# МНОГОФОНОННЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДЫ В РАЗМЕРНО-ОГРАНИЧЕННЫХ СИСТЕМАХ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Э. П. Синявский\*, Е. И. Гребенщикова

Институт прикладной физики академии наук Молдовы 277028, Кишинев, Молдова

Поступила в редакцию 31 марта 1999 г.

Исследованы оптические многофононные переходы в нелегированных размерно-ограниченных системах в магнитном поле, направленном параллельно оси пространственного квантования. Предложенная теория позволяет описать полуширину кривой люминесценции для одиночных квантовых ям, исследовать частотную и температурную зависимости коэффициента поглощения света в длинноволновой области спектра.

PACS: 78.66.-w

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В продольном магнитном поле, направленном перпендикулярно поверхности квантовой ямы, спектр свободного электрона оказывается полностью квантованным (квазинульмерным) и для прямоугольных квантовых ям он определяется соотношением

$$E_{n\nu} = \hbar\omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right) + \varepsilon_0 \nu^2, \quad \varepsilon_0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_c a^2}$$

Здесь  $\omega_c$  — циклотронная частота,  $\varepsilon_0$  — шаг размерного квантования в квантовой яме,  $m_c$  — эффективная масса электрона, a — ширина размерно-ограниченной системы,  $\nu$  — номер размерно-квантованного уровня, n — номер уровня Ландау.

Возникновение дискретных уровней должно существенным образом влиять на оптические свойства квантовых ям. В настоящей работе проведено исследование оптических свойств собственных размерно-ограниченных систем в продольном магнитном поле с учетом многих фононов. Конечные результаты справедливы для квантовых ям различной формы (прямоугольные, параболические), а также для гетероструктур. Для описания многофононных оптических процессов в примесных системах используется модель смещенных адиабатических потенциалов [1]. Однако для исследования электронно-колебательных оптических переходов между дискретными состояниями, во-первых, свободных дырок (в отсутствие магнитного поля B — это валентная зона) и квазинульмерными состояниями, во-вторых, свободных электронов (при B = 0 — это зона проводимости) эта модель неприменима, поскольку минимумы адиабатических потенциалов для свободных носителей не смещены. Это связано с тем, что диагональные матричные электрон-фононного взаимодействия (равно как и дыроч-

\*E-mail: exciton@phys.asm.md

но-фононного взаимодействия) на волновых функциях свободных носителей экстенсивно малы. В этом случае описание оптических переходов с учетом многих фононов лучше проводить на языке квазиуровней [2], как это делается при изучении многофотонных зон-зонных переходов [3]. В дальнейшем рассмотрим сильные квантованные магнитные поля, когда кулоновское взаимодействие электрона с дыркой мало по сравнению с расстоянием между уровнями поперечного квантования. В этом случае внутреннее движение электрон-дырочной пары финитно, а свободного состояния электрона и дырки, строго говоря, не существует [4]. Как показывают экспериментальные исследования по фотолюминесценции в квантовых ямах, энергия связи экситона при B > 10 Тл в InGaAs/GaAs [5], в GaAs/AlGaAs [6] пропорциональна B и, следовательно, можно использовать указанное выше приближение. Подробное обсуждение и критерии такого приближения приведены в [7]. Будем в дальнейшем считать, что электрон и дырка взаимодействуют с фононами независимо, как это делается в теории экситонов большого радиуса [8]. При возбуждении пары электрон — дырка светом импульс экситона равен импульсу электромагнитной волны и очень мал [9], поэтому экситонными зонами, возникающими в квазидвумерных полупроводниках в сильном магнитном поле [4], будем пренебрегать.

Развитая ниже теория, позволяет в ряде случаев описать полуширину кривой люминесценции для одиночных квантовых ям, последовательно исследовать частотную и температурную зависимости коэффициента поглощения света в длинноволновой области спектра.

### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

В собственном размерно-ограниченном полупроводнике гамильтониан системы электронов и дырок, взаимодействующих с фононами, в однородном магнитном поле имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V},\tag{1}$$

$$\hat{H}_{0} = \sum_{\beta} \left( \varepsilon_{\beta}^{(c)} - \xi \right) a_{\beta}^{+} a_{\beta} + \sum_{\beta} \left( \varepsilon_{\beta}^{(v)} - \xi_{1} \right) \alpha_{\beta}^{+} \alpha_{\beta} + \sum_{\mathbf{q}} \hbar \omega_{q} b_{\mathbf{q}}^{+} b_{\mathbf{q}}, \tag{2}$$

$$\hat{V} = \sum_{\mathbf{q},\beta,\beta_1} C_{\mathbf{q}}^{(c)} I_{\beta\beta_1}(\mathbf{q}) \left( b_{\mathbf{q}} + b_{-\mathbf{q}}^+ \right) a_{\beta}^+ a_{\beta_1} + \sum_{\mathbf{q},\beta,\beta_1} C_{\mathbf{q}}^{(v)} I_{\beta\beta_1}(\mathbf{q}) \left( b_{\mathbf{q}} + b_{-\mathbf{q}}^+ \right) \alpha_{\beta}^+ \alpha_{\beta_1}.$$
(3)

Здесь  $\varepsilon_{\beta}^{(c)}$  ( $\varepsilon_{\beta}^{(v)}$ ) — энергия электронов (дырок) в квантовой яме в продольном магнитном поле (см. Введение),  $\xi$  — химический потенциал электрона,  $\xi_1 = -\xi + E_g$ ,  $E_g$  ширина запрещенной зоны полупроводника;  $\hbar\omega_q$  — энергия фонона с волновым вектором **q**;  $a_{\beta}^+$ ,  $a_{\beta}$ ,  $\alpha_{\beta}^+$ ,  $\alpha_{\beta}$ ,  $b_{\mathbf{q}}^+$ ,  $b_{\mathbf{q}}$  — операторы рождения и уничтожения соответственно для электронов, дырок и фононов.  $C_{\mathbf{q}}^{(c)}$  ( $C_{\mathbf{q}}^{(v)}$ ) — коэффициентная функция, описывающая взаимодействие электрона (дырки) с колебаниями решетки,  $I_{\beta\beta_1}(\mathbf{q}) = \langle \beta | \exp(i\mathbf{qr}) | \beta_1 \rangle$  матричный элемент оператора  $\exp(i\mathbf{qr})$  на волновых функциях  $|\beta\rangle$  свободных носителей размерно-ограниченной системы в магнитном поле,  $\beta = (n, \nu, K_x)$ ,  $K_x$  — компонента волнового вектора носителя, n — номер уровня Ландау,  $\nu$  — номер размерно-квантованного уровня. При записи гамильтониана (1) не учитывались члены, связанные с оператором неадиабатичности, так как безызлучательными переходами в дальнейшем пренебрегаем [3].

Коэффициент поглощения света частоты Ω, связанный с переходом электрона из полностью дискретного состояния (1) в квазинульмерное состояние (2), согласно формуле Кубо [10] определяется соотношением

$$K(\Omega) = \frac{4\pi e^2}{V n_0 c \hbar \Omega} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}_0}{m_0} \right|^2 \sum_{\beta \beta_1} \int_{-\infty}^{\infty} dt \, \exp(i\Omega t) \langle \alpha_\beta(t) a_\beta(t) \alpha_{\beta_1}^+(t) a_{\beta_1}^+(t) \rangle, \tag{4}$$

$$\hat{A}(t) = \exp\left(\frac{it}{\hbar}\hat{H}\right)\hat{A}\exp\left(-\frac{it}{\hbar}\hat{H}\right),$$
(5)

V — объем размерно-ограниченной системы,  $n_0$  — показатель преломления, c — скорость света,  $\mathbf{P}_{cv}$  — матричный элемент оператора импульса на блоховских функциях,  $m_0$  — масса свободного электрона,  $\boldsymbol{\xi}_0$  — вектор поляризации электромагнитной волны, уголковыми скобками обозначено усреднение по гамильтониану (1).

Уравнение движения для оператора  $a_{\beta}(t)$  согласно (5) можно записать в виде

$$\dot{a}_{\beta}(t) = -\frac{i}{\hbar} \left\{ \left( \varepsilon_{\beta}^{(c)} - \xi \right) a_{\beta}(t) + \sum_{\mathbf{q},\beta_{1}} C_{\mathbf{q}}^{(c)} \langle \beta | \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) | \beta_{1} \rangle \times \left( b_{\mathbf{q}} \exp(-i\omega_{q}t) + b_{-\mathbf{q}}^{+} \exp(i\omega_{q}t) a_{\beta_{1}}(t) \right) \right\}.$$
(6)

При записи (6) пренебрегалось влиянием носителей на фононный спектр, т.е. полагалось

$$b_{\mathbf{q}}(t) \simeq b_{\mathbf{q}} \exp(-i\omega_{q}t), \quad b_{\mathbf{q}}^{+}(t) \simeq b_{\mathbf{q}}^{+} \exp(i\omega_{q}t).$$

Это приближение справедливо для невырожденных полупроводников, поскольку поправки, вносимые в спектр свободных фононов, определяются поляризационным оператором, который в нижнем порядке по электрон-фононному взаимодействию про-порционален концентрации заряженных частиц.

Для прямоугольных квантовых ям шириной *a* (магнитное поле направлено вдоль оси пространственного квантования)

$$\langle \beta | \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) | \beta_1 \rangle = i \frac{4\pi^2 \nu \nu_1(q_z a)}{(q_z a)^2 - \pi^2 (\nu + \nu_1)^2} \frac{1}{(q_z a)^2 - \pi^2 (\nu - \nu_1)^2} \left[ \frac{2^{n_1} n_1!}{2_{n_1} n!} \right]^{1/2} \times \\ \times \left[ \exp(iq_z a) (-1)^{\nu + \nu_1} - 1 \right] \left[ \exp\left\{ -\frac{1}{4} R^2 (q_x^2 + q_y^2) + iq_y (K_x + K_{x_1}) \frac{1}{2} R^2 \right\} \right] \times \\ \times \left[ \frac{R}{2} (q_x - iq_y) \right]^{n - n_1} L_{n_1}^{n - n_1} \left( \frac{R^2}{2} (q_x^2 + q_y^2) \right) \delta_{K_x - K_{x_1}, q_x} \quad (n \ge n_1).$$
(7)

Здесь  $R^2 = \hbar/m_c \omega_c$ ,  $L_{n_1}^{n-n_1}(z)$  — присоединенные полиномы Лагерра.

$$V_{n\nu}(q) = i \frac{4\pi^2 \nu^2}{(q_z a)^2 - (2\pi\nu)^2} \frac{\exp(iq_z a) - 1}{q_z a} \exp\left[-\frac{R^2}{4}(q_x^2 + q_y^2)\right] L_n\left[\frac{R^2}{2}(q_x^2 + q_y^2)\right],$$

 $\hat{P}_x = -i\hbar\partial/\partial x$  — оператор импульса,  $|K_x\rangle$  — волновая функция свободного электрона вдоль оси x.

Слагаемые с  $n \neq n_1$ ,  $\nu \neq \nu_1$  в (7), как будет показано ниже, вносят незначительный вклад в оптические многофононные процессы. Подстановка (8) в (6) приводит к следующему уравнению движения для  $a_{\beta}(t)$ :

$$\dot{a}_{\beta}(t) = -\frac{i}{\hbar} \left\{ a_{\beta}(t) \left( \varepsilon_{\beta}^{(c)} - \xi \right) + \sum_{q, K_{x_{1}}} C_{q}^{(c)} V_{n\nu}(q) \langle K_{x} | \exp(i\hat{P}) | K_{x_{1}} \rangle \times \left( b_{q} \exp(-i\omega_{q}t) + b_{-q}^{+} \exp(i\omega_{q}t) \right) a_{n\nu K_{x_{1}}}(t) \right\}.$$
(9)

Решение уравнения (9) имеет вид

$$a_{n\nu K_{x}}(t) = \sum_{K_{x_{1}}} \langle K_{x} | \exp \frac{it\hat{H}_{f}}{\hbar} \exp \left(-\frac{it\left(\hat{H}_{f} + W_{n\nu}^{(c)}\right)}{\hbar}\right) | K_{x_{1}} \rangle \times \\ \times \exp \left(-\frac{it}{\hbar} \left(\varepsilon_{n\nu K_{x}}^{(c)} - \xi\right)\right) a_{n\nu K_{x_{1}}}.$$
(10)

Здесь введены следующие обозначения:

$$\hat{H}_{f} = \sum_{q} \hbar \omega_{q} b_{q}^{+} b_{q}, \quad W_{n\nu}^{(c)} = \sum_{q} C_{q}^{(c)} V_{n\nu}(q) \exp(i\hat{P})(b_{q} + b_{-q}^{+}),$$

$$\hat{P} = q_{x}x + \frac{1}{\hbar} q_{y} R^{2} \hat{P}_{x},$$
(11)

Аналогично можно вычислить  $\alpha_{n\nu K_x}(t)$ .

Если подставить значения  $a_{n\nu K_x}$ ,  $\alpha_{n\nu K_x}$  в (4) и учесть, что для невырожденных полупроводников

$$\langle a_{\beta}^{+}a_{\beta}\rangle = n_{\beta}^{(c)} \ll 1, \quad \langle \alpha_{\beta}^{+}\alpha_{\beta}\rangle = n_{\beta}^{(v)} \ll 1,$$

то коэффициент поглощения света принимает следующий вид:

$$K(\Omega) = \frac{4\pi e^2}{V c n_0 \hbar \Omega} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}_0}{m_0} \right|^2 \sum_{n,\nu,K_x,K_{x_1} \to \infty} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp\left\{ \frac{it}{\hbar} \left( \hbar \Omega - \varepsilon_{n\nu K_x}^{(c)} - \varepsilon_{n\nu K_x}^{(v)} - E_g \right) \right\} \times \\ \times \left\langle \langle K_x | \exp\left(\frac{it}{\hbar} H_f\right) \exp\left(-\frac{it}{\hbar} \left(H_f + W_{n\nu}^{(c)}\right)\right) | K_{x_1} \rangle \times \\ \times \left\langle K_x | \exp\left(\frac{it}{\hbar} H_f\right) \exp\left(-\frac{it}{\hbar} \left(H_f + W_{n\nu}^{(v)}\right)\right) | K_{x_1} \rangle \right\rangle_{fon}.$$
(12)

В (12) усреднение  $\langle \ldots \rangle_{fon}$  проводится по системе свободных фононов, так как влиянием взаимодействия носителей с колебаниями на фононный спектр пренебрегается. Усреднение в (12) можно провести обычными методами теории многофононных переходов [1] с использованием, например, алгебры бозе-операторов [11]. В результате для коэффициента поглощения света получаем выражение

$$K(\Omega) = \frac{2e^2}{acn_0 R^2 \Omega} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}_0}{m_0} \right|^2 \sum_{n,\nu} \int_{-\infty}^{\infty} dt \, \exp\left(it\Omega - \frac{it}{\hbar} \varepsilon_{n\nu}\right) \exp\left(-g_{n\nu}(t)\right). \tag{13}$$

Здесь

$$g_{n\nu}(t) = \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{(\hbar\omega_q)^2} \left( |C_{\mathbf{q}}^{(c)}|^2 + |C_{\mathbf{q}}^{(v)}|^2 \right) |V_{n\nu}(q)|^2 \times \\ \times \left\{ it\omega_q + (2N_q + 1) - (2N_q + 1)\cos(\omega_q t) - i\sin(\omega_q t) \right\},$$
(14)  
$$\varepsilon_{n\nu} = \hbar\omega_c^* \left( n + \frac{1}{2} \right) + \varepsilon_0^* \nu^2 + E_g, \quad \hbar\omega_c^* = \frac{\hbar eH}{\mu_c}, \quad \varepsilon_0^* = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2a^2 \mu}, \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_r},$$

 $N_q = [\exp(\hbar\omega_q/k_0T) - 1]^{-1}$  — функция распределения равновесных фононов при температуре *T*.

Как непосредственно следует из (14), усреднение по системе свободных фононов для электронов и дырок проводится фактически независимо. Слагаемые типа  $\sum_{\mathbf{q}} C_{\mathbf{q}}^{(v)} C_{\mathbf{q}}^{(c)} |V_{n\nu}(q)|^2$  дают в коэффициент поглощения света экстенсивно малые поправки (~  $1/L_x$ ).

Спектральная интенсивность излучения простым образом связана с вероятностью перехода в единицу времени [12] и определяется соотношением

$$\Phi(\Omega) = \frac{2\Omega^2 e^2 n_0}{\pi \hbar V c^3} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}_0}{m_0} \right|^2 \sum_{\beta \beta'} \int_{-\infty}^{\infty} dt \, \exp(-it\Omega) \langle a_{\beta}^+(t) a_{\beta'}^+(t) a_{\beta'} \alpha_{\beta'} \rangle. \tag{15}$$

Расчет среднего в (15) проводится так же, как и для коэффициента поглощения света. В результате получаем

$$\Phi(\Omega) = \frac{\Omega^2 e^2 n_0}{a \pi^2 c^3 \hbar R^2} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}_0}{m_0} \right|^2 \sum_{n\nu} n_{n\nu}^{(c)} n_{n\nu}^{(v)} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dt \, \exp(-it\Omega) \exp\left(\frac{it}{\hbar} \varepsilon_{n\nu}\right) \exp\left(-g_{n\nu}(t)\right), \tag{16}$$

 $n_{n\nu}^{(c)} = \langle a_{\beta}^{+} a_{\beta} \rangle, \ n_{n\nu}^{(v)} = \langle \alpha_{\beta}^{+} \alpha_{\beta} \rangle$  — функции распределения соответственно для электронов и дырок. Для прямоугольных квантовых ям в пренебрежении поляронным эффектом

$$n_{n\nu}^{(c)} = \frac{n_e \operatorname{sh}(\hbar\omega_c/2k_0T)a2\pi R^2}{\sum_{\nu} \exp(-\varepsilon_0\nu^2/k_0T)} \exp\left\{-\frac{1}{k_0T}\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c+\varepsilon_0\nu^2\right]\right\},\tag{17}$$

 $n_e$  — концентрация электронов. Аналогичное выражение можно записать для  $n_{uv}^{(v)}$ .

#### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Соотношения (13), (16) описывают процессы поглощения и излучения электромагнитной волны в собственных размерно-ограниченных системах в продольном магнитном поле с учетом многих фононов. При взаимодействии носителей с оптическими колебаниями частоты  $\omega_0$  (малой дисперсией пренебрегаем) (14) можно представить в виде

$$g_{n\nu}(t) = a_{n\nu} \left\{ it\omega_0 + (2N+1)\cos(\omega_0 t - \varphi) \right\}.$$
 (18)

Здесь

$$a_{n\nu} = \sum_{\mathbf{q}} \left[ |C_{\mathbf{q}}^{(c)}|^2 + |C_{\mathbf{q}}^{(v)}|^2 \right] \frac{|V_{n\nu}(q)|^2}{(\hbar\omega_0)^2}, \quad \text{tg}\,\varphi = \frac{i}{2N+1}, \quad N = \frac{1}{\exp(\hbar\omega_0/k_0T) - 1}. \tag{19}$$

Рассмотрим область таких температур ( $3\varepsilon_0^*/k_0T > 1$ ,  $\hbar\omega_c/k_0T > 1$ ), когда электроны находятся в нижнем полностью дискретном состоянии (2) ( $n = 0, \nu = 1$ ). Если вос-пользоваться соотношением [13]

$$\exp(z\cos\varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} I_m(z)\exp(im\varphi)$$

 $(I_m(z) - модифицированные функции Бесселя), то спектральная интенсивность излучения может быть записана следующим образом:$ 

$$\Phi(\Omega) = \frac{2\pi e^2 n_0 a R^2 \Omega^2}{c^3} n_e n_h \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}_0}{m_0} \right|^2 \exp\left[ -a_{01} (2N+1) \right] \times \\ \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} I_m(z) \left[ \frac{1+N}{N} \right]^{m/2} \delta\left\{ \hbar \Omega - \tilde{\varepsilon}_g + m \hbar \omega_0 \right\},$$
(20)

$$z = 2a_0\sqrt{N(N+1)}, \quad \tilde{\varepsilon}_g = E_g + \frac{1}{2}\hbar\omega_c^* + \varepsilon_0^* - \hbar\omega_0a_{01},$$

 $n_h$  — концентрация дырок.

Как непосредственно следует из (20), при z < 1 частотная зависимость люминесценции определяется узкой  $\delta$ -образной кривой (m = 0) и фононными сателлитами ( $m \neq 0$ ), отстоящими друг от друга на расстояние  $\hbar\omega_0$ . При учете нестационарности электронных состояний линии люминесценции описываются лоренцевской кривой. Полуширина линий излучения, определяемая неупругим рассеянием на акустических колебаниях (однофононные переходы между уровнями Ландау), имеет вид

$$\gamma = \frac{(2\pi)^3 k_0 T E_c^2 m_c}{\rho w^2 \hbar^2 a} \left(\frac{w}{a\omega_c}\right)^5.$$
 (21)

Здесь  $\rho$  — плотность полупроводниковой квантовой ямы,  $E_c$  — константа деформационного потенциала для электрона, w — скорость звука. Для типичных параметров квантовой ямы GaAs/AlGaAs ( $\rho$  = 5.4 г/см<sup>3</sup>, w = 2 · 10<sup>5</sup> см/с,  $E_c$  = 9 эВ) при T = 100 K a = 50 Å,  $\hbar\omega_c$  = 10<sup>-2</sup> эВ имеем полуширину  $\gamma \sim 6 \cdot 10^{-4}$  мэВ. Однако в сильных

магнитных полях полуширина  $\Delta$  линии фотолюминесценции, как показывают экспериментальные исследования, достигает нескольких мэВ и ее форма аппроксимируется гауссовой кривой [6]. Например, в квазидвумерных системах InGaAs/GaAs  $\Delta = 5$  мэВ (B < 11.8 Тл [5], InP/In<sub>0.53</sub>Ga<sub>0.47</sub>As  $\Delta \leq 8$  мэВ (B = 4 Тл) [14], InAs/InAs<sub>0.09</sub>Sb<sub>0.91</sub>  $\Delta \leq 7$  мэВ (B = 7.6 Тл) [15], GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As  $\Delta \approx 3$  мэВ (B = 9 Тл) [16].

При квазиклассическом описании колебаний кристаллической решетки  $g_{n\nu}(t)$  можно разложить по аргументу до членов ~  $t^2$  включительно:

$$g_{n\nu}(t) \approx \frac{B_{n\nu}t^2}{2}, \quad B_{n\nu} = \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{\hbar^2} \left[ (C_{\mathbf{q}}^{(c)})^2 + (C_{\mathbf{q}}^{(v)})^2 \right] |V_{n\nu}(q)|^2 (2N_q + 1).$$
 (22)

Подстановка (22) в (16) ( $n = 0, \nu = 1$ ) приводит к следующему выражению для спектральной интенсивности излучения:

$$\Phi(\Omega) = \frac{n_0 e^2 a R^2 \Omega^2}{c^3} n_e n_h \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}_0}{m_0} \right| \sqrt{\frac{2\pi}{\Delta}} \exp\left\{ -\frac{(\hbar\Omega - E_g - \hbar\omega_c^*/2 - \varepsilon_0^*)^2}{2\Delta} \right\}, \quad (23)$$
$$\Delta = \hbar^2 B_{01}.$$

Согласно (23) частотная зависимость  $\Phi(\Omega)$  описывается гауссовской кривой в максимуме,  $\hbar\Omega_m = E_q + \hbar\omega_c^*/2 + \varepsilon_0^*$ , и с полушириной

$$\delta\Omega = 2\sqrt{2\Delta\ln 2}\,.\tag{24}$$

Если частотная зависимость фотолюминесценции близка к гауссовской кривой, то положение максимума и полуширину можно вычислить, используя метод моментов [17], который, в частности, позволяет сформулировать критерий квазиклассического приближения.

При взаимодействии носителей с длинноволновыми акустическими колебаниями  $(\omega_q = wq)$  при  $N_q \simeq k_0 T/\hbar\omega_q$  полуширина линии излучения согласно (24), (22) определяется соотношением

$$\delta\Omega = 2\sqrt{k_0 T a_0 \ln 2}, \quad a_0 = \frac{3(E_c^2 + E_v^2)}{\pi \rho w^2 R^2 a}, \tag{25}$$

E<sub>v</sub> — константа деформационного потенциала для дырок.

Заметим, что «высокотемпературное» приближение при расчете (25) выполняется при  $k_0 T \gg \hbar w / R \sqrt{6}$  (при  $\hbar \omega_c \simeq 10^{-2}$  эВ,  $T \gg 0.5$  K).

Для типичных параметров квантовых ям GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As ( $E_v = 7$  эВ) при a = 50 Å, T = 10 K, B = 10 Тл имеем  $\delta\Omega \simeq 2$  мэВ, что по порядку величины соответствует экспериментальным исследованиям [16]. При взаимодействии носителей с оптическими бездисперсионными колебаниями частоты  $\omega_0$  параметр тепловыделения  $a_{01}$  согласно (19) определяется соотношением

$$a_{10} = \tilde{a}_0 I(\bar{\xi}_0),$$
 (26)

$$\begin{split} \tilde{a}_{0} &= \frac{e^{2}c_{0}}{a\hbar\omega_{0}}, \quad I(\tilde{\xi}) = \int_{0}^{\infty} d\tau \, \exp(-\tau) \left\{ \frac{1}{2\left(\tau + \tilde{\xi}4\pi^{2}\right)} + \frac{1}{\tau} - \frac{\left(\tilde{\xi}4\pi^{2}\right)^{2}}{\tau\left(\tau + 4\pi^{2}\tilde{\xi}\right)^{2}} \right. \times \\ & \times \sqrt{\frac{\tilde{\xi}}{\tau}} \left[ 1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{\tau}{\tilde{\xi}}}\right) \right] \right\}, \quad \tilde{\xi} = \left(\frac{R}{a}\right)^{2}, \quad c_{0} = \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_{0}} - \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_{\infty}}, \end{split}$$

 $\tilde{\varepsilon}_0, \varepsilon_\infty$  — значения соответственно низкочастотных и высокочастотных диэлектрических постоянных.

На рисунке приведена зависимость  $a_{10}/\tilde{a}_0$  от  $\tilde{\xi}$ .

Параметр z, входящий в аргумент функции Бесселя в соотношении (20), определяет интенсивность бесфононной линии собственной люминесценции (m = 0), а также фононных сателлитов ( $m \neq 0$ ). При высоких температурах  $T \approx 190$  K (N = 1),  $\tilde{\xi} = 1$ ,  $\hbar\omega_0 = 20$  мэВ, a = 50 Å параметр z для различных квантовых ям меняется в достаточно широких пределах. Параметр z = 0.3 для квантовых ям GaAs/AlGaAs, z = 0.34 для InP/InPAs, z = 1.8 для GaN/AlGaN. Следовательно, в квазидвумерных системах с z < 1 должны наблюдаться линии люминесценции, отстоящие друг от друга на расстояние  $\hbar\omega_0$ , полуширина которых, если учесть взаимодействие носителей с акустическими колебаниями, определяется (25), а форма линии описывается гауссовской кривой. Если выполняется критерий «сильного тепловыделения» [17],  $a_{01}$  th( $\hbar\omega_0/2k_0T$ )  $\gg 1$  (z > 1), то линия люминесценции описывается гауссовской кривой с полушириной

$$\delta\Omega = 2\hbar\omega_0 \sqrt{2a_{01} \operatorname{th}(\hbar\omega_0/2k_0T) \ln 2}.$$
(27)

Например, для квантовой ямы GaN/AlGaN при высоких температурах (T = 200 K),  $\tilde{\xi} = 1, \hbar\omega_0 = 0.05$  эВ имеем  $\delta\Omega = 100$  мэВ.

Коэффициент поглощения света, определяемый соотношением (13), с учетом взаимодействия носителей с оптическими фононами можно представить в виде

$$K(\Omega) = K_0 \sum_{n,\nu,p} I_p(z) \left(\frac{N}{N+1}\right)^{p/2} \exp\left[-a_{n\nu}(2N+1)\right] \delta\left\{\hbar\Omega - \varepsilon_{n\nu} + a_{n\nu}\hbar\omega_0 + p\hbar\omega_0\right\},$$
(28)

$$K_0 = \frac{4\pi e^2}{a n_0 c \Omega R^2} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}_0}{m_0} \right|^2.$$

Если учесть взаимодействие носителей с длинноволновыми акустическими колебаниями, то  $K(\Omega)$  описывается системой эквидистантных гауссовских кривых, положение



Зависимость нормированного параметра тепловыделения I от  $\tilde{\xi}$ 

максимумов которых соответствует частотам  $\Omega = \Omega_0 - p\omega_0$ :

$$K(\Omega) = K_0 \sqrt{\frac{1}{2\pi\Delta}} \sum_p \left(\frac{N}{N+1}\right)^{p/2} I_p(z) \exp\left\{-\frac{(\hbar\Omega - \hbar\Omega_0 + p\hbar\omega_0)^2}{2\Delta}\right\}.$$
 (29)

Здесь  $\hbar\Omega_0 = E_g + \hbar\omega_c^*/2 + \varepsilon_0^* - \hbar\omega_0 a_{01}$ .

 $\sigma$ 

Исследуем поведение  $K(\Omega)$  при  $p = (\Omega_0 - \Omega)/\omega_0 \gg 1$ , т. е. в длинноволновой области поглощения. Следуя работе [18], можно показать, что при фиксированном значении p коэффициент поглощения света определяется соотношением

$$K(\Omega) \simeq K_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}} \exp\left\{-\frac{\hbar(\Omega - \Omega_0)}{k_0 T}\sigma\right\},$$

$$= 1 + \ln\left(\frac{\Omega - \Omega_0}{e_0 \omega_0 a_{01}(N+1)}\right), \quad e_0 = 2.7182.$$
(30)

Следовательно, в длинноволновой области  $K(\Omega)$  описывается правилом Урбаха. Параметр  $\sigma$  с ростом ширины квантовой ямы увеличивается и слабо зависит от напряженности магнитного поля (при  $\tilde{\xi} > 1$ ) и частоты поглощаемого света. Например, для квантовой ямы GaN/AlGaN при T = 190 K, p = 5 имеем  $\sigma = 1.87$ . Как показано в [18], соотношение (30) имеет место как при z > 1, так и при  $z \ll 1$ , т.е. в области низких температур.

При расчете оптических многофононных процессов использовалось диагональное приближение по квантовым числам n,  $\nu$  (см. соотношение (8)). Именно это приближение позволило провести усреднение по фононной подсистеме точно. Если  $n \neq n_1$ ,  $\nu \neq \nu_1$ , то усреднение в (12) можно провести приближенно, воспользовавшись кумулянтным разложением [19], и ограничиться второй кумулянтой. Это приближение в теории магнитооптических эффектов, как показывают исследования [20], соответствует на языке диаграммной техники Константинова и Переля суммированию графиков без пересечения фононных линий [21] и обычному расшеплению цепочки для функций Грина [22]. Как показывают расчеты, вклад слагаемых  $n \neq n_1$ ,  $\nu \neq \nu_1$  в параметр тепловыделения (19) как для оптических, так и для акустических колебаний при  $\tilde{\xi} > 1$  составляет менее 10%. Следовательно, диагональное приближение оказывается вполне разумным в области больших магнитных полей для исследования эффектов электронно-колебательного взаимодействия в оптических спектрах в размерно-ограниченных системах.

## Литература

- 1. Ю. Е. Перлин, УФН 80, 553 (1963).
- 2. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ 51, 1492 (1966).
- 3. В. А. Коварский, Многоквантовые переходы, Изд. Штиинца, Кишинев (1974).
- 4. И. В. Лернер, Ю. Е. Лозовик, ЖЭТФ 78, 1167 (1980).
- 5. H. Q. Hou, W. Staguhn, N. Miura, Y. Segawa, S. Takeyama, Y. Aoyagi, and J. M. Zhou, Sol. State Commun. 74, 687 (1990).
- 6. L. V. Butov, A. Zrenner, M. Shayegan et al., Phys. Rev. B 49, 14054 (1994).

- 7. W. Edelstem, H. N. Spector, and R. Marasas, Phys. Rev. B 39, 7697 (1989).
- 8. Р. Нокс, Теория экситонов, Мир, Москва (1966).
- 9. R. J. Elliot and R. London, J. Phys. Chem. Solids 15, 196 (1960).
- R. Kubo, J. Phys. Soc. Jap. 12, 570 (1957) (в сб.: Термодинамика необратимых процессов, ИЛЛ, Москва (1962), с. 345).
- 11. У. Люиселл, Излучение и шумы в квантовой электронике, Наука, Москва (1972).
- 12. А. П. Леванюк, В. В. Осипов, УФН 133, 427 (1981).
- И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Наука, Москва (1971).
- 14. Q. X. Zhao, P. O. Holtz, B. Monemar et al., Phys. Rev. B 47, 11890 (1993).
- 15. S. R. Kurtz and R. M. Biefeld, Appl. Phys. Lett. 66, 364 (1995).
- 16. H. Buhman, W. Joss, K. v. Klitzing et al., Phys. Rev. Lett. 66, 926 (1991).
- 17. Ю. Е. Перлин, Б. С. Цукерблат, Эффекты электронно-колебательного взаимодействия в оптических спектрах примесных парамагнитных ионов, Изд. Штиинца, Кишинев (1974).
- 18. А. С. Давыдов, А. Ф. Лубченко, ДАН СССР 179, 1301 (1968).
- 19. R. Kubo, J. Phys. Soc. Jap. 17, 1100 (1962).
- 20. Э. П. Синявский, Кинетические эффекты в электрон-фононных системах в поле лазерного излучения, Изд. Штиинца, Кишинсв (1976).
- 21. Л. И. Коровин, Е. В. Харитонов, ФТТ 7, 2162 (1965).
- 22. G. Giobanu and L. Banyani, Phys. Stat. Sol. 3, 2299 (1963).