

СИНХРОНИЗАЦИЯ ХАОТИЧЕСКОГО ЛАЗЕРА ИНЖЕКЦИЕЙ ХАОТИЧЕСКОГО СИГНАЛА С ОТСТРОЕННОЙ ЧАСТОТОЙ

А. П. Напартович, А. Г. Сухарев*

*Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований
142092, Троицк, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 29 сентября 1998 г.

Теоретически показано, что хаотический лазер, управляемый инъекцией сигнала от такого же хаотического задающего лазера, при наличии отстройки частот демонстрирует новый тип синхронизации. Установлено, что в среднем между полями лазеров устанавливается определенное соотношение, найденное приближенно в явном виде, вокруг которого мгновенные значения полей образуют притягивающее множество с относительно малым разбросом. Показано, что такая схема может быть использована в системах передачи конфиденциальной информации.

1. ВВЕДЕНИЕ

С точки зрения динамики генерации лазер является нелинейной динамической системой, демонстрирующей в зависимости от условий разнообразие режимов, включая активно исследуемые в последнее время режимы динамического хаоса. Возможности использования лазеров в коммуникационных системах привели к постановке вопроса о передаче конфиденциальной информации по общедоступным каналам [1, 2]. Идея заключается в использовании хаотических режимов генерации излучения для кодирования передаваемой информации. Развитие этой идеи потребовало углубленного изучения режимов работы хаотических лазеров, а также возможностей их синхронизации за счет обмена излучением.

История вопроса о синхронизации колебательных систем насчитывает несколько столетий. Однако явления синхронизации хаотических нелинейных осцилляторов слишком многообразны, так что их теория еще далека от завершения. К настоящему времени стало ясно, что само понятие «синхронизация связанных нелинейных систем» находится в развитии, так как выявляются все новые формы этой синхронизации. Простейшей является синхронизация идентичных систем при введении соответствующей связи между ними. При этом векторы состояний этих систем x_1 и x_2 со временем неограниченно сближаются. Примеры, взятые из лазерной физики: синхронизация двух оптически связанных лазеров с периодической накачкой, эксперимент [3] и теория [4].

Введено также понятие обобщенной синхронизации, когда между векторами состояний двух систем асимптотически устанавливаются некоторые соотношения, выражаемые функционально. Например, два хаотических лазера с симметричной связью при наличии некоторой ограниченной сверху частоты расстройки резонаторов синхронизируются так, что амплитуды полей совпадают, тогда как разность фаз полей принимает

* E-mail: apn@fly.triniti.troitsk.ru

определенное значение, зависящее от расстройки и силы связи [4].

Для динамических систем, описываемых уравнениями Рёсслера [5], обнаружены также более слабые формы синхронизации, так называемые «фазовая синхронизация» [6] и синхронизация с задержкой [7]. Под «фазой» в [6] понимается фаза изображающей точки на траектории аттрактора Рёсслера, которая при подходящем выборе отсчета соответствует «вращению в среднем». При синхронизации с задержкой асимптотически устанавливается следующее соотношение между векторами состояний: $x_2(t) = x_1(t + t_0)$, где t_0 — постоянная, характеризующая задержку эволюции «ведомой» системы относительно ведущей (рассматривается однонаправленная связь). Аналогично переходу к турбулентности в гидродинамике, совершаемому через режимы перемежаемости, обнаружено, что при некоторых параметрах системы двух связанных хаотических осцилляторов практически идеальная синхронизация время от времени полностью разрушается, а затем восстанавливается [8].

Приведенный краткий обзор работ по синхронизации хаотических систем показывает разнообразие наблюдаемых явлений, которые могут затруднять разработку практических систем конфиденциальной оптической связи на основе хаотических лазеров. Тем не менее, успешные попытки [1, 2] экспериментальной реализации схемы оптической связи на основе явления синхронизации хаотического лазера (приемника) путем инъекции излучения из задающего лазера доказывают перспективность данного направления. Схема кодирования—декодирования информации в хаотической последовательности лазерных импульсов основана на нетривиальном эффекте: оказывается [1], что управляемый лазер при инъекции в него оптического сигнала, промодулированного в соответствии с закодированной информацией, восстанавливает исходное излучение, убирая модуляцию. Сравнивая поступивший (информационно-несущий) пучок с пучком на выходе управляемого лазера, можно восстановить закодированную информацию. Очевидно, что эффект потери информации в приемнике при сохранении несущего хаотического сигнала имеет место далеко не при всех условиях. Есть ограничения на плотность кодируемой информации и на степень идентичности лазеров. Вопрос о ширине допустимой частотной полосы для передачи информации изучался численно в работе авторов [9] для случая, когда оба лазера были идентичны. Для неидентичных лазеров критическую роль может играть различие в длинах оптических резонаторов, не кратное длине волны света. Расстройка резонаторов ставит под вопрос явление синхронизации хаотических лазеров, а также наличие эффекта стирания информации в выходном пучке управляемого лазера.

Изучению характера синхронизации хаотических лазеров при конечной расстройке и возможности декодирования информации в рамках описанной выше схемы посвящена данная работа.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В модели рассмотрена реализация хаотического режима работы лазеров за счет периодической модуляции с периодом T_p скорости накачки на верхний лазерный уровень. Когда T_p близко к периоду релаксационных колебаний [10] в лазере с постоянной накачкой с уровнем, равным амплитуде периодической накачки, лазер генерирует хаотическую последовательность пиков. Исследуемая система двух лазеров схематически изображена на рис. 1.

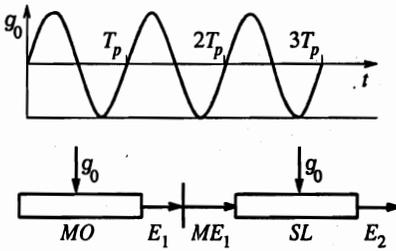


Рис. 1. Система двух лазеров. *MO* — задающий лазер, *SL* — управляемый лазер, $g_0(t)$ — мощность накачки

Дифференциальные уравнения, описывающие систему, показанную на рис. 1, вынаны в максимально упрощенном виде:

$$\begin{aligned}
 \tau \dot{g}_1 &= g_0(t) - g_1(1 + |\mathcal{E}_1|^2), \\
 \tau \dot{g}_2 &= g_0(t) - g_2(1 + |\mathcal{E}_2|^2), \\
 \dot{\mathcal{E}}_1 &= \frac{1}{2} (g_1 - g_{th} + i\Delta)\mathcal{E}_1, \\
 \dot{\mathcal{E}}_2 &= \frac{1}{2} (g_2 - g_{th} - i\Delta)\mathcal{E}_2 + M(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2).
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Кинетика коэффициента усиления среды $g_{1,2}$ описывается в простейшем приближении заданной накачки $g_0(t)$ и одного эффективного времени релаксации инверсии τ . Амплитуды полей \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 — комплексные, и квадраты их модулей нормированы с использованием интенсивности насыщения I_s . Время измеряется в безразмерных единицах, за основу взят естественный масштаб измерения — время облета фотонном резонатора $2L/c$. Эффективное безразмерное время релаксации активной среды $\tau \gg 1$.

Связь между хаотическими лазерами реализуется инжекцией части генерируемого излучения из первого лазера во второй. Эффективность связи задается величиной коэффициента связи M , который учитывает потери при распространении и инжекцией (предположено, что M — чисто действительная величина). Различие между собственными частотами лазеров задается с помощью коэффициента расстройки $\Delta = \Delta\omega 2L/c$, $\Delta\omega$ — разность собственных частот, L — длина резонатора задающего лазера. Для тождественных резонаторов $\Delta = 0$. Чтобы поля в лазерах без расстройки частот совпадали, нормируем пороговое значение коэффициента усиления g_{th} для второй лазерной системы таким образом, чтобы он совпадал с порогом первого лазера при включенной инжекции поля, так что при $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$ динамические уравнения будут одинаковы.

Перейдя от комплексных полей $\mathcal{E}_1 = E_1 \exp(i\varphi_1 t)$ и $\mathcal{E}_2 = E_2 \exp(i\varphi_2 t)$ к амплитудам и фазам $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, перепишем систему (1) в виде, более удобном для последующего анализа:

$$\begin{aligned}
 \tau \dot{g}_1 &= g_0 - g_1(1 + E_1^2), \\
 \tau \dot{g}_2 &= g_0 - g_2(1 + E_2^2), \\
 \dot{E}_1 &= \frac{1}{2} (g_1 - g_{th})E_1, \\
 \dot{E}_2 &= \frac{1}{2} (g_2 - g_{th})E_2 + M(E_1 \cos \varphi - E_2), \\
 \dot{\varphi} &= \Delta - M(E_1/E_2) \sin \varphi.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

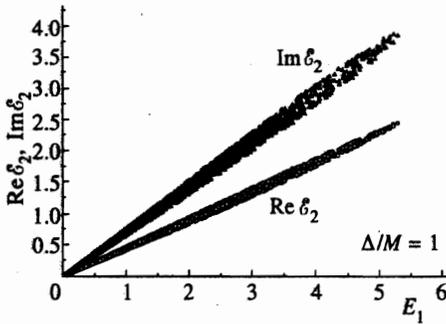


Рис. 2. Фазовый портрет реальной и мнимой частей поля \mathcal{S}_2 , $\Delta = M$

В описываемых далее численных расчетах безразмерные параметры резонаторов и среды были выбраны на основе предварительного изучения бифуркационной диаграммы лазера с периодической накачкой [11], так что задающий лазер работал в режиме «максимального хаоса», соответствующего максимальному положительному показателю Ляпунова (размерность Ляпунова $\Lambda \approx 1.5$). Параметры системы выбраны следующим образом: $g_{th}/\bar{g}_0 = 0.5$, $M = 0.1$ и $g_{th} = 0.5$, где \bar{g}_0 — средняя по времени интенсивность накачки.

3. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРА СИНХРОНИЗАЦИИ

Основываясь на результатах изучения синхронизации двух взаимно связанных хаотических лазеров с некоторой расстройкой резонаторов [4] в исследуемой схеме (рис. 1), можно было бы ожидать, что при малых отстройках будет наблюдаться обобщенная синхронизация. Однако численные расчеты показали, что уже при любой малой расстройке резонаторов между полями \mathcal{S}_1 и \mathcal{S}_2 не устанавливается асимптотически точное функциональное соотношение. Рисунок 2 показывает фазовую диаграмму, на которой по оси абсцисс отложена амплитуда поля E_1 , тогда как по оси ординат отложены две величины $Re \mathcal{S}_2$ и $Im \mathcal{S}_2$. Как видно, множество фазовых точек для каждой из величин $Re \mathcal{S}_2$ ($Im \mathcal{S}_2$) группируются в малой окрестности прямой линии, оставаясь, однако, хаотически разбросанными¹⁾. Строго говоря, такое поведение можно было бы просто классифицировать как отсутствие синхронизации. Следует, однако, обратить внимание на то, что разброс точек относительно средних прямых мал.

Таким образом, идеальная обобщенная синхронизация отсутствует, однако корреляция между полями оказывается довольно сильной. Этот же эффект иллюстрирует рис. 3, на котором показана хаотическая динамика амплитуды поля задающего лазера E_1 , отношения амплитуд полей E_1/E_2 и разности фаз для расстройки $\Delta = M$. Обратим также внимание на то, что хотя величины E_1/E_2 и φ хаотически меняются во времени, амплитуда их отклонений от некоторых средних значений мала ($\leq 5\%$). При меньших Δ среднеквадратичная амплитуда отклонения от ненулевых средних уменьшается. Таким образом, наблюдаемую картину можно интерпретировать как возникновение обобщен-

¹⁾ Средние прямые для двух величин не совпадают, различие их наклонов зависит от величины расстройки. При $\Delta \rightarrow 0$ наклон прямой для $Re \mathcal{S}_2$ стремится к 45° , тогда как для $Im \mathcal{S}_2$ он стремится к 0.

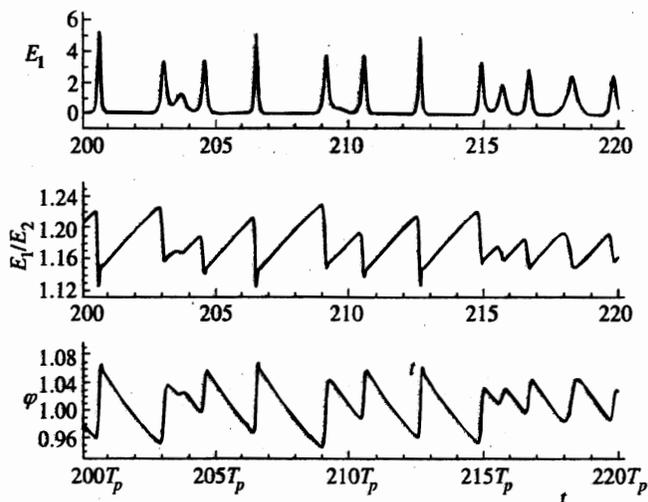


Рис. 3. Поведение во времени амплитуды поля задающего лазера, отношения амплитуд и разности фаз полей двух лазеров, $\Delta = M$

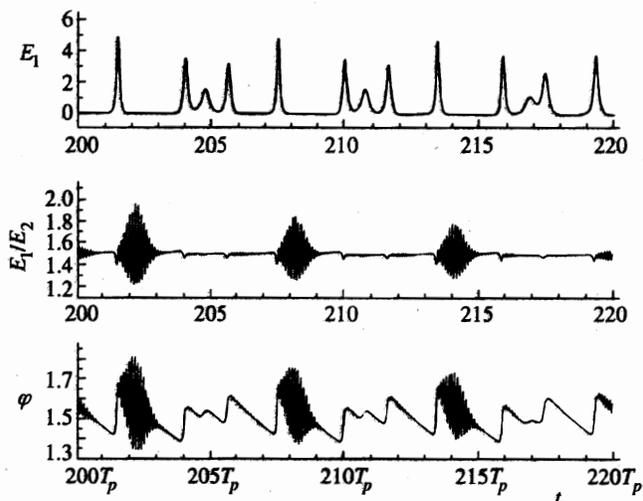


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но для $\Delta = 1.5M$

ной синхронизации «в среднем» с флуктуациями, величина которых растет с ростом отношения Δ/M . Такая картина не соответствует ни одному из известных авторам сценариев синхронизации хаотических осцилляторов. Расчеты показали, что описанная картина сохраняется вплоть до значения $\Delta = 1.5M$, для которого динамика тех же величин, что и на рис. 3, показана на рис. 4. Как видно, при этом отклонения от средних уже достигают десятков процентов. При дальнейшем росте Δ/M (см. рис. 5 для $\Delta/M = 1.6$) синхронизация уже даже в среднем разрушается, разброс превышает среднее.

Привлекая соображения физической размерности, естественно ожидать, что в слу-

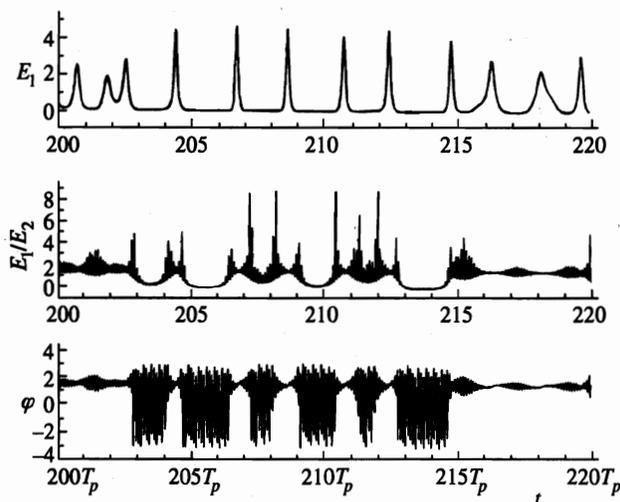


Рис. 5. То же, что на рис. 3, 4, но для $\Delta = 1.6M$

чае обобщенной синхронизации между полями устанавливается соотношение пропорциональности:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 f e^{i\varphi_0}, \tag{3}$$

где f и φ_0 — вещественные константы. В случае наличия незатухающих малых флуктуаций можно рассчитывать найти константы, обеспечивающие минимум функционала

$$\sigma^2 = \left(\int_0^t |\mathcal{E}_1|^2 dt \right)^{-1} \int_0^t |\mathcal{E}_1 - f_m \exp(i\varphi_m) \mathcal{E}_2|^2 dt, \tag{4}$$

где t — достаточно большой отрезок времени. Из условия минимума функционала (4) легко вывести явные выражения для наилучшего приближения величин f_m и φ_m через поля \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , зависимость которых от времени находится численно:

$$f_m = \left(\int E_2^2 dt \right)^{-1} \sqrt{\left(\int E_1 E_2 \cos \varphi dt \right)^2 + \left(\int E_1 E_2 \sin \varphi dt \right)^2}, \tag{5}$$

$$\varphi_m = \arg \left(\int E_1 E_2 \exp(i\varphi) dt \right). \tag{6}$$

Найденные по (5), (6) с использованием вычисленных по уравнениям (2) полей величины f_m и φ_m показаны на рис. 6 и 7 соответственно как функции отстройки, нормированной на коэффициент связи M . Следует отметить, что в случае истинной обобщенной синхронизации минимум функционала (4) стремится к нулю $\propto 1/t$, тогда как в нашем случае он остается конечным при $t \rightarrow \infty$.

В случае малого разброса точек, как это имеет место на рис. 2, относительно средних прямых линий можно ожидать, что вычисленные напрямую средние во времени

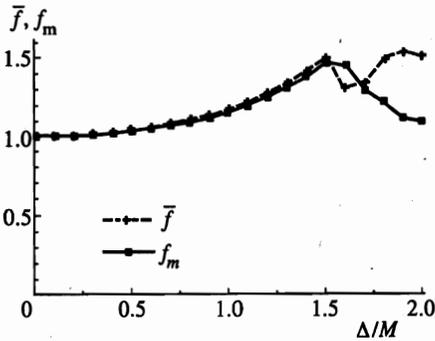


Рис. 6

Рис. 6. Зависимость f_m и среднего по времени \bar{f} от нормированной отстройки

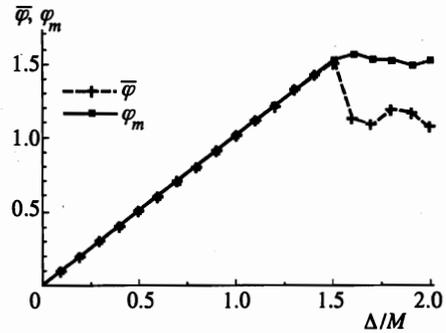


Рис. 7

Рис. 7. Зависимость φ_m и среднего по времени $\bar{\varphi}$ от нормированной отстройки

значения отношения амплитуд полей f и разности фаз φ будут близки к соответствующим оптимальным значениям f_m и φ_m . Прямой расчет подтвердил это. Оказалось, что в интервале $\Delta/M \leq 1.5$ зависимости средних практически совпадают с оптимальными (см. рис. 6 и 7). При превышении критического значения $\Delta/M = 1.5$ зависимости расходятся, что объясняется срывом синхронизации даже в среднем. Как видно из рис. 5 для $\Delta/M = 1.6$, разность фаз полей \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 растет неограниченно (напомним, что на графике использовано определение фазы по модулю 2π). Таким образом, в обнаруженном режиме синхронизации разность частот полей в среднем равна нулю, тогда как при выходе за пределы, где такая синхронизация имеет место, возникает неравенство в среднем частот полей \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 .

Близость по разному определенных констант, наблюдаемая на рис. 6 и 7, указывает, что отклонение отношения полей от среднего мало в каждый момент времени при изменении Δ/M вплоть до критического значения. Масштаб разброса точек в странном аттракторе, образованном отношением полей, виден на рис. 8, где показана фазовая диаграмма для относительного разброса комплексных значений отношения полей при $\Delta/M = 1$. Появление странного аттрактора для разброса дает основание назвать наблюдаемую синхронизацию «странной». Разброс точек на фазовой плоскости может быть охарактеризован величиной σ^2 , имеющей смысл дисперсии. Зависимость σ от параметра Δ/M изображена на рис. 9.

Малая величина флуктуаций оправдывает использование теории возмущений при явном интегрировании уравнений (2).

Для исследуемого режима «странной» синхронизации средние по большому промежутку времени от производных в левых частях уравнений (2) равны нулю, так как все величины, включая разность фаз φ , имеют конечные вариации. Усредняя первое и третье уравнения из (2), легко вывести, что $\bar{g}_1 = g_{th}$ и $\overline{E_1^2} = \bar{g}_0/g_{th} - 1$, где черта сверху означает усреднение по времени. Вводя вместо E_2 новую величину $F = E_1/E_2$, получаем для нее уравнение

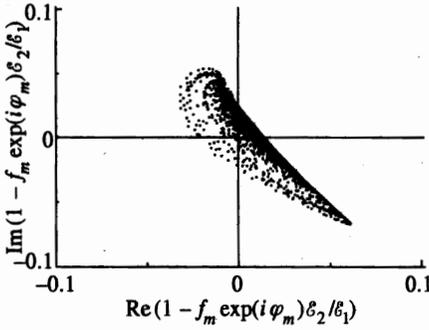


Рис. 8

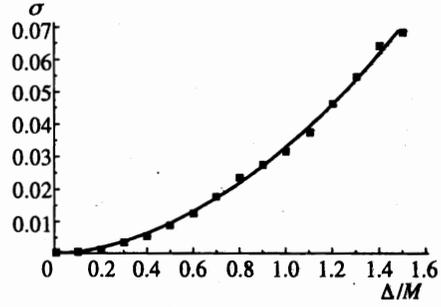


Рис. 9

Рис. 8. Фазовая диаграмма для относительного разброса комплексных точек вокруг состояния обобщенной синхронизации с параметрами f_m и φ_m , $\Delta = M$

Рис. 9. Зависимость $\sigma(\Delta/M)$, где σ^2 — дисперсия. Сплошная кривая — интерполяция

$$\dot{F} = MF(1 - F \cos \varphi) - \frac{1}{2}(g_2 - g_1)F. \tag{7}$$

Усредняя это уравнение, поделенное на F , получаем соотношение

$$\overline{g_2} = g_{th} + 2M(1 - \overline{F \cos \varphi}). \tag{8}$$

Еще одно соотношение можно получить, усредняя разность кинетических уравнений для коэффициентов усиления g_1 и g_2 :

$$\overline{g_2} + \overline{g_2 E_2^2} = \overline{g_1} + \overline{g_1 E_1^2} = \overline{g_0}. \tag{9}$$

Заменим приближенно среднее от произведения двух положительных величин g_2 и E_2^2 произведением средних $\overline{g_2 E_2^2} \approx \overline{g_2} \overline{E_2^2}$. Далее, учитывая малый разброс точек в аттракторе, показанном на рис. 8, положим приближенно $\overline{E_2^2} = \overline{E_1^2} / f_m^2$. Используя (5) и выведенные выше выражения для $\overline{E_1^2}$, из (9) получаем еще одно выражение для $\overline{g_2}$:

$$\overline{g_2} = \frac{\overline{g_0} f_m^2}{f_m^2 - 1 + \overline{g_0} / g_{th}}. \tag{10}$$

Входящее в (7) среднее $\overline{F \cos \varphi}$ при F , близких к единице, и малых φ может быть переписано с точностью до малых более высокого порядка в виде $\overline{F \cos \varphi} \approx \overline{F} - \overline{\varphi^2} / 2$, а с учетом данных, представленных на рис. 6, $\overline{F} \approx f_m$. Приравняв выражения (8) и (10) и используя выведенное приближение для $\overline{F \cos \varphi}$, получаем соотношение

$$\frac{f_m^2}{1 + (g_{th} / \overline{g_0})(f_m^2 - 1)} = 1 + \frac{2M}{g_{th}}(1 - f_m + \overline{\varphi^2}). \tag{11}$$

Обычно выполняется условие $M \ll g_{th}$. Отсюда с учетом малости выражения в скобках с правой стороны (11) следует, что f_m^2 близко к единице. Полагая $f_m = 1 + \kappa$, из (11) находим связь

$$\kappa = \frac{\overline{\varphi^2}/2}{1 + (g_{th}/M)(1 - g_{th}/\overline{g_0})}. \quad (12)$$

Для значений констант, используемых в численных расчетах ($\overline{g_0}/g_{th} = 2$ и $M = 0.1$, $g_{th} = 0.5$), получаем $\kappa \approx \overline{\varphi^2}/7$. Усредняя последнее уравнение в (2) и приближенно заменяя среднее от произведения на произведение средних, имеем

$$\Delta/M = \overline{F \sin \varphi} \approx (1 + \kappa)\overline{\varphi}(1 - \overline{\varphi^2}/6) \approx \overline{\varphi}(1 + \alpha\overline{\varphi^2}), \quad (13)$$

где численный коэффициент α для выбранных параметров оказывается малым. Таким образом, оценка для средней зависимости разности фаз есть $\overline{\varphi} \simeq \Delta/M$, а для среднего отношения амплитуд полей $\overline{F} \simeq 1 + (\Delta/M)^2/6$. Сравнение с численным расчетом показывает весьма хорошее согласие приближенных формул и точных расчетов для неожиданно широкого диапазона $\Delta/M \leq 1$.

Из рис. 8 видно, что решение притягивается к некоторому компактному множеству значений вблизи средних значений отношения полей и средних значений разности фаз. Малость размера этого множества является ключевым явлением, важным для декодирования сигнала из хаотической несущей. Зависимость дисперсии $\sigma(\Delta/M)$, определяемой формулой (4), изображена на рис. 9. Эта дисперсия мала вплоть до значения $\Delta/M = 1.5$, после чего «странная» синхронизация нарушается. Заметим, что изучаемый динамический хаос играет роль шума в системе оптической связи.

4. ДЕКОДИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ

Рассмотрим проблему восстановления закодированного сигнала в системе двух связанных хаотических лазеров. Предполагается, что полезный сигнал $f_k(t)$ накладывается на излучение инжекции путем модуляции его с глубиной модуляции, малой по сравнению с амплитудой исходного излучения (до 10%). Введение таких возмущений, как оказалось, сохраняет эффект «странной» синхронизации. В системе уравнений (1), чтобы учесть информационный сигнал, достаточно изменить только последнее уравнение:

$$\dot{\mathcal{E}}_2 = \frac{1}{2}(g_2 - g_{th} - i\Delta)\mathcal{E}_2 + M(\mathcal{E}_1(1 + f_k(t)) - \mathcal{E}_2). \quad (14)$$

В расчетах в качестве информационного сигнала взята случайная функция, $f_k(t)$, имеющая три значения: ± 0.1 , передающие бит информации, и ноль, соответствующий отсутствию сигнала. Длина ступеньки с заданным значением f_k соответствует прохождению 4–6 пичков (см. верхние строки на рис. 10–12, где показана функция $(1 + f_k)$). Чтобы избежать возмущений системы, инициированных скачком интенсивности инжектируемого пучка в момент переключения f_k , проводилось сглаживание сигнала, начиная с определенного уровня интенсивности. В результате функция $(1 + f_k)$ имеет вид сглаженных пичков в моменты времени прохождения пичков поля E_1 (см. верхние и нижние строки на рис. 10–12).

Ранее [9] было показано, что характерная частота информационного сигнала должна быть в несколько раз меньше частоты релаксационных колебаний, в связи с чем период переключения значений f_k выбран достаточно большим. Десятипроцентная модуляция амплитуды поля мала с точки зрения возможности визуального обнаружения сигнала на фоне хаотических пичков (см. третьи строки на рис. 10–12). С другой стороны,

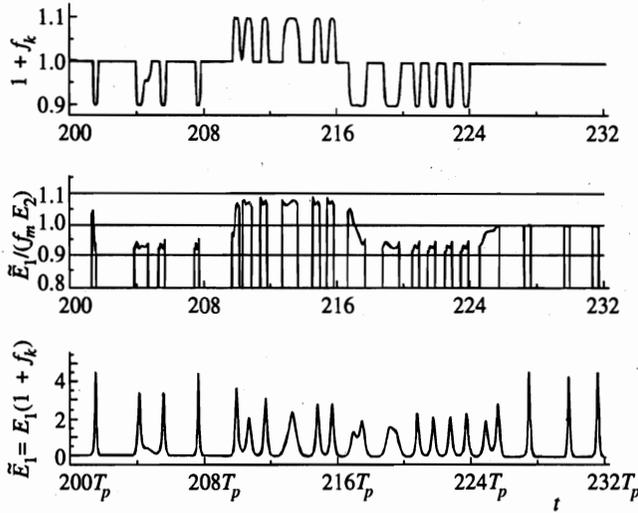


Рис. 10. Сопоставление исходного информационного сигнала (сверху) с восстановленным (посередине) и информационно-несущий сигнал на входе в управляемый лазер (снизу). Использована обработка отношения амплитуд, $\Delta = 0$

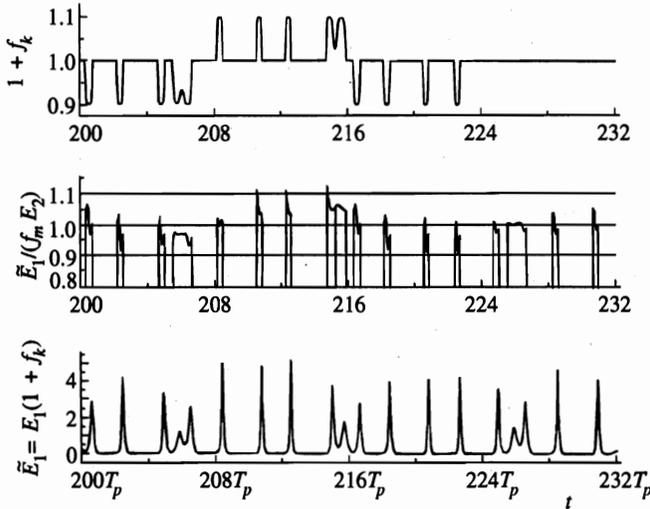


Рис. 11. То же, что на рис. 10, но для расстройки $\Delta = M$

эта модуляция больше дисперсии, характеризующей динамический разброс полей относительно состояния обобщенной синхронизации (рис. 9). Поэтому, вычисляя разность полей с учетом комплексного фактора наилучшего приближения $[\mathcal{E}_1 - f_m \exp(i\varphi_m)\mathcal{E}_2]$, можно восстановить информационный сигнал ($\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1(1 + f_k)$).

На средних строках рис. 10 и 11 показаны результаты численного восстановления информационного сигнала для случаев $\Delta = 0$ и $\Delta = M$ соответственно. Видно, что с рос-

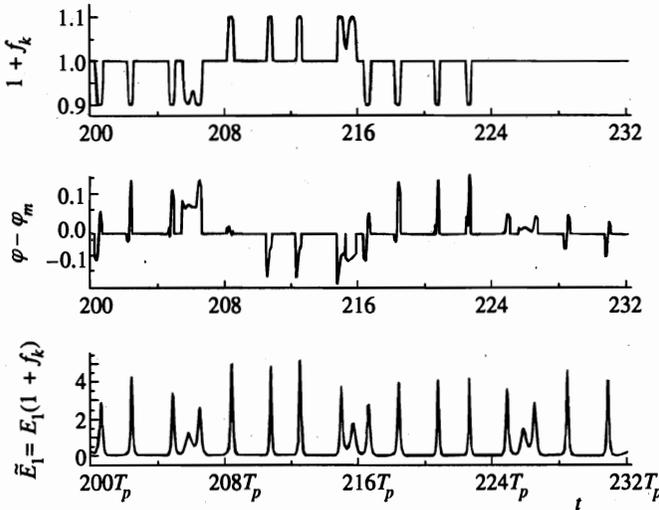


Рис. 12. То же, что на рис. 11, но использована обработка разности фаз полей

том расстройки точность восстановления информационного сигнала падает. Заметим, что при обработке учтен только вклад, связанный с изменением отношения амплитуд полей.

Для случая ненулевой отстройки для восстановления сигнала может быть также дополнительно использована разность фаз полей. Результат такой обработки представлен на рис. 12 для $\Delta = M$. Обработка с учетом отклика как отношения амплитуд, так и отношения фаз позволяет повысить точность восстановления сигнала. Точность восстановления сигнала может быть повышена также, если принимать во внимание регулярные искажения сигнала, имеющие место в первых пичках после переключения функции модуляции (ср. первые и вторые строки на рис. 10, 11). В общем случае для повышения точности восстановления сигнала можно использовать методы восстановления полезного сигнала из шума [12].

Естественно, наиболее эффективно восстанавливается информация, когда расстройка частот равна нулю. Однако и здесь уровень восстановленного случайного информационного сигнала $(\bar{E}_1/(f_m E_2) - 1)$ не является стопроцентным, а составляет от уровня исходного около $2/3$. При расстройке частот $\Delta = M$ (рис. 11) восстановленный сигнал не превышает половины исходного, если произвести усреднение внутри импульса излучения. Отметим, что для извлечения информации важен не уровень сигнала, а возможность дискриминации откликов, соответствующих биту информации. Форма восстановленного сигнала оказывается сильно изрезанной, что затрудняет идентификацию бита информации. Обращаем внимание на то, что при нулевой расстройке частот фазовый отклик отсутствует и растет с ростом расстройки, в то время как амплитудная реакция на модуляцию входного сигнала падает (ср. рис. 10 и 11).

В заключение сделаем замечание по осуществлению кодирования путем фазовой модуляции поля инжекции. Численные результаты говорят, что в этом случае ведомый лазер быстро синхронизируется с модулированным излучением инжекции, а не с исходным сигналом. Из уравнений (1) с учетом (14) следует

$$\begin{aligned}\dot{\varphi} &= \Delta - MF \sin(\varphi + \eta), \\ \dot{F} &= MF(1 - F \cos(\varphi + \eta)) - \frac{1}{2}(g_2 - g_1)F,\end{aligned}\tag{15}$$

где η представляет собой фазу функции f_k . Замена $\tilde{\varphi} = \varphi + \eta$ восстанавливает невозмущенный вид уравнений. Поэтому можно ожидать, что на временах порядка $(MF)^{-1}$ устанавливается состояние с новой фазой системы. Таким образом, при кодировании посредством модуляции фазы передаваемую информацию восстановить не удастся.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучение процесса синхронизации двух хаотических лазеров с односторонней инжекцией сигнала из задающего лазера показало, что наличие расстройки длин резонаторов приводит к появлению нового типа синхронизации, которая может быть названа «странной». Оказывается, что излучение управляемого лазера почти синхронизовано с инжектируемым излучением, будучи в каждый момент связано с ним по интенсивности и фазе по определенному закону, но с точностью до малых величин, изменяющихся хаотически во времени. В работе численно и аналитически определена связь между средними характеристиками полей. Хаотические отклонения от регулярной связи между полями играют роль шума при использовании указанной схемы хаотических лазеров для передачи конфиденциальной информации. Показано, что при достаточно большой амплитуде модуляции пичков интенсивности излучения информационным сигналом удастся восстановить закодированный сигнал путем сравнения информационно-несущего пучка с пучком на выходе управляемого лазера.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №№ 98-02-17096 и 96-02-19203).

Литература

1. P. Colet and R. Roy, *Optics Letts.* **19**, 2056 (1994).
2. G. D. Van Wiggeren and R. Roy, *Science* **279**, 1198 (1998).
3. R. Roy and K. S. Thorburg, Jr., *Phys. Rev. Letts.* **72**, 2009 (1994).
4. В. В. Лиханский, А. П. Напартович, А. Г. Сухарев, *Квант. электр.* **22**, 47 (1995).
5. Ю. И. Неймарк, П. С. Ланда, *Стохастические и хаотические колебания*, Наука, Москва (1987).
6. M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, and J. Kurths, *Phys. Rev. Letts.* **76**, 1804 (1996); U. Parlitz, L. Junge, W. Lauterborn, and L. Kocarev, *Phys. Rev. E* **54**, 2115 (1996).
7. M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, and J. Kurths, *Phys. Rev. Letts.* **78**, 4193 (1997).
8. J. F. Heagy, T. L. Carroll, and L. M. Pecora, *Phys. Rev. E* **52**, R1253 (1995).
9. А. П. Напартович, А. Г. Сухарев, *Квант. электр.* **25**, 85 (1998).
10. Я. И. Ханнин, *Динамика квантовых генераторов*, Сов. Радио, Москва (1975).
11. V. V. Likhanskii, A. P. Napartovich, and A. G. Sukharev, *Proc. SPIE* **2800**, 16 (1996).
12. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С. Чиркин, *Введение в статистическую радиофизику и оптику*, Наука, Москва (1981), с. 241.