РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В МАРТЕ 1873 ГОДА *ТОМ 114, ВЫПУСК 4(10)*
ВЫХОДИТ 12 РАЗ В ГОД *ОКТЯБРЬ, 1998*
МОСКВА «НАУКА»

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ 1/2 В АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*А. Я. Силенко**

Институт ядерных проблем при Белорусском государственном университете
220080, Минск, Беларусь

Поступила в редакцию 11 декабря 1997 г.

Характер поляризации заряженных частиц со спином 1/2, движущихся в однородном магнитном поле, существенно меняется при наличии даже сравнительно слабого поперечного аксиально-симметричного магнитного поля. Направление, на которое квантуется проекция спина, имеет фиксированную ориентацию относительно осей цилиндрической системы координат и может составлять значительный угол с направлением однородного магнитного поля. Наличие квантования спина доказывается как коммутацией оператора Гамильтона с проекцией оператора поляризации на направление квантования, так и анализом уравнения Баргманна–Мишеля–Телегди для данного случая. Рассмотрены возможности обнаружения и практического использования эффекта.

1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, заряженные частицы, движущиеся в однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной вектору напряженности поля $\mathbf{H}^{(1)}$, имеют фиксированное (квантованное) значение проекции спина на направление поля. В настоящей работе будет показано, что для частиц со спином 1/2 характер поляризации существенно меняется при наличии даже сравнительного слабого поперечного аксиально симметричного магнитного поля, вектор напряженности которого $\mathbf{H}^{(2)}$ перпендикулярен $\mathbf{H}^{(1)}$. Такое поле может создаваться прямолинейным током, направленным коллинеарно вектору $\mathbf{H}^{(1)}$,

*E-mail: silenko@inp.minsk.by

или тороидальным соленоидом, ось которого ориентирована в том же направлении. Задача в данном случае обладает аксиальной симметрией, а ось симметрии параллельна вектору $\mathbf{H}^{(1)}$ и совпадает с направлением токонесущего провода или осью тороидального соленоида. Результирующее магнитное поле не является однородным. Оказывается, однако, что, несмотря на это обстоятельство, если частицы движутся в плоскости, перпендикулярной $\mathbf{H}^{(1)}$, по круговой траектории, центр которой лежит на оси симметрии, имеет место квантование проекции спина. В данном случае направление, на которое проекция спина имеет фиксированное значение, не совпадает ни с одной из декартовых осей, но сохраняет постоянную ориентацию относительно осей цилиндрической системы координат, связанной с движущейся частицей. Для электронов, позитронов и мюонов даже при $|\mathbf{H}^{(2)}| \ll |\mathbf{H}^{(1)}|$ это направление может составлять значительный угол с вектором $\mathbf{H}^{(1)}$.

В работе используются приближение слабого поля, сводящееся в данном случае к практически всегда выполняющемуся условию

$$|\mathbf{H}^{(1)} + \mathbf{H}^{(2)}| \ll H_0, \quad H_0 = m^2c^3/|e|\hbar = 4.41 \cdot 10^{13} \text{ Э},$$

и релятивистская система единиц $\hbar = c = 1$.

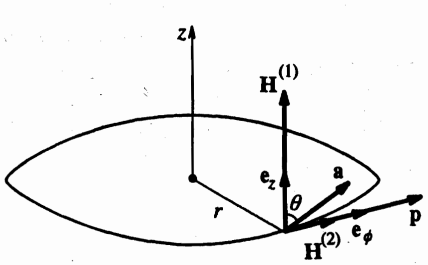
2. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЧАСТИЦ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

Для исследования удобно использовать цилиндрическую систему координат. Пусть ось z совпадает с осью симметрии задачи, а начало отсчета — с центром круговой траектории (см. рисунок). При рассматриваемой симметрии задачи движение частиц вдоль оси z отсутствует, а вектор напряженности дополнительного магнитного поля $\mathbf{H}^{(2)}$ направлен по касательным к их траектории.

Даже при использовании квантовомеханических методов исследования поляризации частиц их движение в магнитном поле допускает квазиклассическое описание, что позволяет говорить о траектории частиц (см. [1–3]). Точность такого описания нетрудно определить с помощью соотношений неопределенности Гейзенберга. Классическая теория позволяет найти импульс частиц с относительной ошибкой:

$$\frac{|\delta p|}{p} \sim \frac{1}{rp} = \frac{1}{l},$$

где l — орбитальный момент количества движения, r — характерный размер области движения частицы, в данном случае соответствующий радиусу круговой орбиты. Радиус



Поляризация частиц в аксиально-симметричном магнитном поле: r — радиус орбиты, $\mathbf{e}_\phi$ и $\mathbf{e}_z$ — орты цилиндрической системы координат, $\mathbf{H}^{(1)}$ и $\mathbf{H}^{(2)}$ — векторы напряженности однородного и поперечного неоднородного магнитных полей, $\mathbf{p}$ — импульс частицы, вектор $\mathbf{a}$ определяет направление ориентации спина, θ — угол между вектором $\mathbf{a}$ и осью z

круговой орбиты выражается формулой

$$r = -\frac{p_\phi}{eH_z}, \tag{1}$$

где p_ϕ — проекция импульса частицы. Следовательно, относительная ошибка перехода к квазиклассическому описанию имеет порядок величины

$$\frac{|\delta p|}{p} \sim \frac{|e|H_z}{p^2} = \frac{H_z}{H_0(\gamma^2-1)}, \tag{2}$$

где γ — лоренц-фактор. Для всех практически интересных случаев эта величина очень мала ($H_z/H_0 \approx 5 \cdot 10^{-10}$ при $H_z = 2 \cdot 10^4$ Э). Соотношение (2) характеризует и ошибку при пренебрежении коммутаторами операторов динамических переменных, поскольку модуль коммутатора операторов координаты $\mathbf{r}$ и импульса $\mathbf{p} \equiv -i\nabla$ равен $|[\mathbf{r},\mathbf{p}]| = 3$, и отношение $|[\mathbf{r},\mathbf{p}]|/rp$ по порядку величины равно $H_z/[H_0(\gamma^2-1)]$. Это позволяет ввести произвольный порядок следования данных операторов в квантовомеханических выражениях. Отметим, что поляризация частиц в очень малой степени влияет на их движение в магнитном поле [2].

Исследование поляризации частиц будет проводиться в общем виде, без ограничений на величину их энергии. Будет использоваться представление Фолди–Ваутхойзена (ФВ), одним из достоинств которого является простота описания поляризационных эффектов. Оператор поляризации в этом представлении сводится к матрице $\mathbf{\Pi} = \beta\mathbf{\Sigma}$ [3, 4], где

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & -\boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix},$$

$\boldsymbol{\sigma}$ — матрица Паули, а $0, \pm 1$ обозначают соответствующие 2×2-матрицы. При использовании только верхнего спинора, что всегда возможно в представлении ФВ, оператор поляризации пропорционален оператору спина.

Движение спина является существенно квантовым вследствие некоммутации матриц Σ_i, Σ_j при $i \neq j$.

Проекция вектора поляризации на определенное направление сохраняется, если соответствующая проекция оператора поляризации коммутирует с оператором Гамильтона. Оператор Гамильтона в представлении ФВ для релятивистских частиц со спином 1/2, обладающих аномальным магнитным моментом (АММ), в электромагнитном поле был найден в работах [5–7]. В [5, 7] этот оператор получен для релятивистских частиц (в [5] — без учета, а в [7] — с учетом производных от напряженностей внешнего поля). Гамильтониан с учетом релятивистских поправок, в том числе содержащих производные от напряженностей, выведен в [6]. Результаты работ [5–7] согласуются между собой.

Найденное в [5, 7] выражение для гамильтониана релятивистских частиц в магнитном поле без учета членов с производными от напряженностей имеет вид

$$\mathscr{H} = \beta\epsilon - \left(\frac{\mu_0 m}{\epsilon} + \mu'\right)(\mathbf{\Pi}\mathbf{H}) + \frac{\mu'}{\epsilon(\epsilon+m)}(\mathbf{\Pi}\mathbf{p})(\mathbf{H}\mathbf{p}), \tag{3}$$

где $\epsilon = \sqrt{\boldsymbol{\pi}^2 + m^2}$ — оператор кинетической энергии, $\boldsymbol{\pi} = \mathbf{p} - e\mathbf{A}$ и $\mathbf{p}$ — операторы кинетического импульса и импульса, $\mathbf{A}$ — вектор-потенциал поля, $\mu_0 = e/2m$ и $\mu' = \mu - \mu_0$ — дираковский и аномальный магнитные моменты, μ — суммарный магнитный момент.

Переход к произвольной последовательности операторов в выражении (3) равносилен пренебрежению их коммутаторами. Для аксиально-симметричного магнитного поля

$$|[p_i, \mathbf{H}]| = \left|\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_i}\right| \sim \frac{|\mathbf{H}^{(2)}|}{r}. \tag{4}$$

Отсюда с учетом формулы (1) находим

$$\frac{|[p_i, \mathbf{H}]|}{|p_i\mathbf{H}|} \sim \frac{|e\mathbf{H}^{(2)}|}{p^2} = \frac{|\mathbf{H}^{(2)}|}{H_0(\gamma^2-1)}.$$

Величина $|[p_i, \mathbf{H}]|/|p_i\mathbf{H}|$ определяет относительную ошибку, вносимую перестановкой некоммутирующих операторов в уравнении (3), малость которой позволяет использовать произвольный порядок следования операторов.

Поправки к гамильтониану, содержащие линейные по полю члены с производными от напряженностей, определяются выражением [7]

$$\mathscr{H}' = \beta\frac{\mu'}{4\epsilon(\epsilon+m)}\left\{2\left([\nabla\mathbf{H}]\mathbf{p}\right) + \left(\mathbf{\Sigma}\,[\nabla[\nabla\mathbf{H}]]\right)\right\}.$$

При $\epsilon \approx m$ это выражение переходит в формулу, полученную в [6].

Поскольку в рассматриваемом случае $[\nabla\mathbf{H}] = 0$, то $\mathscr{H}' = 0$ и поправок на неоднородность поля оператор Гамильтона не содержит.

Разделим гамильтониан (1) на два слагаемых:

$$\mathscr{H} = \mathscr{H}_1 + \mathscr{H}_2, \quad \mathscr{H}_1 = \beta\epsilon - \frac{\mu_0 m}{\epsilon}(\mathbf{\Pi H}), \quad \mathscr{H}_2 = -\mu'(\mathbf{\Pi b}), \quad \mathbf{b} = \mathbf{H} - \frac{(\mathbf{Hp})\mathbf{p}}{\epsilon(\epsilon+m)}. \tag{5}$$

Здесь $\mathscr{H}_1$ — гамильтониан дираковской частицы. Вычислим коммутаторы $\mathscr{H}$ с операторами $\Pi_\phi = -\Pi_x \sin\phi + \Pi_y \cos\phi$ и Π_z. Для величин $\sin\phi, \cos\phi$ необходимо учитывать только коммутаторы с оператором $\beta\epsilon$. Справедливы следующие коммутационные соотношения ($\{\ldots,\ldots\}_+$ обозначает антикоммутатор):

$$[\boldsymbol{\pi}^2, \Pi_\phi] = i\beta\left\{\pi_\phi, \frac{\Sigma_\rho}{\rho}\right\}_+, \tag{6}$$

$$[\Pi_z, \Pi_\phi] = -2i\Sigma_\rho, \tag{7}$$

где

$$\Sigma_\rho = \Sigma_x \cos\phi + \Sigma_y \sin\phi.$$

Операторы π_ϕ, ρ определены на классе функций, являющихся собственными волновыми функциями гамильтониана $\mathscr{H}$. Поэтому с учетом квазиклассичности движения и возможности пренебречь некоммутативностью операторов динамических переменных операторы π_ϕ и ρ могут быть приближенно заменены величинами импульса частицы p_ϕ и радиуса орбиты r соответственно. Тогда

$$[\boldsymbol{\pi}^2, \Pi_\phi] \approx 2i\beta\frac{p_\phi}{r}\Sigma_\rho.$$

С учетом выражения для $\tilde{r}$ преобразуем это уравнение к виду

$$[\boldsymbol{\pi}^2, \Pi_\phi] \approx -2i\beta e H_z \Sigma_\rho.$$

Способом, аналогичным приведенному в [2], находим следующее соотношение:

$$[\boldsymbol{\pi}^2, \Pi_\phi] = [\epsilon^2, \Pi_\phi] = \{\epsilon, [\epsilon, \Pi_\phi]\}_+ \approx 2\epsilon[\epsilon, \Pi_\phi],$$

откуда

$$[\epsilon, \Pi_\phi] \approx \frac{1}{2\epsilon}[\boldsymbol{\pi}^2, \Pi_\phi] \approx -i\beta \frac{eH_z}{\epsilon}\Sigma_\rho.$$

Поскольку $(\mathbf{\Pi H}) = \Pi_\phi H_\phi + \Pi_z H_z$, с помощью формулы (4) получаем

$$[\mathscr{H}_1, \Pi_\phi] = 0. \tag{8}$$

Так как векторы $\mathbf{p}$ и $\mathbf{e}_\phi$ коллинеарны, равенство нулю коммутатора операторов $\mathscr{H}_1$ и Π_ϕ согласуется со свойством сохранения проекции оператора поляризации на направление импульса дираковских частиц, доказанным ранее для представления Дирака [8].

Отметим, что величина H_ϕ не зависит от ϕ, но может зависеть от ρ, z. Однако коммутатор $[\boldsymbol{\pi}, H_\phi]$ мал по сравнению с произведением операторов $\boldsymbol{\pi} H_\phi$.

Из уравнений (5), (7), (8) следуют соотношения

$$\begin{aligned} &[\mathscr{H}, \Pi_\phi] = [\mathscr{H}_2, \Pi_\phi] \approx -2i\mu' \left(\mathbf{\Sigma}[\mathbf{b}\mathbf{e}_\phi]\right) = 2i\mu' H_z \Sigma_\rho, \\ &[\mathscr{H}, \Pi_z] = -2i\frac{\mu_0 m}{\epsilon} H_\phi \Sigma_\rho - 2i\mu' \left(\mathbf{\Sigma}[\mathbf{b}\mathbf{e}_z]\right) = -2i\frac{\mu}{\gamma} H_\phi \Sigma_\rho. \end{aligned} \tag{9}$$

Обозначим через $\mathbf{a}$ вектор, проекция оператора поляризации на направление которого Π_a имеет квантованное значение. Следовательно, коммутатор гамильтониана с оператором Π_a равен нулю:

$$[\mathscr{H}, \Pi_a] = 0. \tag{10}$$

Из соотношений (9) следует, что оператор $\mathbf{a}$ можно представить в виде

$$\mathbf{a} = a_\phi \mathbf{e}_\phi + a_z \mathbf{e}_z,$$

где a_ϕ, a_z — скалярные операторы. Поскольку

$$\Pi_a = \frac{(\mathbf{\Pi a})}{|\mathbf{a}|} = \frac{\Pi_\phi a_\phi + \Pi_z a_z}{|\mathbf{a}|},$$

а некоммутативностью операторов динамических переменных можно пренебречь, условие (10) приводит к соотношению

$$\mu' H_z a_\phi = \frac{\mu}{\gamma} H_\phi a_z.$$

Используя стандартное обозначение

$$g = \frac{\mu}{s}\frac{2m}{e} = \frac{4\mu m}{e},$$

преобразуем это соотношение к виду

$$\frac{a_\phi}{a_z} = \frac{g}{(g-2)\gamma}\,\frac{H_\phi}{H_z}. \qquad (11)$$

Угол θ между направлением вектора $\mathbf{a}$ и осью z (см. рисунок) определяется выражением

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{g}{|g-2|\gamma}\left|\frac{H_\phi}{H_z}\right|. \qquad (12)$$

Поскольку оператор Π_a коммутирует с гамильтонианом, он имеет определенные значения λ в стационарных состояниях. Так как

$$\Pi_a\Pi_a = (\mathbf{\Pi a})(\mathbf{\Pi a})/\mathbf{a}^2 = 1, \quad \Pi_a\Pi_a\psi = \lambda^2\psi,$$

то $\lambda = \pm 1$. Проекция оператора спина, пропорционального в представлении ФВ оператору поляризации, на направление вектора $\mathbf{a}$ принимает квантованные значения $\pm 1/2$. Поскольку вектор $\mathbf{a}$ имеет постоянные проекции на оси цилиндрической системы координат, он вращается с угловой скоростью

$$\boldsymbol{\omega} = -\frac{e}{\epsilon}\mathbf{H}^{(1)},$$

равной угловой скорости вращения частицы в магнитном поле. Средние значения проекций операторов поляризации и спина на направления, перпендикулярные вектору $\mathbf{a}$, в стационарных состояниях равны нулю.

3. СВЯЗЬ С УРАВНЕНИЕМ БАРГМАННА–МИШЕЛЯ–ТЕЛЕГДИ

Исследуем связь полученных результатов с уравнением Баргманна–Мишеля–Телегди (БМТ) [9], описывающим движение спина частиц в электромагнитном поле. Это движение характеризуется изменением вектора поляризации $\boldsymbol{\xi}$ и в данном случае определяется уравнением

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \left(\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt}\right)_{BMT} = \frac{e}{2m}\left(g-2+\frac{2}{\gamma}\right)[\boldsymbol{\xi}\mathbf{H}] + \frac{e}{2m}(g-2)\frac{\gamma}{\gamma+1}(\mathbf{vH})[\mathbf{v}\boldsymbol{\xi}]. \qquad (13)$$

Это уравнение выводится не только полуклассически [1], но и методами квантовой теории [4]. Можно показать, что поправки к уравнению (13), полученные в работах Гуда [10] и Найборга [11], для рассматриваемой задачи оказывают пренебрежимо малое влияние на движение спина. Они сводятся к добавлению к правой части уравнения (13) слагаемого[1]

$$\left(\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt}\right)_{GN} = \frac{\mu\gamma}{m(\gamma+1)}[\boldsymbol{\xi}[\mathbf{v}\nabla]]\left[(\boldsymbol{\xi}\mathbf{H}) - \frac{\gamma}{\gamma+1}(\boldsymbol{\xi}\mathbf{v})(\mathbf{vH})\right]. \qquad (14)$$

---

[1] Поправки к уравнению БМТ, даваемые формулой (14), полученной классическими методами, не идентичны поправкам, получаемым в квантовой теории [12].

Используя формулы (1), (4), находим, что отношение

$$\left|\left(\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt}\right)_{GN}\right| \Big/ \left|\left(\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt}\right)_{BMT}\right|$$

по порядку величины не превышает

$$\frac{\gamma v|\mathbf{H}^{(2)}|}{rmH} = \frac{p|\mathbf{H}^{(2)}|}{rm^2H} \sim \frac{|\mathbf{H}^{(2)}|}{H_0} \ll 1.$$

Таким образом, поправки к уравнению БМТ, определяемые соотношением (14), при рассмотрении движения спина в аксиально-симметричном магнитном поле могут не учитываться.

Из предыдущего раздела следует, что проекция вектора поляризации на направление вектора $\mathbf{a}$ остается постоянной $\left(d\xi_a/dt = 0\right)$. Уравнение (13) можно представить в виде

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = [\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\xi}], \quad \boldsymbol{\Omega} = -\frac{e}{2m}\left(g - 2 + \frac{2}{\gamma}\right)\mathbf{H} + \frac{e}{2m}(g-2)\frac{\gamma}{\gamma+1}(\mathbf{vH})\mathbf{v}. \tag{15}$$

Единичный вектор $\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}/|\mathbf{a}|$ вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$:

$$\frac{d\mathbf{a}_0}{dt} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{a}_0] = -\frac{e}{\epsilon}[\mathbf{H}^{(1)}\mathbf{a}_0]. \tag{16}$$

Отметим, что уравнение движения частицы, из которого определяется величина $\boldsymbol{\omega}$, справедливо как в классической, так и в квантовой теории [2, 13]. Поскольку

$$\frac{d\xi_a}{dt} = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\xi}\mathbf{a}_0) = ([\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\xi}]\mathbf{a}_0) + (\boldsymbol{\xi}[\boldsymbol{\omega}\mathbf{a}_0]) = \left(\left[(\boldsymbol{\Omega}-\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{\xi}\right]\mathbf{a}_0\right) = 0,$$

векторы $\mathbf{a}_0$ и $\mathbf{a}$ коллинеарны вектору $\mathbf{o} = \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\omega}$, представляющему собой угловую скорость прецессии спина в системе отсчета, связанной с движущейся частицей. Из формул (15), (16) следует, что

$$\mathbf{o} = -\frac{e}{2m}\left[\frac{g}{\gamma}H_\phi\mathbf{e}_\phi + (g-2)H_z\mathbf{e}_z\right]. \tag{17}$$

Соотношение (17) описывает движение спина в цилиндрической системе координат. Поскольку $\mathbf{a}_0 = \mathbf{o}/|\mathbf{o}|$, формулы (11) и (17) полностью согласуются между собой. Таким образом, результаты, полученные при строгом квантовомеханическом рассмотрении и при использовании уравнения БМТ, также справедливого в квантовой теории, совпадают.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

В настоящее время принято считать, что квантование проекции спина возможно только в однородном поле. Данная статья показывает, что проекция спина частиц, движущихся в аксиально симметричном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной оси симметрии, также имеет фиксированное (квантованное) значение. При этом характер поляризации частиц обладает рядом особенностей. Основным отличием от случая однородного поля является то, что направление, на которое проекция спина квантуется, имеет фиксированную ориентацию относительно осей не декартовой, а цилиндрической системы координат, связанной с движущейся по окружности частицей. Отметим, что данное направление составляет фиксированный угол с вектором импульса частицы. Наличие квантования спина доказывается как коммутацией оператора Гамильтона с проекцией оператора поляризации на направление квантования $\mathbf{a}_0$, так и следующим из уравнения БМТ сохранением соответствующей проекции вектора поляризации.

Поправки, обусловленные неоднородностью магнитного поля, в рассматриваемом случае весьма малы и не влияют на характер поляризации частиц.

Особый интерес представляет то обстоятельство, что для электронов, позитронов и мюонов эффект изменения характера квантования спина при наличии поперечного магнитного поля является экстремально сильным. Для них отношение суммарного магнитного момента к аномальному

$$\frac{\mu}{\mu'} = \frac{g}{g-2} \approx \frac{2\pi}{\alpha} \sim 10^3.$$

Поэтому уже при $H_\phi \sim 10^{-3} H_z$ частицы поляризованы под значительным углом к оси z, а при $H_\phi = 10^{-2} H_z$, $\gamma = 1.2$, для электронов $\theta = 82°$, т. е. направление их поляризации почти перпендикулярно направлению однородного поля. Гигантская величина эффекта значительно улучшает возможность его экспериментального наблюдения.

Изменение характера поляризации влияет на эволюцию вектора поляризации частиц. Измерение его зависимости от времени позволяет установить направление, на которое проекция спина квантуется, поскольку вектор $\mathbf{a}$ коллинеарен вектору угловой скорости прецессии спина $\mathbf{o}$ в связанной с движущейся частицей системе отсчета. Ориентация вектора поляризации пучка остается неизменной только в том случае, когда он коллинеарен $\mathbf{a}$.

Другой способ исследования влияния поперечного аксиально-симметричного магнитного поля на поляризацию частиц в стационарных состояниях связан с радиационной поляризацией частиц в магнитном поле (эффект Соколова–Тернова [14]). В однородном магнитном поле степень поляризации пучка частиц достигает 92.4%. Естественно, радиационная поляризация должна иметь место и при наличии поперечного магнитного поля. В стационарных состояниях частицы поляризованы параллельно или антипараллельно вектору $\mathbf{a}$. Вероятность перехода с переворотом спина зависит от знака проекции спина на направление вектора $\mathbf{a}$, что приводит к частичной поляризации пучка. Направление поляризации, коллинеарное вектору $\mathbf{a}$, составляет определенный угол с осью z. Измеряя величину угла, можно определить степень соответствия теории эксперименту.

Отметим, что особенности радиационной поляризации при наличии поперечного магнитного поля могут найти практическое применение для получения пучков электронов и позитронов, частично поляризованных под заданным углом к направлению импульса частиц. Этот угол, равный $\pi/2 - \theta$, зависит от напряженности поперечного поля и рассчитывается с помощью формулы (12).

Поперечное магнитное поле, разумеется, создает некоторую неустойчивость в движении частиц по круговой траектории. Однако, поскольку составляющие скорости частиц по осям ρ и z малы, то, хотя в действительности частицы движутся не по окружности, а по поверхности очень тонкого и узкого кольца (его форма может отличаться от тороидальной), это обстоятельство не оказывает заметного влияния на характер их поляризации.

Еще одна возможность практического использования поперечного аксиально-симметричного магнитного поля связана с квазиатомом геония. Конфигурация полей в квазиатоме геония (однородное магнитное поле и поле электрического квадруполя), определяющая ловушку Пеннинга, позволяет добиться рекордной точности измерения магнитного момента электрона. Изменение поляризации при наличии поперечного магнитного поля должно привести к смещению уровней энергии геония и создать потенциальную возможность подбора такой конфигурации уровней, которая позволила бы повысить точность измерения магнитных моментов содержащихся в ловушке Пеннинга частиц. Данный вопрос требует отдельного исследования.

Литература

1. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989), с. 179.
2. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. С. Фадин, *Излучение релятивистских электронов*, Атомиздат, Москва (1973), с. 65.
3. И. М. Тернов, В. Р. Халилов, В. Н. Родионов, *Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем*, МГУ, Москва (1982), с. 43.
4. D. M. Fradkin and R. H. Good, Rev. Mod. Phys. **33**, 343 (1961).
5. С. Р. де Гроот, Л. Г. Сатторп, *Электродинамика*, Наука, Москва (1982), с. 416.
6. A. I. L'vov, Preprint Lebedev Phys. Inst. № 344 (1987), p. 33.
7. А. Я. Силенко, Теор. мат. физ. **105**, 46 (1995).
8. А. А. Соколов, И. М. Тернов, В. Г. Багров, Р. А. Рзаев, в сб. *Синхротронное излучение*, Наука, Москва (1966), с. 72.
9. V. Bargmann, L. Michel, and V. L. Telegdi, Phys. Rev. Lett. **2**, 435 (1959).
10. R. H. Good, Phys. Rev. **125**, 2112 (1962).
11. P. Nyborg, Nuovo Cim. **31**, 1209 (1964).
12. А. Я. Силенко, Поверхность № 2, 111 (1997).
13. А. Мессиа, *Квантовая механика*, т. 2, Наука, Москва (1979), с. 404.
14. А. А. Соколов, И. М. Тернов, Докл. АН СССР **153**, 1052 (1963).