

СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ НЕПРЯМЫХ БИЭКСИТОНОВ В СВЕРХРЕШЕТКАХ

Ю. Е. Лозовик^{a*}, О. Л. Берман^a, М. Вилландер^{b†}^a *Институт спектроскопии Российской академии наук
142092, Троицк, Московская область, Россия*^b *Göteborg University, Chalmers University of Technology
S-41296, Göteborg, Sweden*

Поступила в редакцию 26 октября 1998 г.

Установлена неустойчивость системы взаимодействующих квазидвумерных непрямых экситонов в сверхрешетке второго рода конечной толщины вследствие притяжения противоположно направленных диполей экситонов в соседних слоях. Устойчивой является система непрямых квазидвумерных биэкситонов, образуемых непрямыми экситонами с противоположно направленными дипольными моментами. Вычислены радиус и энергия связи непрямых биэкситонов. Рассматривается коллективный спектр системы таких биэкситонов, слабо взаимодействующих по квадрупольному закону. Проанализированы бозе-конденсация, плотность сверхтекучей компоненты $n_s(T)$ и фазовый переход в сверхтекучее состояние в разреженной системе непрямых биэкситонов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Большой интерес к электронно-дырочной системе связанных квантовых ям [1–5] связан с возможным обнаружением сверхтекучести экситонов в этих системах, которая может проявляться в существовании незатухающих электрических токов в каждой яме [6, 7]. Для этих систем предсказан также ряд иных эффектов, например, квазиджоузефсоновские эффекты [8], кристаллизация непрямых экситонов [9], ряд эффектов в сильных магнитных полях [10–13].

Представляют особенный интерес также коллективные свойства экситонов в сверхрешетках и слоистых системах (см., например, [14–16]). Основной целью настоящей работы является исследование сверхтекучести разреженной электронно-дырочной системы в сверхрешетках. Возможно несколько физических реализаций модели системы с пространственно-разделенными электронами (e) и дырками (h) в сверхрешетках. Последние могут находиться в термодинамическом равновесии в сверхрешетках второго рода. Кроме того, возможно появление пространственно-разделенных электронов и дырок в результате лазерной накачки в сверхрешетках, образованных периодической системой связанных квантовых ям (например, на основе структуры AlAs/GaAs [1]), вследствие того что уровень поперечного квантования носителей одного типа в одной яме оказывается ниже уровня поперечного квантования носителей такого же типа в другой яме (а для носителей другого типа порядок расположения уровней — обратный).

*E-mail: lozovik@isan.troitsk.ru

†M. Willander.

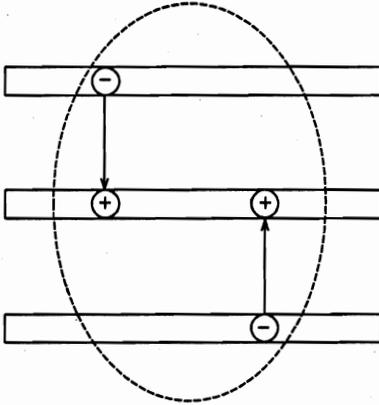


Рис. 1. Двумерные не прямые биэкситоны, образуемые расположенными в соседних парах квантовых ям непрямыми экситонами с противоположно направленными дипольными моментами

Если перекрытие волновых функций пространственно-разделенных электронов и дырок в связанных квантовых ямах достаточно мало, то времена рекомбинации становятся много больше времен релаксации τ_r . При низких плотностях не прямые экситоны (с пространственно-разделенными электронами и дырками) существуют при временах, когда прямые экситоны уже рекомбинировали [15]. Тогда не прямые экситоны могут находиться в квазиравновесном состоянии на временах, меньших времени рекомбинации не прямых экситонов, а возбужденные электроны и дырки характеризуются различными химическими квазипотенциалами. В этом случае в системе не прямых экситонов в сверхрешетках, как и в системе связанных квантовых ям [6, 7], могут образовываться различные квазиравновесные фазы. Если электронные и дырочные квантовые ямы чередуются (по описанной выше причине), то в одной паре ям имеются экситоны с одинаковыми дипольными моментами, а у экситонов в соседних парах ям дипольные моменты направлены противоположно (рис. 1). Это, как оказывается, приводит к существенному отличию свойств $e-h$ -системы от системы связанных квантовых ям (которое проявляется, уже начиная с трехслойной $e-h-e$ или $h-e-h$ -системы).

В настоящей работе рассматривается сверхрешетка второго рода конечной толщины. Установлена неустойчивость системы не прямых экситонов в этой системе, взаимодействующих на далеких расстояниях по диполь-дипольному закону, вследствие притяжения противоположно направленных диполей экситонов на больших расстояниях. Рассмотрены квазидвумерные не прямые биэкситоны, образованные из двух не прямых экситонов с противоположно направленными диполями. Вычислены радиус и энергия связи таких не прямых биэкситонов. Эти биэкситоны, в отличие от не прямых экситонов, на больших расстояниях отталкиваются по квадрупольному закону. В результате система не прямых биэкситонов оказывается устойчивой. В лестничном приближении [17, 18] рассматривается коллективный спектр слабо взаимодействующих по квадрупольному закону двумерных не прямых биэкситонов, образуемых не прямыми экситонами с противоположно направленными дипольными моментами. Плотность сверхтекучей компоненты $n_s(T)$ взаимодействующих двумерных не прямых биэкситонов в сверхрешетках рассчитывается при низких температурах T . Вычислена температура фазового перехода Костерлица—Таулесса [19] в сверхтекучее состояние. Возможное сосуществование фаз прямых и не прямых экситонов при низких температурах обсуждается в Заключение.

2. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ НЕПРЯМЫХ ЭКСИТОНОВ

Рассмотрим разреженную систему слабо взаимодействующих двумерных непрямых экситонов (с электронами и дырками, находящимися в соседних слоях) в сверхрешетке второго рода конечной толщины L . Будем предполагать, что $n^{-1/2} > L$, где n_{ex} — поверхностная концентрация экситонов. Покажем, что в рассматриваемом случае система экситонов неустойчива в отличие от двухслойной системы (связанных квантовых ям). При малых плотностях непрямых экситонов, $na^2 \ll 1$, система при низких температурах представляет собой квазидвумерный бозе-газ непрямых экситонов [14] с дипольными моментами \mathbf{d} , $d \sim eD$ (D — расстояние между квантовыми ямами), перпендикулярными плоскостям квантовых ям и возрастающими с увеличением расстояния между ямами D ($a_{ex}(D)$ — радиус экситонов вдоль ям; $a_{ex} \approx a^*/4$, $a^* = \hbar^2\epsilon/\mu_{ex}e^2$ при $D \ll a^*$ и $a_{ex} \approx (a^*)^{1/4}D^{3/4}$ при $D \gg a^*$, когда спектр низколежащих экситонных уровней совпадает со спектром двумерного осциллятора; ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, $\mu_{ex} = m_e m_h / (m_e + m_h)$). В отличие от обычных экситонов, для пространственно-непрямых экситонов основной вклад в энергию разреженной системы дают диполь-дипольные взаимодействия U_- и U_+ экситонов соответственно с противоположно и одинаково направленными диполями. Два диполя взаимодействуют по закону

$$U_+ = -U_- = U = \frac{e^2 D^2}{\epsilon R^3},$$

где R — расстояние между диполями вдоль плоскостей ям; предполагается, что $D/R \ll 1$, что выполняется в сильно разреженных системах. Далее мы рассмотрим случай, когда число k квантовых ям ограничено и $k \ll R_0/D = 1/D\sqrt{\pi n_{ex}}$, что верно и для достаточно больших k , но для очень разреженных систем (R_0 — среднее расстояние между экситонами вдоль плоскости квантовых ям). В этом случае выполняется неравенство $r/R \ll 1$, где r — расстояние между диполями в направлении, перпендикулярном плоскостям ям.

Различие между экситонами и бозонами проявляется в обменных эффектах (см., например, [7, 20]). Эти эффекты для экситонов с пространственно-разделенными e и h при больших расстояниях D между квантовыми ямами в разреженных системах, $n_{ex} a_{ex}^2(D) \ll 1$, подавлены вследствие пренебрежимо малого перекрытия волновых функций двух экситонов при учете потенциального барьера, обусловленного прямым диполь-дипольным отталкиванием двух непрямых экситонов с одинаково направленными дипольными моментами и отталкиванием на расстояниях порядка D двух непрямых экситонов с противоположно направленными дипольными моментами. Малый туннельный параметр, связанный с барьером, имеет вид

$$\exp \left[-\frac{1}{\hbar} \int_{a_{ex}(D)}^{r_0} \sqrt{2M[U(r) - \mu]} dr \right],$$

где $M = m_e + m_h$, μ — химический потенциал системы; r_0 — классическая точка поворота для отталкивания при энергии равной μ . Потенциальная энергия взаимодействия двух непрямых экситонов на больших расстояниях с одинаково направленными

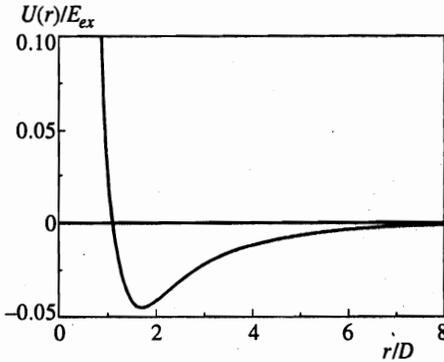


Рис. 2. Потенциальная энергия взаимодействия $U(r)$ (в единицах энергии связи непрямого экситона $E_{ex} = e^2/\epsilon D$) между расположенными в соседних парах квантовых ям непрямыми экситонами с противоположно направленными дипольными моментами как функция расстояния r между непрямыми экситонами (в единицах D)

дипольными моментами есть

$$U(r) = \frac{e^2 D^2}{\epsilon r^3},$$

а для двух не прямых экситонов с противоположно направленными дипольными моментами она имеет вид (см. рис. 2)

$$U(r) = \frac{e^2}{\epsilon r} - \frac{2e^2}{\epsilon \sqrt{r^2 + D^2}} + \frac{e^2}{\epsilon \sqrt{r^2 + 4D^2}}. \tag{1}$$

Для больших D для двух не прямых экситонов с одинаково направленными дипольными моментами малый туннельный параметр, связанный с барьером, есть

$$\exp \left[-\frac{2eD}{\hbar} \sqrt{\frac{M}{a_{ex}(D)}} \right] \sim \exp \left[-\frac{\sqrt{2}D}{a_{ex}(D)} \right] \sim \exp \left[-\left(\frac{D}{2r_{ex}} \right)^{1/4} \right],$$

($r_{ex} = a^*/4$ — радиус плоского двумерного экситона). Для больших D для двух не прямых экситонов с противоположно направленными дипольными моментами малый туннельный параметр есть $\exp[-0.33\sqrt{D/r_{ex}}]$.

Покажем, что при малом перекрытии волновых функций экситонов вклад в химический потенциал обменного взаимодействия мал. Для простоты (лишь для этого доказательства) рассмотрим гамильтониан двухслойной $e-h$ системы:

$$\hat{H} = \sum_{p=0,i}^{\infty} \left(\frac{p^2}{2m_e} - \mu_e \right) a_{pi}^+ a_{pi} + \left(\frac{p^2}{2m_h} - \mu_h \right) b_{pi}^+ b_{pi} + \frac{1}{2} \sum_{pp'k} \sum_{i \neq j} V(k) \times \\ \times (a_{pi}^+ a_{p'j}^+ a_{p'+k,j} a_{p-k,i} + b_{pi}^+ b_{p'j}^+ b_{p'+k,j} b_{p-k,i}) - 2 \sum_{i,j} \tilde{V}(k) a_{pi}^+ b_{p'j}^+ b_{p'+k,j} a_{p-k,i}, \tag{2}$$

где индексы i и j обозначают номер экситона, который образуют данные электроны и дырки; a_{pi}^+ и b_{pi}^+ — операторы рождения электрона и дырки, образующих экситон с номером i ; $m_e = m_h = m$ — эффективные массы электрона и дырки; $V(k) = 2\pi e^2/\epsilon k$ — кулоновское взаимодействие в одном слое; $\tilde{V}(k) = (2\pi e^2/\epsilon k) \exp(-kD)$ — взаимодействие электрона и дырки, находящихся в разных слоях; μ_e и μ_h — химические

потенциалы, определяющиеся условиями нормировки (концентрации e и h считаем равными, $N_e = N_h$):

$$\sum_{p,i} \langle a_{pi}^+ a_{pi} \rangle = \sum_{p,i} \langle b_{pi}^+ b_{pi} \rangle = \frac{1}{2} N,$$

где $N = N_e + N_h$ — полное число частиц в системе; $n = N/S$ — поверхностная концентрация частиц в системе; S — площадь системы. Для вычисления энергии обменного взаимодействия учтем спаривание электронов и дырок путем проведения канонического боголюбовского преобразования над электронными и дырочными операторами, описываемого унитарным оператором \hat{S} [20]:

$$\hat{S} = \exp \left[\sum_{p,i} \phi_{pi} (a_{pi}^+ b_{-pi}^+ - b_{-pi} a_{pi}) \right], \quad (3)$$

$$\hat{S} a_{pi} \hat{S}^+ = u_p a_{pi} + v_p b_{-pi}^+, \quad (4)$$

$$\hat{S} b_{pi} \hat{S}^+ = u_p b_{pi} + v_p a_{-pi}^+, \quad (5)$$

где

$$u_p = \cos \phi_p, \quad v_p = \sin \phi_p, \quad u_p^2 + v_p^2 = 1. \quad (6)$$

С использованием антикоммутиционных соотношений для фермиевских операторов стандартным образом получается преобразованный гамильтониан

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}' + U, \quad (7)$$

где U — числовой функционал от u и v ; \hat{H}_0 и \hat{H}' — квадратичный и кватичный по новым операторам гамильтонианы.

Функция v_p подчиняется условию нормировки:

$$\sum_p v_p^2 = n/2, \quad (8)$$

следующей из соотношений

$$\sum_{p,i} \langle \hat{S} a_{pi}^+ a_{pi} \hat{S}^+ \rangle = \sum_{p,i} \langle \hat{S} b_{pi}^+ b_{pi} \hat{S}^+ \rangle = 2 \sum_p v_p^2 = n,$$

где n — безразмерная поверхностная концентрация зарядов na_{ex}^2 ; $a_{ex} = (8\epsilon_{ex})^{1/4} D^{3/4}$ — радиус непрямого экситона [14].

Для вычисления энергии обменного взаимодействия рассмотрим некоторые слагаемые гамильтониана H_0 :

$$H_{ex} = \sum_{p,i \neq j} \left[(\epsilon_p - \mu) u_p v_p - u_p^2 \sum_{p'} \tilde{V}_{p-p'} u_{p'} v_{p'} \right] (a_{pi}^+ b_{-pi}^+ + b_{-pi} a_{pi}) - \\ - (2 \sum_{p'} V_{p-p'} v_{p'}^2 u_p v_p + v_p^2 \sum_{p'} \tilde{V}_{p-p'} u_{p'} v_{p'}) (a_{pi}^+ b_{-pj}^+ + b_{-pj} a_{pi}), \quad (9)$$

где $\varepsilon_p = p^2/2\mu_{ex}$. При усреднении по основному состоянию воспользуемся соотношением

$$\langle a_{pi}^+ b_{-pj}^+ \rangle + \langle b_{-pj} a_{pi} \rangle \sim \mathcal{T}_{ij} (\langle a_{pi}^+ b_{-pi}^+ \rangle + \langle b_{-pi} a_{pi} \rangle), \quad (10)$$

где $\mathcal{T}_{ij} = \mathcal{T} \sim \exp[-\sqrt{2}D/a_{ex}(D)] \sim \exp[-(D/2\tau_{ex})^{1/4}]$ — матричный элемент туннелирования электронов и дырок из разных экситонов через потенциальный барьер диполь-дипольного отталкивания, определяющийся экспоненциально малым перекрытием волновых функций. Воспользуемся условием равенства нулю коэффициента k_p при средних парных комбинациях операторов $\langle a_{pi}^+ b_{-pi}^+ \rangle + \langle b_{-pi} a_{pi} \rangle$ (дающих сингулярные вклады в энергию) в перестроенном с учетом e - h -спаривания гамильтониане H_0 из (7). Из условия $k_p = 0$ следует

$$\left(\varepsilon_p - \mu - 2 \sum_{p'} \mathcal{T}_{ij} V_{p-p'} v_{p'}^2 \right) u_p v_p - (u_p^2 - \mathcal{T}_{ij} v_p^2) \sum_{p'} \tilde{V}_{p-p'} u_{p'} v_{p'} = 0. \quad (11)$$

Для разреженной системы u_p имеет порядок единицы, а величина v_p мала по безразмерному параметру. В низшем приближении по v_p , т. е. с точностью до членов порядка \sqrt{n} , уравнение (11) сводится к

$$(\varepsilon_p - \mu_0) v_p - \int \tilde{V}_{p-p'} v_{p'} \frac{d^2 p'}{(2\pi)^2} = 0. \quad (12)$$

Уравнение (12) совместно с условием нормировки (8) имеет вид

$$v_p = \sqrt{n} \psi_0(p), \quad \mu_0 = -\varepsilon_0, \quad (13)$$

где ε_0 и $\psi_0(p)$ — энергия связи и волновая функция основного состояния изолированного экситона с пространственно-разделенными e и h . Волновая функция ψ_0 и энергия ε_0 непрямых экситонов вычислялись для различных расстояний между слоями D в работе [14]. Следующий порядок по v_p в уравнении (11) содержит эффекты обменного взаимодействия. Поправка к химическому потенциалу μ_{ex} экситонов может быть определена из (11) с помощью обычной теории возмущений, если в члены порядка $n^{3/2}$, опущенные в (12) и пропорциональные малому параметру \mathcal{T} , подставить нулевое приближение для v_p из (13) и рассматривать их как малое возмущение. В результате для вклада обменного взаимодействия в химический потенциал μ_{ex} в области малых концентраций n и малых расстояний между слоями D получаем

$$\mu_{ex} \sim \mathcal{T} n a_{ex}^2 \varepsilon_0. \quad (14)$$

Таким образом, обменное взаимодействие в пространственно-разделенной системе подавлено по сравнению с двумерной e - h -системой в одном слое. Это связано с малой туннельной экспонентой \mathcal{T} при проникновении через барьер диполь-дипольного взаимодействия. Следовательно, при $D \gg \tau_{ex}$ обменными эффектами, связанными с небозевской статистикой непрямых экситонов, можно пренебречь.

Для анализа устойчивости основного состояния слабонеидеального бозе-газа непрямых экситонов в сверхрешетке используем боголюбовское приближение. Полный

гамильтониан разреженной системы слоистых экситонов, \hat{H}_{tot} , представляет собой гамильтониан разреженного газа двумерных не прямых экситонов с параллельно и противоположно направленными дипольными моментами:

$$\hat{H}_{tot} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int}. \tag{15}$$

Здесь \hat{H}_0 — гамильтониан системы невзаимодействующих экситонов:

$$\hat{H}_0 = \sum_p \varepsilon_0(p)(a_p^+ a_p + b_p^+ b_p + a_{-p}^+ a_{-p} + b_{-p}^+ b_{-p}), \tag{16}$$

где $\varepsilon_0(p) = p^2/2M$ — спектр изолированного двумерного непрямого экситона в сверхрешетке; a_p^+ , b_p^+ , a_p , b_p — операторы рождения и уничтожения экситонов с различно направленными дипольными моментами; \hat{H}_{int} — гамильтониан взаимодействия между экситонами:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{int} = \frac{U}{2V} \sum_{p_1+p_2=p_3+p_4} & (a_{p_4}^+ a_{p_3}^+ a_{p_2} a_{p_1} + b_{p_4}^+ b_{p_3}^+ b_{p_2} b_{p_1} - a_{p_4}^+ a_{p_3}^+ b_{p_2} b_{p_1} - b_{p_4}^+ b_{p_3}^+ a_{p_2} a_{p_1} - \\ & - a_{p_4}^+ b_{p_3}^+ a_{p_2} b_{p_1}), \end{aligned} \tag{17}$$

где V — объем системы.

Рассмотрим температуру $T = 0$. Полагая, что большинство частиц находится в конденсате ($(N - N_0)/N_0 \ll 1$, N и N_0 — полное число частиц и число частиц в конденсате), учитываем, как обычно, лишь взаимодействие частиц конденсата между собой и возбужденных частиц с частицами конденсата, пренебрегая взаимодействием надконденсатных частиц между собой. Тогда полный гамильтониан приобретает вид

$$\begin{aligned} \hat{H}_{tot} = \frac{1}{2} \sum_{p \neq 0} [\varepsilon_0(p)(a_p^+ a_p + b_p^+ b_p + a_{-p}^+ a_{-p} + b_{-p}^+ b_{-p}) - U n_{ex} (a_p^+ b_{-p}^+ + a_p b_{-p} + \\ + a_{-p}^+ b_p^+ + a_{-p} b_p + a_p^+ b_p + a_{-p}^+ b_{-p} + a_p b_p^+ + a_{-p} b_{-p}^+)], \end{aligned} \tag{18}$$

где $n_{ex} = N/V$ — концентрация экситонов. В гамильтониане (18) члены, возникающие от первого и второго слагаемых гамильтониана (17), которые описывают отталкивание не прямых экситонов с параллельными дипольными моментами, компенсируются остальными слагаемыми гамильтониана (17), описывающими притяжение не прямых экситонов с противоположно направленными дипольными моментами. В результате остаются только члены, описывающие притяжение (членов, описывающих притяжение в гамильтониане (17), больше, чем членов описывающих отталкивание, так как притяжение может быть записано с использованием большего количества различных комбинаций операторов рождения и уничтожения). Диагонализуем квадратичный по операторам гамильтониан \hat{H}_{tot} с помощью унитарного преобразования Боголюбовского типа [17]:

$$\begin{aligned} a_p &= \frac{1}{\sqrt{1 - A_p^2 - B_p^2}} (\alpha_p + A_p \alpha_{-p}^+ + B_p \beta_{-p}^+), \\ b_p &= \frac{1}{\sqrt{1 - A_p^2 - B_p^2}} (\beta_p + A_p \beta_{-p}^+ + B_p \alpha_{-p}^+), \end{aligned} \tag{19}$$

где коэффициенты A_p и B_p , найденные из условия обращения в нуль коэффициентов при недиагональных членах в гамильтониане, имеют вид

$$A_p = B_p = \frac{1}{Un} \left[-\varepsilon_0(p) + \sqrt{(\varepsilon_0(p))^2 - (nU)^2} \right]. \quad (20)$$

В результате получаем диагонализированный гамильтониан:

$$\hat{H}_{tot} = \sum_{p \neq 0} \varepsilon(p) (\alpha_p^+ \alpha_p + \beta_p^+ \beta_p + \alpha_{-p}^+ \alpha_{-p} + \beta_{-p}^+ \beta_{-p}), \quad (21)$$

где $\varepsilon(p)$ — спектр перестроенных квазичастиц:

$$\varepsilon(p) = \sqrt{\varepsilon_0^2(p) - (nU)^2}. \quad (22)$$

При малых импульсах $p < \sqrt{2MnU}$ спектр возбуждений становится мнимым вследствие притяжения экситонов в системе на больших расстояниях. Поэтому система слабо взаимодействующих не прямых экситонов в сверхрешетке является неустойчивой.

3. РАДИУС И ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ НЕПРЯМОГО БИЭКСИТОНА

Рассмотрим в качестве основного состояния системы разреженный слабонеидеальный газ двумерных не прямых биэкситонов, образуемых не прямыми экситонами с противоположно направленными дипольными моментами. Если электронные и дырочные квантовые ямы чередуются, не прямые биэкситоны образуются не прямыми экситонами с противоположно направленными дипольными моментами, расположенными в соседних парах ям (см. рис. 1). При соответствующей взаимной ориентации диполей они притягиваются на далеких расстояниях и отталкиваются на близких расстояниях, а потенциальная энергия взаимодействия между ними $U(r)$ имеет вид (1), r — расстояние между параллельными диполями не прямых экситонов вдоль плоскости квантовых ям (см. рис. 2). Здесь предполагается, что расстояние между ямами D больше радиуса не прямого экситона a_{ex} [14]: $D \gg a_{ex} \sim (a^*)^{1/4} D^{3/4}$. При $r > 1.11D$ не прямые экситоны притягиваются, а при $r < 1.11D$ они отталкиваются. Несмотря на то что, в отличие от атомов и молекул, массы электрона и дырки имеют одинаковый порядок, к задаче о биэкситоне адиабатическое приближение оказывается применимым. Малым параметром задачи здесь является не отношение массы электрона к массе дырки, а численный малый параметр, представляющий собой отношение энергии биэкситона к энергии экситона [21]. На языке пространственных масштабов малым параметром является отношение радиуса биэкситона к радиусу экситона вдоль квантовых ям. Любопытно, что в задаче о биэкситоне указанные параметры малы даже при $m_e = m_h$ и, более того, оказываются меньшими, чем аналогичные параметры малости для атомов и молекул [21]. Малость указанных параметров будет подтверждена ниже результатами расчета не прямого биэкситона. Уравнение Шредингера внутреннего движения не прямых экситонов в не прямом биэкситоне в системе центра масс имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{M} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} \right) + U(r) \psi(r) = E \psi(r), \quad (23)$$

где $\psi(r)$ и E — волновая функция и энергия внутреннего движения в непрямом биэкситоне. Минимум потенциальной энергии $U(r)$ находится на расстоянии $r = r_0 \approx 1.67D$ между непрямыми экситонами (см. рис. 2). При больших D разложим потенциальную энергию $U(r)$ в ряд Тейлора по параметру $(r - r_0)/D \ll 1$ до второго порядка:

$$U(r) = -0.04 \frac{e^2}{\epsilon D} + 0.44 \frac{e^2}{\epsilon D^3} (r - r_0)^2. \quad (24)$$

Таким образом, при больших D уровни биэкситона соответствуют двумерному гармоническому осциллятору с частотой $\omega = \sqrt{0.88e^2/M\epsilon D^3}$ и точкой равновесия при $r = r_0$. Спектр низколежащих уровней оказывается поэтому эквидистантным:

$$E_n = -0.04 \frac{e^2}{\epsilon D} + 2\sqrt{2}E_0 \left(\frac{r^*}{D}\right)^{3/2} (n+1), \quad (25)$$

где

$$E_0 = \frac{Me'^4}{\hbar^2\epsilon}, \quad r^* = \frac{\hbar^2\epsilon}{2Me'^2}, \quad e'^2 = 0.88e^2.$$

В основном состоянии энергия E_0 и характерная «размазка» a_{bex} биэкситона вдоль квантовых ям (вблизи среднего радиуса биэкситона r_0 вдоль ям) есть

$$E_0 = -0.04 \frac{e^2}{\epsilon D} + 2\sqrt{2}E_0 \left(\frac{r^*}{D}\right)^{3/2}, \quad (26)$$

$$a_{bex} = \sqrt{\frac{2\hbar}{M\omega}} = (8r^*)^{1/4} D^{3/4} = 1.03a_{ex}. \quad (27)$$

Из приведенных выше соотношений видно, что условия адиабатичности выполняются, так как отношение энергий связи биэкситона и экситона есть $E_{bex}/E_{ex} = 0.04 \ll 1$. Отношение радиусов экситона и биэкситона есть $a_{ex}/r_0 = 0.67(8r_{ex})^{1/4} D^{-1/4} \ll 1$ при $D \gg a_{ex}$.

Средний дипольный момент рассматриваемого биэкситона равен нулю. Однако, как легко видеть, квадрупольный момент оказывается отличным от нуля и равен $Q = 3eD^2$ (большая ось квадруполя перпендикулярна квантовым ямам). Поэтому неярные биэкситоны взаимодействуют на далеких расстояниях как одинаково ориентированные квадруполи по закону $U(R) = 9e^2 D^4/R^5$.

4. КОЛЛЕКТИВНЫЕ СВОЙСТВА И СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ НЕПРЯМЫХ БИЭКСИТОНОВ

На больших расстояниях между непрямыми биэкситонами, $R \gg D$, имеется слабое квадрупольное отталкивание по закону $U(R) = 9e^2 D^4/R^5$. Неравенство $R_0 \gg D$ выполняется для разреженных систем при условии $n \ll 1/\pi D^2$. Обменные эффекты, связанные с небозевской статистикой разреженной системы неярных биэкситонов, подавлены вследствие пренебрежимо малого перекрытия волновых функций двух биэкситонов при учете потенциального барьера, обусловленного квадрупольным отталкиванием неярных биэкситонов на больших расстояниях (см. аналогичное рассуждение

для дипольных экситонов). Малый туннельный параметр, связанный с этим барьером есть

$$\exp \left[-\frac{1}{\hbar} \int_{r_0}^{R'} \sqrt{2M_{\text{beex}} \left(\frac{9e^2 D^4}{R^5} - \mu \right)} dR \right],$$

где μ — химический потенциал системы (см. ниже); $M_{\text{beex}} = 2M$ — масса биэкситона; R' — классическая точка поворота для квадрупольного взаимодействия, определяемая из условия $U(R') = \mu$. При больших D этот параметр имеет вид $\exp[-0.93\sqrt{D/\tau_{\text{ex}}}]$. Следовательно, при $D \gg r_{\text{ex}}$ обменными эффектами для не прямых биэкситонов можно пренебречь.

Для учета рассеяния биэкситона на биэкситоне можно воспользоваться результатами теории двумерного бозе-газа [18]. Химический потенциал μ двумерных бозонов, отталкивающихся по закону $U(R) = AR^{-k}/M$, при учете межчастичного взаимодействия в виде суммы лестничных диаграмм [17] имеет вид (далее везде полагаем $\hbar = 1$) [18]

$$\mu = \frac{4\pi n}{M} \ln^{-1} \frac{1}{8\pi n A^2 / (k-2)}. \quad (28)$$

Для биэкситонов, отталкивающихся по квадрупольному закону, имеют место соотношения $A = 9e^2 D^4 M_{\text{beex}}$, $k = 5$, и химический потенциал такой системы есть

$$\mu = \frac{4\pi n_{\text{beex}}}{M_{\text{beex}}} \ln^{-1} \frac{1}{8\pi (9e^2 D^4 M_{\text{beex}})^{2/3} n_{\text{beex}}}, \quad (29)$$

где $n_{\text{beex}} = n/2$ — концентрация биэкситонов.

При малых импульсах коллективный спектр системы биэкситонов является звуковым $\varepsilon(p) = c_s p$, где $c_s = \sqrt{\mu/M_{\text{beex}}}$ — скорость звука, а μ определяется соотношением (29). Этот спектр удовлетворяет критерию сверхтекучести Ландау. Локальная плотность сверхтекучей компоненты $n_s(T)$ для двумерного бозе-газа со звуковым спектром имеет вид

$$n_s = n_{\text{beex}} - \frac{3\zeta(3)}{2\pi} \frac{T^3}{c_s^4 M_{\text{beex}}}, \quad (30)$$

где второе слагаемое отвечает зависящей от температуры плотности нормальной компоненты, учитывающей вклад невзаимодействующих возбуждений с дисперсией $\varepsilon(p) = \sqrt{\mu/M_{\text{beex}}} p$ (ср. [7]). Оценка для локальной плотности сверхтекучей компоненты (30) справедлива для низких температур при малой плотности возбуждений, которые полагаются невзаимодействующими, а перенормировка n_s за счет вклада вихрей при температурах ниже температуры Костерлица—Таулесса пренебрежима.

Сверхтекучесть появляется в двумерной системе ниже температуры перехода Костерлица—Таулесса T_c [19]

$$T_c = \frac{\pi n_s}{2M_{\text{beex}}}, \quad (31)$$

при которой происходит диссоциация связанных вихрей. Подставляя оценку для плотности сверхтекучей компоненты n_s из (30) в (31), получаем уравнение для T_c . Его решение есть:

$$T_c = \left[\left(1 + \sqrt{\frac{16}{(6 \cdot 0.45)^3 \pi^4} \left(\frac{M_{bez} T_c^0}{n_{bez}} \right)^3 + 1} \right)^{1/3} + \left(1 - \sqrt{\frac{16}{(6 \cdot 0.45)^3 \pi^4} \left(\frac{M_{bez} T_c^0}{n_{bez}} \right)^3 + 1} \right)^{1/3} \right] \frac{T_c^0}{(4\pi)^{1/3}}. \quad (32)$$

Здесь T_c^0 — вспомогательная величина, равная температуре исчезновения плотности сверхтекучей компоненты в приближении среднего поля, $n_s(T_c^0) = 0$:

$$T_c^0 = \left[\frac{2\pi n_{bez} c_s^4 M_{bez}}{3\zeta(3)} \right]^{1/3} = \left[\frac{32}{3\zeta(3)} \ln^{-2} \frac{1}{8\pi n_{bez} M_{bez}^2 D^4} \right]^{1/3} \frac{\pi n_{bez}}{M_{bez}}. \quad (33)$$

Выражение (33) может быть использовано как грубая оценка характерной температуры кроссовера, при которой на расстояниях меньших среднего расстояния между вихрями появляется локальная плотность сверхтекучей компоненты. Локальная плотность сверхтекучей компоненты может проявляться в локальных оптических свойствах или локальных транспортных свойствах [7]. В разреженной двумерной системе в лестничном приближении (при $\ln^{-1}[8\pi(9e^2 D^4 M_{bez})^{2/3} n_{bez}] \gg 1$), как следует из соотношений (32) и (33), температура Костерлица—Таулесса есть

$$T_c = (2\pi)^{-1/3} T_c^0. \quad (34)$$

Как следует из (30), при максимальной температуре сверхтекучей системы (температуре Костерлица—Таулесса) плотность нормальной компоненты приближенно имеет вид

$$n_n(T_c) = \frac{3\zeta(3)}{2\pi} \frac{T_c^3}{c_s^4 M_{bez}}. \quad (35)$$

Подставляя (32) в (35), получаем

$$n_n(T_c) = \frac{n_{bez}}{4\pi} \left\{ \left[1 + \sqrt{\frac{16}{(6 \cdot 0.45)^3 \pi^4} \left(\frac{M_{bez} T_c^0}{n_{bez}} \right)^3 + 1} \right]^{1/3} + \left[1 - \sqrt{\frac{16}{(6 \cdot 0.45)^3 \pi^4} \left(\frac{M_{bez} T_c^0}{n_{bez}} \right)^3 + 1} \right]^{1/3} \right\}^3. \quad (36)$$

В разреженной двумерной системе в лестничном приближении имеем

$$\frac{n_n(T_c)}{n_{bez}} = \frac{1}{2\pi}. \quad (37)$$

Отметим, что выражения (34) и (37) имеют место для любого двумерного разреженного бозе-газа. Безразмерная величина $n_n(T_c)/n_{bez}$ может рассматриваться как малый параметр. Следовательно, использованное выше для вычисления n_s и T_c приближение идеального бозе-газа звуковых возбуждений справедливо.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Превращение пространственно-непрямых экситонов в прямые экситоны может происходить в результате двух процессов: туннелирования электронов и дырок между ямами и взаимодействия между непрямыми экситонами. Второй эффект был обнаружен экспериментально в работе [15] и должен быть пренебрежимо мал при малых плотностях. Взаимодействие между прямыми экситонами в каждой яме приводит к превращению прямых экситонов после их столкновения в не прямые экситоны. Этот эффект также мал для разреженной экситонной системы. Процессы превращения прямых экситонов в не прямые должны фиксировать фазу параметра порядка в сверхтекучей системе. Последний эффект должен приводить к различным квазиджозефсоновским эффектам в экситонной системе в сверхрешетке (ср. с [8]). При достаточно низких температурах сверхтекучие фазы не прямых и прямых экситонов могут сосуществовать. При этом фиксируется относительная фаза соответствующих параметров порядка для не прямых и прямых экситонов. В результате в спектрах колебаний относительной фазы появляется щель, пропорциональная матричному элементу превращения прямого экситона в не прямой. Кроме того, в системе возникают различные солитонные возбуждения (ср. с [8]).

Работа была поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований, INTAS и программой «Твердотельные наноструктуры» Министерства науки и технологий. Одному из авторов (О. Л. Б.) была оказана поддержка программой «Соросовские аспиранты» фонда Дж. Сороса ISSEP и программой ICFPM (Международный центр фундаментальной физики в Москве).

Литература

1. L. V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter, G. Bohm, and G. Weimann, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 304 (1994).
2. T. Fukuzawa, E. E. Mendez, and J. M. Hong, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 3066 (1990); J. A. Kash, M. Zachau, E. E. Mendez, J. M. Hong, and T. Fukuzawa, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2247 (1991).
3. U. Sivan, P. M. Solomon, and H. Strikman, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1196 (1992).
4. J. P. Cheng, J. Kono, B. D. McCombe, I. Lo, W. C. Mitchel, and C. E. Stutz, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 450 (1995).
5. M. Bayer, V. B. Timofeev, F. Faller, T. Gutbrod, and A. Forchel, *Phys. Rev. B* **54**, 8799 (1996).
6. Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон, Письма в ЖЭТФ **22**, 26 (1975); ЖЭТФ **71**, 738 (1976); Yu. E. Lozovik and V. I. Yudson, *Sol. St. Comm.* **18**, 628 (1976); **21**, 211 (1977); Ю. Е. Лозовик, Доклад на 1-ой Всес. конф. по диэлектрической электронике, Ташкент (1973).
7. Ю. Е. Лозовик, О. Л. Берман, Письма в ЖЭТФ **64**, 526 (1996); ЖЭТФ **111**, 1879 (1997); ФТТ **39**, 1654 (1997); Yu. E. Lozovik and O. L. Berman, *Phys. Scripta* **55**, 491 (1997).
8. А. В. Ключник, Ю. Е. Лозовик, ЖЭТФ **76**, 670 (1979); Yu. E. Lozovik and A. V. Klyuchnik, *J. Low. Temp. Phys.* **38**, 761 (1980); *J. Phys. C* **11**, L483, (1978); Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон, Письма в ЖЭТФ **25**, 18 (1977); I. O. Kulik and S. I. Shevchenko, *Sol. St. Comm.* **21**, 409 (1977); Yu. E. Lozovik and V. I. Yudson, *Sol. St. Comm.* **22**, 117 (1977).
9. Ю. Е. Лозовик, О. Л. Берман, ФТТ **40**, 1350 (1998); Yu. E. Lozovik and O. L. Berman, *Phys. Scripta* **58**, 86 (1998).

10. И. В. Лернер, Ю. Е. Лозовик, ЖЭТФ **78**, 1167 (1980); **80**, 1488 (1981); **82**, 1188 (1982); А. Б. Дзюбенко, Ю. Е. Лозовик, ФТТ **25**, 1519 (1983); **26**, 1540 (1984); A. B. Dzyubenko and Yu. E. Lozovik, J. Phys. A **24**, 415 (1991).
11. D. Paquet, T. M. Rice, and K. Ueda, Phys. Rev. B **32**, 5208 (1985).
12. С. М. Дикман, С. В. Иорданский, Письма в ЖЭТФ **63**, 43 (1996).
13. Yu. E. Lozovik, O. L. Berman, and V. G. Tsvetus, Pis'ma Zh. Éksp. Teor. Fiz. **66**, 332 (1997); submitted to Phys. Rev. B.
14. Ю. Е. Лозовик, В. Н. Нишанов, ФТТ **18**, 3267 (1976).
15. А. И. Филин, В. Б. Тимофеев, С. И. Губарев и др., Письма в ЖЭТФ **65**, 623 (1997).
16. М. А. Херман, Полупроводниковые сверхрешетки, Мир, Москва (1989).
17. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, Физматгиз, Москва (1962).
18. Yu. E. Lozovik and V. I. Yudson, Physica A **93**, 493 (1978).
19. J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, J. Phys. C **6**, 1181 (1973); D. R. Nelson and J. M. Kosterlitz, Phys. Rev. Lett. **39**, 1201 (1977).
20. Л. В. Келдыш, А. Н. Козлов, ЖЭТФ **54**, 978 (1968); Л. В. Келдыш, Ю. В. Копаев, ФТТ **6**, 2791 (1964); А. Н. Козлов, Л. А. Максимов, ЖЭТФ **48**, 1184 (1965); В. I. Halperin and T. M. Rice, Sol. St. Phys. **21**, 115 (1968).
21. L. N. Ivanov, Yu. E. Lozovik, and D. R. Musin, J. Phys. C **11**, 2527 (1978).