = Hx. \qquad (4)$$

Энергетический спектр ε_l равен

$$\varepsilon_l = \sqrt{m^2 + p_z^2 + 2leH} = \sqrt{\widetilde{m}^2 + p_z^2}. \qquad (5)$$

Волновая функция (1) является собственной функцией для операторов обобщенного импульса P и оператора, отвечающего за поляризацию электрона R:

$$P_{ik}\Psi_k^+ = \gamma_{ik}^\mu(p_\mu - eA_\mu)\Psi_k^+ = m\Psi_i^+, \qquad (6)$$

$$R_{ik}\Psi_k^+ = \mu\Psi_i^+. \qquad (7)$$

Выпишем явный вид этих операторов:

$$P = \gamma\widetilde{\mathbf{p}} + i\sqrt{eH}\gamma_1\partial/\partial\zeta - \sqrt{eH}\gamma_2\zeta, \qquad (8)$$

$$R = PF_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu} + F_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}P = \gamma_5\gamma^\mu S_\mu, \qquad (9)$$

где

$$\widetilde{\mathbf{p}} = (\varepsilon_l, 0, 0, p_z), \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu,$$

$$\sigma^{\mu\nu} = (\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)/2, \quad S_\mu = (-p_z, 0, 0, -\varepsilon_l)/\tilde{m}.$$

Следует отметить, что в выражении для обобщенного оператора (8) есть только один дифференциальный оператор по переменной x ($\zeta = \zeta(x)$). Операторы $\hat{p}_0, \hat{p}_y, \hat{p}_z$ заменены собственными значениями ε_l, p_y, p_z, поскольку зависимость волновой функции (1) от переменных t, y, z имеет вид плоской волны.

Для причинной функции Грина оператора (8) используем следующее выражение:

$$G_H(\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}) = \frac{-1}{(2\pi)^3} \times$$
$$\times \int d^3\mathbf{g} \exp\left(-i\mathbf{g}\cdot(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\right) G_H(\mathbf{g}; \rho_1, \rho_2), \qquad (10)$$

$$G_H(\mathbf{g};\rho_1,\rho_2)=\sqrt{eH}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{g_0^2-\varepsilon_n^2-i\cdot 0}\times$$
$$\times[U_n(\rho_1)U_n(\rho_2)(\gamma\widetilde{\mathbf{g}}+m)\alpha+(1-\delta_{0n})U_{n-1}(\rho_1)\times$$
$$\times U_{n-1}(\rho_2)(\gamma\widetilde{\mathbf{g}}+m)\beta+$$
$$+(1-\delta_{0n})i\sqrt{2neH}(U_{n-1}(\rho_1)U_n(\rho_2)\times$$
$$\times\gamma_1\alpha-U_n(\rho_1)U_{n-1}(\rho_2)\alpha\gamma_1)],$$

где $d^3\mathbf{g}=dg_0dg_ydg_z$, $\gamma\widetilde{\mathbf{g}}=\gamma_0g_0-\gamma_3g_z$ и $\rho_{1,2}=\sqrt{eH}(x_{1,2}+g_y/eH)$ для первой диаграммы. Во второй диаграмме $\mathbf{g}\to\mathbf{f}$, поэтому $\rho_{1,2}\to\eta_{1,2}=\sqrt{eH}(x_{1,2}+f_y/eH)$. Матрицы α и β имеют вид

$$\alpha=(1+i\gamma_2\gamma_1)/2\quad \beta=(1-i\gamma_2\gamma_1)/2. \tag{11}$$

Составим амплитуду процесса на основании диаграмм, представленных на рисунке. Подставляя в нее выражения (1), (10) и используя в качестве квантованных фотонных полей $A(x_{1,2})$ известные выражения полей невзаимодействующих фотонов, получим

$$S_{if}=ie^2\int\mathbf{dx_1dx_2}\overline{\Psi}(\mathbf{x_1})[A(\mathbf{x_1})G_H(\mathbf{x_1},\mathbf{x_2})A'(\mathbf{x_2})+$$
$$+A'(\mathbf{x_1})G_H(\mathbf{x_1},\mathbf{x_2})A(\mathbf{x_2})]\Psi(\mathbf{x_2}), \tag{12}$$

где $\overline{\Psi}(\mathbf{x_1})$ — дираковское сопряжение выражения (1), в котором $\zeta\to\xi=\sqrt{eH}(x+p_y'/eH)$. После интегрирования по $dt_{1,2}$, $dy_{1,2}$, $dz_{1,2}$, $d^3\mathbf{g}$, $d^3\mathbf{f}$ получим

$$S_{if}=\frac{-ie^2(2\pi)^4e_\mu e_\nu'^*}{VS\sqrt{\omega\omega'}}\delta^3(\mathbf{p}+\mathbf{k}-\mathbf{p}'-\mathbf{k}')\times$$
$$\times\int dx_1dx_2\overline{\Psi}(\xi_1)Q^{\mu\nu}\Psi(\zeta_2), \tag{13}$$

$$Q^{\mu\nu}=\exp(ik_xx_2-ik_x'x_1)\gamma^\nu G_H(g;\rho_1,\rho_2)\gamma^\mu+$$
$$+\exp(ik_xx_1-ik_x'x_2)\gamma^\mu G_H(f;\eta_1,\eta_2)\gamma^\nu,$$

где e_μ, e_ν' — векторы поляризации начального и конечного фотонов, V — рассматриваемый объем. Дельта-функция соответствует законам сохранения энергии и проекций импульса на направления осей y, z. При этом на 4-импульсы промежуточных частиц накладываются следующие ограничения (за исключением их x-компонент):

$$\mathbf{g}=\mathbf{p}+\mathbf{k}=\mathbf{p}'+\mathbf{k}', \tag{14}$$

$$\mathbf{f}=\mathbf{p}'-\mathbf{k}=\mathbf{p}-\mathbf{k}'. \tag{15}$$

3. УСЛОВИЯ РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ

Из законов сохранения (14) с учетом законов дисперсии для начальных и конечных частиц

$$\omega^2=\vec{k}^2,\quad \omega'^2=\vec{k}'^2,\quad \varepsilon_l=\sqrt{\widetilde{m}^2+p_z^2},$$
$$\varepsilon_{l'}=\sqrt{\widetilde{m}'^2+{p_z'}^2}, \tag{16}$$

где

$$\widetilde{m}=\sqrt{m^2+2leH},\quad \widetilde{m}'=\sqrt{m'^2+2l'eH},$$

несложно получить частоту конечного фотона, выраженную через номера уровней Ландау l и l', частоту начального фотона и направление падающего и излученного фотонов:

$$\omega'=\frac{1}{1-u^2}\Big[\varepsilon_l+\omega(1-vu)-$$
$$-\Big((\varepsilon_l+\omega(1-vu))^2-$$
$$-(\omega^2+2\varepsilon_l\omega+2(l-l')hm^2)(1-u^2)\Big)^{1/2}\Big], \tag{17}$$

где $v=\cos\theta$, $u=\cos\theta'$ — косинусы углов между направлением вдоль магнитного поля и направлениями движения соответственно начального и конечного фотонов, $h=H/H_0$ ($H_0=m^2/e\sim 4.4\cdot 10^{13}$ Гс). При этом для простоты z-компонента импульса начального электрона полагается равной нулю, $p_z=0$.

В случае малых по сравнению с H_0 полей для небольших значений номеров уровней Ландау l и l', а также при малых частотах,

$$(l+l')h\ll 1 \text{ и } \omega\ll m, \tag{18}$$

выражение (17) упрощается:

$$\omega'=\omega+(l-l')hm. \tag{19}$$

Условия резонансного протекания процесса требуют обращения в нуль полюсов функции Грина (10). При этом в выражении для функции Грина (10) остается только одно слагаемое в сумме. Это соответствует тому, что промежуточный электрон находится на определенном уровне Ландау. Для первой диаграммы на рисунке условие резонанса имеет вид

$$g_0^2-\varepsilon_{n1}^2=g_0^2-(m^2+2n_1hm^2+g_z^2)=0. \tag{20}$$

Условие (20) накладывает ограничения на частоту начального фотона, и с учетом (14) получаем

$$\omega=\left(\sqrt{\varepsilon_l^2-2(n_1-l)hm^2(1-v^2)}-\varepsilon_l\right)/(1-v^2). \tag{21}$$

В приближении (18)

$$\omega = (n_1 - l)hm, \quad \text{при этом} \quad \omega' = (n_1 - l')hm. \qquad (22)$$

Смысл выражения (22) прозрачен: энергия начального фотона равна расстоянию между уровнями промежуточного и начального электронов, а энергия конечного фотона равна расстоянию между уровнями промежуточного и конечного электронов. При этом в данном приближении резонансные значения ω и ω' не зависят от углов падения и излучения фотонов.

Из (22) видно, что ω' пропорциональна ω, причем коэффициент пропорциональности $(n_1 - l')/(n_1 - l) > 1$, если номер уровня Ландау начального электрона l больше номера уровня Ландау конечного электрона l' и $\omega' < \omega$ в обратном случае, когда $l' > l$. Так, при $l = 1$, $n_1 = 2$ и $l' = 0$ будет наблюдаться удвоение частоты фотона в результате его резонансного рассеяния на электроне. Случай $l' = l$ соответствует упругому рассеянию.

Условие резонанса имеет место также для второй диаграммы на рисунке:

$$f_0^2 - \varepsilon_{n2}^2 = f_0^2 - (m^2 + 2n_2hm^2 + f_z^2) = 0. \qquad (23)$$

Оно может быть реализовано в двух различных случаях:

$$\varepsilon_{n2} = \begin{cases} \varepsilon - \omega = \omega' - \varepsilon', & \varepsilon > \omega \quad \text{и} \quad \omega' > \varepsilon', \\ \omega - \varepsilon = \varepsilon' - \omega' & \varepsilon < \omega \quad \text{и} \quad \omega' < \varepsilon'. \end{cases} \qquad (24)$$

Первое равенство в (24) соответствует процессу, когда начальный электрон, излучая конечный фотон, переходит в промежуточный, который, поглощая начальный фотон, переходит в конечный электрон. В этом случае условие (24) накладывает следующее ограничение на частоту конечного фотона:

$$\omega' = \left(\varepsilon_l - \sqrt{\varepsilon_l^2 - 2(l - n_2)hm^2(1 - u^2)}\right) / (1 - u^2), \qquad (25)$$

а в приближении (18)

$$\omega' = (l - n_2)hm, \quad \text{при этом} \quad \omega = (l' - n_2)hm. \qquad (26)$$

Следует отметить, что в резонансе как для первой, так и для второй диаграммы в рассматриваемом случае два условия приближения (18) совпадают.

Второе равенство в (24) отвечает возможности резонансного комптоновского рассеяния через рождение e^-e^+-пары начальным фотоном с последующей аннигиляцией промежуточного позитрона с начальным электроном. Однако в этом случае в приближении (18) сечение экспоненциально мало из-за множителя $\exp(-\omega^2/2hm^2)$, в котором $\omega^2 \geq 4m^2$. В предыдущих случаях этот множитель порядка единицы.

4. ШИРИНЫ РЕЗОНАНСОВ

В дальнейшем для простоты будем рассматривать процессы, в которых начальный электрон находится в основном состоянии ($l = 0$). В этом случае, как видно из (25), резонанс во второй диаграмме не реализуется (за исключением процесса рассеяния фотона на электроне через рождение и аннигиляцию e^-e^+-пары).

Ширина резонанса определяется вероятностью распада промежуточного состояния, в данном случае вероятностью излучить фотон с частотой ω' промежуточным электроном с 4-импульсом $\mathbf{g} = (\varepsilon_n, 0, g_y, g_z)$, подчиняющимся условию (14). Это хорошо известный процесс магнитотормозного излучения электрона. Однако выражение для вероятности следует удвоить, поскольку в нашем случае под начальной частицей понимается электрон в промежуточном состоянии (см. рисунок), у которого проведено суммирование по поляризации, в отличие от реального электрона, у которого в начальном состояниям проводится усреднение. Для дифференциальной вероятности излучения фотона в единицу времени под углом θ' к направлению магнитного поля при переходе с уровня n на уровень l' имеем

$$\begin{aligned} \frac{dW_{nl'}}{du} = [&-m^2 J^2(l', n) + (\widetilde{\mathbf{g}} \cdot \widetilde{\mathbf{p}}' - m^2) \times \\ &\times (J^2(l', n-1) + J^2(l'-1, n)) - \\ &- 4m^2 h\sqrt{l'n} J(l'-1, n-1) J(l', n) - \\ &- m^2 J^2(l'-1, n-1)] \frac{\alpha\omega'}{g_0(g_0 - \omega')}, \end{aligned} \qquad (27)$$

где $\alpha = e^2/\hbar c$, $\widetilde{\mathbf{g}} \cdot \widetilde{\mathbf{p}}' = g_0\varepsilon_{l'} - g_z p_z'$, $J(l', n)$ — специальная функция вида

$$\begin{aligned} J(l', n) = &e^{-\eta'/2} \eta^{(n-l')/2} \times \\ &\times \sqrt{\frac{n!}{l'!}} \frac{1}{(n-l')!} F(-l', n-l'+1, \eta'), \end{aligned} \qquad (28)$$

$F(-l', n-l'+1, \eta)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, $\eta' = \omega'^2(1-u^2)/2hm^2$. При малом параметре $\eta' \ll 1$, что при небольших номерах уровней Ландау эквивалентно условию (18), выражение (27) можно привести к виду

$$\frac{dW_{nl'}}{du} = \alpha m A h^{n-l'+1}(1 + u^2)(1 - u^2)^{n-l'-1}, \qquad (29)$$

где A — численный коэффициент:

$$A = \frac{(n^2 - l'^2)(n-1)!(n-l')^{2n-2l'}}{2^{n-l'} l'!(n-l')!^2}.$$

После интегрирования по u получаем полную вероятность процесса:

$$W_{nl'} = \alpha m h^{n-l'+1} \times \times \frac{2(n-1)!(n-l')^{2n-2l'}(n+l')(n-l'+1)}{l'!(n-l')!(2n-2l'+1)!!}. \qquad (30)$$

Согласно сказанному выше, ширина Γ равна сумме вероятностей (30) по l' от 0 до $n-1$. Но в приближении (18) наиболее весомым будет слагаемое с $l' = n-1$, т. е.

$$\Gamma = W_{n\ n-1} = \frac{4}{3}(2n-1)\alpha m h^2. \qquad (31)$$

Выражение для $2/\Gamma$ при $n=1$ совпадает с временем высвечивания электрона в магнитном поле [12]. Для магнитных полей $H \sim 0.1 H_0$ ширина $\Gamma \sim 50$ эВ.

В полюс функции Грина (10) ширина вводится стандартным способом, а именно, путем добавления к энергии промежуточной частицы ε_n отрицательной мнимой добавки:

$$\varepsilon_n \to \varepsilon_n - i\Gamma/2. \qquad (32)$$

5. СЕЧЕНИЕ РЕЗОНАНСНОГО ЭФФЕКТА КОМПТОНА

Дифференциальная вероятность процесса определяется как произведение квадрата модуля амплитуды (13) на число конечных состояний dN, которое равно

$$dN = \frac{SV d^2\mathbf{p}' d^3\mathbf{k}'}{(2\pi)^5}. \qquad (33)$$

После усреднения по поляризациям начального фотона и суммирования по поляризациям конечного, а также интегрирования по dp'_z, dp'_y дифференциальную вероятность можно привести к виду

$$dW_{0nl'} = \frac{e^4\delta(m+w-\varepsilon'-w')}{\omega_1\omega_2}\frac{Td^3k'}{V} \times \times \int dx_1 dx'_1 dx_2 dx'_2 \times \times \mathrm{Sp}\{\rho(\xi_1,\xi'_1)Q^{\mu\nu}\rho(\zeta_2,\zeta'_2){Q'_{\mu\nu}}^{+}\}, \qquad (34)$$

где $Q^{\mu\nu}$ — только первое слагаемое в (13), $Q'_{\mu\nu}$ зависит от штрихованных координат $x'_{1,2}$, $\rho(\zeta_2,\zeta'_2)$ и $\rho(\xi'_1,\xi_1)$ — поляризационные матрицы плотности начального и конечного электронов, которые определяются как

$$\rho(\zeta_2,\zeta'_2) = \Psi(\zeta_2)\overline{\Psi}(\zeta'_2), \quad \rho(\xi'_1,\xi_1) = \Psi(\xi'_1)\overline{\Psi}(\xi_1). \qquad (35)$$

Подставляя (1), (10) и (35) в выражение для дифференциальной вероятности (34) и деля последнее на плотность потока начальных фотонов $j = c/V$ и на время T, а также интегрируя по $d\omega'$, можно получить общее выражение для дифференциального сечения рассматриваемого процесса, явный вид которого вынесен в Приложение. Это выражение зависит уже от произведения двух специальных функций (28) $J_1(l',n)$ и $J_2(0,n)$, причем первая зависит от параметра $\eta' = \omega'^2(1-u^2)/2hm^2$, а вторая — от параметра $\eta = \omega^2(1-v^2)/2hm^2$. В приближении малых значений параметров $\eta \sim \eta' \ll 1$ дифференциальное сечение эффекта Комптона вблизи резонанса с поляризацией конечного электрона против поля ($\mu' = -1$) можно привести к виду

$$\frac{d\sigma^-_{0nl'}}{du} = \pi r_0^2 B^- m^2 h^{2n-l'} \times \times \frac{(1+v^2)(1-v^2)^{n-1}(1+u^2)(1-u^2)^{n-l'-1}}{(\omega-\omega_r)^2+\Gamma^2/4}, \qquad (36)$$

где, как и раньше, $v = \cos\theta$, $u = \cos\theta'$, $h = eH/m^2$, r_0 — классический радиус электрона, ω_r — частота начального фотона в резонансе (22), B^- — следующий численный коэффициент:

$$B^- = \frac{n^{2n-1}(n-l')^{2n-2l'+1}}{2^{2n-l'}l'!(n-l')!^2}. \qquad (37)$$

Стоит отметить, что зависимость (36) дифференциального сечения от косинуса угла конечного фотона u совпадает с зависимостью дифференциальной вероятности магнитотормозного излучения от u. Это говорит о том, что в резонансе процесс рассеяния фотона на электроне в магнитном поле разбивается на два независимых: поглощение фотона электроном и магнитотормозное излучение.

После интегрирования по u выражения (36) с учетом (31) получим полное сечение эффекта Комптона в резонансе

$$\sigma^-_{0nl'} = 9\pi r_0^2 \times \times \frac{(n-l')^{2n-2l'}n^{2n-1}(n-l'+1)(1+v^2)(1-v^2)^{n-1}}{\alpha^2 h^{4+l'-2n}2^{n+1}(2n-1)^2 l'!(n-l')!(2n-2l'+1)!!}. \qquad (38)$$

Для случая $n=1$, $l'=0$ после усреднения по v сечение имеет вид

$$\sigma^-_{010} = \frac{3}{2}\pi r_0^2\left(\frac{1}{\alpha h}\right)^2 = \sigma_T\frac{3}{4}\left(\frac{m^2c^4}{e^3H}\right)^2, \qquad (39)$$

где $\sigma_T = 8\pi r_0^2/3$ — сечение Томсона. В данном случае $\omega = \omega'$, $\varepsilon = \varepsilon'$, что соответствует упругому рассеянию. Отметим, что выражение (39) можно записать в виде $\sigma^-_{010} = 2\pi\lambda^2$, где λ — длина волны начального фотона. С уменьшением величины магнитного поля λ растет, что соответствует увеличению сечения. Но при этом уменьшается ширина резонанса. Для магнитных полей $H \sim 0.1H_0$ резонансное сечение комптоновского рассеяния на шесть порядков превышает томсоновское.

Аналогично (36) можно получить выражение для дифференциального сечения комптоновского рассеяния с поляризацией конечного электрона по полю ($\mu' = +1$):

$$\frac{d\sigma^+_{0nl'}}{du} = \pi r_0^2 B^+ m^2 h^{2n-l'+1} \times \\ \times \frac{(1+v^2)(1-v^2)^{n-1}(1+u^2)(1-u^2)^{n-l'-1}}{(\omega-\omega_r)^2+\Gamma^2/4}, \quad (40)$$

где

$$B^+ = \frac{n^{2n-1}(n-l')^{2n-2l'+1}}{2^{2n-l'+1}(l'-1)!(n-l')!^2}. \quad (41)$$

Для сравнения сечений (40) и (36) разделим одно на другое:

$$\frac{d\sigma^+_{0nl'}/du}{d\sigma^-_{0nl'}/du} = \frac{l'h}{2}. \quad (42)$$

Поскольку соотношение (42) не зависит от переменной u, оно будет справедливо и для полных сечений

$$\sigma^+_{0nl'} = l'h\sigma^-_{0nl'}/2. \quad (43)$$

Наконец заметим, что поскольку для электрона в основном состоянии ($l = 0$, $\mu = -1$) сечение (38) (рассеяние без переориентации спина электрона) в $2H_0/l'H \gg 1$ раз больше сечения (43) (рассеяние с переориентацией спина электрона), выражение (38) фактически описывает также резонансное сечение эффекта Комптона, просуммированное по поляризациям конечного электрона. Кроме того, подчеркнем, что выражения (36)–(40) получены в системе отсчета, в которой у начального электрона отсутствует компонента импульса вдоль направления магнитного поля $p_z = 0$.

Авторы признательны С. П. Рощупкину за полезные дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Ниже приводится выражение для дифференциального сечения резонансного комптоновского рассеяния в общем случае с произвольной поляризацией конечного электрона μ' без ограничений, накладываемых условиями (19). Это выражение может быть полезно при анализе ситуаций в сверхкритических полях ($H > H_0$) либо с ультрарелятивистскими частицами.

$$\frac{d\sigma_{0nl'}}{du} = \\ = \frac{\pi r_0^2 \omega' \sum\limits_{i=1}^{9} A_i}{4\omega\widetilde{m}'\varepsilon_n^2(m+\omega(1-vu)-\omega'(1-u^2))((g_0-\varepsilon_n)^2+\Gamma^2/4)},$$

где

$$\begin{aligned}
A_1 =& -J_1^2(l',n)J_2^2(0,n)\frac{2l'hm^2\mu'\widetilde{m}'(\widetilde{g}^2+m^2)}{\widetilde{m}'+\mu'm+\Delta'},\\
A_2 =& (J_1^2(l',n)J_2^2(0,n-1)+J_1^2(l',n-1)J_2^2(0,n)) \times\\
&\times \frac{4l'nh^2m^4\mu'\widetilde{m}'}{\widetilde{m}'+\mu'm+\Delta'},\\
A_3 =& J_1^2(l'-1,n)J_2^2(0,n)\lambda_{l'}(\widetilde{m}'+\mu'm)\times\\
&\times(\mu'\widetilde{m}'(\widetilde{g}^2+m^2)-2m\widetilde{p}'\widetilde{g}),\\
A_4 =& J_1^2(l'-1,n)J_2^2(0,n-1)2n\lambda_{l'}hm^2\times\\
&\times(\widetilde{m}'+\mu'm)(\varepsilon'-\mu'\widetilde{m}'),\\
A_5 =& J_1^2(l',n-1)J_2^2(0,n-1)\frac{2l'hm^2}{\widetilde{m}'+\mu'm+\Delta'}\times\\
&\times\left[2w\widetilde{p}'\widetilde{g}-\widetilde{g}^2(\varepsilon'+\mu'\widetilde{m}')+\right.\\
&\left.+2mg_0\mu'\widetilde{m}'+m^2\varepsilon'-m^2\mu'\widetilde{m}'\right],\\
A_6 =& -J_1^2(l'-1,n-1)J_2^2(0,n)2n\lambda_{l'}hm^2\times\\
&\times(\widetilde{m}'+\mu'm)\mu'\widetilde{m}',\\
A_7 =& J_1^2(l'-1,n-1)J_2^2(0,n-1)\times\\
&\times\lambda_{l'}(\widetilde{m}'+\mu'm)\mu'\widetilde{m}'\omega^2(1-v^2),\\
A_8 =& J_1(l',n)J_1(l'-1,n-1)J_2^2(0,n)\times\\
&\times 2\sqrt{l'n}\lambda_{l'}hm^3\widetilde{m}',\\
A_9 =& -J_1(l',n)J_1(l'-1,n-1)J_2^2(0,n-1)\times\\
&\times 2\sqrt{l'n}\lambda_{l'}hm^2\widetilde{m}'\omega,
\end{aligned}$$

$$\lambda_{l'} = 1-\delta_{0l'}, \quad \Delta' = l'hm\delta_{0l'}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Соколов, И. М. Тернов, *Релятивистский электрон*, Наука, Москва (1974).
2. Н. П. Клепиков, ЖЭТФ **26**, 19 (1954).
3. И. М. Тернов, В. Г. Багров, Р. А. Рзаев, ЖЭТФ **46**, 374 (1964).
4. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко, ЖЭТФ **67**, 453 (1974).

5. А. И. Никишов, Труды ФИАН **111**, 152 (1979).

6. В. Ч. Жуковский, И. Херман, ЯФ **14**, 150 (1971).

7. R. W. Bussard, S. B. Alexander, and P. Meszaros, Phys. Rev. D **34**, 440 (1986).

8. П. И. Фомин, Р. И. Холодов, Докл. АН Украины **12**, 91 (1998).

9. J. Koenig, E. Berdermann, F. Bosch et al., Z. Phys. A **346**, 153 (1993).

10. R. Bär, A. Balanda, J. Baumann et al., Nucl. Phys. A **583**, 237 (1995).

11. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1981).

12. В. Г. Багров, Д. М. Гитман, В. Н. Родионов и др., ЖЭТФ **71**, 433 (1976).