ЖЭТФ, 1999, том 116, вып. 4(10), стр. 1419–1439 ©1999

КОМБИНИРОВАННЫЕ ПОЛЯРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В МАГНИТООПТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТАХ В КВАНТОВОЙ ЯМЕ

Л. И. Коровин, И. Г. Ланг

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук 194021, Санкт-Петербург, Россия

*С. Т. Павлов**

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук 117924, Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 ноября 1998 г.

Рассмотрены комбинированные поляронные состояния в прямоугольной квантовой яме в сильном магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости ямы. Эти состояния обусловлены взаимодействием при низких температурах двух дискретных электронных уровней с разными квантовыми числами Ландау (n и n_1) и разными квантовыми числами размерного квантования (m и m_1) с плененным LO-фононом в условиях, когда разность энергий электронных уровней равна или близка к энергии плененного LO-фонона. Выражение для резонансного магнитного поля H_{res}, при котором образуется комбинированный полярон, содержит разность энергий уровней размерного квантования и, тем самым, зависит от параметров квантовой ямы. Вычислены расстояние между ветвями энергетического спектра комбинированного полярона ΔE_{res} и величина H_{res} как функции ширины квантовой ямы d. Показано, что поле H_{res} может быть сильно уменьшено по сравнению с H_{res} для случая $m = m_1$. Рассмотрен случай размерного квантования, когда $n = n_1$. Величина ΔE_{res} составляет приблизительно $(1 \div 5) \cdot 10^{-3}$ эВ. Исследовано затухание ветвей энергетического спектра комбинированного полярона, которое связано с ангармонизмом LO-фонона. Рассмотрено межзонное поглощение и отражение света квантовой ямой при произвольном соотношении между радиационным и «фононным» временем жизни комбинированного полярона.

PACS: 71.38.+i; 78.20.Ls

1. ВВЕДЕНИЕ

В сильном магнитном поле поляронный сдвиг, обусловленный слабым взаимодействием электрона с LO-фононом, определяется по теории возмущений. Однако, если выполняется резонансное условие

$$\omega_{L1} = j\Omega_e, \quad j = 1, 2, 3, \ldots \tag{1}$$

(ω_{L1} — предельная частота LO-фонона, Ω_e — циклотронная частота), возникает резонансная связь между уровнями Ландау: электрон на верхнем уровне Ландау n испускает LO-фонон в реальном переходе и переходит на нижний уровень с квантовым числом

*E-mail: pavlov@sci.lpi.ac.ru

$n-j$. Оказавшись на уровне $n-j$, электрон может поглотить испущенный ранее фонон и перейти на исходный уровень, затем вновь испустить LO-фонон и т. д. Все эти процессы вносят существенный вклад в формирование поляронного состояния в случае выполнения условия (1), и их следует учитывать. Спектр невозмущенной электрон-фононной системы состоит из двух уровней (электрон на уровне Ландау n и электрон на уровне $n-j=n_1$ плюс LO-фонон), которые как функции частоты Ω_e пересекаются в точке $\Omega_e=\omega_{L1}/j$. Переход от невозмущенной электрон-фононной системы к поляронному состоянию при выполнении резонансного условия (1) означает суммирование членов ряда теории возмущений по константе электрон-фононной связи, соответствующих процессам многократного испускания и поглощения LO-фонона. В результате такого суммирования вырождение в точке $\Omega_e=\omega_{L1}/j$ снимается, и энергетический спектр полярона представляется в виде двух непересекающихся друг с другом ветвей, расстояние между которыми в точке $\Omega_e=\omega_{L1}/j$ определяется константой электрон-фононной связи. Такое поляронное состояние впервые было обнаружено в массивном InSb в межзонном магнитооптическом поглощении [1].

Образование поляронных состояний в сильном магнитном поле имеет место как в трехмерных ($3D$), так и в квазидвумерных ($2D$) системах. К квазидвумерным системам относятся квантовые ямы и инверсионные слои в структурах металл—диэлектрик—полупроводник. Как в $3D$-, так и в $2D$-системах поляронные состояния играют важную роль в формировании частотной зависимости магнитооптических эффектов, таких как межзонное поглощение света (см., например, обзоры [2–4]). Различие между системами заключается в спектре электрона и дырки: в $3D$-случае это — одномерные зоны Ландау, в $2D$ — дискретные уровни. Это различие приводит к разной величине расщепления энергетического спектра полярона в точке $\Omega_e=\omega_{L1}/j$, возрастая с понижением размерности системы: в $3D$-случае она пропорциональна $\alpha^{2/3}$ [5], в $2D$-случае — $\alpha^{1/2}$ [6–14], где $\alpha \ll 1$ — безразмерная константа Фрёлиха связи электронов или дырок с LO-фононами.

В квантовой яме, которая в дальнейшем рассматривается в качестве примера квазидвумерной системы, описанное выше поляронное состояние получило название двойного магнитополярона (по числу пересекающихся уровней невозмущенной электрон-фононной системы). Возможны и более сложные поляронные состояния: тройной магнитополярон, четверной и т. д. [14–17]. Все эти состояния относятся к одному и тому же уровню размерного квантования с квантовым числом m. Поэтому резонансное условие (1) не зависит от положения уровня размерного квантования и, следовательно, от ширины квантовой ямы.

Однако уровни энергии электрона и дырки в квантовой яме зависят от двух дискретных чисел: квантового числа Ландау n и числа размерного квантования m. Поэтому наряду с условием (1) в такой системе дискретных уровней возможно выполнение резонансного условия другого типа, а именно, когда электрон-фононное взаимодействие связывает два уровня энергии электрона (или дырки) с разными n и разными m. В этом случае ширина квантовой ямы d (и, соответственно, разность уровней размерного квантования) определяет резонансное значение магнитного поля. Исследованию таких комбинированных поляронных состояний и их роли в формировании частотной зависимости магнитооптических эффектов посвящена настоящая статья.

2. РЕЗОНАНСНОЕ УСЛОВИЕ ДЛЯ КОМБИНИРОВАННЫХ ПОЛЯРОНОВ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

Рассматривается прямоугольная квантовая яма типа I с шириной запрещенной зоны E_g, барьерами ΔE_e и ΔE_h для электронов и дырок соответственно. Магнитное поле **H** направлено перпендикулярно плоскости ямы (вдоль оси z), вектор-потенциал $\mathbf{A}_0$ выбирается в калибровке Ландау:

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_0(-yH, 0, 0). \tag{2}$$

Энергия электрона $E^e_{m,n}$ и энергия дырки $E^h_{m,n}$, отсчитанная от дна квантовой ямы для электрона, имеют вид

$$E^e_{m,n} = \varepsilon^e_m + (n + 1/2)\hbar\Omega_e, \quad E^h_{m,n} = E_g + \varepsilon^h_m + (n + 1/2)\hbar\Omega_h, \tag{3}$$

$$\Omega_{e(h)} = \frac{|e|H}{m_{c(v)}c}, \tag{4}$$

где e — заряд электрона, c — скорость света в вакууме, $m_{c(v)}$ — эффективная масса электрона (дырки), $\varepsilon^{e(h)}_m = \hbar\omega^{e(h)}_m$ — энергия размерного квантования в яме электрона (дырки).

Резонансное условие для комбинированного магнитополярона есть условие совпадения двух уровней электрон-фононной системы: электрона на уровне $E^e_{m,n}$ и электрона на уровне $E^e_{m_1,n_1}$ плюс LO-фонон. Считается, что резонансное взаимодействие с фононом имеет место для электрона, а дырка резонансным образом с LO-фононом взаимодействовать не может из-за различия электронной и дырочной эффективных масс. Условие совпадения двух уровней электрон-фононной системы, относящихся к разным квантовым числам m и n, имеет вид

$$E^e_{m,n} = E^e_{m_1,n_1} + \hbar\omega_{L1}. \tag{5}$$

Подставляя в (5) выражение для $E^e_{m,n}$ из формулы (3), получим выражение для резонансной циклотронной частоты в случае комбинированного магнитополярона:

$$\Omega^{res}_e = \frac{\omega_{L1} - (\omega^e_m - \omega^e_{m_1})}{n - n_1}. \tag{6}$$

Квантовые числа m и n относятся к чисто электронному уровню электрон-фононной системы, m_1 и n_1 — к электронному уровню с добавленным одним LO-фононом.

Уровни энергии в прямоугольной квантовой яме конечной глубины определяются, как известно, уравнениями

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} t &= \frac{t}{\sqrt{\beta_e^2 - t^2}}, \qquad m = 1, 3, 5, \ldots, \\ \operatorname{tg} t &= -\frac{t}{\sqrt{\beta_e^2 - t^2}}, \qquad m = 2, 4, 6, \ldots, \end{aligned} \tag{7}$$

где

$$t = \frac{k_m d}{2}, \quad \beta_e = \frac{Q_e d}{2}, \quad Q_e = \sqrt{\frac{2m_c \Delta E_e}{\hbar^2}}, \quad k_m = \sqrt{\frac{2m_c \varepsilon_m^e}{\hbar^2}}, \tag{8}$$

ΔE_e — высота барьера в квантовой яме для электрона. В приближении $\Delta E_e \to \infty$ (бесконечно глубокая яма) $k_m d \to m\pi$. Из определения (6) видно, что имеются три варианта соотношения между числами m, m_1 и n, n_1. Во-первых, это $m > m_1$ и $n > n_1$; во-вторых, $m > m_1$ и $n < n_1$, и, наконец, $m < m_1$ и $n > n_1$. Вариант $m < m_1$ и $n < n_1$ отпадает, так как приводит к отрицательным Ω_e^{res}. Рассмотрим три варианта подробнее.

Первый вариант требует выполнения условия

$$\hbar\omega_{L1} \geq \varepsilon_m^e(d) - \varepsilon_{m_1}^e(d). \tag{9}$$

Предположим, что равенство в условии (9) выполняется при $d = d_{min}(m) > d'_{min}(m)$, где

$$d'_{min}(m) = (m-1)\pi\sqrt{\hbar^2/2m_c\Delta E_e} \tag{10}$$

— значение d, при котором верхний уровень m выходит из квантовой ямы. Оно определяется из уравнений (7). Поскольку разность $\varepsilon_m^e(d) - \varepsilon_{m_1}^e(d)$ с увеличением ширины ямы d монотонно убывает от значения $\Delta E_e - \varepsilon_{m_1}^e(d'_{min}(m))$ до нуля, неравенство (9) выполняется в интервале

$$\infty > d > d_{min}(m). \tag{11}$$

Если окажется, что $\hbar\omega_{L1} > \Delta E_e - \varepsilon_{m_1}^e(d'_{min}(m))$ (мелкая яма), то условие (9) выполняется и при $d < d_{min}(m)$, т. е. во всем интервале d существования верхнего уровня в яме.

Во втором варианте должно выполняться условие

$$\hbar\omega_{L1} \leq \varepsilon_m^e(d) - \varepsilon_{m_1}^e(d), \tag{12}$$

которое справедливо в интервале

$$d'_{min}(m) < d < d_{min}(m), \tag{13}$$

так как для $d > d_{min}(m)$ исчезает полярон второго варианта, а для $d < d'_{min}(m)$ уровень m выходит из ямы. Заметим, что первый и второй варианты нельзя объединить в один, так как в них пересекаются разные уровни электрон-фононной системы.

Для третьего варианта правая часть равенства (6) положительна, поэтому он реализуется в интервале $\infty > d \geq d'_{min}(m_1)$. На рис. 1 показаны уровни энергии невозмущенной электрон-фононной системы как функции циклотронной частоты Ω_e для двух нижних уровней размерного квантования и двух уровней Ландау, соответствующих квантовым числам $n = 0$ и $n = 1$. Сплошными линиями показаны уровни, относящиеся к $m = 1$, штриховыми — к $m = 2$. Точкам пересечения соответствуют различные магнитополяронные состояния как в условиях резонансной связи между уровнями, так и в случае ее отсутствия. Черными кружками (A и A') обозначены обычные двойные магнитополяроны, в которых пересекаются два уровня электрон-фононной системы, относящиеся к одному и тому же уровню размерного квантования [14, 15, 18]. Комбинированные магнитополяроны обозначены светлыми [14, 15, 18] кружками. Они соответствуют различным вариантам соотношения между числами m, m_1 и n, n_1. Цифрами

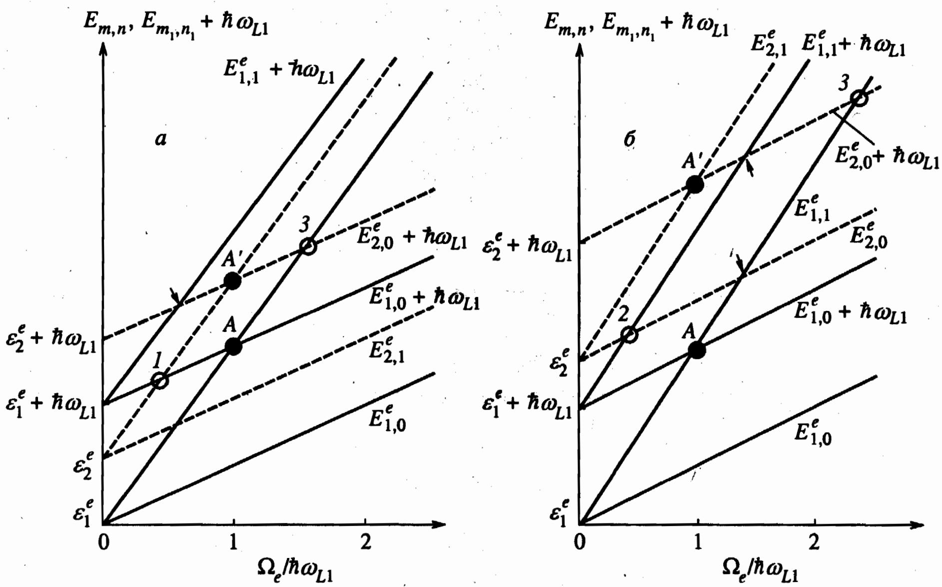

Рис. 1. Уровни энергии невозмущенной электрон-фононной системы в квантовой яме как функции циклотронной частоты электрона Ω_e; ω_{L1} — предельная частота продольного плененного фонона. Сплошные линии относятся к квантовому числу $m = 1$, штриховые — к $m = 2$; A и A' — простые поляроны; *1, 2, 3* (светлые кружки) — комбинированные поляроны. Стрелками обозначены ослабленные поляроны. *а* — $\hbar\omega_{L1} > \varepsilon^e_2 - \varepsilon^e_1$; *б* — $\hbar\omega_{L1} < \varepsilon^e_2 - \varepsilon^e_1$; n — квантовое число Ландау

1, 2 и *3* обозначены, соответственно, комбинированные магнитополяроны первого, второго и третьего вариантов. На рис. 1 видно, что в первом варианте пересекаются уровни $E^e_{2,1}$ и $E^e_{1,0} + \hbar\omega_{L1}$ (рис. 1*а*), а во втором варианте (рис. 1*б*) — уровни $E^e_{2,0}$ и $E^e_{1,1} + \hbar\omega_{L1}$.

Условия (5) и (6) радикально отличаются от условия (1) для двойного магнитополярона, в котором резонансное значение магнитного поля не зависит от параметров квантовой ямы. В случае комбинированного магнитополярона величина Ω^{res}_e зависит от ширины и глубины ямы, иными словами, для каждой конкретной квантовой ямы имеется свое резонансное магнитное поле. На рис. 1 присутствуют обозначенные стрелками пересечения уровней электрон-фононной системы с одинаковым числом фононов N. Эти поляронные состояния аналогичны введенным в [18] ослабленным поляронам, когда разность числа фононов ΔN, относящихся к двум уровням электрон-фононной системы, не равна единице. В этом случае резонансные переходы между уровнями с испусканием одного фонона невозможны. Для вычисления величины расщепления здесь следует учесть переходы через виртуальное состояние. Тогда вырождение в точке пересечения уровней снимается, однако расстояние между расщепившимися уровнями энергии будет более высокого порядка по α, чем $\alpha^{1/2}$. Ниже ослабленные поляроны не рассматриваются.

В заключение раздела рассмотрим случай резонансной связи между уровнями электрон-фононной системы, которая осуществляется при любом значении магнитного поля. Для этого требуется выполнение условия

$$\hbar\omega_{L1} = \varepsilon^e_m - \varepsilon^e_{m_1}. \qquad (14)$$

В этом случае осуществляется резонансная связь между двумя уровнями размерного квантования, у которых совпадают числа Ландау, т. е. $n = n_1$. Условие (6) выполняется в широком интервале изменения параметров квантовой ямы, так как отступление разности уровней размерного квантования от величины $\hbar\omega_{L1}$ компенсируется магнитным полем. Условие же (14) может быть выполнено только при определенных параметрах ямы, а магнитное поле требуется только для формирования уровней Ландау и может быть выбрано сравнительно небольшим.

3. СПЕКТР КОМБИНИРОВАННОГО МАГНИТОПОЛЯРОНА

Энергетический спектр комбинированного магнитополярона определяется, как известно, полюсами одночастичной функции Грина электрона. Соответствующее уравнение имеет вид

$$\varepsilon - E^e_{m,n} - \Sigma(m, n, \varepsilon) = 0, \tag{15}$$

где $E^e_{m,n}$ приведено в (3), а $\Sigma(m, n, \varepsilon)$ — массовый оператор. В одиночной квантовой яме для систем AlAs/GaAs/AlAs и AlSb/InSb/AlSb, начиная с ширины ямы $d > 200$ Å, достаточно учесть только плененные (confined) фононы, так как взаимодействием с присутствующими в образце интерфейсными фононами и фононами полупространства можно пренебречь [8, 18]. Гамильтониан взаимодействия электрона с плененными фононами для квантовой ямы, расположенной в интервале $0 \le z \le d$, согласно [19], имеет вид

$$\begin{aligned}
H_c &= \sum_{\mathbf{q}} \left[\sum_{p=1,3,\ldots} C_{\mathbf{q},p} \cos\left[\frac{p\pi}{d}\left(z - \frac{d}{2}\right)\right] (a_{\mathbf{q},p} + a^+_{-\mathbf{q},p}) + \right. \\
&\left. + \sum_{p=2,4,\ldots} C_{\mathbf{q},p} \sin\left[\frac{p\pi}{d}\left(z - \frac{d}{2}\right)\right] (a_{\mathbf{q},p} + a^+_{-\mathbf{q},p}) \right] e^{i\mathbf{qr}}, \quad 0 \le z \le d, \\
H_c &= 0, \quad z < 0, \\
H_c &= 0, \quad z > d.
\end{aligned} \tag{16}$$

Величина $C_{\mathbf{q},p}$ имеет вид

$$C_{\mathbf{q},p} = -\hbar\omega_{L1} \frac{\sqrt{8\pi\alpha l^3/S_0 d}}{l\sqrt{q^2 + (p\pi/d)^2}}, \tag{17}$$

где безразмерная константа взаимодействия электрона с плененными фононами определяется как

$$\alpha = \frac{e^2}{2l\hbar\omega_{L1}}(\varepsilon^{-1}_{\infty 1} - \varepsilon^{-1}_{01}), \qquad l = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_c\omega_{L1}}}, \tag{18}$$

ω_{L1} — частота плененного фонона, дисперсия которого не учитывается, $\varepsilon_{01}(\varepsilon_{\infty 1})$ — статическая (высокочастотная) диэлектрическая проницаемость вещества квантовой ямы, $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y)$; $\mathbf{q} = \mathbf{q}(q_x, q_y)$ — соответственно двумерные радиус-вектор электрона и волновой вектор фонона, $a^+_{\mathbf{q},p}(a_{\mathbf{q},p})$ — оператор рождения (уничтожения) плененного фонона с волновым вектором $\mathbf{q}$ и квантовым числом p, которое является аналогом проекции q_z в $3D$-случае, S_0 — нормировочная площадь.

Если пересекаются два уровня электрон-фононной системы, то в массовом операторе достаточно учесть простейший график (две вершины, соединенные электронной и фононной линиями). Графики с бо́льшим числом вершин малы по константе связи α, которая считается малой величиной. Используя стандартные правила, для массового оператора получим выражение

$$\Sigma(m,n,\varepsilon) = \sum_{m_1,n_1}\sum_{\mathbf{q},p} \frac{|\Phi_p(m,m_1,n,n_1,\mathbf{q})|}{\varepsilon - E^e_{m_1,n_1} - \hbar\omega_{L1} + i\delta},$$
$$\delta \to 0, \quad p = 1,2,3,\ldots, \tag{19}$$
$$\Phi_p(m,m_1,n,n_1,\mathbf{q}) \equiv \Phi_p(\mathbf{q}) = \frac{1}{2}C_{\mathbf{q},p}\left\{M^{(1)}_{m,m_1}(p)\left[1+(-1)^{p+1}\right] + \right.$$
$$\left. + M^{(2)}_{m,m_1}(p)\left[1+(-1)^p\right)]\right\} I_{n,n_1}(\mathbf{q}).$$

При выводе формул (19) предполагались низкие температуры, при которых оптические фононы не возбуждены и взаимодействие связано с испусканием фононов. В (19) введены обозначения

$$I_{n,n_1}(\mathbf{q}) = \frac{1}{L_x}\int d\mathbf{r}\,\exp\left\{i(k-k_1)x + i\mathbf{q}\mathbf{r}\right\}\phi_n(y-y_k)\phi_{n_1}(y-y_{k_1}), \tag{20}$$

$$M^{(1)}_{m,m_1}(p) = \int_0^d dz\chi_m(z)\chi_{m_1}(z)\cos\left[\frac{p\pi}{d}\left(z-\frac{d}{2}\right)\right], \quad p = 1,3,\ldots,$$
$$M^{(2)}_{m,m_1}(p) = \int_0^d dz\chi_m(z)\chi_{m_1}(z)\sin\left[\frac{p\pi}{d}\left(z-\frac{d}{2}\right)\right], \quad p = 2,4,\ldots \tag{21}$$

Волновая функция $\phi_n(y-y_k)$ описывает движение электрона в плоскости ямы:

$$\phi_n(y) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!\sqrt{\pi}R_0}}\exp\left(-\frac{y^2}{2R_0^2}\right)H_n\left(\frac{y}{R_0}\right), \tag{22}$$

где

$$R_0^2 = c\hbar/|e|H, \quad y_k = -c\hbar k/eH, \tag{23}$$

k — проекция волнового вектора электрона на ось x, $H_n(y)$ — полином Эрмита. Движению электрона поперек ямы соответствует функция $\chi_m(z)$:

$$\chi_m(z) = C_m(-1)^{(m-1)/2}\begin{cases}\cos(k_m d/2)\exp(\kappa_m z), & z \le 0,\\ \cos\left[k_m(z-d/2)\right], & 0 \le z \le d,\\ \cos(k_m d/2)\exp\left[-\kappa_m(z-d)\right], & z \ge 0\end{cases} \tag{24}$$

для $m = 1,3,5,\ldots$ и

$$\chi_m(z) = C_m(-1)^{m/2} \begin{cases} -\sin(k_m d/2)\exp(\kappa_m z), & z \le 0, \\ \sin[k_m(z-d/2)], & 0 \le z \le d, \\ \sin(k_m d/2)\exp[-\kappa_m(z-d)], & z \ge 0 \end{cases} \tag{25}$$

для $m = 2, 4, 6, \ldots$ Нормировочная константа имеет вид

$$C_m = \sqrt{\frac{2K_m}{1 + K_m d \pm \cos(k_m d) \pm (K_m/k_m)\sin(k_m d)}}, \tag{26}$$

$$K_m = \sqrt{Q_e^2 - k_m^2}, \tag{27}$$

верхние знаки относятся к нечетным m, нижние — к четным. Величина k_m и, соответственно, энергия ε_m^e уровня в квантовой яме определяются из уравнений (7) и (8).

В приближении бесконечно глубокой ямы, когда $k_m d \to m\pi$, $K_m \to \infty$, $C_m \to \to \sqrt{2/d}$, $\chi_m(z) \to \sqrt{2/d}\sin(m\pi z/d)$, если $0 \le z \le d$, и $\chi_m(z) \to 0$ для $z \le 0$ и $z \ge d$. Подставляя в формулу (20) для $I_{n,n_1}(\mathbf{q})$ волновые функции (22), получим, что

$$|I_{n,n_1}(\mathbf{q})|^2 = \frac{\min(n!, n_1!)}{\max(n!, n_1!)} u^{|n-n_1|} e^{-u} \left[L_{\min(n,n_1)}^{|n-n_1|}(u)\right]^2, \tag{28}$$

где

$$u = l_H^2 q^2, \quad l_H^2 = \frac{c\hbar}{2|e|H} = \frac{R_0^2}{2},$$

$L_n^s(u)$ — присоединенный полином Лагерра.

Аналогично, используя функции $\chi_m(z)$ из (24) и (25), для $M_{m,m_1}^i(p)$ $(i = 1, 2)$ получим выражения

$$M_{m,m_1}^{(1)}(p) = C_m C_{m_1} \pi p d (-1)^{(p-1)/2} \left[\pm\frac{\cos(q_1/2)}{p^2\pi^2 - q_1^2} + \frac{\cos(q_2/2)}{p^2\pi^2 - q_2^2}\right], \tag{29}$$

$p = 1, 3, 5, \ldots$, знак плюс для нечетных m и m_1, знак минус для четных,

$$M_{m,m_1}^{(2)}(p) = C_m C_{m_1} \pi p d (-1)^{p/2} \left[-\frac{\sin(q_1/2)}{p^2\pi^2 - q_1^2} \pm \frac{\sin(q_2/2)}{p^2\pi^2 - q_2^2}\right], \tag{30}$$

$p = 2, 4, 6, \ldots$, знак плюс для нечетных m и четных m_1, знак минус для четных m и нечетных m_1. В (29) и (30) введены обозначения

$$q_1 = (k_m + k_{m_1})d, \qquad q_2 = (k_m - k_{m_1})d, \tag{31}$$

где k_m и k_{m_1} являются решениями первого либо второго из уравнений (7) в зависимости от четности m и m_1. Для бесконечно глубокой ямы

$$M_{m,m_1}^{(1)}(p) = \pm\frac{2p}{\pi}(-1)^{(p+m+m_1-1)/2} \left[\frac{1}{p^2 - (m+m_1)^2} - \frac{1}{p^2 - (m-m_1)^2}\right] \tag{32}$$

(плюс для нечетных m и m_1, минус для четных) и

$$M_{m,m_1}^{(2)}(p) = \frac{2p}{\pi}(-1)^{(p+m+m_1-1)/2} \left[-\frac{1}{p^2 - (m+m_1)^2} + \frac{1}{p^2 - (m-m_1)^2}\right] \tag{33}$$

для m и m_1 разной четности.

Используя формулы (7) и (28), массовый оператор удобно представить в виде

$$\Sigma(m, m_1, n, n_1, \varepsilon) = \sum_{m_1, n_1} \frac{w_c(m, m_1, n, n_1)}{\varepsilon - E_{m_1, n_1} - \hbar\omega_{L1} + i\delta}, \tag{34}$$

где функция $w_c(m, m_1, n, n_1)$ определяется выражением

$$w_c(m, m_1, n, n_1) = \frac{\alpha}{2}(\hbar\omega_{L1})^2 \sqrt{\frac{\Omega_c}{\omega_{L1}} \frac{\min(n!, n_1!)}{\max(n!, n_1!)}} \times$$

$$\times \left[\int_0^\infty du u^{|n-n_1|-1/2} e^{-u} [L_{\min(n,n_1)}^{|n-n_1|}(u)]^2 F_{m,m_1}^c(\beta_0\sqrt{u}) \right]^{1/2}, \quad \beta_0 = \frac{d}{l_H}, \tag{35}$$

$$F_{m,m_1}^c(x) = \sum_{p=1,3,\ldots} \frac{[M_{m,m_1}^{(1)}(p)]^2}{x^2 + p^2\pi^2} + \sum_{p=2,4,\ldots} \frac{[M_{m,m_1}^{(2)}(p)]^2}{x^2 + p^2\pi^2}. \tag{36}$$

Массовый оператор (34) представляет собой сумму по квантовым числам m и n_1. Резонансное условие (6) выделяет из этой суммы одно большое слагаемое, в котором знаменатель $\varepsilon - E_{m_1,n_1}^e - \hbar\omega_{L1}$ является малой величиной. Оно соответствует резонансному переходу электрона с уровня m, n на уровень с конкретными значениями m_1, n_1 с испусканием LO-фонона. Остальные члены суммы малы, так как они пропорциональны константе связи $\alpha \ll 1$, а их знаменатели не обращаются в нуль. Таким образом, выражение для массового оператора принимает вид

$$\Sigma(m, n, \varepsilon) \equiv \Sigma(m, m_1, n, n_1, \varepsilon) = \frac{w_c(m, m_1, n, n_1)}{\varepsilon - E_{m,n}^e + \lambda + i\delta}, \tag{37}$$

где

$$\lambda = \varepsilon_m^e - \varepsilon_{m_1}^e + \hbar\Omega_e(n - n_1) - \hbar\omega_{L1} \tag{38}$$

имеет смысл отклонения магнитного поля от резонансного значения при фиксированной величине d. Подставляя (37) в уравнение для определения спектра (5), получим квадратное уравнение относительно переменной $\varepsilon - E_{m,n}^e$, решение которого определяет две ветви спектра комбинированного магнитополярона. Расстояние между ветвями спектра выражается формулой

$$\Delta E(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 + 4w_c(m, m_1, n, n_1)}. \tag{39}$$

В точном резонансе $\lambda = 0$ и

$$\Delta E_{res} = 2\sqrt{w_c(m, m_1, n, n_1)}. \tag{40}$$

Наряду с ΔE_{res} представляет интерес зависимость резонансного магнитного поля H_{res} от ширины ямы d. Выражение для H_{res} получается из формул (6) и (8) и для полярона первого варианта имеет вид

$$H_{res}^{(1)} = H_{res}^{(0)} \left\{ 1 - \frac{l^2}{d^2} \left[(k_m d)^2 - (k_{m_1} d)^2 \right] \right\},$$

где l определяется формулой (18), k_m и k_{m_1} — решением уравнений (7), а

$$H^{(0)}_{res} = \frac{m_c c \omega_{L1}}{|n - n_1||e|}$$

— резонансное магнитное поле, соответствующее условию (1) для двойного полярона.

Для полярона третьего варианта

$$H^{(3)}_{res} = H^{(0)}_{res} \left\{ 1 + \frac{l^2}{d^2} \left[(k_{m_1} d)^2 - (k_m d)^2 \right] \right\},$$

$H^{(1)}_{res}$ и $H^{(3)}_{res} \to H^{(0)}_{res}$ в предельном случае больших d. При уменьшении d $H^{(1)}_{res}$ уменьшается, $H^{(3)}_{res}$ возрастает.

Для полярона второго варианта

$$H^{(2)}_{res} = H^{(0)}_{res} \left\{ \frac{l^2}{d^2} \left[(k_m d)^2 - (k_{m_1} d)^2 \right] - 1 \right\}, \qquad n_1 > n.$$

Здесь поле $H^{(2)}_{res}$ мало в области, примыкающей к $d_{min}(m)$, где полярон исчезает, и достигает больших значений при приближении d к $d'_{min}(m)$. Для GaAs в случае перехода $n = 1 \to n_1 = 0$ резонансное магнитное поле равно $H^{(0)}_{res} = 20.8$ Тл. Оно может быть уменьшено в несколько раз за счет увеличения разности $n - n_1$.

Кривые зависимости ΔE_{res} от ширины квантовой ямы d, рассчитанные для системы $Al_{0.32}Ga_{0.68}As/GaAs/Al_{0.32}Ga_{0.68}As$, представлены на рис. 2. Каждой кривой ΔE_{res} соответствует кривая зависимости резонансного магнитного поля H_{res}.

На рис. 2*а* (случай $\hbar\omega_{L1} \geq \varepsilon^e_m - \varepsilon^e_{m_1}$) показаны кривые для полярона первого варианта ($m > m_1$, $n > n_1$). Кривые ΔE_{res} круто спадают до нуля к точке $d_{min}(m)$, в этой точке полярон перестает существовать. С увеличением квантового числа m точка $d_{min}(m)$ сдвигается в сторону больших d. Так, на рис. 2*а* для кривой *1* (этой кривой соответствует комбинированный полярон *1* на рис. 1*а*) $d_{min}(2) \simeq 180$ Å, для кривой *2* имеем $d_{min}(3) \simeq 320$ Å и $d_{min}(4) \simeq 460$ Å для кривой *3*. Поскольку $H_{res} \propto 1/(n - n_1)$, увеличение номера исходного уровня Ландау n при неизменном уровне n_1 значительно уменьшает величину H_{res} (кривые *1'* и *4'* на рис. 2*а* и *1'* и *2'* на рис. 2*б*).

На рис. 2*б* представлен полярон третьего варианта, для которого кривая ΔE_{res} ограничена величиной $d'_{min}(m)$, при которой верхний уровень выходит из ямы. Для кривой *1*, соответствующей полярону *3* на рис. 1, $d'_{min}(2) \simeq 40$ Å. Полярон второго варианта существует в сравнительно узкой области d, определяемой неравенством (13). Для перехода $m = 2$, $n = 0 \to m_1 = 1$, $n_1 = 1$ эта область простирается от $d'_{min}(2) \simeq 40$ Å до $d_{min}(2) \simeq 180$ Å. С увеличением числа m она расширяется. Так, для $m = 3$ имеем $d'_{min}(3) \simeq 80$ Å, $d_{min}(3) \simeq 320$ Å, для $m = 4$ получаем $d'_{min}(4) \simeq 120$ Å, $d_{min}(4) \simeq 460$ Å. Поле H_{res} здесь велико в области нижней границы (30.1 Тл для $d = 200$ Å, $m = 3$, $n_1 = 1 \to m_1 = 1$, $n = 0$) и резко убывает при приближении к $d_{min}(m)$ (3.84 Тл для $d = 300$ Å). Расстояние ΔE_{res} по порядку величины совпадает с приведенным на рис. 2.

В случае резонансного условия (14) в массовом операторе (19) $n = n_1$. В результате получаем выражение

$$\Sigma(m, n, \varepsilon) = \sum_{m_1} \frac{w_c(m, m_1, n)}{\varepsilon - E^e_{m_1,n} - \hbar\omega_{L1} + i\delta}, \tag{41}$$

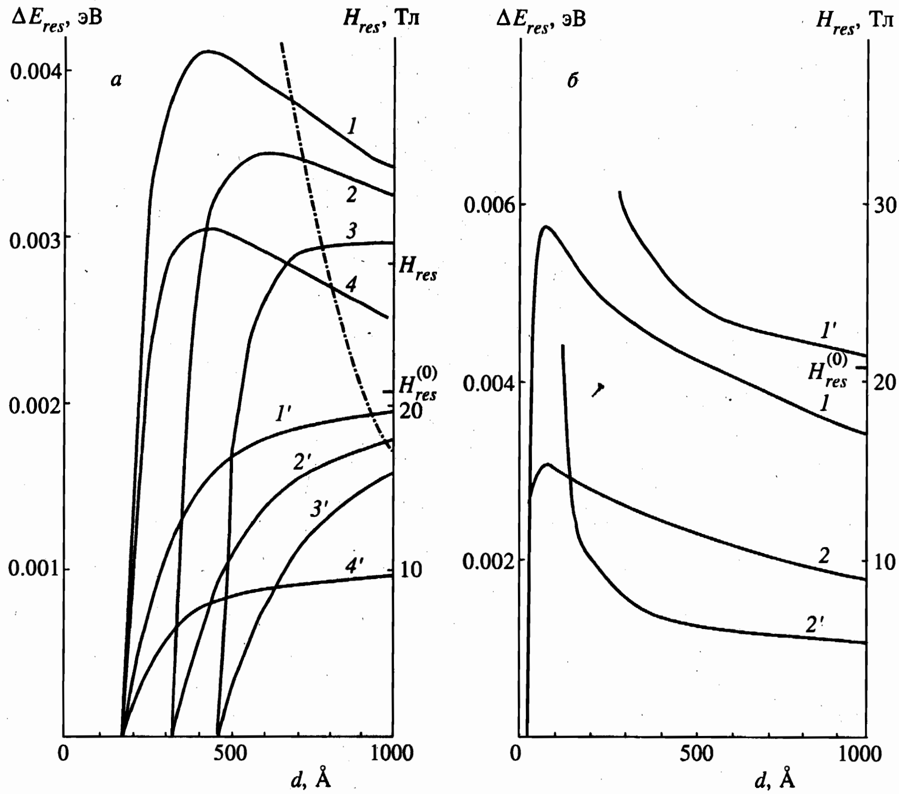

Рис. 2. Расстояние между ветвями спектра комбинированного магнитополярона ΔE_{res} как функция ширины квантовой ямы d (кривые *1–4*) для системы $Al_{0.32}Ga_{0.68}As/GaAs/Al_{0.32}Ga_{0.68}As$ ($\Delta E_{res} = 0.35$ эВ, $\hbar\omega_{L1} = 0.036$ эВ, $m_c/m_0 = 0.067$, $\alpha = 0.07$). Кривые *1'–4'* — резонансное магнитное поле H_{res}, вычисленное из условия (6) (правая шкала ординат) для кривых *1–4* соответственно; *а* — полярон первого варианта: *1* — переход $m = 2$, $n = 1 \to m = 1$, $n = 0$; *2* — $m = 3$, $n = 1 \to m = 1$, $n = 0$; *3* — $m = 4$, $n = 1 \to m = 1$, $n = 0$; *4* — $m = 2$, $n = 2 \to m = 1$, $n = 0$; штрихпунктирная кривая — $\varepsilon_2^e(d) - \varepsilon_1^e(d)$; *б* — полярон третьего варианта: *1* — $m = 1$, $n = 1 \to m = 2$, $n = 0$; *2* — $m = 1$, $n = 4 \to m = 2$, $n = 0$

в правой части которого следует оставить одно большое слагаемое, соответствующее малому значению знаменателя. Функция $w_c(m, m_1, n)$ в этом случае равна

$$w_c(m, m_1, n) = \frac{\alpha}{2}(\hbar\omega_{L1})^2 \frac{ld}{l_H^2} \int_0^\infty du e^{-u} \left[L_n(u)\right]^2 F'_{m,m_1}\left(\beta_0\sqrt{u}\right), \tag{42}$$

где $L_n(u)$ — полином Лагерра, а $F'_{m,m_1}(\beta_0\sqrt{u}) = F^c_{m,m_1}/\beta_0$ (см. формулу (36)). Расстояние между двумя ветвями спектра комбинированного магнитополярона в этом случае равно

$$\Delta E(\lambda') = \sqrt{\lambda'^2 + 4w_c(m, m_1, n)}, \tag{43}$$

где

$$\lambda' = \hbar(\omega_m^e - \omega_{m_1}^e) - \hbar\omega_{L1} \tag{44}$$

определяет расстройку резонанса при несоответствии значения d условию (14). В точном резонансе

$$\Delta E_{res} = 2\sqrt{w_c(m, m_1, n)}. \tag{45}$$

Из формулы (45) следует, что для системы $Al_{0.32}Ga_{0.68}As/GaAs/Al_{0.32}Ga_{0.68}As$ энергия расщепления примерно $2 \cdot 10^{-3}$ эВ достигается при магнитном поле $H \simeq 3.86$ Тл. Значение d_{res}, при котором выполняется условие (14), существенно зависит от квантового числа m. Например, для перехода $m = 2 \to m_1 = 1$ $d_{res} = 191$ Å, для перехода $m = 3 \to m_1 = 1$ $d_{res} = 329$ Å и $d_{res} = 460$ Å для перехода $m = 4 \to m_1 = 1$. Величина ΔE_{res} убывает при переходе к числам Ландау $n > 0$,что объясняется осциллирующим характером функции $\phi_n(y)$ (см. формулу (22)). Зависимость ΔE_{res} от магнитного поля обусловлена функцией $w_c(m, m_1, n)$, которая, как видно из формулы (42), зависит от магнитного поля через параметры β_0 и l/l_H.

Энергетический спектр магнитополярона описывается простой формулой

$$\varepsilon^{\pm} = E_{m,n}^e - \lambda/2 \pm \sqrt{(\lambda/2)^2 + w_c}, \tag{46}$$

где знак плюс относится к верхней ветви, минус — к нижней. Под w_c понимается $w_c(m, m_1, n, n_1)$ (формула (35)), либо $w_c(m, m_1, n)$ (формула (42)). Вид λ определяется соответственно формулой (38) или (44).

Рассмотрим сначала случай резонансного условия (5). В реальных системах всегда имеется взаимодействие, которое нарушает стационарность состояния и приводит к появлению в энергии мнимой добавки. Нестационарность магнитополяронного состояния может происходить от нестационарности электронного состояния или фонона. К электронному механизму нестационарности можно отнести двухфононное рассеяние, при котором электрон испускает два акустических фонона и переходит с уровня $n = 1$ на уровень $n = 0$. Фононная нестационарность происходит от распада LO-фонона на два акустических фонона вследствие ангармонизма. Рассмотрим фононный механизм нестационарности более подробно. Как упоминалось выше, для вычисления массового оператора достаточно учесть простейший график. Учет распада LO-фонона заключается в перенормировке нулевой функции Грина LO-фонона: в нее надо вставить вершину, описывающую распад LO-фонона на два акустических фонона (трехфононное взаимодействие). Акустические фононы в квантовой яме зависят от двумерного волнового вектора $\mathbf{q}$, расположенного в плоскости ямы, и дискретного квантового числа p_1, которое является аналогом проекции q_z, как и в случае плененного LO-фонона. Будем считать трехфононное взаимодействие малым по сравнению с взаимодействием электрона с LO-фононами. В этом случае поправка к функции Грина LO-фонона вычисляется по теории возмущений. Уравнение для спектра полярона принимает вид

$$\varepsilon - E_{m,n}^e - \frac{w_c}{\varepsilon - E_{m,n}^e + \lambda} + \frac{i\hbar\gamma(\varepsilon)w_c}{(\varepsilon - E_{m,n}^e + \lambda)^2} = 0, \tag{47}$$

последнее слагаемое в (47) предполагается малым по параметру $\hbar\gamma(\varepsilon)/\sqrt{w_c}$ по сравнению с первыми двумя. Величина $\hbar\gamma(\varepsilon)$ определяет нестационарность спектра магнитополярона. Ее удобно представить в форме

$$\hbar\gamma(\varepsilon) = \frac{\pi}{w_c} \sum_{\mathbf{q},p_1,p_2} \Phi_p(\mathbf{q})\Phi^*_{p'}(\mathbf{q})\hbar\gamma_{ph}(\mathbf{q}). \tag{48}$$

Функция $\gamma_{ph}(\mathbf{q})$, входящая под знак суммы в (48), представляет собой обратное время жизни LO-фонона относительно его распада на два акустических фонона:

$$\hbar\gamma_{ph}(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{q},p_1,p_2} C_{p,p_1,p_2}(\mathbf{q},\mathbf{q}_1)C^*_{p',p_1,p_2}(\mathbf{q},\mathbf{q}_1)\delta\left(\varepsilon - E^e_{m_1,n_1} - \hbar\omega_{p_1}(\mathbf{q}_1) - \hbar\omega_{p_2}(\mathbf{q}-\mathbf{q}_1)\right). \tag{49}$$

Здесь $C_{p,p_1,p_2}(\mathbf{q},\mathbf{q}_1)$ — трехфононная вершина, $\omega_p(\mathbf{q})$ — частота плененного акустического фонона. При выводе формул (48) и (49) учитывалось, что в трехфононной вершине имеет место закон сохранения двумерных волновых векторов $\mathbf{q}$, дискретные же числа p не сохраняются. Этим объясняется удвоение числа сумм по p по сравнению с суммами по $\mathbf{q}$. Наряду с уширением трехфононное взаимодействие приводит к сдвигу уровней, который ввиду его малости не учитывается. Уравнение (47) решается методом итераций. В результате для двух ветвей спектра магнитополярона получаем формулу

$$\varepsilon^{(\pm)} = E^e_{m,n} - \frac{\lambda}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 + w_c} - \frac{i\hbar\gamma^{(\pm)}}{2}, \tag{50}$$

где

$$\gamma^{(\pm)} = \gamma\left[1 \mp \frac{\lambda/2}{\sqrt{(\lambda/2)^2 + w_c}}\right] \tag{51}$$

— обратное время жизни ветвей спектра полярона, обусловленное распадом LO-фонона (верхние знаки для верхней ветви, нижние для нижней). Величина γ в (51) есть

$$\gamma(\varepsilon) = -\lambda/2 \pm \sqrt{(\lambda/2)^2 + w_c},$$

и, строго говоря, она должна зависеть от ветви спектра магнитополярона. Как видно из формул (48) и (49), $\gamma(\varepsilon)$ зависит от ε через функцию $\gamma_{ph}(\varepsilon)$, в которую ε входит в аргумент δ-функции. В нулевом приближении для ε, которое должно здесь использоваться,

$$\varepsilon - E^e_{m_1,n_1} = \lambda/2 \pm \sqrt{(\lambda/2)^2 + w_c} + \hbar\omega_{L1} \simeq \hbar\omega_{L1}, \tag{52}$$

так как $\sqrt{w_c} \ll \hbar\omega_{L1}$. Таким образом, $\gamma_{ph}(\mathbf{q})$ практически не зависит от электронного состояния, а $\gamma(\varepsilon)$ — от ветви поляронного спектра.

Величины $\gamma^{(\pm)}$ существенно зависят как от магнитного поля, так и от квантовых чисел электрона. В точном резонансе $\lambda = 0$ и $\gamma^{(+)} = \gamma^{(-)} = \gamma$. При $\lambda > 0$ и $\lambda \gg \sqrt{w_c}$ имеем $\gamma^{(+)} \to 0$, так как в этом предельном случае верхняя ветвь магнитополяронного спектра есть чисто электронное состояние с квантовыми числами m и n, которое не может зависеть от времени жизни фонона. Нижний уровень в этом случае состоит из электрона с квантовыми числами m_1, n_1, и его затухание определяется распадом фонона, поэтому в этом пределе $\gamma^{(-)} \to \gamma$. При изменении знака λ картина меняется: исчезает затухание нижней ветви, а затухание верхней определяется величиной γ, квантовыми числами m, n и распадом фонона, поэтому в этом пределе $\gamma^{(-)} \to \gamma$.

4. МЕЖЗОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА КВАНТОВОЙ ЯМОЙ

Поскольку в квантовой яме типа I движение электрона и дырки в направлении, перпендикулярном плоскости ямы, квантовано, спектр межзонного поглощения света в сильном магнитном поле, обусловленного переходами между дискретными уровнями, состоит из узких линий. В сильном магнитном поле в кристаллах A^3B^5, которые рассматриваются в качестве примера в данной работе, каждому уровню размерного квантования дырки m_h ставятся в соответствие четыре последовательности уровней Ландау, две из которых относятся к тяжелым и две — к легким дыркам. Для тяжелых дырок, которые будут рассматриваться, волновые функции в центре зоны Бриллюэна имеют, как известно, вид

$$\Psi_{1(2)} = (X \pm iY)\Psi_\uparrow + (X - iY)\Psi_\downarrow. \tag{53}$$

В зоне проводимости также имеются две волновые функции, различающиеся направлением спина, а именно, $u_c\Psi_\uparrow$ и $u_c\Psi_\downarrow$. Здесь $\Psi_\uparrow$ и $\Psi_\downarrow$ — спиновые волновые функции, u_c — блоховский модулирующий множитель в зоне проводимости, X и Y — в валентной зоне. Матричные элементы импульса между состояниями $\Psi_{1(2)}$ и $u_c\Psi_{\uparrow(\downarrow)}$ равны и имеют вид

$$\mathbf{p}_{cv} = \frac{1}{\sqrt{2}} p_{cv}(\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y), \tag{54}$$

где $\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_y$ — единичные векторы вдоль осей x и y, константа

$$p_{cv} = -i\hbar \int\limits_{cell} d\mathbf{r} X^* \frac{d}{dx} u_c = -i\hbar \int\limits_{cell} d\mathbf{r} Y^* \frac{d}{dy} u_c$$

может быть выбрана вещественной.

Дискретные уровни электрона и дырки уширены различного вида взаимодействиями, которые имеют место в квантовой яме. В уширение линий поглощения вносят вклад как однородные, так и неоднородные механизмы уширения. Их исследование не входит в задачу данной работы. Поэтому ограничимся рассмотренным в разд. 3 фононным механизмом затухания магнитополяронных состояний. Удобство (с точки зрения теории) этого механизма затухания заключается в том, что он приводит к затуханию состояний с участием либо электронов, либо дырок. Это связано с тем, что резонансные условия (5) или (14), в окрестности которых существует магнитополярон, одновременно для электронов и дырок выполнены быть не могут. При рождении электрон-дырочной пары всегда имеется вероятность ее аннигиляции, которая приводит к радиационному затуханию, характеризующемуся константой γ_r. Если выполнено неравенство

$$\gamma_r \ll \gamma, \tag{55}$$

то поглощение можно вычислять в линейном по взаимодействию со световой волной приближении.

Поскольку в выбранной модели уширение дырочных уровней отсутствует, поглощение при низких температурах, как известно, пропорционально $i\,\mathrm{Re}\,G_\gamma(\Gamma)$, где $G_\gamma(\Gamma)$ — запаздывающая одночастичная функция Грина электрона, которая имеет вид

$$G_r(\Gamma) = \hbar\left[\Gamma - \frac{w_c}{\Gamma+\lambda} + \frac{iw_c\hbar\gamma}{(\Gamma+\lambda)^2}\right]^{-1}, \tag{56}$$

где

$$\Gamma = \hbar\omega_l - E^h_{m_h,n} - E^e_{m_e,n}, \tag{57}$$

ω_l — частота падающего света, величина γ определена в (48). Поглощение света удобно характеризовать долей поглощенной энергии A — безразмерной величиной, равной модулю отношения поглощенного потока энергии в веществе квантовой ямы к потоку энергии, падающему из барьера. В дипольном приближении и при выполнении условия (55) величина A простым образом связана с функцией Грина:

$$A = \gamma_r \operatorname{Re}\left[iG_r(\Gamma)\right], \tag{58}$$

где

$$\gamma_r = \frac{2e^2}{n_0\hbar c}\frac{p^2_{cv}}{m_0^2}\frac{|e|H}{\hbar c}\frac{\langle m_h|m_e\rangle}{\omega_g + \omega^h_{m_h,n} + \omega^e_{m_e,n}}. \tag{59}$$

Здесь $\langle m_h|m_e\rangle$ — интеграл перекрытия волновой функции χ_{m_e} для электрона и аналогичной волновой функции для дырки χ_{m_h}, $\omega_g + \omega^h_{m_h,n} + \omega^e_{m_e,n}$ — частота межзонного перехода между уровнями m_h, n и m_e, n; n_0 — показатель преломления света материала барьера. В этом разделе вместо квантового числа m введены m_e для электронов и m_h для дырок. При выводе (58) пренебрегалось различием показателей преломления барьера и квантовой ямы и предполагалось, что барьер заполняет все пространство, кроме области $0 \le z \le d$. Предполагалось также, что световая волна падает нормально к плоскости квантовой ямы и циркулярно поляризована.

Функция $\operatorname{Re}[iG_r(\Gamma)]$ определяет два пика межзонного поглощения, соответствующих переходу с уровня валентной зоны с квантовыми числами m_h, n на две ветви спектра магнитополярона в зоне проводимости. Рассмотрим частотную зависимость поглощения в том же приближении, в котором был вычислен спектр магнитополярона с затуханием (48). Величину $\operatorname{Re}[iG_r(\Gamma)]$ можно представить в виде суммы двух слагаемых, каждое из которых описывает лоренцеву кривую. Выражение для доли поглощенной энергии A имеет вид

$$A(\Gamma) = 2\left[\hbar\gamma_r^{(+)}\Delta^{(+)} + \hbar\gamma_r^{(-)}\Delta^{(-)}\right]; \tag{60}$$

$$\Delta^{(\pm)} = \operatorname{Re}\frac{i}{\Gamma - \Gamma^{(\pm)} + i\hbar\gamma^{(\pm)}/2} = \frac{\hbar\gamma^{(\pm)}/2}{(\Gamma-\Gamma^{(\pm)})^2 + (\hbar\gamma^{(\pm)}/2)^2}, \tag{61}$$

$$\Gamma^{(\pm)} = \left(-\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 + 4w_c}\right)/2. \tag{62}$$

Величина $\gamma_r^{(\pm)}$ есть перенормированное магнитополяронным состоянием радиационное время жизни γ_r:

$$\gamma_r^{(\pm)} = \gamma_r\left[1 \pm \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2+4w_c}}\right]. \tag{63}$$

Если $\lambda = 0$ (точный резонанс), то

$$\Gamma^{(\pm)} = \pm\sqrt{w_c}, \quad \gamma^{(\pm)} = \gamma, \quad \Delta^{(\pm)} = \frac{\gamma/2}{(\Gamma \mp \sqrt{w_c})^2 + (\gamma/2)^2},$$

т. е. получаем два лоренцевых пика с максимумами в точках $\Gamma = \pm\sqrt{w_c}$. Расстояние между максимумами пиков совпадает с расстоянием между ветвями спектра магнитополярона в точке $\lambda = 0$. Если $\lambda > 0$ и $\lambda \gg 2\sqrt{w_c}$, то $\gamma_r^{(+)} \to \gamma_r$, $\gamma_r^{(-)} \to 0$. Такое поведение $\gamma_r^{(+)}$ объясняется тем, что в верхней ветви спектра с ростом λ доминирует состояние $n = 1$, на которое разрешен прямой межзонный переход. При этом $\gamma_r^{(-)}$ уменьшается, так как в нижней ветви спектра преобладает состояние $n = 0$, на которое межзонный переход запрещен. В области $\lambda < 0$ картина обратная: $\gamma_r^{(+)} \to 0$, $\gamma_r^{(-)} \to \gamma_r$. Отношение

$$\frac{A(\Gamma^{(+)})}{A(\Gamma^{(-)})} = \frac{(\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 4w_c})^2}{(-\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 4w_c})^2} \tag{64}$$

увеличивается, если $\lambda > 0$, т. е. если магнитное поле больше резонансного значения, то преобладает пик, соответствующий $\Gamma = \Gamma^{(+)}$. При магнитном поле, меньшем резонансного ($\lambda < 0$), преобладает пик, соответствующий $\Gamma = \Gamma^{(-)}$.

Условие $\lambda < 0$ означает, что линейное приближение отказывает с увеличением $|\lambda|$. В случае резонансного условия (14) поглощение также определяется соотношениями (60)–(63) и (51), в которых w_c выражается формулой (42), а λ заменяется на λ' (44). Замена λ на λ' радикально меняет зависимость величины A от магнитного поля. Действительно, поскольку λ' не зависит от магнитного поля, при фиксированной ширине ямы d изменение магнитного поля не будет приводить к уменьшению одного и увеличению другого пика, они будут изменяться одинаково.

За последние годы возрос интерес к отражению света системами пониженной размерности, которое оказалось эффективным инструментом исследования их электронных свойств [20–23]. В настоящем разделе рассматривается отражение от квантовой ямы плоской монохроматической волны света, распространяющейся нормально к плоскости ямы со стороны отрицательных z. Длина волны света считается большой по сравнению с шириной ямы. Отражение является эффектом более высокого порядка по параметру γ_r, и для его вычисления линейного приближения по γ_r недостаточно. Введем в рассмотрение безразмерное пропускание T, которое является модулем отношения прошедшего квантовую яму потока энергии (справа от ямы) к падающему потоку из барьера (слева от ямы). Ряд теории возмущений по взаимодействию со световой волной сводится к геометрической прогрессии, суммируя которую, для T получаем формулу

$$T = \frac{1}{(1+a)^2 + b^2}, \tag{65}$$

где $a = 4\pi\,\mathrm{Re}\,\chi(\omega_1)$, $b = 4\pi\,\mathrm{Im}\,\chi(\omega_1)$, $\chi(\omega_1)$ — диэлектрическая проницаемость материала квантовой ямы. Если имеется одна резонансная частота ω_0, то $\chi(\omega_1)$ выражается известной формулой $\chi(\omega_1) = 1/[4\pi(\omega - \omega_0 + i\gamma/2)]$ (нерезонансным слагаемым $1/[4\pi(\omega - \omega_0 - i\gamma/2)]$ пренебрегаем). Тогда

$$\begin{aligned} a = a_0 &= \frac{\gamma_r\gamma/4}{(\omega_l - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}, \\ b = b_0 &= \frac{(\gamma_r/2)(\omega_l - \omega_0)}{(\omega_l - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}. \end{aligned} \tag{66}$$

Для магнитополяронного состояния величина a определена в (60)

$$a = A(\Gamma)/2 = \hbar\gamma_r^{(+)}\Delta^{(+)} + \hbar\gamma_r^{(-)}\Delta^{(-)}, \tag{67}$$

величина b по аналогии с (66) равна

$$b = \hbar\gamma_r^{(+)}\Delta_1^{(+)} + \hbar\gamma_r^{(-)}\Delta_1^{(-)}, \tag{68}$$

где

$$\Delta_1^{(\pm)} = \mathrm{Re}\,\frac{1}{\Gamma - \Gamma^{\pm} + i\gamma^{(\pm)}} = \frac{\Gamma - \Gamma^{(\pm)}}{(\Gamma - \Gamma^{(\pm)})^2 + (\hbar\gamma^{(\pm)}/2)^2}. \tag{69}$$

Введем в рассмотрение также наряду с A и T долю энергии R, отраженной квантовой ямой в направлении отрицательных z. Эти величины связаны очевидным соотношением

$$A + R + T = 1. \tag{70}$$

Если отказаться от условия (55), то поглощение A после суммирования ряда теории возмущений по взаимодействию со светом принимает вид

$$A = \frac{2a}{(1+a^2)^2 + b^2}, \tag{71}$$

и, согласно (65) и (70),

$$R = \frac{a^2 + b^2}{(1+a^2)^2 + b^2}. \tag{72}$$

Подставляя a из (67) и b из (68) в формулы (71) и (72), получим точные выражения, справедливые при любом соотношении между γ_r и γ:

$$A = \frac{2}{Z}\left\{\frac{\hbar\gamma_r^{(+)}}{2}\frac{\hbar\gamma^{(+)}}{2}\left[(\Gamma - \Gamma^{(-)})^2 + \left(\frac{\hbar\gamma^{(-)}}{2}\right)^2\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{\hbar\gamma_r^{(-)}}{2}\frac{\hbar\gamma^{(-)}}{2}\left[(\Gamma - \Gamma^{(+)})^2 + \left(\frac{\hbar\gamma^{(+)}}{2}\right)^2\right]\right\}, \tag{73}$$

$$R = \frac{1}{Z}\left\{\left[\frac{\hbar\gamma_r^{(+)}}{2}(\Gamma - \Gamma^{(-)}) + \frac{\hbar\gamma_r^{(-)}}{2}(\Gamma - \Gamma^{(+)})\right]^2 + \right.$$
$$\left. + \left[\frac{\hbar\gamma_r^{(+)}}{2}\frac{\hbar\gamma^{(-)}}{2} + \frac{\hbar\gamma_r^{(-)}}{2}\frac{\hbar\gamma^{(+)}}{2}\right]^2\right\}, \tag{74}$$

где

$$Z = [(\Gamma - \Gamma^{(+)})^2 + (\hbar\gamma^{(+)} + \hbar\gamma_r^{(+)})^2/4][(\Gamma - \Gamma^{(-)})^2 + (\hbar\gamma^{(-)} + \hbar\gamma_r^{(-)})^2/4]. \tag{75}$$

В пределе $\gamma^{(\pm)} \gg \gamma_r^{(\pm)}$ выражение (73) для A переходит в (60), а R квадратично по γ_r. Отношение J интенсивности пика в максимуме $\Gamma = \Gamma^{(+)}$ к интенсивности в максимуме $\Gamma = \Gamma^{(-)}$ в приближении $\gamma, \gamma_r < 2\sqrt{w_c}$ (уширение пиков мало по сравнению с расстоянием между ними) одинаково для A и R и равно

$$J = \frac{[\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 4w_c} + (\gamma_r/\gamma)(-\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 4w_c})]^2}{[-\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 4w_c} + (\gamma_r/\gamma)(\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 4w_c})]^2}. \tag{76}$$

В случае резонансного условия (5) отклонение от него λ определяется формулой (38), а $w_c = w_c(m, m_1, n, n_1)$ (формула (35)). Для условия (14) λ заменяется на λ', а $w_c = w_c(m, m_1, n)$ (формула (42)). Если $\gamma = \gamma_r$, то $J = 1$ при любом значении λ или λ'. Если $\gamma \neq \gamma_r$, то $J = 1$ только в точке $\lambda(\lambda') = 0$.

Поведение J при изменении магнитного поля зависит от вида резонансного условия. Рассмотрим сначала отклонение от условия (5). Если $\gamma > \gamma_r$, то в пределе $\lambda > 2\sqrt{w_c}$ ($\lambda > 0$) имеем $J \to (\gamma/\gamma_r)^2 > 1$, т.е. преобладает правый пик $\Gamma = \Gamma^{(+)}$. Для $\lambda < 0$ имеем $|\lambda| > 2\sqrt{w_c}$, $J \to (\gamma_r/\gamma)^2$ и преобладает левый пик $\Gamma = \Gamma^{(-)}$. Если $\gamma < \gamma_r$, то, наоборот, при $\lambda > 0$ преобладает левый пик, а при $\lambda < 0$ — правый. При отклонении от условия (14) предельные случаи для J сохраняются, но при этом изменения λ' и $w_c = w_c(m, m_1, n)$ происходят при изменении d и фиксированном магнитном поле H. Если же фиксировать d, то зависимость J от H значительно слабее, она обусловлена зависимостью от H функции $w_c = w_c(m, m_1, n)$ и константы γ_r, определенной в (59).

На рис. 3 представлены кривые зависимостей A и R от $\Gamma/\hbar\omega_{L1}$ для двух значений параметра λ' из условия (14). Кривые *1* и *2* относятся к поглощению, *3*–*5* — к отражению света. В случае резонанса $\lambda' = 0$ кривые *1, 4* и *5* симметричны относительно $\Gamma = 0$ (на вставке показаны пики, соответствующие $\Gamma > 0$). Если $\lambda' > 0$, то преобладает правый пик (кривые *2* и *3*). В случае резонансного условия (14) величины A и R зависят от магнитного поля слабее, чем при условии (5). Это показано на вставке рис. 3, где кривая

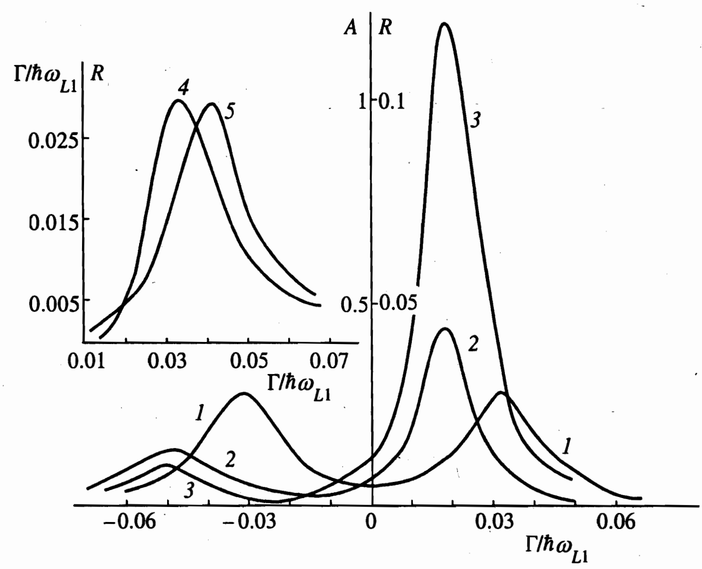

Рис. 3. Частотные зависимости межзонного поглощения A (кривые *1, 2*) и отражения R (кривые *3*–*5*) света при двух значениях параметра λ' из (14) в случае $m = 2$, $m_1 = 1$, $n = 0$ для материала, указанного в подписи к рис. 2. Кривые *1, 2* и *4* — $H = 4.8$ Тл, $w_c(2,1,0) = 2.26 \cdot 10^{-3}$ эВ, $\lambda' = 0$; *3* — $\lambda'/2\sqrt{w_c(2,1,0)} = 0.5$; *5* — $\lambda' = 0$, $H = 9.6$ Тл, $w_c(2,1,0) = 3.18 \cdot 10^{-3}$ эВ

5 соответствует $H = 6$ Тл, т. е. в два раза большему значению магнитного поля, чем для кривой *4*. Кривые *1–4* могут служить и для описания частотных зависимостей A и R в случае условия (5). Для этого достаточно заменить $w_c = w_c(m, m_1, n, n_1)$ на $w_c(m, m_1, n)$ и λ на λ'.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Главный вывод, который можно сделать из изложенных выше результатов, состоит в том, что разность уровней двух ветвей комбинированного магнитополярона находится в пределах $2 \cdot 10^{-3}$–$4 \cdot 10^{-3}$ эВ, что несколько меньше соответствующей разности для двойного полярона $3 \cdot 10^{-3}$–$6 \cdot 10^{-3}$ эВ [18], но вполне может быть обнаружена экспериментально.

В случае комбинированного полярона имеется возможность значительно уменьшить резонансное значение магнитного поля H_{res} по сравнению с H_{res} для двойного полярона. Если в последнем H_{res} уменьшается при увеличении числа $j = n - n_1$ (формула (1)), то в комбинированном поляроне, как это видно из условия (6), $\hbar\Omega_e$ уменьшается, во-первых, при увеличении j и, во-вторых, за счет уменьшения $\hbar\omega_{L1} - (\varepsilon^e_m - \varepsilon^e_{m_1})$. Это относится к первому варианту условия (6). Например, для перехода $m = 2$, $n = 2 \to m_1 = 1$, $n = 0$ расщепление уровней, равное $2.8 \cdot 10^{-3}$ эВ (рис. 2*а*), реализуется при $H_{res} = 2.80$ Тл, а в случае двойного полярона (переход $n = 2 \to n_1 = 0$) $H_{res} = 10.4$ Тл. С другой стороны, в случае третьего варианта условия (6) H_{res} достигает очень больших значений (см. рис. 2*б*), так как величина $\hbar\omega_{L1} - (\varepsilon^e_m - \varepsilon^e_{m_1})$ становится большой.

Двойной полярон, относящийся к низшему уровню размерного квантования $m = 1$, может существовать при любой ширине ямы. Поскольку комбинированный полярон связан с двумя уровнями размерного квантования, он не может существовать в области ширин ямы $d < d'(m)$, где $d'(m)$ — ширина ямы, при которой верхний уровень размерного квантования выходит из ямы. По мере увеличения числа m ширина $d'(m)$ растет. Вместе с $d'(m)$ возрастает и нижняя граница, при которой может существовать комбинированный полярон первого варианта. На рис. 2 видно, что при $m_1 = 1$, когда после испускания фонона электрон переходит на нижний уровень размерного квантования, $d(m = 2) = 180$ Å, $d(m = 3) = 320$ Å и $d(m = 4) = 460$ Å. При меньших d полярон первого варианта исчезает и появляется полярон второго варианта, который существует в области $d'(m) < d < d(m)$. Для значений d, примыкающих к $d(m)$, H_{res} невелико. Например, если $d = 300$ Å (переход $m = 3 \to m_1 = 1$), $H_{res} = 3.84$ Тл.

Полученные выше результаты для величины расщепления уровней ΔE_{res} справедливы в том случае, если на пересечение выбранных двух уровней не накладывается расщепление какой-либо пары других уровней. Например, энергетический зазор между точками *1* и A или *3* и A (рис. 1) должен быть больше, чем величина расщепления в точках *1* и A или *3* и A. Это условие выражается неравенством [18]

$$\Delta E_{res}(d) \ll \varepsilon^e_2(d) - \varepsilon^e_1(d). \tag{77}$$

На рис. 2*а* показана зависимость разности $\varepsilon_2(d) - \varepsilon_1(d)$ как функция ширины ямы (штрихпунктирная кривая). Видно, что существует достаточно широкая область значений d, в которой расщепление уровней в точке их пересечения можно рассматривать независимо от остальных пересечений.

В настоящей работе учтено только взаимодействие с плененными фононами, хотя в образце с одной квантовой ямой имеется также взаимодействие с интерфейсными фононами и фононами барьера. Взаимодействием электронов и дырок с интерфейсными фононами можно пренебречь, когда глубина проникновения интерфейсных фононов мала по сравнению с шириной квантовой ямы d. Поскольку глубина проникновения порядка l_H, условие применимости формул (35) и (42), в которых учтено только взаимодействие с плененными фононами, выглядит как $l_H \ll d$. Так как $l_H \to \infty$ при $H \to 0$, то результаты неприменимы в областях (рис. 2), относящихся к малым значениям магнитных полей. Сравнивая с результатами [18], находим, что теория без учета интерфейсных фононов неприменима левее точек максимумов кривых $\Delta E_{res}(d)$. Поскольку частота фононов барьера сильно отличается от частоты ω_{L1}, взаимодействие с фононами барьера является нерезонансным и его можно не учитывать [18].

При расчете спектра полярона электронная зона предполагалась параболической и не учитывались экситонные эффекты. Поскольку в образовании комбинированного полярона учитывались только два уровня электрона, непараболичность приводит только к изменению резонансного условия (5). Кулоновское взаимодействие электрона и дырки в случае достаточно сильного поперечного магнитного поля и не очень широкой квантовой ямы является, как показано в работе [24], слабым возмущением. В [24] с использованием теории возмущений вычислена малая поправка к энергии электрон-дырочной пары, обусловленной экситонным эффектом. Эта поправка зависит от поперечной составляющей квазиимпульса электрон-дырочной пары **K**, т. е. учет кулоновского взаимодействия нарушает дискретность исходного уровня электрон-дырочной пары. Однако при рождении электрон-дырочной пары в случае, когда свет направлен перпендикулярно плоскости квантовой ямы, $\mathbf{K} = 0$ и, тем самым, дискретность уровня сохраняется, т. е. учет кулоновского взаимодействия также приводит не к качественным изменениям, а только к сдвигу дискретного уровня и, тем самым, к изменению H_{res} [24].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Программы МНТК «Физика твердотельных наноструктур» (проект 97-1049).

Литература

1. E. J. Johnson and D. M. Larsen, Phys. Rev. Lett. **16**, 655 (1966).
2. A. Petron and B. D. McCombe, in *Landau Level Spectroscopy*, ed. by G. Landwer and E. I. Rashba, *Modern Problems in Condensed Matter Sciences* (1988), vol. 27.
3. R. J. Nicholas, D. J. Barnes, D. R. Seadley, C. J. Langerak, J. Singleton, P. J. van der Wel, J. A. A. J. Perenboom, J. J. Harris, and C. T. Foxon, in *Spectroscopy of Semiconductors Microstructures, NATO ASI, Serie B: Physics*, ed. by G. Fasol, A. Fasolino, and P. Lugli, Plenum, New York (1980), vol. 206, p. 451.
4. R. J. Nicholas, in *Handbook of Semiconductors, 2nd ed.*, ed. by M. Balkanski, North Holland, Amsterdam (1994), vol. 2.
5. Л. И. Коровин, С. Т. Павлов, ЖЭТФ **53**, 1708 (1967); Письма в ЖЭТФ **6**, 525 (1967).
6. Л. И. Коровин, С. Т. Павлов, Б. Э. Эшпулатов, ФТТ **20**, 3594 (1978).
7. Das Sarma and O. Madhukar, Phys. Rev. B **22**, 2823 (1980).

8. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **52**, 859 (1984).
9. G. O. Hai, F. M. Peeters, and J. T. Devreese, in *Phonons in Semiconductor Nanostructures, NATO ASI Serie E: Applied Sciences*, ed. by I. P. Leburston, I. Pascual, and C. Sotomayor Torres, Kluver Academic Publ., Dordrecht, Boston, London (1993), vol. 236, p. 509.
10. A. O. Govorov, Solid State Commun. **92**, 977 (1994).
11. R. J. Nicholas, S. Sasaki, N. Niura, F. M. Peeters, J. M. Shi, C. O. Hai, J. T. Devreese, M. I. Lawless, D. E. Ashenlord, and B. Lunn, Phys. Rev. B **50**, 7596 (1994).
12. J. M. Shi, F. M. Peeters, and J. T. Devreese, Phys. Rev. B **50**, 15182 (1994).
13. Л. И. Коровин, С. Т. Павлов, Б. Э. Эшпулатов, ФТТ **35**, 1562 (1993).
14. I. G. Lang, V. I. Belitsky, A. Cantarero, L. I. Korovin, S. T. Pavlov, and M. Cardona, Phys. Rev. B **54**, 17768 (1996).
15. Л. И. Коровин, И. Г. Ланг, С. Т. Павлов, ЖЭТФ **111**, 2194 (1997).
16. I. G. Lang, V. I. Belitsky, A. Cantarero, L. I. Korovin, S. T. Pavlov, and M. Cardona, Phys. Rev. B **56**, 16880 (1997).
17. Л. И. Коровин, И. Г. Ланг, С. Т. Павлов, Письма ЖЭТФ **65**, 511 (1997).
18. Л. И. Коровин, И. Г. Ланг, С. Т. Павлов, ЖЭТФ **115**, 187 (1999).
19. N. Mori and T. Ando, Phys. Rev. B **40**, 6175 (1988).
20. L. C. Andreani, F. Tassone, and F. Bassani, Solid State Commun. **77**, 641 (1991).
21. Е. Л. Ивченко, ФТТ **33**, 1344 (1991).
22. F. Tassone, F. Bassani, and L. C. Andreani, Phys. Rev. B **45**, 6023 (1992).
23. L. C. Andreani, in *Confined Electrons and Photons*, ed. by E. Burstein and C. Weisbuch, Plenum Press, New York (1995), p. 57.
24. И. В. Лернер, Ю. Е. Лозовик, ЖЭТФ **78**, 1167 (1980).