

## ТРЕХЧАСТИЧНАЯ ЭЛЕКТРОН-ИОННАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ В ПРИСУТСТВИИ МИКРОПОЛЕЙ ПЛАЗМЫ. РЕКОМБИНАЦИЯ НЕВОДОРОДОПОДОБНЫХ ИОНОВ

М. Ю. Романовский\*

Институт общей физики Российской академии наук  
117942, Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 января 1998 г.

Рассматривается влияние электрического и магнитного микрополей плазмы на процесс трехчастичной электрон-ионной рекомбинации через высоковозбужденные состояния водородоподобного иона. Показывается, что электрическое микрополе препятствует этому процессу, который при определенной температуре электронной компоненты при увеличении плотности плазмы подавляется. Магнитное микрополе лишь незначительно ускоряет рекомбинацию через высоковозбужденные состояния. Скорость такой рекомбинации в состоянии неводородоподобного иона оказывается сравнительно больше, чем для эквивалентного водородоподобного.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Трехчастичная электрон-ионная рекомбинация бывает двух видов. Первый процесс, который принципом детального баланса связан с процессом ударной ионизации, заключается в захвате ионом свободного электрона прямо в низколежащее состояние (в том числе и в основное). Второй процесс происходит следующим образом [1]: ион захватывает свободный электрон в одно из высоковозбужденных (ридберговских) состояний. Очевидно, что подобный процесс высоковероятен, но и ионизация этого электрона из высоковозбужденного состояния также происходит очень быстро. Однако вероятность перехода слабосвязанного в ридберговском состоянии электрона вниз по шкале энергий (т. е. в более сильносвязанные состояния) под действием ударов свободных электронов все же выше, чем вероятность перехода вверх [1]. Процесс напоминает диффузию по спектру ридберговских состояний, или диффузию по энергии, так как плотность ридберговских состояний велика и можно перейти к непрерывной переменной (энергии). Эта вторая трехчастичная рекомбинация была рассмотрена первоначально Пятаевским для рекомбинации в слабоионизованной плазме [1], а потом обобщена [2] на случай достаточно холодной плотной плазмы (рассматривался только водородоподобный ион).

Соотношение между этими двумя типами трехчастичной рекомбинации следующее: при выполнении условия  $\hbar v_T / e^2 > 1$  ( $e$  — заряд электрона,  $v_T$  — средняя тепловая скорость электронов) скорость первого процесса в плазме с электронной плотностью до  $10^{18}$  см<sup>-3</sup> больше, что соответствует температуре электронной компоненты примерно 30 эВ. При меньшей температуре второй процесс преобладает. Именно поэтому во

\*E-mail: slon@kapella.gpi.ru

всех расчетах, например рекомбинационной схемы рентгеновского лазера [3, 4], фигурирует именно скорость последней рекомбинации. Проблема заключается, однако, в том, что при увеличении плотности плазмы возрастают случайные амплитуды электрического и магнитного микрополей. Последнее слабее действует на рекомбинацию, и его величина в плазме обычно меньше, чем электрического. Электрическое микрополе просто разрушает структуру высоковозбужденных уровней ионов в плазме (эффект Инглиса-Теллера), и канал такой трехчастичной рекомбинации закрывается. Задача состоит в том, чтобы исследовать, как уменьшается скорость указанной трехчастичной рекомбинации в зависимости от электрического микрополя и при каких полях (или, что то же, плотностях плазмы) канал трехчастичной рекомбинации через высоковозбужденные состояния можно уже считать закрытым.

Другой интересной проблемой является анализ процесса рекомбинации в неводородоподобных ионах (задача ранее систематически не исследовалась [5]). Очевидно, что наличие сильно заряженного ядра должно «чувствоваться» рекомбинирующим электроном просто в силу того, что его волновая функция в месте расположения ядра — не нуль. Поэтому следует ожидать значительных отличий от трехчастичной рекомбинации в состоянии водородоподобного иона.

## 2. ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО МИКРОПОЛЕЙ НА ТРЕХЧАСТИЧНУЮ ЭЛЕКТРОН-ИОННУЮ РЕКОМБИНАЦИЮ ЧЕРЕЗ ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ

Следует обобщить теорию Питаевского на случай электрического поля (см. подобное обобщение для радиационной [6] и дизэлектронной [7–9] рекомбинаций). Поскольку процесс рекомбинации достаточно медленный, то влияние на нее оказывает только ионная компонента микрополя, а электронная усредняется. Очевидно, что какое-нибудь значительное магнитное микрополе может дать только электронная компонента, поэтому, казалось бы, действием этого поля на рекомбинацию можно вообще пренебречь. Однако электронное магнитное микрополе в неравновесной плазме может быть достаточно стабильным, поэтому проанализируем все же и его действие.

Найдем сначала законы зависимости скорости трехчастичной рекомбинации от сравнительно небольших микрополей. При этом та величина поля, при которой скорость изменяется значительно (например, обращается в нуль, хотя поле при этом оказывается выходящим за рамки первоначального приближения), а следовательно, и значение плотности плазмы будут критически разделять два процесса рекомбинации — в более плотной плазме остается только канал захвата свободных электронов в низколежащие состояния.

Таким образом, следует модифицировать величины, определяющие рекомбинацию через высоковозбужденные состояния, на случай наличия поля. Таких величин всего одна — это средний квадрат энергии, которую отдает рекомбинирующий электрон свободным электронам в единицу времени. Он может быть вычислен двумя путями: чисто классически [10] или с помощью квантового расчета [11]. Последний способ дает несколько большее значение [11]. Нам, однако, не обязательно определять абсолютное значение скорости рекомбинации, а достаточно найти относительное (в зависимости от поля). Таким образом, на первый взгляд, оба пути расчетов пригодны, так как классический расчет состояния высоковозбужденного электрона вполне корректен (здесь

квазиклассическое приближение очень близко к просто классическому).

При классическом подходе средний квадрат энергии, которую отдает рекомбинирующий электрон свободным электронам в единицу времени, вычисляется следующим образом:

$$\left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle_0 = \int n_e(\Delta E)^2 |v - v_1| f_0(E) F_1(E_1) d\Gamma d\sigma dE_1. \quad (1)$$

Здесь  $v$  — скорость «финитного» (рекомбинирующего) электрона,  $v_1$  — скорость свободного электрона, с которым финитный соударяется и отдает энергию,  $n_e$  — электронная плотность,  $m$  — масса электрона,  $\Delta E = m(v^2 - v_1^2)/2$ ,  $d\sigma$  — резерфордское дифференциальное сечение рассеяния,  $d\Gamma = dv_x dv_y dv_z dx dy dz$  — дифференциал фазового объема,  $F_1(E_1)$  — функция распределения Больцмана по энергии  $E_1$ :

$$F_1(E_1) = \left( \frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_1}{T}\right),$$

$f_0(E)$  — функция распределения по энергии финитного электрона. Если она нормирована на один электрон [2], то ее вид

$$f_0(E) = A\delta\left(E + \frac{Ze^2}{r} - \frac{mv^2}{2}\right), \quad (2)$$

где  $Z$  — заряд иона ( $A$  введено ниже). Модифицировать величину (1) на случай электрического микрополя очень просто (аналогично для магнитного): под знак  $\delta$ -функции следует ввести штарковский член  $e(\mathcal{E}r)$ , где  $\mathcal{E}$  — электрическое микрополе (он войдет только в выражение для  $f_0(E)$ ); затем надо полученное выражение разложить по степеням поля и взять первый неисчезающий член.

Оказывается, однако, что этот первый неисчезающий член по полю квадратичен и не описывает линейного эффекта Штарка (то же самое для эффекта Зеемана с магнитным микрополем). Это физически верно только для быстро усредняющегося по времени электронного микрополя, но для стационарного (на масштабах задачи) ионного микрополя это неверно, и такие линейные эффекты (например, в атоме водорода) присутствуют. Таким образом, классический учет действия микрополей на процесс трехчастичной рекомбинации оказывается некорректным, и следует обратиться к квантовым расчетам.

Как известно (см., например, [12, 13]), уравнение Шредингера для водородоподобного иона в постоянном электрическом поле допускает разделение переменных в параболических координатах и введение параболических квантовых чисел  $n_1$  и  $n_2$ , таких что сумма их дает главное квантовое число  $n$ , совпадающее с главным квантовым числом в сферических координатах. Тогда при переходе из состояния с главным квантовым числом  $n + 1$  в состояние  $n$

$$\Delta E = E_n - E_{n-1} = \frac{I_H Z^2}{n^2} - \frac{I_H Z^2}{(n+1)^2} - \frac{3\mathcal{E}r_B e}{2Z} n(n_1 - n_2) + \frac{3\mathcal{E}r_B e}{2Z} (n+1)(n_1 - n_2 - 1). \quad (3)$$

Здесь  $I_H$  — потенциал ионизации водорода,  $r_B$  — радиус Бора. При  $n_2 \gg n_1$  (это условие всегда выполняется в достаточно сильном микрополе) выражение (3) можно упростить:

$$\delta E \simeq \frac{2I_H Z^2}{n^3} - \frac{3\mathcal{E}r_B e}{2Z} n. \quad (3a)$$

Второй отрицательный член показывает, что разность энергий при наличии поля уменьшается. Для квадрата  $\Delta E$  получаем

$$(\delta E)^2 = \frac{4I_H^2 Z^4}{n^6} \left( 1 - \frac{3Z\mathcal{E}e^3}{2E^2} \right). \quad (36)$$

Скорость изменения этой величины выражается через скорость ударного перехода между уровнями  $n+1$  и  $n$  [11]. Легко видеть, что

$$\left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle_0 \left( 1 - \frac{3Z\mathcal{E}e^3}{2E^2} \right). \quad (4)$$

Скорость рекомбинации  $b$  определяется выражением [2]

$$b = \left[ (2\pi m T)^{3/2} \int_{-\infty}^0 \frac{2Ae^{E/T}}{\langle \partial(\delta E)^2 / \partial t \rangle} dE \right]^{-1}. \quad (5)$$

Здесь  $A$  — нормировочный коэффициент функции  $f_0$ . Как и для классического расчета величины  $\langle \partial(\delta E)^2 / \partial t \rangle$ , коэффициент  $A$  содержит члены, пропорциональные только второй степени  $\mathcal{E}$ :

$$A(\mathcal{E}, E) = E^{5/2} / \sqrt{2} \pi^3 Z^3 m^{3/2} [1 + O(Ze^3\mathcal{E}/E^2)^2]. \quad (5a)$$

Поэтому достаточно ограничиться выражением для  $A$  из [2] или [10]. Тогда, используя  $\langle \partial(\delta E)^2 / \partial t \rangle_0$ , получаем

$$b = Z^3 \pi^{3/2} e^6 n_e \left\{ 4T^{3/2} \int_{-\infty}^0 e^{E/T} \left[ \left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle_0 \left( 1 - \frac{3Z\mathcal{E}e^3}{2E^2} \right) \right]^{-1} dE \right\}^{-1}. \quad (56)$$

Проводя элементарное интегрирование, получаем

$$b = b_0 (1 - 2Ze^3\mathcal{E}/T^2). \quad (6)$$

Здесь  $b_0$  — скорость рекомбинации из [2], т. е. та самая, которая всегда употребляется в расчетах процесса трехчастичной электрон-ионной рекомбинации.

Теперь, зная физические принципы влияния электрического микрополя на скорость трехчастичной рекомбинации через высоковозбужденные состояния, мы можем обобщить развитую теорию возмущений на случай произвольного поля. В силу сказанного выше, при этом нельзя пользоваться классическим подходом [1, 2]. Прибегнем поэтому к квантовому рассмотрению, определяя скорость рекомбинации как плотность потока электронов «внутри» иона, возникающего за счет ударных дезактивационных переходов (в высоковозбужденных состояниях). Такой подход был продемонстрирован в [11]. Мы воспользуемся сразу выражением, определяющим зависимость плотности потока  $j_n$  через уровень  $n$  от плотности его населенности  $n_n$ . Считая при этом главное квантовое число  $n$  непрерывной величиной в силу большой плотности высоковозбужденных состояний [11], имеем

$$j_n = -\alpha_{n-1,n} n_e \left[ \frac{\partial n_n}{\partial n} + \left( \frac{\beta_{n,n-1}}{\alpha_{n-1,n}} - 1 \right) n_n \right]. \quad (7)$$

Здесь  $\alpha_{n-1,n}$  — скорость ударного возбуждения электрона с уровня  $n - 1$  на уровень  $n$ ,  $\beta_{n,n-1}$  — скорость обратного процесса (т. е. как раз искомая скорость рекомбинации; о переходах  $n \rightarrow n - 2$ ,  $n \rightarrow n - 3$  и т. д. см. [11] — суммарный вклад их меньше, чем множитель 1.08). Для такого элементарного перехода  $n \rightarrow n - 1$  выполняется принцип детального баланса, при этом для ридберговских уровней выполняются требования

$$\delta E = E_n - E_{n-1} \ll T, \quad n \gg 1.$$

В таком приближении на величину поля  $\mathcal{E}$  ограничений не накладывается, за исключением указанных выше. Поэтому

$$\frac{\beta_{n,n-1}}{\alpha_{n-1,n}} = \frac{n_{n-1}}{n_n} = \frac{(n-1)^2}{n^2} e^{\delta E/T} \simeq 1 + \frac{2I_H Z^2}{T n^3} - \frac{2}{n} - \frac{3\mathcal{E} r_B e}{2ZT} n$$

(см. (3а)). Подставляя это выражение в (7), получаем линейное дифференциальное уравнение для  $n_n$ :

$$\frac{\partial n_n}{\partial n} + \left[ \frac{2I_H Z^2}{T n^3} - \frac{2}{n} - \frac{3\mathcal{E} r_B e}{2ZT} n \right] n_n = - \frac{j_n}{\alpha_{n-1,n} n_e}. \quad (8)$$

Обозначим

$$F = - \frac{I_H Z^2}{T n^2} - \ln(n^2) - \frac{3\mathcal{E} r_B e}{4ZT} n^2 = - \frac{E_n}{T} - \ln(n^2) - \frac{3\mathcal{E} Z e^3}{8E_n T}.$$

Решением уравнения (8) будет

$$n_n = e^{(-F)} \left[ C_1 - \int_{n_0}^n \frac{j_n}{\alpha_{n-1,n} N_e} e^{(F)} dn \right].$$

Константы  $C_1$  и  $n_0$  должны быть определены из граничных условий. При больших  $n$  (при наличии поля имеется некоторое максимальное  $n_{max}$  связанное состояние, на число  $n_{max}$  налагается только то же условие, что и выше — оно должно быть гораздо больше единицы) выполняется условие Больцмана-Саха [11]:

$$n_n \rightarrow n^2 \exp\left(\frac{E_n}{T}\right) \left(\frac{\hbar^2}{2\pi m T}\right)^{3/2} n_e n_i.$$

Здесь  $n_i$  — плотность ионов. Тогда  $C_1 = 0$  и

$$\begin{aligned} & \exp\left(\frac{3EZ e^3}{8TE_{n_{max}}}\right) \int_{n_0}^{n_{max}} \frac{j_n}{\alpha_{n-1,n} N_e n^2} \times \\ & \times \exp\left[-\frac{I_H Z^2}{T n^2} - \frac{3\mathcal{E} r_B e}{4ZT} n^2\right] dn = - \left(\frac{\hbar^2}{2\pi m T}\right)^{3/2} n_e n_i. \end{aligned} \quad (9)$$

Число  $n_0$  можно, как и в [11], положить равным нулю, так как полученный здесь интеграл типичен для вычисляемых методом перевала. Подынтегральное предэкспоненциальное выражение может быть вынесено из-под интеграла при значении  $n$ , определяемом максимумом показателя экспоненты. В нашем случае этот максимум достигается

как раз при  $n = n_{max}$ , и достаточно вынести из-под интеграла величину  $j_{n_{max}}$  (при больших  $n$  величина  $\alpha_{n-1, n} n^2$  от  $n$  не зависит [11]). При достаточно большом числе  $n_{max}$  можно также заменить его в верхнем пределе интегрирования на бесконечность, так как ошибка, вносимая таким образом, будет экспоненциально мала из-за второго члена под экспонентой в (9). Теперь, перейдя от интегрирования по квантовому числу к интегрированию по энергии, можно вернуться к виду (5) (см. [1, 2]):

$$n_e j_{n_{max}} = b = b_0 \exp\left(-\frac{3Z\mathcal{E}e^3}{8TE_{n_{max}}}\right) \int_{-\infty}^0 |E|^{3/2} \exp\left(\frac{E}{T} + \frac{3Z\mathcal{E}e^3}{8ET}\right) dE \times \\ \times \left[ \int_{-\infty}^0 |E|^{3/2} \exp\left(\frac{E}{T}\right) dE \right]^{-1} \quad (10)$$

Наконец, полученное выражение должно быть усреднено по распределению энергии  $E_{n_{max}}$ , для которой, как и для  $E_n$ , справедлив закон Больцмана. Обозначая  $q = 3Z\mathcal{E}e^3/8T^2$  и вычисляя необходимые интегралы, имеем

$$b = b_0 \frac{2\sqrt{q} K_1(2\sqrt{q}) \exp(2\sqrt{q})}{1 + 2\sqrt{q} + 4q/3}, \quad (11)$$

где  $K_1(x)$  — функция Макдональда первого порядка. Это выражение ограничено по величине поля только в смысле выполнения условия  $n \gg 1$ , т. е. применимость его шире, чем выражения (5) (напомним, что последнее применимо лишь при  $Z\mathcal{E}e^3/T^2 \ll 1$ ). При  $E \rightarrow 0$  величина  $q$  также стремится к нулю и  $2\sqrt{q} K_1(2\sqrt{q}) \simeq 1 + O(q)$ , поэтому при разложении в ряд числителя и знаменателя в (11) член порядка  $\sqrt{q}$  сокращается, и главный член разложения в ряд по степеням поля будет (практически) линейным, как и в (6):

$$b \simeq b_0 \{1 - q [\ln(1/q) + 17/6 - 2\gamma]\}. \quad (11a)$$

Здесь  $\gamma$  — логарифм постоянной Эйлера. Однако вместо двойки при выражении  $Z\mathcal{E}e^3/T^2$  в (6) этот же коэффициент пропорциональности в разложении общего выражения становится логарифмическим — слабо зависящим от поля.

Сделаем оценки для водорода ( $Z = 1$ ). Пусть плотность электронов равна плотности ионов,  $n_e = n_i = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 1 \text{ эВ}$ , в качестве  $\mathcal{E}$  возьмем среднее ионное микрополе распределения Хольтсмарка  $\mathcal{E}_H = 8.8en_i^{2/3}$ . Тогда  $q = 0.0626$  и  $b \simeq b_0(1 - 0.279) = 0.721b_0$ . Заметим, что вычисление по простой формуле (6) даст несколько меньшее значение  $b \simeq 0.665b_0$ . Следовательно, скорость рекомбинации уже при таких плотностях уменьшается почти в полтора раза! Оценим теперь уменьшение скорости рекомбинации для экспериментальных условий [14, 15], при которых рекомбинация проходила в состоянии водородоподобного лития,  $Z = 3$ ,  $n_i \simeq 1.67 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , средняя температура электронов  $T$  оценивалась в 3 эВ. Тогда  $b = b_0(1 - 0.153) = 0.847b_0$ , т. е. примерно на 15% меньше. Вычисляя  $b$  по формуле (6), имеем практически такой же результат:  $b_0(1 - 0.157) \simeq 0.843b_0$ .

При  $q \rightarrow \infty$  имеем

$$2\sqrt{q} K_1(2\sqrt{q}) \exp(2\sqrt{q}) \rightarrow \sqrt{\pi\sqrt{q}}, \quad b \rightarrow 3b_0\sqrt{\pi} (3Z\mathcal{E}e^3/8T^2)^{-3/4}/4.$$

Если за условие закрытия канала трехчастичной электрон-ионной рекомбинации принять уменьшение ее скорости в  $\epsilon$  раз, то это произойдет при условии

$$Ze^3 \mathcal{E}_H / T^2 \simeq 1.034. \quad (12)$$

Легко видеть, что оно соответствует критерию неидеальности плазмы  $\Gamma = Z^2 e^2 / T d_i > 1$  ( $d_i$  — среднее расстояние между ионами):  $\mathcal{E}_H = 8.8 e n_i^{2/3} = 3.88 e / d_i^2$ , поэтому  $Ze^3 \mathcal{E}_H / T^2 \simeq 3.277 \Gamma^2 \geq 1$ , или  $\Gamma \geq 0.55$ . Таким образом, в неидеальной плазме обсуждавшийся канал трехчастичной рекомбинации (по Питаевскому) практически закрыт.

Рассмотрим теперь кратко влияние магнитного микрополя на скорость такой рекомбинации. Ридберговские уровни расщепляются вследствие эффекта Зеемана, при этом захват электрона гораздо вероятнее в те состояния, которые оказываются имеющими меньшую по модулю отрицательную энергию. Аналогом выражения (3) для разности энергий соседних уровней  $n + 1$  и  $n$  будет<sup>1)</sup>

$$\Delta E \simeq \frac{2I_H Z^2}{n^3} + \frac{\hbar e \mathcal{H}}{mc} = \frac{2I_H Z^2}{n^3} \left( 1 + \frac{\hbar n^3 e \mathcal{H}}{2Z^2 I_H mc} \right) = \frac{2I_H Z^2}{n^3} \left( 1 + \frac{Z \sqrt{I_H} e \mathcal{H} \hbar}{2mc |E|^{3/2}} \right). \quad (13)$$

Здесь  $\mathcal{H}$  — микрополе, создаваемое электронной компонентой плазмы, в котором рекомбинация отвечает условиям квазистационарности. Выражение для относительного изменения энергии в зависимости от микрополя на самом деле не содержит  $\hbar$ , т. е. является число классическим:

$$\frac{Z \sqrt{I_H} e \mathcal{H} \hbar}{2mc |E|^{3/2}} = \frac{Ze^3 \mathcal{H}}{2\sqrt{2m} c |E|^{3/2}}.$$

Таким образом, относительное приращение энергии в  $\sqrt{|E|/32mc^2}$  раз меньше, чем соответствующее приращение электрического микрополя даже при одинаковых амплитудах обоих микрополей, что бывает только при определенных (экстремальных) условиях. Скорость рекомбинации в магнитном микрополе запишется точно по аналогии с электрическим:

$$b = Z^3 \pi^{3/2} e^6 \left\{ 4T^{3/2} \int_{-\infty}^0 e^{E/T} \left[ \left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle_0 \left( 1 + \frac{Ze^3 \mathcal{H}}{2\sqrt{2m} c E^{3/2}} \right) \right]^{-1} dE \right\}^{-1}. \quad (14)$$

После интегрирования получаем

$$b = b_0 \left( 1 + \frac{\sqrt{2} Ze^3 \mathcal{H}}{3\sqrt{\pi} mc^2 T^{3/2}} \right). \quad (15)$$

Сделаем оценки для водорода ( $Z = 1$ ) при создании плазмы коротким импульсом сильного лазерного поля; температура электронной компоненты плазмы  $T_e$  достигает 1 кэВ.

<sup>1)</sup> Основная масса переходов, которые учитываются в расчетах, как и в [11], происходит с изменением магнитного квантового числа на единицу и с уменьшением на единицу орбитального квантового числа, см. [13], поэтому разность энергий в присутствии магнитного поля увеличивается и скорость рекомбинации в магнитном микрополе увеличивается.

Тогда  $\mathcal{H} = 5.2\mathcal{H}_H$  — среднее магнитное микрополе распределения Хольтсмарка, где  $\mathcal{H}_H = 8.8en_i^{2/3} \sqrt{2T_e/mc^2}$ ,  $n_e = n_i = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , и, наконец,  $b = b_0(1 + 0.376 \cdot 10^{-10})$ , т. е. изменения скорости рекомбинации за счет магнитного микрополя очень малы (так как мы считали температуру электронов высокой). При низкой температуре  $T_e = 1 \text{ эВ}$  и  $\mathcal{H} = \mathcal{H}_H$  приращение получается на четыре порядка больше, но все равно оно мало по сравнению с уменьшением в электрическом микрополе.

Таким образом, магнитное микрополе само по себе не способно сильно повлиять на процесс трехчастичной электрон-ионной рекомбинации через высоковозбужденные состояния. Оно, однако, может (несколько) ускорить эту рекомбинацию при больших температурах электронной компоненты плазмы. Электрическое же микрополе уже при плотностях зарядов в плазме  $\sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$  и сравнительно небольших температурах порядка нескольких электронвольт может значительно снижать скорость трехчастичной электрон-ионной рекомбинации через высоковозбужденные состояния иона. В неидеальной плазме этот канал трехчастичной рекомбинации вообще закрывается.

### 3. ТРЕХЧАСТИЧНАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ В СОСТОЯНИИ НЕВОДОРОДОПОДОБНЫХ ИОНОВ

Казалось бы, коль скоро «узким местом», определяющим скорость рассматриваемой рекомбинации, является диффузия рекомбинирующего электрона по высоковозбужденным состояниям, неводородоподобность иона не должна сказываться, так как расположение ридберговских уровней любого иона весьма близко к расположению уровней эквивалентного водородоподобного иона. Однако разница эта все же есть, наличие сильно заряженного ядра должно «чувствоваться» рекомбинирующим электроном, просто в силу того, что его волновая функция в месте расположения ядра отлична от нуля. Электрон как бы дополнительно (по сравнению с ситуацией, возникающей в эквивалентном водородоподобном ионе) притягивается к ядру, т. е. следует ожидать, что скорость рекомбинации в неводородоподобном ионе будет больше, чем скорость такой рекомбинации в эквивалентном водородоподобном ионе.

Мы, таким образом, должны учесть влияние ядра на сдвиг энергий уровней. Это может быть сделано методом Томаса–Ферми, модифицированным для ионов [16, 17].

Пусть заряд ядра в рассматриваемой задаче есть  $N$ , а заряд иона — по-прежнему  $Z$ . Уравнение Томаса–Ферми для ионов записывается в виде

$$\Delta(\phi - B) = \frac{4e}{3\pi\hbar^2} [2me(\phi - B)]^{3/2}. \quad (16)$$

Здесь  $\phi$  — искомый потенциал, константа  $B$  определяется из граничных условий (для нейтрального атома  $B = 0$ ). Перейдя к безразмерным величинам  $\Phi$  и  $x$ :

$$e(\phi - B) = \frac{Ne^2\Phi}{r}, \quad r = \frac{x r_B (3\pi)^{2/3}}{2 \cdot 4^{2/3} N^{1/3}}, \quad (17)$$

получим уравнение Томаса–Ферми в стандартном виде:

$$\sqrt{x} \Phi'' = \Phi^{3/2} \quad (17a)$$

с граничными условиями (обозначим  $r = R$ ,  $x = x_0$ )

$$\Phi(x_0) = 0, \quad \Phi(0) = 0, \quad x_0 \Phi'(x_0) = -N/(N - Z). \quad (18)$$

Проведем теперь квантование Бора–Зоммерфельда, учитывая как поправку отличие реального потенциала, в котором находится рекомбинирующий электрон, от потенциала эквивалентного водородоподобного иона. Условия Бора–Зоммерфельда запишутся в виде

$$\pi\hbar \left( n_r + \frac{1}{2} \right) = \sqrt{2m} \int_b^a dr \sqrt{-|E| + \frac{e\varphi(r)}{r} - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}}. \quad (19)$$

Здесь  $\varphi(r) = Ze\Phi(r)$ ,  $l$  — орбитальное квантовое число. Перепишем величину  $\varphi(r)$  в виде  $\varphi(r) = (N - Z)[1 + f(r)]$ , где

$$f(r) = \begin{cases} Z/(N - Z), & r = 0, \\ 0, & r = R, \end{cases}$$

$a$  и  $b$  — классические точки поворота,

$$a, b = \frac{e^2(N - Z)}{|E|} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2|E|\hbar^2 l(l+1)}{me^4(N - Z)^2}} \right].$$

При выполнении условий  $a \gg R$  и  $b \ll R$  мы можем упростить подкоренное выражение в (19):

$$\sqrt{(a - r)(r - b)} \rightarrow \sqrt{ar}.$$

В этом случае условия Бора–Зоммерфельда сводятся к выражению

$$\sqrt{\frac{I_H^{N-Z}}{E}} = n_r + \frac{1}{2} + \sqrt{l(l+1)} - \frac{\sqrt{m} e^2(N - Z)}{\pi\hbar\sqrt{2b|E|}} \int_b^R \frac{f(r)dr}{\sqrt{r}}, \quad (20)$$

а для внутренней точки поворота справедливо

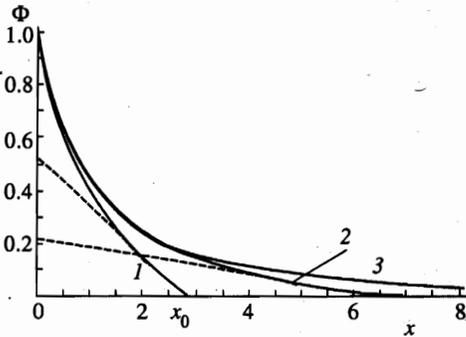
$$b \simeq l(l+1)r_B^{N-Z}.$$

Здесь  $r_B^{N-Z}$  — боровский радиус эквивалентного водородоподобного иона,  $r_B^{N-Z} = r_B/(N - Z)$ . Собирая все квантовые числа в одно главное квантовое число, из (20) получаем

$$\sqrt{\frac{I_H^{N-Z}}{E}} = n - \frac{1}{2\pi\hbar\sqrt{r_B^{N-Z}}} \int_{r_B^{Z-N}}^R \frac{f(r)dr}{\sqrt{r}}. \quad (21)$$

Сделаем, наконец, решающее упрощение, взяв только первый ненулевой член в разложении  $f(r)$  в ряд Тейлора при  $r \simeq R$ . Очевидно, что в силу уравнения (17) или (17а) вторая производная здесь равна нулю и этот ряд начнется с кубичных членов:

$$f(r) = aZ^2(R - r)^3/(N - Z)\beta^2.$$



Решения уравнения Томаса-Ферми (17а) для двух типов ионов (кривые 1, 2) и нейтрального атома (кривая 3): 1 —  $Z = 0.5N$ ; 2 —  $Z = 0.21N$ . Касательные к кривым при  $\Phi = 0$  отсекают на оси ординат величины  $Z/N$  [12]

Здесь  $\beta = (3\pi/4)^{2/3} r_B / 2 \approx 0.8853 r_B$ . Формула (21) позволяет получить выражение для квантовых дефектов. Для  $S$ -состояний  $l = 0$  и

$$\sqrt{\frac{I_H^{N-Z}}{E}} = n_0 - \frac{16\sqrt{0.8853}}{35\pi} \sqrt{N-Z} N^{5/6} x_0^{7/2} = n_0 - \delta_0. \tag{22}$$

Если взять заряд иона равным половине заряда ядра:  $Z = N/2$ , то  $x_0 = 2.75$  (см. рисунок) и квантовый дефект  $\delta_0$  этих состояний будет следующим образом зависеть от заряда ядра:

$$\delta_0 \approx 0.161 N^{1/3}.$$

Рассмотрим, например, как развитая теория описывает потенциал ионизации атома гелия — стандартный тест для всех подобных расчетов. Здесь  $N = 2$ , и энергия ионизации есть

$$I_{He} = I_H / (1 - \delta_0)^2 \approx 22.8 \text{ эВ}, \tag{23}$$

что на 1.8 эВ меньше, чем истинное ее значение. Для нас такая точность развитого метода вполне удовлетворительна, так как рассматривать глубоколежачие состояния мы и не собирались.

Будем рассматривать рекомбинацию в состоянии неводородоподобного иона точно так же, как это мы делали выше, введя величины  $A$  и  $\langle \partial(\delta E)^2 / \partial t \rangle$  и рассчитывая их приращения:

$$A = A_0 + \Delta A,$$

$$\left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle_0 + \Delta \left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle.$$

Условие нормировки теперь будет

$$A(E) \int \delta \left[ -|E| - \frac{p^2}{2m} + (N-Z)e^2 \frac{1+f(r)}{r} \right] d\Gamma = 1, \tag{24}$$

или после разложения в ряд по степеням  $E\tau_B/e^2$

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{A_0} + 4\pi^2 \sqrt{(2m)^3(N-Z)e^2} \int_0^R \sqrt{r^3} f(r) dr \simeq \frac{1}{A} \left[ 1 + 0.026 \sqrt{\frac{x_0^{11} Z (E\tau_B/e^2)^5}{N-Z}} \right]. \quad (24a)$$

Для переходов  $\Delta l = 1$  из (22) получаем

$$\left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle_0 (1 + \delta_l - \delta_{l-1}) \simeq \left\langle \frac{\partial(\delta E)^2}{\partial t} \right\rangle_0 \left[ 1 + \frac{N}{\pi(Z-N)} \right]. \quad (25)$$

При  $Z < N - Z$  окончательное выражение для скорости рекомбинации неводородоподобного иона с учетом теплового распределения электронов по скоростям будет

$$b = b_0 \left[ 1 + \frac{Z}{\pi(N-Z)} + 0.265 \sqrt{\frac{x_0^{11} N (T\tau_B/e^2)^5}{N-Z}} \right]. \quad (26)$$

Здесь  $b_0$  — скорость рекомбинации соответствующего эквивалентного водородоподобного иона. Второй член в квадратных скобках является главной поправкой. При достаточной сильной ионизации (но при  $Z < N - Z$ ) скорость рекомбинации реального иона может возрастать на десятки процентов сравнительно со скоростью рекомбинации соответствующего эквивалентного водородоподобного иона, что важно при интерпретации экспериментов по рекомбинационной накачке рентгеновских лазеров, особенно при создании плазмы коротким импульсом сильного электромагнитного поля [14, 15, 18].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, электрическое случайное микрополе плазмы уменьшает скорость трехчастичной электрон-ионной рекомбинации через высоковозбужденные состояния водородоподобного иона уже при плотностях зарядов в плазме  $\sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$  и сравнительно небольших температурах порядка нескольких электронвольт. При дальнейшем увеличении плотности плазмы при постоянной ее температуре это микрополе вообще практически закрывает канал такой рекомбинации, и единственно возможной становится рекомбинация в сильносвязанные состояния иона. Критерий запрета первого процесса приблизительно совпадает с критерием неидеальности плазмы, т. е. в неидеальной плазме остается только последняя трехчастичная рекомбинация.

Магнитное микрополе само по себе не способно сильно повлиять на процесс трехчастичной электрон-ионной рекомбинации через высоковозбужденные состояния. Оно, однако, может несколько ускорить эту рекомбинацию при больших температурах электронной компоненты плазмы.

Скорость рекомбинации реального иона может возрастать на десятки процентов сравнительно со скоростью рекомбинации соответствующего эквивалентного водородоподобного иона, что важно при интерпретации экспериментов по рекомбинационной накачке рентгеновских лазеров, особенно при создании плазмы коротким импульсом сильного электромагнитного поля.

Автор благодарен В. Эбелингу (W. Ebeling), А. Ферстеру (A. Förster), Д. Бойле (D. Beule), а также В. П. Шевелько за ценные обсуждения полученных результатов. Работа выполнена при поддержке INTAS (грант 94-1937), Российского фонда фундаментальных исследований совместно с Немецким научно-техническим обществом (грант № 98-02-04116), а также фонда А. Гумбольдта.

## Литература

1. Л. П. Питаевский, ЖЭТФ **42**, 1326 (1962).
2. А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, ЖЭТФ **46**, 1281 (1964).
3. Е. Я. Кононов, К. Н. Кошелев, КЭ **1**, 2411 (1974).
4. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, *Лазерная физика*, Издат, Москва (1995).
5. Y. Hahn, in: *Atomic and Molecular Processes in Fusion Edge Plasmas*, ed. by R. Yanev, Plenum Press, New York (1995).
6. J. Li and Y. Hahn, *Phys. Rev. E* **48**, 2934 (1993).
7. A. Mueller, D. S. Belic, B. D. DePaola et al., *Phys. Rev. Lett.* **56**, 127 (1986).
8. V. L. Jacobs, J. Davis, and P. S. Kepple, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 1390 (1976).
9. K. LaGattuta and Y. Hahn, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 558 (1983).
10. А. В. Гуревич, *Геомагнетизм и Аэрономия* **IV**, 3 (1964).
11. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*, Наука, Москва (1966).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1968).
13. Г. Бете, Е. Солпитер, *Квантовая механика атома с одним и двумя электронами*, Физматлит, Москва (1960).
14. D. C. Eder, P. Amendt, L. B. DaSilva et al., *Phys. Plasmas* **1**, 1744 (1993).
15. Y. Nagata, K. Midorikawa, M. Obara et al., *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3774 (1993).
16. П. Гомбаш, *Статистическая теория атома и ее применения*, ИИЛ, Москва (1951).
17. H. J. Brudner and S. Borowitz, *Phys. Rev.* **120**, 2053 (1960).
18. B. N. Chichkov, A. Egbert, H. Eichmann et al., *Phys. Rev. A* **52**, 1629 (1995).