ЖЭТФ, 1999, том 116, вып. 3(9), стр. 1048–1057 ©1999

РЕЗОНАНСНАЯ ВОЛЬТ-АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ТРЕХМЕРНОГО ТУННЕЛЬНОГО ПЕРЕХОДА СО СЛАБЫМ СТРУКТУРНЫМ БЕСПОРЯДКОМ

*В. Я. Кирпиченков**

Новочеркасский государственный технический университет
346400, Новочеркасск, Россия

Поступила в редакцию 12 февраля 1999 г.

При температуре $T = 0$ в одноэлектронном приближении получены нелинейная резонансная вольт-амперная характеристика (ВАХ) трехмерного туннельного перехода со слабым (малые концентрации примеси) структурным беспорядком и формула для величины мезоскопических флуктуаций его резонансного статического туннельного кондактанса.

PACS: 71.55.Iv

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе результаты, полученные в [1] для квазиодномерного туннельного перехода со слабым структурным беспорядком, обобщаются на случай трехмерного перехода в наиболее интересной — резонансной — ситуации, когда резонансное подбарьерное примесное рассеяние туннелирующих электронов приводит к радикальному отличию ВАХ туннельного перехода с примесями от ВАХ «пустого» (без примесей) туннельного перехода. При этом используются представления о квантовых резонансно-перколяционных траекториях в туннельных переходах со слабым структурным беспорядком, развитые в [2].

В одноэлектронном приближении при $T = 0$ с помощью разложения по степеням концентрации примеси получены вид нелинейной резонансной ВАХ туннельного перехода с примесями, формула, определяющая величину мезоскопических флуктуаций его резонансного статического туннельного кондактанса, а также ограничения снизу на поперечные размеры барьерного слоя, вытекающие из условия малости этих флуктуаций.

2. МОДЕЛЬ. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Как и в [1], будем рассматривать модель туннельного перехода в виде сэндвича N-I-N, представляющего собой два одинаковых нормальных металла N, разделенных плоским слоем изолятора I, толщиной L и площадью S с вкрапленными в него примесями.

*E-mail: p0ncls@novoch.ru

Для электронов проводимости N-металлов будем предполагать трехмерный изотропный квадратичный закон дисперсии $\varepsilon = k^2$ ($\hbar^2/2m = 1$, $\hbar = 1$, $m = 1/2$) с фермиевской энергией ε_F.

Электроны в барьере предполагаются невзаимодействующими между собой (одноэлектронное приближение), а для барьерного потенциала $U(\mathbf{r})$ (заряд электрона $e = 1$) в области $0 \le x \le L$, занятой изолятором, в отсутствие электрического напряжения ($v = 0$) на барьере примем модель структурного беспорядка

$$U(\mathbf{r}) = U_0 + U_{imp}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} = (x, \boldsymbol{\rho}), \quad 0 \le x \le L, \tag{1}$$

где $U_0 = \text{const} > \varepsilon_F$ — регулярный потенциал однородного барьера без примесей, $U_{imp}(\mathbf{r})$ — случайный потенциал, порожденный системой N одинаковых хаотически распределенных по слою изолятора примесей:

$$U_{imp}(\mathbf{r}) = \sum_{0 \le x_j \le L} \hat{u}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j), \tag{2}$$

где точки $\mathbf{r}_j$ макроскопически равномерно распределены по объему $V = SL$ слоя с плотностью $n = N/V$, а $\hat{u}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j) < 0$ — локальный потенциал притяжения электронов к примеси в точке $\mathbf{r}_j$ с радиусом действия r_0.

В рассматриваемом здесь случае малых концентраций примесей предполагаются выполненными следующие соотношения для характерных параметров размерности длины, позволяющие выполнить процедуру разложения туннельного тока по степеням концентрации примесей [2, 3]:

$$r_0 \ll \alpha_F^{-1} \ll n^{-1/3} < L, \tag{3}$$

где $\alpha = \alpha(\varepsilon) = (U_0 - \varepsilon)^{1/2}$, $\alpha_F^{-1} = \alpha^{-1}(\varepsilon_F)$ — характерная длина затухания электронного состояния с энергией ε_F в однородном барьере.

При напряжениях $v \ll \varepsilon_F, U_0 - \varepsilon_F$ и $T = 0$ формулы для туннельного тока $\langle i(v)\rangle$, туннельного кондактанса $\langle G(v)\rangle$ и их относительных среднеквадратичных флуктуаций $\langle \delta^2(v)\rangle^{1/2}$ представим в виде

$$\langle i(v)\rangle = \int\limits_{\varepsilon_F}^{\varepsilon_F + v} \langle g(\varepsilon)\rangle d\varepsilon, \quad \langle G(v)\rangle = v^{-1}\langle i(v)\rangle, \tag{4}$$

$$\langle \delta^2(v)\rangle^{1/2} = \left[\frac{\langle i^2(v)\rangle - \langle i(v)\rangle^2}{\langle i(v)\rangle^2}\right]^{1/2}, \tag{5}$$

где

$$\langle i^2(v)\rangle = \int\limits_{\varepsilon_F}^{\varepsilon_F + v} \langle g(\varepsilon) g(\varepsilon')\rangle d\varepsilon\, d\varepsilon', \tag{6}$$

$$g(\varepsilon) \equiv g(\varepsilon, \Gamma_N) = \iint D(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, \Gamma_N) \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} d^2 \rho, \tag{7}$$

$D(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, \Gamma_N)$ — туннельная прозрачность барьера со случайной примесной конфигурацией $\Gamma_N = \{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_N\}$ для электронов с энергией ε, имеющих на «входе» в барьер фиксированную поперечную компоненту импульса $\mathbf{q}$, а на «выходе» — фиксированную поперечную координату $\boldsymbol{\rho}$, интегрирование по $\mathbf{q}$ осуществляется по всем $0 \leq q^2 \leq \varepsilon$, по $\boldsymbol{\rho}$ — в пределах площади барьера S. Усреднение в (4), (6) осуществляется по множеству примесных конфигураций $\{\Gamma_N\}$:

$$\langle g(\varepsilon)\rangle = \frac{1}{\Delta\Gamma_N} \int\limits_{\{\Gamma_N\}} g(\varepsilon, \Gamma_N) d\Gamma_N, \tag{8}$$

$$\langle g(\varepsilon) g(\varepsilon')\rangle = \frac{1}{\Delta\Gamma_N} \int\limits_{\{\Gamma_N\}} g(\varepsilon, \Gamma_N) g(\varepsilon', \Gamma_N) d\Gamma_N, \tag{9}$$

где $d\Gamma_N = d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \ldots d\mathbf{r}_N$, $\Delta\Gamma_N = V^N = (LS)^N$, $N = nV$.

3. РЕЗОНАНСНЫЙ ТУННЕЛЬНЫЙ ТОК КАК СУММА ПО КВАНТОВЫМ РЕЗОНАНСНО-ПЕРКОЛЯЦИОННЫМ ТРАЕКТОРИЯМ

Как показал анализ квазиодномерного случая [1], наиболее радикальное отличие ВАХ барьера с примесями от ВАХ «пустого» барьера проявляется в условиях резонансного туннелирования, когда энергии ε туннелирующих частиц близки к энергии ε_0 локального однопримесного уровня. Поэтому ниже рассматривается ситуация, когда $\varepsilon_F = \varepsilon_0$ при $v = 0$. В этом случае при каждой энергии ε, близкой к ε_F, фазовое пространство $\{\Gamma_N\}$ факторизуется в виде совокупности резонансных и нерезонансных областей и главный вклад в средние (8), (9) при рассматриваемых здесь малых концентрациях примесей дают резонансные области, соответствующие уединенным слабоизвилистым квантовым резонансно-перколяционным траекториям [2].

Вычисления средних (8), (9) существенно опираются на следующие представления о пространственной структуре квантовых резонансно-перколяционных траекторий при ε близких к ε_0. Идеальная уединенная кратчайшая m-центровая ($m = 1, 2, \ldots$) траектория представляет собой строго периодическую цепочку m примесей, расположенных на расстоянии $2y = L/m$ друг от друга, причем первая и последняя примеси в цепочке находятся на расстоянии y от соответствующих границ барьерного слоя. При этом в трубке радиусом $\sim 2y$ вокруг цепочки не должно быть других примесей, кроме принадлежащих данной траектории (условие уединенности, обеспечивающее совместно с условиями периодичности цепочки и близости ε к ε_0 резонансное туннелирование электронов вдоль квантовых резонансно-перколяционных траекторий с коэффициентом прозрачности $D_m^{res} \sim 1$). Однако фазовый объем в пространстве $\{\Gamma_N\}$, занимаемый такой идеальной строго периодической квантовой резонансно-перколяционной траекторией, а следовательно, и вероятность ее образования равны нулю. Поэтому при вычислении (8), (9) нужно учесть, что коэффициенты прохождения вдоль этой траектории D_m^{res} существенно не меняются, оставаясь порядка единицы, если координаты примесей отличаются от своих значений в идеальной квантовой резонансно-перколяционной траектории вдоль оси x на величину $\delta x \lesssim \alpha^{-1}$ и на величину $\delta\rho \lesssim y\theta$ в поперечном направлении (где $\theta \ll 1$ — угол, характеризующий извилистость траектории). При этом параметры m, y, θ для слабоизвилистых траекторий не являются независимыми и связаны соотношением [2]

$$m = \frac{\mathcal{L}}{u}\left(1 + \frac{\theta^2}{2}\right), \tag{10}$$

где $\mathcal{L} = \alpha L$, $u = 2\alpha y$ — соответственно безразмерные толщина барьерного слоя и шаг квантовой резонансно-перколяционной траектории. Поэтому при вычислениях (8), (9) в качестве независимых можно выбрать любые два из трех параметров, входящих в (10). Ниже ими являются m, u.

Таким образом, при $N \gg 1$, $\alpha_F^3 V \gg 1$ и учете лишь главного вклада, даваемого траекториями, среднее (8) приводится к виду

$$\langle g(\varepsilon)\rangle = S\sum_{m=1}^{\infty}\int p_m(\varepsilon, u) g_m^{res}(\varepsilon, u)du, \tag{11}$$

где

$$p_m(\varepsilon, u) = \alpha^2(\varepsilon)c^m e^{-cm\pi u^3}\left(u^2\theta^2(m,u)\right)^{m-1} \tag{12}$$

— вероятность образования на единицу площади барьерного слоя уединенной m-центровой квантовой резонансно-перколяционной траектории с шагом u, $c = n\alpha^{-3}$ — безразмерная концентрация примесей, $\theta^2(m,u)$ выражается из (10):

$$g_m^{res}(\varepsilon, u) = \iint D_m^{res}(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, u)\frac{d^2q}{(2\pi)^2}\, d^2\rho, \tag{13}$$

где $D_m^{res}(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, u)$ — коэффициент прозрачности барьера с одной m-центровой траекторией, имеющей шаг u.

Отметим, что зависимостью $D_m^{res}(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, u)$ от напряжения v при $v \ll U_0 - \varepsilon_F$, ε_F можно пренебречь, поскольку ее учет дает относительную поправку порядка $v/(U_0 - \varepsilon_F) \ll 1$ к величине $D_m^{res}(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, u) \sim 1$, вычисленной при $v = 0$ в трубке резонансной прозрачности вдоль квантовой резонансно-перколяционной траектории.

Подставляя теперь (11) в (4), учтем, что $p_m(\varepsilon, u)$ — плавная функция ε в окрестности ε_F, а $g_m^{res}(\varepsilon, u)$ — резко изменяющаяся функция ε, «сосредоточенная» в ближайшей окрестности ε_F, и поэтому при интегрировании по ε можно вынести за интеграл $p_m(\varepsilon, u)$ в точке $\varepsilon = \varepsilon_F$. В результате представим туннельный ток (4) в виде

$$\langle i(v)\rangle = S\sum_{m=1}^{\infty}\int p_m(\varepsilon_F, u) i_m(v, u)du, \tag{14}$$

где

$$i_m(v, u) = \int\limits_{\varepsilon_F}^{\varepsilon_F + v} g_m^{res}(\varepsilon, u)d\varepsilon \tag{15}$$

— туннельный ток, проходящий вдоль одной m-центровой траектории, имеющей шаг u.

Таким образом, (14) (при учете (12)) представляет резонансный туннельный ток $\langle i(v)\rangle$ в виде суммы ряда по степеням концентрации, m-й член которого дает вклад m-центровых траекторий в $\langle i(v)\rangle$.

Аналогично и (6) приводится к виду

$$\langle i^2(v)\rangle = S^2 \sum_{m,m'=1}^{\infty} \int \left[1 + \frac{1}{S}\omega_{m,m'}(\varepsilon_F; u, u')\right] p_m(\varepsilon_F, u) p_{m'}(\varepsilon_F, u') \times \\ \times i_m(v, u) i_{m'}(v, u') du\, du', \qquad (16)$$

где

$$\omega_{m,m'}(\varepsilon_F; u, u') = \pi\alpha_F^{-2}u^2 \left[\frac{\alpha_F^2}{\pi u^2 p_m(\varepsilon_F, u)}\delta_{m,m'}\delta(u - u') - 1\right], \qquad (17)$$

$\delta_{m,m'}$ — символ Кронекера, $\delta(u - u')$ — дельта-функция.

Слагаемое $S^{-1}\omega_{m,m'}(\varepsilon_F; u, u')$ в (16) учитывает парные статистические пространственные корреляции между траекториями, обусловленные требованием их уединенности.

Подставляя (14) и (16) в (5), получим

$$\langle \delta^2(v)\rangle^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{S}} \times \\ \times \left[\frac{\sum\limits_{m,m'} \int \omega_{m,m'}(\varepsilon_F; u, u') p_m(\varepsilon_F, u) p_{m'}(\varepsilon_F, u') i_m(v, u) i_{m'}(v, u') du\, du'}{\left(\sum\limits_{m} \int p_m(\varepsilon_F, u) i_m(v, u) du\right)^2}\right]^{1/2}. \qquad (18)$$

Для дальнейших вычислений по формулам (14), (18) необходимо найти входящий в (13) коэффициент туннельной прозрачности $D_m^{res}(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, u)$.

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ $D_m^{res}(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, u)$

В [2] найдена локальная прозрачность барьера, содержащего m-центровую траекторию с шагом u для частного случая нормально ($\mathbf{q} = 0$) падающих на барьер частиц с энергией ε. Здесь в рамках той же методики обобщена на случай произвольного $\mathbf{q}$ задача вычисления коэффициента прозрачности $D_m^{res}(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, u)$ и найдена (более детально) его зависимость от ε.

Уравнение Шредингера в области барьера (с одной m-центровой квантовой резонансно-перколяционной траекторией) имеет вид ($v = 0$)

$$\Delta\psi - \alpha^2\psi = \sum_{j=1}^{m} \hat{u}_j\psi, \quad 0 \le x, x_j \le L, \quad \alpha^2 = U_0 - \varepsilon, \quad \hat{u}_j = \hat{u}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j). \qquad (19)$$

На границах барьера $x = 0$ и $x = L$ при всех $\boldsymbol{\rho}$ выполнены условия непрерывности для ψ и ее нормальных производных $\partial\psi/\partial x$.

Слева от барьера ($x < 0$) функция $\psi(x, \boldsymbol{\rho})$ представляет собой суперпозицию падающей на барьер с поперечным импульсом $\mathbf{q}$ и отраженной волн:

$$\psi(x, \boldsymbol{\rho}) = a_q \exp(ik_q x + i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}) + \int b_s \exp(-ik_s x + i\mathbf{s}\boldsymbol{\rho}) \frac{d^2 s}{(2\pi)^2}, \quad k_s = \sqrt{\varepsilon - s^2}. \qquad (20)$$

Справа от барьера ($x > L$) функция $\psi(x, \rho)$ — проходящая волна:

$$\psi(x, \rho) = \int c_s \exp(ik_s(x - L) + is\rho) \frac{d^2s}{(2\pi)^2}. \tag{21}$$

Интегрирование по $\mathbf{s}$ в (20), (21) осуществляется по всем $0 \leq s^2 \leq \varepsilon$, спектральные амплитуды c_s, b_s зависят среди прочего и от параметров траектории m, u.

Предметом вычисления является коэффициент прохождения

$$D_m^{res}(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, u) = \frac{j_x^{out}(\varepsilon, \boldsymbol{\rho}, u)\big|_{x=L}}{j_x^{in}(\varepsilon, \mathbf{q})\big|_{x=0}}, \tag{22}$$

где

$$j_x^{out}(\varepsilon, \boldsymbol{\rho}, u)\big|_{x=L} = 2 \operatorname{Re} \int k_s c_s c_{s'}^* \exp\{i(\mathbf{s} - \mathbf{s}')\boldsymbol{\rho}\} \frac{d^2s}{(2\pi)^2} \frac{d^2s'}{(2\pi)^2} \tag{23}$$

— x-компонента вектора плотности проходящего потока в точке $(L, \boldsymbol{\rho})$,

$$j_x^{in}(\varepsilon, \mathbf{q})\big|_{x=0} = 2k_q |a_q|^2 \tag{24}$$

— x-компонента вектора плотности падающего потока на плоскости $x = 0$.

Таким образом, подставляя (23), (24) в (22), получаем

$$D_m^{res}(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, u) = \operatorname{Re} \int \frac{k_s c_s c_{s'}^*}{k_q |a_q|^2} \exp\{i(\mathbf{s} - \mathbf{s}')\boldsymbol{\rho}\} \frac{d^2s}{(2\pi)^2} \frac{d^2s'}{(2\pi)^2}. \tag{25}$$

Дальнейшая задача состоит в нахождении связи между c_s и a_q путем решения уравнения (19) с упомянутыми выше граничными условиями на плоскостях $x = 0$, $x = L$.

Аналогично [2] эта задача сводится к решению замкнутой системы m алгебраических уравнений:

$$\varphi_{j+1} - \frac{1}{\mu h} \varphi_j + \varphi_{j-1} = 0, \quad 2 \leq j \leq m - 1, \tag{26}$$

$$\left(\frac{1}{\mu h} + \frac{\alpha + ik}{\alpha - ik} \right) \varphi_1 + \varphi_2 = f_q a_q, \tag{27}$$

$$\left(\frac{1}{\mu h} + \frac{\alpha + ik}{\alpha - ik} \right) \varphi_m + \varphi_{m-1} = 0, \tag{28}$$

для величин

$$\varphi_k = \int \hat{u}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_k) \psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad k = 1, 2, \ldots, m, \tag{29}$$

где

$$f_q = -\frac{2ik_q}{\alpha_q - ik_q} \frac{e^{-\alpha_q y}}{4\pi^2 h}, \quad y = \frac{u}{2\alpha}, \quad h = \frac{\alpha e^{-u}}{4\pi u}, \quad \alpha_q = \sqrt{U_0 - \varepsilon - q^2}, \tag{30}$$

$\mu = \mu(\varepsilon)$ — введенная в [2] амплитуда подбарьерного рассеяния на примеси.

Из условий непрерывности на плоскости $x = L$ искомая амплитуда c_s выражается через величину φ_m [2]:

$$c_s = -\frac{\exp(-\alpha_s y - is\rho_m)}{\alpha_s - ik_s}\,\varphi_m, \tag{31}$$

где ρ_m — поперечная координата m-й примеси (ближайшей к плоскости $x = L$) в цепочке.

Решение (26) может быть представлено в виде

$$\varphi_j = C_1\lambda_1^j + C_2\lambda_2^j, \quad 2 \le j \le m-1, \tag{32}$$

где C_1, C_2 — константы, подлежащие определению, а λ_1, λ_2 — корни характеристического уравнения

$$\lambda - 2\eta\lambda + 1 = 0, \quad \eta = (2\mu h)^{-1}, \tag{33}$$

$$\lambda_{1,2} = \eta \pm i\sqrt{1-\eta^2}. \tag{34}$$

Условие возникновения энергетической зоны резонансной прозрачности (т. е. отсутствие затухания φ_j (32) вдоль квантовой резонансно-перколяционной траектории) есть $|\lambda_{1,2}| = 1$, что, как видно из (34), эквивалентно требованию $\eta^2 \le 1$ или с учетом формулы (33) для η — требованию достаточно большой амплитуды подбарьерного рассеяния

$$|\mu| \ge (2h)^{-1}, \tag{35}$$

что имеет место при ε близких к ε_0.

Учитывая, что амплитуда подбарьерного рассеяния при ε близких к ε_0 имеет вид [2]

$$\mu = \mu(\varepsilon) = -\frac{8\pi\alpha_0}{\varepsilon - \varepsilon_0}, \quad \alpha_0 = \sqrt{U_0 - \varepsilon_0}, \tag{36}$$

получаем из (35) с учетом формулы для h (30), что резонансное прохождение возможно при

$$|\varepsilon - \varepsilon_0| \le \gamma, \tag{37}$$

где $\gamma = \gamma(u) = 4\alpha_0^2 u^{-1} e^{-u}$, $u = 2\alpha_0 y$.

Из (26)–(28) при учете (32) получаем систему уравнений для C_1 и C_2

$$\begin{cases} a_{11}C_1 + a_{12}C_2 = f_q a_q, \\ a_{21}C_1 + a_{22}C_2 = 0, \end{cases} \tag{38}$$

где

$$\begin{aligned} a_{1j} &= \left[\left(\frac{1}{\mu h} + \frac{\alpha + ik}{\alpha - ik}\right)\left(\frac{1}{\mu h} - \lambda_j\right) + 1\right]\lambda_j^2, \\ a_{2j} &= \left[\left(\frac{1}{\mu h} + \frac{\alpha + ik}{\alpha - ik}\right)\left(\frac{1}{\mu h} - \lambda_j^{-1}\right) + 1\right]\lambda_j^{m-1}, \quad j = 1, 2. \end{aligned} \tag{39}$$

Найдя C_1 и C_2 из (38), находим из (28), (32)

$$\varphi_m = \varphi_m(\varepsilon, \mathbf{q}) = \frac{f_q}{\Delta_m(\varepsilon)} \exp\left[\ln(\lambda_1 - \lambda_2)\right] a_q, \tag{40}$$

где $\Delta_m(\varepsilon) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ — определитель системы (38), вычисленный при энергии ε.

Подставляя теперь (40) в (31), а (31) в (25), находим

$$D_m^{res}(\varepsilon, \mathbf{q}, \boldsymbol{\rho}, u) = \frac{\alpha^2 k^2}{\pi^4(\alpha^2+k^2)^2} \frac{k_q}{k} \exp\left\{-\frac{\alpha|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_m|^2}{y}\right\} \exp\left\{-\frac{yq^2}{\alpha}\right\} \exp\left\{-\frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)^2}{\gamma^2}\right\}, \quad y = \frac{u}{2\alpha}. \tag{41}$$

Отсюда видно, что $D_m^{res} \sim 1$ при совместном выполнении условий: $|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_m| < \sqrt{y/\alpha}$, $q < \sqrt{\alpha/y}$, $|\varepsilon - \varepsilon_0| < \gamma$. Формула (41) обобщает соответствующую формулу (5.16) работы [2] на случай $\mathbf{q} \neq 0$ и уточняет зависимость резонансной прозрачности от ε. При $\mathbf{q} = 0$ и $\varepsilon = \varepsilon_0$ эти формулы совпадают.

5. ВОЛЬТ-АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

С учетом (41), (13), (15) и (12) ВАХ (14) принимает вид

$$\langle i(v)\rangle = S \sum_{m=1}^{\infty} \int p_m(\varepsilon_F, u) i_m(v, u) du, \tag{42}$$

где

$$p_m(\varepsilon_F, u) = \alpha_F^2 c^m e^{-cm\pi u^3} \left[u^2 \cdot 2(mu/\mathscr{L} - 1)\right]^{m-1},$$

$$i_m(v, u) = \frac{1}{8\pi^3\sqrt{\pi}} \frac{k_F^2 \alpha_F^2}{(\alpha_F^2 + k_F^2)^2} \gamma_F \operatorname{erf}\left(\frac{v}{\gamma_F}\right), \quad \gamma_F = \gamma_F(u) = 4\alpha_F^2 u^{-1} e^{-u},$$

а

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

— интеграл вероятности. Зависимость $\langle i(v)\rangle$ является существенно нелинейной, чем радикально отличается от таковой в «пустом» барьере.

Формально считая параметр m непрерывным, вычислим правую часть (42) методом перевала. Точка перевала находится из системы уравнений

$$\begin{aligned} &-3\pi c m u^2 + 2(m-1)u^{-1} + m(m-1)(mu - \mathscr{L})^{-1} - 1 - u^{-1} + \xi(u, v) = 0, \\ &\ln c - c\pi u^3 + 2\ln u + \ln 2 + \ln(mu - \mathscr{L}) - \ln \mathscr{L} + (m-1)u(mu - \mathscr{L})^{-1} = 0, \end{aligned} \tag{43}$$

где

$$\xi(u, v) = \frac{\partial}{\partial u}\left[\ln \operatorname{erf}\left(\frac{v}{\gamma_F(u)}\right)\right].$$

Асимптотическое решение системы при $v \sim \gamma_F$, $\mathscr{L} \gg 1$, $c\mathscr{L}^2 \ll 1$ имеет вид

$$m_0 = \mathscr{L}^{1/2}\left|\ln(c\mathscr{L})\right|^{-1/2}, \quad u_0 = \mathscr{L}/m_0, \quad \theta_0 = \left|\ln(c\mathscr{L})\right|^{-1/2}. \tag{44}$$

При этом величина $\theta_0 \ll 1$, что оправдывает сделанное ранее предположение о том, что главный вклад в резонансный туннельный ток при малых концентрациях примесей (см. ниже (47), (48)) дают слабоизвилистые квантовые резонансно-перколяционные траектории.

Найдем интервал концентраций c, в котором резонансный туннельный ток $\langle i(v)\rangle$ существенно превышает ток «пустого» барьера $i_0(v)$,

$$\langle i(v)\rangle \gg i_0(v), \tag{45}$$

где

$$i_0(v) = S\frac{4\alpha_F^2 k_F^2}{\pi(\alpha_F^2 + k_F^2)^2}\,\frac{\alpha_F^2}{\mathscr{L}}\,e^{-2\mathscr{L}}v. \tag{46}$$

Подставляя (42) и (46) в (45) и ограничиваясь для оценки в формуле (42) членом с $m = 1$, получаем

$$ce^{-c\pi\mathscr{L}^3} \gg \frac{32\pi^2\sqrt{\pi}\,e^{-2\mathscr{L}}}{\mathscr{L}}\,\frac{v}{\gamma_F(\mathscr{L})\,\mathrm{erf}(v/\gamma_F(\mathscr{L}))}. \tag{47}$$

Например, при $v \sim \gamma_F(\mathscr{L})$ для типичных значений $\mathscr{L} \sim 10$ из (47) имеем оценку

$$10^{-6} \ll c \ll 10^{-2}. \tag{48}$$

В этом интервале концентраций при $\mathscr{L} \sim 10$ и $v \sim \gamma_F(\mathscr{L})$ находим для точки перевала (44) (учитывая, что m — дискретный параметр)

$$m_0 = 1, \quad u_0 = \mathscr{L}. \tag{49}$$

Тогда ВАХ (42) принимает вид

$$\langle i(v)\rangle = S\alpha_F^2 ce^{-c\pi\mathscr{L}^3} i_1(v,\mathscr{L}), \tag{50}$$

где

$$i_1(v,\mathscr{L}) = \frac{1}{8\pi^3\sqrt{\pi}}\,\frac{k_F^2\alpha_F^2}{(\alpha_F^2 + k_F^2)^2}\,\gamma_F(\mathscr{L})\,\mathrm{erf}\left(\frac{v}{\gamma_F(\mathscr{L})}\right).$$

В этих условиях, например, при $c \sim 10^{-3}$ резонансный туннельный ток $\langle i(v)\rangle$ превышает $i_0(v)$ на два порядка.

Дифференциальный туннельный кондактанс

$$G_d(v) = \frac{d\langle i\rangle}{dv} = \frac{S}{4\pi^4}\,\frac{k_F^2\alpha_F^4}{(\alpha_F^2 + k_F^2)^2}\,ce^{-c\pi\mathscr{L}^3}\exp\left[-\frac{v^2}{\gamma_F^2(\mathscr{L})}\right], \tag{51}$$

рассматриваемый как функция напряжения v, представляет собой гауссову кривую с характерной шириной $\gamma_F(\mathscr{L})$. Если, как и выше, принять $\mathscr{L} \sim 10$, а $\alpha_F^2 \sim k_F^2 = \varepsilon_F \sim$

~ 10 эВ, то характерная энергетическая ширина первого ($m = 1$) резонанса $\gamma_F(\mathscr{L}) \sim \sim 10^{-3}$ эВ. Это значит, что для его экспериментального наблюдения необходима температура $T \ll 10$ К, а сам этот резонанс должен проявляться на масштабах напряжений $v \sim 10^{-3}$ В. Аналогичные оценки могут быть проделаны и для резонансов с $m > 1$.

Переходя к вычислению мезоскопических флуктуаций туннельного кондактанса, подставим (17) в (18), и, учитывая, что в рассматриваемом интервале концентраций (48) $p_m^{-1}(\varepsilon_F, u) \gg \pi\alpha_F^{-2}u^2$, формулу (18) приводим к виду

$$\langle\delta^2\rangle^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{S}} \left\{ \frac{\sum_m \int p_m(\varepsilon_F, u) i_m^2(v, u) du}{\left[\sum_m \int p_m(\varepsilon_F, u) i_m(v, u) du\right]^2} \right\}^{1/2}. \tag{52}$$

Оставляя для оценки в суммах (52) только главные члены с $m = 1$, получаем

$$\langle\delta^2\rangle^{1/2} = \frac{1}{\alpha_F\sqrt{cS}} \exp\left(\frac{c\pi\mathscr{L}^3}{2}\right). \tag{53}$$

Из условия $\langle\delta^2\rangle^{1/2} \ll 1$ следует ограничение снизу на площадь туннельного перехода

$$\sqrt{S} \gg \frac{1}{\alpha_F\sqrt{c}} \exp\left(\frac{c\pi\mathscr{L}^3}{2}\right), \tag{54}$$

обеспечивающее реальное самоусреднение туннельного кондактанса при рассматриваемых концентрациях примесей.

Литература

1. В. Я. Кирпиченков, ЖЭТФ **113**, 1522 (1998).
2. И. М. Лифшиц, В. Я. Кирпиченков, ЖЭТФ **77**, 989 (1979).
3. И. М. Лифшиц, С. А. Гредескул, Л. А. Пастур, *Введение в теорию неупорядоченных систем*, Наука, Москва (1982).