ЖЭТФ, 1998, том 114, вып. 3(9), стр. 1018–1033 ©*1998*

МАГНИТОИНДУЦИРОВАННАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ В КУБИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ $\mathrm{Cd}_{1-x}\mathrm{Mn}_x\mathrm{Te}$

Б. Б. Кричевцов, Р. В. Писарев†, А. А. Ржевский, В. Н. Гриднев‡*

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия

Х. Ю. Вебер§

Physics Department, Dortmund University
44221, Dortmund, Germany

Поступила в редакцию 22 января 1998 г.

В кубических магнитных полупроводниках $\mathrm{Cd}_{1-x}\mathrm{Mn}_x\mathrm{Te}$ ($0 \le x \le 0.52$) в поперечной геометрии обнаружено двупреломление света, линейное по магнитному полю $\mathbf{B}$ и волновому вектору света $\mathbf{k}$. Оно характеризуется сравнительно большой величиной ~ 1 (град/см/Тл) и в отличие от эффектов Фарадея и Фойгта сильной анизотропией. Это явление обусловлено членами типа $\gamma_{ijkl}B_k k_l$ в тензоре диэлектрической проницаемости ε_{ij} и описывается двумя параметрами A и g. Спектральные исследования показали, что нормированные функции A/x и g/x не зависят от x, т. е. эффект можно связать с ионами Mn^{2+}. Ниже края запрещенной зоны E_g дисперсия A описывается зависимостью $(E_g - E)^{-1.4}$, а g не имеет дисперсии. Теоретический анализ показал, что спектральные зависимости A и g могут быть объяснены особенностями законов дисперсии электронов и дырок, связанных с отсутствием центра инверсии, и зависимостью параметров обменного взаимодействия от волнового вектора электронов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Магнитные, оптические и магнитооптические свойства магнитных полупроводников интенсивно исследуются в течение ряда лет. Интерес к этим кристаллам обусловлен, в частности, гигантскими значениями магнитооптических эффектов Фарадея, Фойгта, Керра, кругового дихроизма и др. [1–3]. Изучению этих явлений в магнитных полупроводниках посвящено большое число работ, однако их микроскопическая природа остается во многих случаях дискуссионной. Так, например, серьезные затруднения вызывает интерпретация вклада межзонных переходов в эффект Фарадея [4, 5], поскольку наблюдаемые спектральные зависимости существенно отличаются от предсказываемых теорией [6, 7].

Линейные по магнитному полю $\mathbf{B}$ эффекты Фарадея, Керра и др. описываются с феноменологической точки зрения аксиальным тензором третьего ранга, который разрешен в кристаллах любых классов и в неупорядоченных средах. Однако многие маг-

*E-mail: krichev@star.shuv.pti.spb.su
†E-mail: pisarev@star.shuv.pti.spb.su
‡E-mail: gridnev@star.shuv.pti.spb.su
§H.-J. Weber.

нитные полупроводники, в частности $Cd_{1-x}Mn_xTe$, кристаллизуются в кубической нецентросимметричной структуре цинковой обманки ($\bar{4}3m$), и в них при приложении магнитного поля **B** разрешены явления магнитоиндуцированной пространственной дисперсии, связанные с билинейными членами типа $\Delta\varepsilon_{ij}=\gamma_{ijkl}k_kB_l$ в тензоре диэлектрической проницаемости ε_{ij}, где **k** — волновой вектор света. В качестве примера такого явления можно назвать невзаимное двупреломление света (kB-эффект). Симметричный по индексам ij аксиальный тензор γ_{ijkl} существует в любых нецентросимметричных кристаллах [8–10]. Поскольку kB-эффект является линейным по **k** эффектом пространственной дисперсии, вне области экситонных резонансов он имеет дополнительную по сравнению с эффектом Фарадея малость a/λ, где a — межатомное расстояние и λ — длина волны в среде. Известно лишь несколько публикаций, в которых сообщалось о наблюдении оптических явлений магнитоиндуцированной пространственной дисперсии в немагнитных полупроводниках при низких температурах. К ним относятся эффект «инверсии магнитного поля» [11, 12], индуцированное поперечным магнитным полем просветление кристалла, помещенного между скрещенными поляризаторами [13, 14]. Эти явления наблюдались в CdS, CdSe, GaAs в области экситонного поглощения. До настоящего времени теоретическое рассмотрение микроскопических механизмов ограничивалось учетом линейных по **k** и **B** членов в дисперсии экситонов или поляритонов [13–15]. Но известно, что в магнитных полупроводниках действие внешнего магнитного поля значительно усилено обменным $sp-d$-взаимодействием, приводящим к аномально высоким значениям линейного по магнитному полю эффекта Фарадея [1, 2] и квадратичного по магнитному полю эффекта Фойгта [3]. Можно было предполагать, что величина kB-эффекта в магнитных полупроводниках окажется промежуточной между величинами этого эффекта в диа- или парамагнитных веществах, где он мал, и в магнитоупорядоченных кристаллах, где он определяется сильными внутренними обменными полями и потому вполне достаточен для экспериментального изучения [16–18]. Кроме того, как будет показано ниже, kB-эффект более чувствителен к особенностям электронной структуры магнитных полупроводников по сравнению с эффектом Фарадея, что позволяет надеяться на получение более детальной информации о структуре зон, в частности об их асимметрии, из исследования дисперсии kB-эффекта.

Эти, а также некоторые другие соображения послужили основанием для постановки данной работы, посвященной экспериментальному и теоретическому исследованию оптических явлений магнитоиндуцированной пространственной дисперсии в магнитных полупроводниках $Cd_{1-x}Mn_xTe$. Поскольку эксперименты [13, 14], основанные на измерении интенсивности света, прошедшего через кристалл между скрещенными поляризаторами, строго говоря, не могут однозначно доказать нечетность наблюдаемого явления относительно **k** или **B**, особое внимание в работе было уделено обоснованию метода, позволяющего получить прямое доказательство нечетности, когда измеряемая величина непосредственно определяется произведением k_iB_j и изменение знака любого из векторов приводит к изменению знака эффекта. Приводятся результаты исследований полевых, угловых, спектральных и концентрационных зависимостей линейного по магнитному полю двупреломления света, а также эффекта Фойгта и эффекта Фарадея. Экспериментальные результаты по kB-эффекту интерпретируются в рамках теории, учитывающей особенности законов дисперсии электронов в зоне проводимости и валентной зоне и зависимость обменных параметров от волнового вектора электронов.

2. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ

Тензор диэлектрической проницаемости диа- или парамагнитного кристалла во внешнем магнитном поле **B** при учете членов до второго порядка по **B** и **k** можно представить в виде [8–10]

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \varepsilon^0_{ij} + \alpha_{ijk}B_k + \beta_{ijk}k_k + \gamma_{ijkl}B_k k_l + \nu_{ijkl}k_k k_l + \mu_{ijkl}B_k B_l, \tag{1}$$

где ε^0_{ij} — тензор диэлектрической проницаемости в отсутствие магнитного поля и без учета пространственной дисперсии. Тензоры β_{ijk}, ν_{ijkl} и μ_{ijkl} являются полярными, а тензоры α_{ijk}, γ_{ijkl} — аксиальными. В области прозрачности тензор α_{ijk} описывает эффект Фарадея, β_{ijk} — оптическую активность, γ_{ijkl} — эффект магнитоиндуцированной пространственной дисперсии (kB-эффект), ν_{ijkl} — двупреломление Лоренца, μ_{ijkl} — квадратичный эффект Фойгта. Компоненты тензоров α_{ijk}, ν_{ijkl}, μ_{ijkl} могут быть отличны от нуля в кристаллах любой симметрии, β_{ijk} — в нецентросимметричных кристаллах, допускающих оптическую активность. Тензор γ_{ijkl} отличен от нуля в любых нецентросимметричных кристаллах.

Рассмотрим изменение оптических свойств кристалла класса $\overline{4}3m$, помещенного в магнитное поле. Оптическая активность запрещена и изменение оптических свойств определяется тензорами α_{ijk}, μ_{ijkl} и γ_{ijkl}. Тензор α имеет одну компоненту, тензор μ — три компоненты [19] и тензор γ — две компоненты: $A = \gamma_{xxyy}$ и $g = \gamma_{xyxy}$ [15]. В продольной геометрии, $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}$, имеет место эффект Фарадея, в поперечной геометрии — эффект Фойгта. Вклад магнитоиндуцированной пространственной дисперсии или kB-эффекта в тензор диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\Delta\varepsilon^\gamma_{ij} = \gamma_{ijkl}B_k k_l = \begin{pmatrix} A(B_y k_y - B_z k_z) & g(B_x k_y - B_y k_x) & g(B_z k_x - B_x k_z) \\ g(B_x k_y - B_y k_x) & A(B_z k_z - B_x k_x) & g(B_y k_z - B_z k_y) \\ g(B_z k_x - B_x k_z) & g(B_y k_z - B_z k_y) & A(B_x k_x - B_y k_y) \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где оси x, y, z соответствуют направлениям [100], [010], [001] в кристалле. Этот вклад приводит к линейному по магнитному полю двупреломлению, которое имеет место как в геометрии Фарадея, так и в геометрии Фойгта. Очевидно, что в геометрии Фарадея линейное индуцированное двупреломление, будучи эффектом более высокого порядка, должно приводить к относительно небольшой эллиптичности на фоне фарадеевского поворота плоскости поляризации. В геометрии Фойгта эффект Фарадея отсутствует, а kB-эффект и квадратичный эффект Фойгта являются эффектами второго порядка и приводят к двупреломлению, которое, как мы покажем ниже, можно надежно разделить на отдельные вклады, используя их различные симметрийные свойства и различную зависимость от магнитного поля.

Проанализируем наиболее важные случаи изменений оптической индикатрисы при учете членов ε^γ_{ij}.

1. $\mathbf{k} \parallel [110]$, $\mathbf{B} \parallel [001]$

Тензор ε^γ_{ij} приводится к главным осям поворотом вокруг оси z на 45° ($x' \parallel \mathbf{k}$) и поворотом вокруг оси x' на 45°. Главные направления эллипса индикатрисы ориентированы под углом 45° к направлению магнитного поля **B** (рис. 1*а*). Величина двупреломления $\Delta n = gBk/n$, т. е. зависит только от параметра g. Пусть в лабораторной системе координат XYZ направление вектора **k** совпадает с осью X, а направление поля **B** с осью Z. Используя трансформационные свойства тензора ε^γ_{ij}, можно показать, что поворот кристалла на 180° вокруг осей X и Y приводит к повороту главных

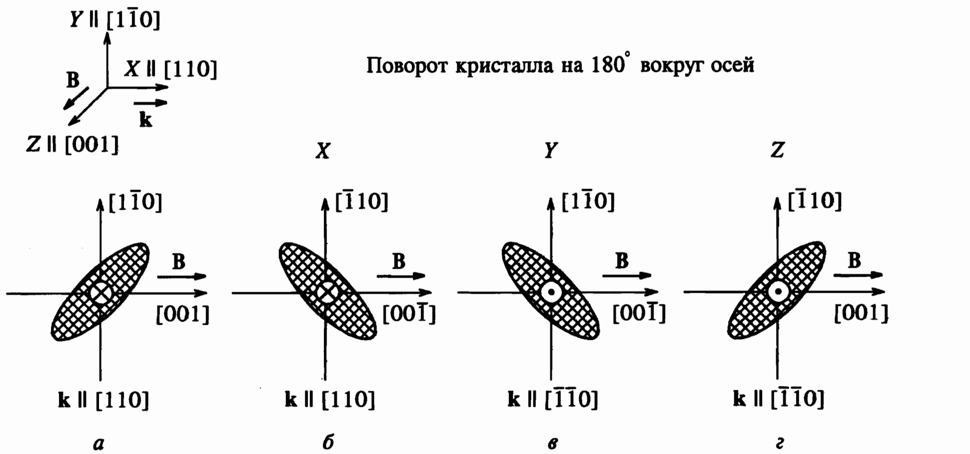


Рис. 1. Сечение индикатрисы в лабораторной системе координат XYZ при **k** ∥ [110], **B** ∥ [001] (*а*) и ее изменение при повороте кристалла на 180° вокруг оси X (*б*), Y (*в*) и Z (*г*)

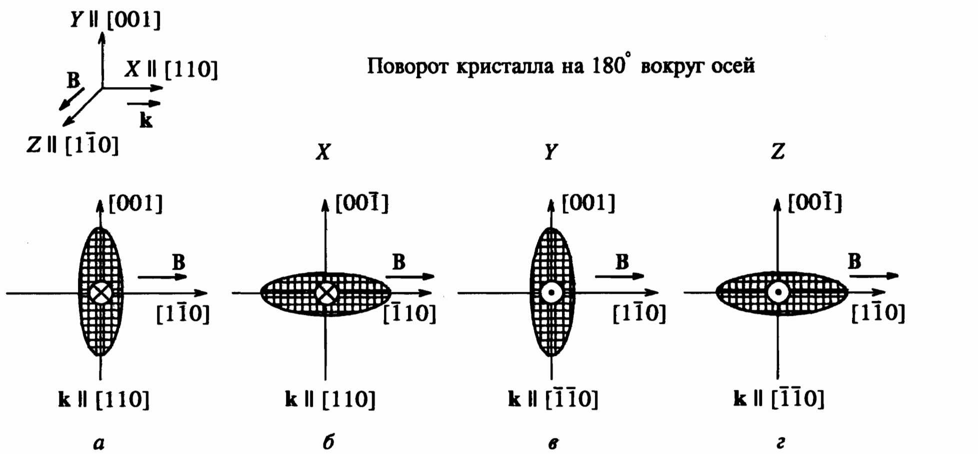


Рис. 2. Сечение индикатрисы в лабораторной системе координат XYZ при **k** ∥ [110], **B** ∥ [1$\bar{1}$0] (*а*) и ее изменение при повороте кристалла на 180° вокруг оси X (*б*), Y (*в*) и Z (*г*)

направлений индикатрисы на 90° (рис. 1*б, в*), а поворот вокруг оси Z не изменяет их направления (рис. 1*г*).

2. **k** ∥ [110], **B** ∥ [1$\bar{1}$0]

Тензор $\varepsilon^{\gamma}_{ij}$ приводится к главным осям одним поворотом вокруг оси z на 45°. Одно из главных направлений оказывается параллельным, а второе — перпендикулярным магнитному полю **B** (рис. 2*а*). Величина двупреломления $\Delta n = (3A+2g)Bk/4n$ определяется параметрами A и g. Поворот кристалла вокруг осей X и Z приводит к повороту главных направлений индикатрисы (рис. 2*б, г*), а поворот вокруг Y оставляет их неизменными (рис. 2*в*). Отметим, что рассмотренные выше изменения ориентации индикатрисы являются следствием линейности тензора $\Delta\varepsilon^{\gamma}_{ij}$ относительно **k** и **B** и поэтому

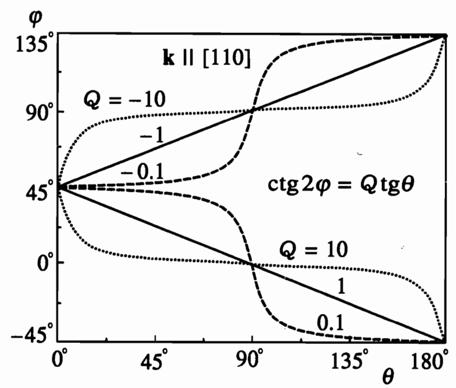


Рис. 3. Зависимость азимута главного направления индикатрисы φ от направления θ магнитного поля **B** для **k** $\|$ [110]. Углы φ и θ отсчитываются от направления [001]

могут быть использованы для экспериментального доказательства нечетности эффекта по отношению к **k**. Нечетность эффекта по отношению к **B** доказывается изменением его знака при изменении знака **B**.

Вращение магнитного поля на 90° в плоскости (110) от оси [001] к оси [1$\bar{1}$0] вызывает поворот главных направлений индикатрисы на 45°. Зависимость угла поворота φ главных направлений индикатрисы от направления магнитного поля θ определяется выражением

$$\operatorname{ctg} 2\varphi = Q \operatorname{tg} \theta, \tag{3}$$

где $Q = (3A + 2g)/4g$, и для различных значений Q представлена на рис. 3. При $Q = \pm 1$ главные направления индикатрисы поворачиваются на угол в два раза меньший, чем отклонение магнитного поля от направления [001]. Эллиптичность индикатрисы при $Q = 1$ не изменяется. При $Q \neq \pm 1$ вращение индикатрисы нелинейно по отношению к повороту поля и эллиптичность зависит от направления **B**.

3. **k** $\|$ [111], **B** $\perp$ [111]

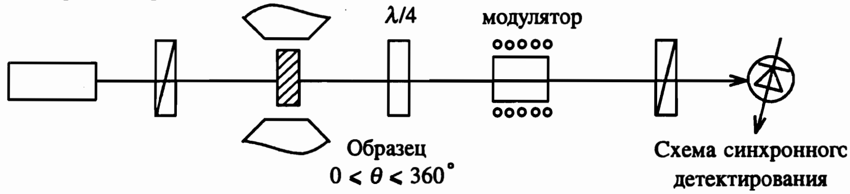
В этом случае главные направления лежат под углом 45° к полю, когда магнитное поле **B** параллельно направлению [112]. Когда **B** параллельно направлению типа [110], одно из главных направлений лежит параллельно, а другое перпендикулярно к **B**. В обоих случаях $\Delta n = (A + 2g)kB/\sqrt{6}n$.

Наличие определенных элементов симметрии может приводить к запрещению эффекта в некоторых геометриях. Например, kB-эффект запрещен, если вектор **k** параллелен оси четного порядка, например типа [100]. Если **B** лежит в зеркальной плоскости, перпендикулярной поверхности кристалла, то оси индикатрисы направлены под углом 45° к полю. Если **B** лежит перпендикулярно этой плоскости, то одно из главных направлений индикатрисы параллельно, а второе перпендикулярно **B**.

В присутствии квадратичного эффекта Фойгта изменения оптической индикатрисы под действием поля происходят более сложным образом. Тем не менее, как показано в следующем разделе, kB-эффект и эффект Фойгта могут быть однозначно разделены.

3. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Оптическая схема экспериментальной установки приведена на рис. 4. Свет от источника (лазер He-Ne с длиной волны λ=0.633 мкм и лазер Al_2O_3:Ti с длиной волны λ = 0.7–0.83 мкм) проходил через поляризатор, образец в зазоре электромагнита $\mathbf{B} \perp \mathbf{k}$, четвертьволновую пластинку $\lambda/4$, фарадеевский модулятор, анализатор и регистрировался фотодиодом. Такая схема обычно используется для измерения двупреломления [20], причем поляризация света после поляризатора должна быть параллельна одной из осей пластинки $\lambda/4$ и составлять угол 45° с главными направлениями сечения индикатрисы. Угол поворота анализатора, соответствующий погасанию, определяется величиной двупреломления и равен половине сдвига фаз между линейно поляризованными нормальными волнами. Мы использовали две геометрии, $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ и $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$, показанные на рис. 4*а, б*. В геометрии $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ (рис. 4*а*) входная поляризация света $\mathbf{E}_1$ параллельна направлению поля $\mathbf{B}$ и главной оси O_1 пластинки $\lambda/4$. В этом случае не проявляется квадратичный эффект Фойгта, поскольку его главные направления ориентированы параллельно и перпендикулярно полю $\mathbf{B}$, но проявляется двупреломление, индуцированное kB-эффектом. В геометрии $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$ (рис. 4*б*) входная поляризация и ось пластинки $\lambda/4$ направлены под углом 45° к $\mathbf{B}$. В этом случае проявляется как эффект Фойгта, так и kB-эффект, в геометрии которого оси направлены параллельно и перпендикулярно к $\mathbf{B}$. В обеих геометриях измеряется величина поворота α плоско-



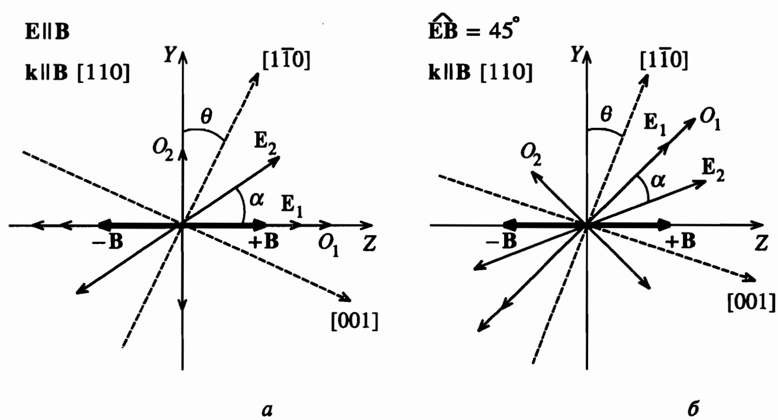


Рис. 4. Экспериментальная установка для измерения kB-эффекта. Внизу показаны взаимные ориентации магнитного поля $\mathbf{B}$, поляризации падающего света $\mathbf{E}_1$, главных направлений O_1 и O_2 пластинки $\lambda/4$ и поляризации прошедшего света $\mathbf{E}_2$ для геометрий $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ (*а*) и $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$ (*б*)

сти поляризации света $\mathbf{E}_2$, прошедшего через кристалл и пластинку $\lambda/4$. Кристалл мог вращаться в зазоре электромагнита вокруг оси, совпадающей с направлением $\mathbf{k}$, в диапазоне азимутальных углов $0 < \theta < 360°$. Кроме того, кристалл мог поворачиваться на 180° вокруг оси перпендикулярной $\mathbf{B}$ и $\mathbf{k}$ и вокруг оси параллельной $\mathbf{B}$. Магнитное поле изменялось в диапазоне ± 1.5 Тл. В отсутствие магнитного поля определялась величина линейного двупреломления, обусловленного внутренними напряжениями в кристалле и двупреломлением Лоренца. Чувствительность измерений поворота плоскости поляризации составляла $10''$. Измерения проводились при температуре $T = 294$ К. Важным моментом было исключить проявления эффекта Фарадея и магнитного кругового дихроизма из-за неточной ориентации магнитного поля относительно $\mathbf{k}$, поскольку эти явления также линейны по магнитному полю и могут значительно превышать kB-эффект. Для этого в обеих геометриях измерялись полевые зависимости $\alpha(B)$ без пластинки $\lambda/4$. Отсутствие поворота плоскости поляризации свидетельствовало о строгой перпендикулярности поля $\mathbf{B}$ и вектора $\mathbf{k}$.

Во всех кристаллах исследовались спектральные зависимости эффекта Фарадея и спектры поглощения. Дисперсия показателя преломления изучалась в области прозрачности путем измерения поворота плоскости поляризации света, отраженного от поверхности кристалла при различных углах падения. Коэффициент преломления n рассчитывался по формулам Френеля.

Параметры исследованных монокристаллов $Cd_{1-x}Mn_xTe$ ($x = 0$, 0.25, 0.35, 0.42, 0.52) приведены в табл. 1. Величина E_g рассчитывалась исходя из параметров ячейки по формулам, приведенным в [1]. Образцы вырезались в плоскостях типа (100), (110), (111) и представляли собой полированные пластинки с размерами около $2 \times 3 \times 0.7$ мм^3. Ориентация образцов проводилась рентгенографически методом брэгговского отражения. Для проверки степени совершенства кристаллов, наличия в них двойников и сростков исследовались их лауэграммы в отражении. Отметим, что поскольку kB-эффект анизотропен, присутствие двойников или сростков может приводить к уменьшению наблюдаемого эффекта и искажению характера анизотропии, например, к появлению эффекта в запрещенных геометриях ($\mathbf{k} \parallel [100]$). Спонтанное двупреломление исследованных образцов было не больше $\Delta n \simeq 5 \cdot 10^{-6}$.

Таблица 1

Параметры образцов $Cd_{1-x}Mn_xTe$

x	Параметр ячейки, Å	E_g (300 К), эВ
0.25	6.449(1)	1.86
0.35	6.435	1.99
0.42	6.423	2.08
0.52	6.409	2.21

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

В образцах типа (110) в геометрии $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ наблюдается линейное по магнитному полю двупреломление. При азимутальном повороте кристалла вокруг оси X, совпадающей с направлением $\mathbf{k}$, наклон линейных зависимостей $\alpha(B)$ меняется существенным образом. На рис. 5*а* представлены полевые зависимости $\alpha(B)$ для различных значений

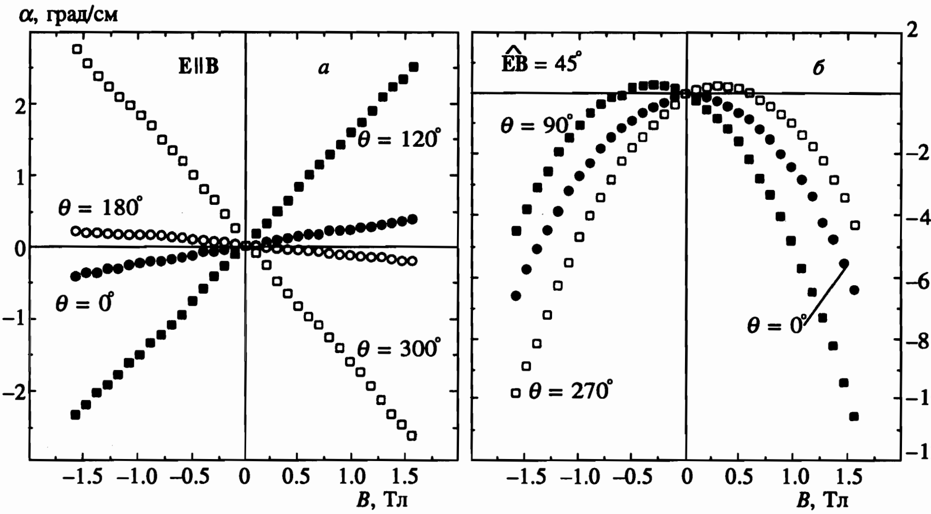


Рис. 5. Полевые зависимости kB-эффекта в $Cd_{1-x}Mn_xTe$ ($x = 0.42$) при различных направлениях магнитного поля в геометриях $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ (*а*) и $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$ (*б*)

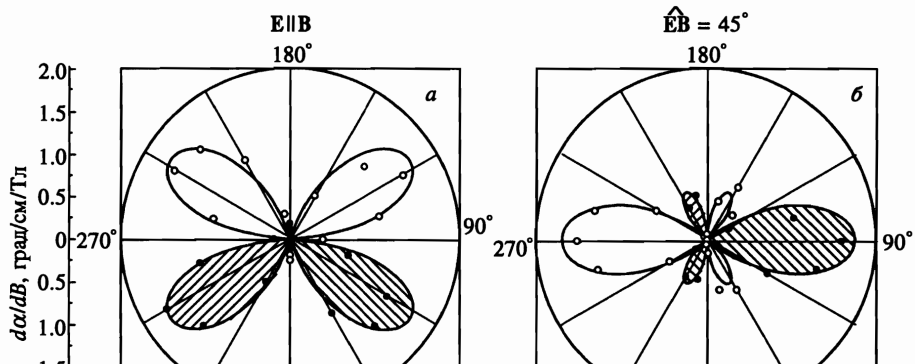


Рис. 6. Вращательная анизотропия kB-эффекта в $Cd_{1-x}Mn_xTe$ ($x = 0.42$) в геометриях $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ (*а*) и $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$ (*б*). Сплошные линии соответствуют расчетным зависимостям

азимутального угла θ для кристалла с $x = 0.42$ на длине волны $\lambda = 0.633$ мкм. На рис. 6*а* представлены угловые зависимости $\partial\alpha/\partial B$ при повороте кристалла вокруг оси X. Поворот на 180° вокруг оси X вызывает смену знака производной, а зависимость $\partial\alpha/\partial B(\theta)$ описывается комбинацией гармоник 1-го и 3-го порядков $\cos\theta$ и $\cos 3\theta$. Эффект исчезает при $\mathbf{B} \parallel [110]$, когда магнитное поле лежит перпендикулярно плоскости симметрии, нормальной к поверхности образца. Наклон полевой зависимости $\alpha(B)$ изменяет знак при повороте кристалла на 180° вокруг оси Y и сохраняется при повороте вокруг оси Z.

В геометрии $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$ полевые зависимости $\alpha(B)$ в кристаллах типа (110) несимметричны относительно значения $B = 0$ и описываются суммой квадратичного и линейного по магнитному полю вкладов. На рис. 5*б* представлены полевые зависимости $\alpha(B)$ для образца с $x = 0.42$ для различных углов θ. Во всех кристаллах квадратичный по магнитному полю вклад в пределах ошибки эксперимента не зависит от направления **B**, что свидетельствует об изотропности эффекта Фойгта. Отметим нетривиальность этого результата, поскольку кубическая симметрия допускает анизотропию эффекта Фойгта. Линейный по магнитному полю вклад в $\alpha(B)$ зависит от ориентации **B**. Угловая зависимость наклона $\partial\alpha/\partial B$ показана на рис. 6*б*. Эффект исчезает при ориентации магнитного поля перпендикулярно плоскости симметрии, нормальной к поверхности. При повороте кристалла на 180° вокруг оси Z знак $\partial\alpha/\partial B$ изменяется, но остается неизменным при повороте вокруг оси Y.

В образцах типа (111) угловая зависимость наклона линейного по **B** вклада $\partial\alpha/\partial B(\theta)$ в обеих геометриях, $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ и $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$, описывается гармониками 3-го порядка.

Следует отметить, что наблюдаемые линейные по магнитному полю зависимости не могут быть связаны с проявлением эффекта Фарадея или магнитного кругового дихроизма даже в сочетании со спонтанным линейным двупреломлением. Об этом свидетельствует несколько фактов. 1. Эффект Фарадея и магнитный круговой дихроизм в кубическом кристалле изотропны. Действительно, экспериментально было установлено, что в кристаллах $\mathrm{Cd}_{1-x}\mathrm{Mn}_x\mathrm{Te}$ величина эффекта Фарадея не зависит от направления **k** относительно кристаллографических осей. Поэтому возможные ложные эффекты, связанные с комбинацией эффекта Фарадея и спонтанного двупреломления, должны описываться четными гармониками угла θ и не менять знак при поворотах кристалла на 180° вокруг оси X. 2. Повороты плоскости поляризации из-за эффекта Фарадея, связанные с неидеальной перпендикулярностью **B** и **k**, не могут приводить к повороту плоскости поляризации после пластинки $\lambda/4$. Они приводят к изменению эллиптичности, что не проявляется в выбранной схеме измерений. 3. Экспериментально было установлено, что повороты магнита величиной порядка 1°, приводящие к появлению эффекта Фарадея, очень слабо влияют на зависимости $\alpha(H)$ в обеих геометриях.

На рис. 7*а, б* представлены зависимости нормированного kB-эффекта $(\partial\alpha/\partial B)/x$ в геометриях $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ и $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$, как функции $E_g - E$, где E_g — ширина запрещенной зоны, E — энергия фотона. Измерения проводились для углов θ, соответствующих экстремумам на угловой зависимости kB-эффекта (см. рис. 6*а, б*). Концентрационная зависимость kB-эффекта $\alpha(x)$ для значения $E_g - E = 0.45$ эВ, включающая данные для нелегированного CdTe ($x = 0$) приведена на вставке рис. 7. Коэффициент преломления n в $\mathrm{Cd}_{1-x}\mathrm{Mn}_x\mathrm{Te}$ в области прозрачности близок к 3 и в исследованном спектральном диапазоне изменяется в пределах 10% (см. табл. 2).

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Результаты однозначно показывают, что в кристаллах $\mathrm{Cd}_{1-x}\mathrm{Mn}_x\mathrm{Te}$ наблюдается невзаимный kB-эффект, описываемый тензором γ_{ijkl} в (1). Об этом свидетельствуют: 1. линейная зависимость α от магнитного поля; 2. специфическое поведение оптической индикатрисы при повороте кристалла на 180° вокруг оси, перпендикулярной **B** и **k**, и вокруг оси, параллельной **B**; 3. азимутальные зависимости $\alpha(B)$ при повороте

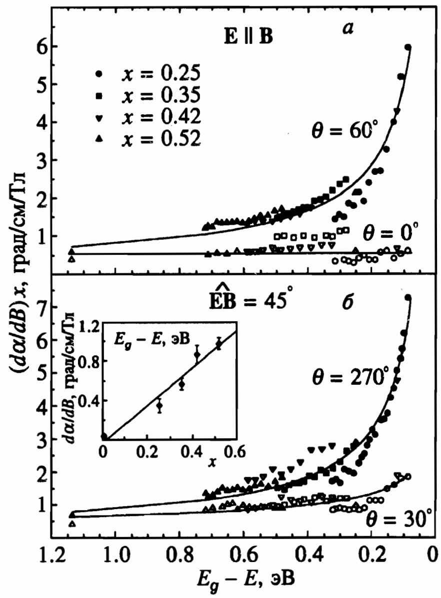


Рис. 7. Зависимость нормированного kB-эффекта $(\partial\alpha/\partial B)/x$ от $(E_g - E)$ в экстремумах угловой зависимости в геометриях $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ (*а*) и $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$ (*б*). На вставке показана концентрационная зависимость $(\partial\alpha/\partial B)/x$ для $(E_g - E) = 0.45$ эВ

Таблица 2

Показатель преломления кристаллов $Cd_{1-x}Mn_xTe$

x	E, эВ					
	1.96	1.71	1.67	1.63	1.56	1.50
0*	–	–	–	–	3.05	3.00
0.25	–	3.22(2)	3.13(2)	3.11(2)	3.08(1)	3.00(1)
0.42	3.26(5)	3.05(2)	–	3.00(3)	2.99(2)	2.93(2)
0.52	2.97(2)	2.99(2)	2.85(5)	–	2.86(5)	–

Примечание. *Значения n для CdTe из [20].

кристалла вокруг оси X, параллельной $\mathbf{k}$, в частности изменение знака эффекта при $\theta \to \theta + 180°$. Поведение индикатрисы при повороте кристалла вокруг осей X, Y и Z полностью соответствует выводам симметрийного рассмотрения (см. раздел 2) и доказывает нечетность эффекта относительно $\mathbf{k}$.

Угловые зависимости kB-эффекта были промоделированы по двум различным программам. Первая, использующая метод матриц Джонса, позволяла рассчитывать полевые и угловые $\alpha(B)$ в геометриях $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ и $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$в плоскостях типа (110) и (111) с учетом эффекта Фойгта и спонтанного двупреломления равного $\Delta n \sim 5 \cdot 10^{-6}$. Расчеты показали, что в этом случае в использованном диапазоне полей они не влияют на линейные по магнитному полю вклады в $\alpha(B)$. Это позволяет провести простое разделение линейных и квадратичных по магнитному полю эффектов. Вторая программа, основанная на приближенных выражениях, позволяла рассчитывать угловые и полевые

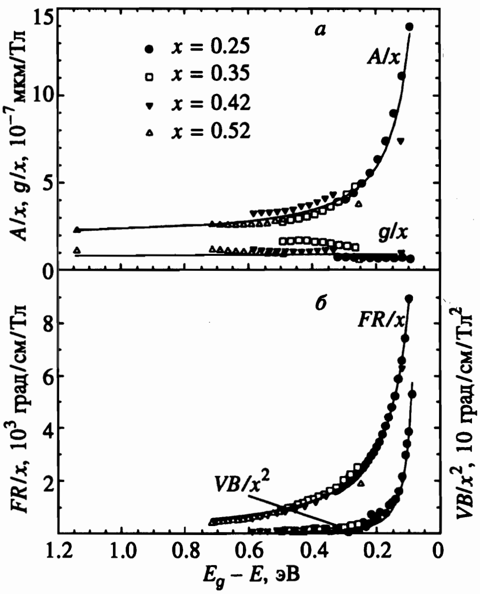


Рис. 8. Зависимость нормированных параметров A/x и g/x, а также нормированных значений эффекта Фарадея (FR/x) и эффекта Фойгта (VB/x^2) от ($E_g - E$). Сплошные линии соответствуют расчетным зависимостям

зависимости $\alpha(B)$ с учетом спонтанного двупреломления и эффекта Фойгта при произвольном направлении $\mathbf{k}$. В плоскостях типа (110) и (111) обе программы давали одинаковые результаты. При произвольном направлении $\mathbf{k}$ угловая зависимость $\partial\alpha(\theta)/\partial B$ описывается гармониками 1-го и 3-го порядков по θ, амплитуды которых определяются величинами A и g и направляющими косинусами вектора $\mathbf{k}$.

Дисперсию параметров A и g можно рассчитать исходя из зависимости $\partial\alpha(E_g - E)/\partial B$ при углах θ, соответствующих экстремумам их угловой зависимости в геометриях $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ и $\widehat{\mathbf{EB}} = 45°$. Спектральные зависимости нормированных величин A/x и g/x, рассчитанные из зависимостей $\partial\alpha(E_g - E)/\partial B$ (рис. 7*а, б*), приведены на рис. 8*а*. Различные спектральные зависимости A/x и g/x свидетельствуют о сильной дисперсии параметра Q, описывающего анизотропию kB-эффекта. Величина Q изменяется от $Q = 2.1$ при $E_g - E = 1.1$ эВ до $Q = 11.8$ при $E_g - E = 0.1$ эВ. Анизотропия kB-эффекта увеличивается при уменьшении $E_g - E$, а при удалении от E_g приближается к изотропному случаю $Q = 1$. На рис. 8*б* представлены спектральные зависимости нормированных значений эффекта Фарадея — FR/x и эффекта Фойгта — VB/x^2. Зависимости на рис. 8*а, б* являются уникальными, так как позволяют впервые сравнить величину и дисперсию трех различных магнитооптических эффектов в целой группе кристаллов с различной концентрацией x. Величина эффекта Фарадея примерно на три порядка больше, чем kB-эффекта. Вблизи края запрещенной зоны в поле величиной $B = 1$ Тл величины kB-эффекта и эффекта Фойгта сравнимы, но при удалении от края зоны эффект Фойгта уменьшается существенно быстрее, и при $E_g - E = 0.3$ эВ его величина пренебрежимо мала. При низких температурах эффект Фойгта изучался в [3]. При понижении температуры величина эффекта Фойгта увеличивается и при $T \simeq 10$ К примерно на два порядка больше, чем при $T = 294$ К.

Зависимости нормированных величин A/x и g/x от $E_g - E$ для кристаллов с различной концентрацией марганца «укладываются» на универсальные, не зависящие от

x функции (рис. 8*а*). Универсальные зависимости также имеют место для нормированного эффекта Фарадея FR/x и эффекта Фойгта VB/x^2 (рис. 8*б*). Существование универсальных зависимостей свидетельствует о том, что при заданном значении $E_g - E$ эффект Фарадея и kB-эффект линейны, а эффект Фойгта квадратичен по x. Линейная функция kB-эффекта от x, а также тот факт, что величина kB-эффекта в нелегированном CdTe на порядок меньше, чем в кристаллах с марганцем, свидетельствуют о преобладающем вкладе ионов Mn^{2+} в kB-эффект.

Дисперсию трех магнитооптических эффектов в различных образцах можно описать функцией $d + t(E_g - E)^{-\tau}$, где d, t и τ — параметры. Для нормированной компоненты A/x имеем $\tau = 1.4$, для эффекта Фарадея $\tau = 1.5$ и для эффекта Фойгта $\tau = 3.5$. Недиагональная компонента g/x очень слабо зависит от частоты ($t = 0$). Для A/x величина $d \simeq 2.0 \cdot 10^{-7}$ мкм/Тл и для g/x имеем $d \simeq 1.1 \cdot 10^{-7}$ мкм/Тл, в то время как $d = 0$ для эффектов Фарадея и Фойгта.

Следует отметить, что абсолютный знак kB-эффекта не определен, даже если известен тип плоскости, в которой вырезан кристалл, тип направления $\mathbf{k}$ и направления магнитного поля $\mathbf{B}$. Знак kB-эффекта можно определить только в случае однозначно заданной ориентации элементарной ячейки относительно лабораторной системы координат. Отметим, что такая ориентация сложна как для рентгенографических, так и для нейтронных методов. В принципе kB-эффект можно использовать для ориентации кристаллов при использовании эталонного образца.

6. ТЕОРИЯ

В опубликованных ранее исследованиях kB-эффекта теоретически анализировались микроскопические механизмы, связанные с экситонными [13, 14] или внутризонными переходами [21, 22], и потому их результаты не могут быть использованы для анализа наших данных. В соответствии с условиями эксперимента ($E < E_g$) мы дадим здесь теоретический анализ kB-эффекта за счет переходов из валентной зоны Γ_8 в зону проводимости Γ_6.

Как видно из (1), тензор γ_{ijkl} равен производной от тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ij}(w, \mathbf{k}, \mathbf{B})$ [9] по k_l и B_k:

$$\gamma_{ijkl} = \frac{4\pi\hbar^2}{E^2 V} \frac{\partial}{\partial k_l \partial B_k} \sum_{r,s,\mathbf{q}} \left[\frac{J^i_{s\mathbf{q},r\mathbf{q}+\mathbf{k}}(\mathbf{k}) J^j_{r\mathbf{q}+\mathbf{k},s\mathbf{q}}(-\mathbf{k})}{E_{r\mathbf{q}+\mathbf{k}} - E_{s\mathbf{q}} - E} + \frac{J^i_{r\mathbf{q}-\mathbf{k},s\mathbf{q}}(\mathbf{k}) J^j_{s\mathbf{q},r\mathbf{q}-\mathbf{k}}(-\mathbf{k})}{E_{r\mathbf{q}-\mathbf{k}} - E_{s\mathbf{q}} + E} \right] \Bigg|_{\mathbf{k},\mathbf{B}\to 0}, \quad (4)$$

где V — объем кристалла; $r = \pm 1$ и $s = \pm 1, \pm 3$ нумеруют состояния зон Γ_6 и Γ_8; $\mathbf{J}(\mathbf{k})$ — фурье-компонента оператора тока.

Для расчета тензора $\hat{\gamma}$ необходимо учесть нецентросимметричнось кристалла и внешнее магнитное поле. Однако при учете лишь второго из этих факторов возможен только численный расчет спектра и волновых функций электронов [23]. В случае расчета $\hat{\gamma}$ задача тем более усложняется, так как помимо магнитного поля необходимо учесть нецентросимметричность кристалла. Тем не менее наиболее важную характеристику тензора $\hat{\gamma}$, а именно, его частотное поведение вблизи E_g, можно определить, зная лишь зависимости энергий электронов и матричных элементов оператора тока от $\mathbf{q}$ вблизи центра зоны Бриллюэна.

Будем учитывать лишь первое слагаемое в формуле (4), так как второе слагаемое дает только слабо зависящий от частоты вклад в $\hat{\gamma}$ и потому несущественно вблизи края поглощения. По той же причине мы будем рассчитывать только наиболее быстро меняющиеся с частотой вклады в $\hat{\gamma}$ вблизи E_g , возникающие при дифференцировании по k_l и B_k. В частности, мы пренебрежем зависимостью матричных элементов тока от магнитного поля, т. е. будем дифференцировать по B_k в (4) только энергетический знаменатель. При этом мы будем использовать зависимости зонных энергий $E_{r\mathbf{q}+\mathbf{k}}$ и $E_{s\mathbf{k}}$ от $\mathbf{B}$ для предельного случая, когда $\mathbf{B}$ мало. При таких условиях магнитное поле приводит к анизотропному расщеплению зон легких (ll) и тяжелых (hh) дырок и к изотропному расщеплению зоны проводимости (c) [23, 24]:

$$\Delta E_{lh}(\mathbf{q},\mathbf{B}) = \pm b\sqrt{4-3\cos^2\theta}, \tag{5}$$

$$\Delta E_{hh}(\mathbf{q},\mathbf{B}) = \pm 3b\cos\theta, \tag{6}$$

$$\Delta E_{c}(\mathbf{q},\mathbf{B}) = \pm 3a, \tag{7}$$

где θ — угол между волновым вектором электрона $\mathbf{q}$ и вектором среднего спина $\langle \mathbf{S}^{\mathrm{Mn}}\rangle$ ионов Mn^{2+}. Константы a и b пропорциональны S_z^{Mn} ($\langle \mathbf{S}^{\mathrm{Mn}}\rangle \parallel z$) и описывают обменное взаимодействие ионов Mn^{2+} с зонными электронами [24]:

$$a = -N_0\alpha\langle S_z^{\mathrm{Mn}}\rangle x \qquad \text{и} \qquad b = -N_0\beta\langle S_z^{\mathrm{Mn}}\rangle x, \tag{8}$$

где N_0 — число элементарных ячеек на единицу объема, α и β — обменные интегралы соответственно для зоны проводимости и валентной зоны.

Что касается дифференцирования по k_l, то наряду с зависимостью энергий электронов в зоне проводимости $E_{c\mathbf{q}+\mathbf{k}}$ необходимо также учесть в (4) зависимость от $\mathbf{k}$ матричных элементов оператора тока, т. е. необходимо дифференцировать по k_l не только знаменатель, но и числитель. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

В кристаллах со структурой цинковой обманки отсутствует линейное по $\mathbf{q}$ расщепление зоны проводимости; влияние нецентросимметричности кристалла, проявляющееся только при учете спин-орбитального взаимодействия, описывается, начиная с кубических по $\mathbf{q}$ членов [25]. Более того, линейное по $\mathbf{q}$ расщепление этой зоны отсутствует и в магнитном поле, т. е. в законе дисперсии электронов нет билинейного по $\mathbf{q}$ и $\mathbf{B}$ члена (см., например, [26]). Производная $\partial E_c(\mathbf{q})/\partial\mathbf{q}$, появляющаяся в (4) при дифференцировании по $\mathbf{k}$ энергетического знаменателя, имеет вид

$$\partial E_{r\mathbf{q}}/\partial\mathbf{q} = \hbar^2\mathbf{q}/m_c + r\delta_0\mathbf{f}(\mathbf{q}), \tag{9}$$

где $\mathbf{f}$ — квадратичная функция $\mathbf{q}$, а δ_0 — параметр инверсионной асимметрии, ответственный за спиновое расщепление зоны проводимости. Интегрирование показывает, что вклад в $\gamma_{xxyy} = A$, пропорциональный δ_0, меняется вблизи E_g как $(E_g - E)^{-1/2}$, в то время как $\gamma_{xyxy} = g = 0$. Отметим, что энергия электронов валентной зоны в (4) не содержит зависимости от импульса фотона $\mathbf{k}$. По этой причине производная $\partial E_{s\mathbf{q}}(\mathbf{q})/\partial q_l$ не появляется при дифференцировании по k_l в (4). Тем не менее нечетное по $\mathbf{q}$ расщепление валентной зоны определяет степень сингулярности подынтегрального выражения в (4) и существенным образом влияет на соответствующий вклад в $\hat{\gamma}$. Это расщепление зоны Γ_8 описывается линейными по $\mathbf{q}$ членами (см., например, [27]) благодаря присутствию в эффективном гамильтониане валентной зоны слагаемого

$$\Delta H_v = \frac{4}{\sqrt{3}}C_0\left[q_x\left\{J_x(J_y^2 - J_z^2)\right\} + \text{c.p.}\right], \tag{10}$$

где J — матрица оператора углового момента в базисе Γ_8, с.р. обозначает циклическую перестановку, а фигурные скобки обозначают симметризацию. При оценке вклада, обусловленного линейным расщеплением валентной зоны, необходимо учесть только первое слагаемое в (9). Вычисляя $\hat{\gamma}$ в том же приближении что и прежде, т.е. оставляя только наиболее сильно меняющиеся с частотой члены, получим, что вклад от линейного по $\mathbf{q}$ расщепления валентной зоны имеет ту же частотную зависимость, что и соответствующий вклад от зоны проводимости.

Отсутствие линейного по $\mathbf{q}$ расщепления зоны Γ_6 приводит к необходимости учитывать линейные по $\mathbf{q}$ слагаемые в матричных элементах оператора тока в формуле (4). Оператор скорости электронов $\mathbf{v}$, входящий в оператор тока $\mathbf{J}(\mathbf{k}) = e(\mathbf{v}e^{-i\mathbf{kr}} + e^{-i\mathbf{kr}}\mathbf{v})/2$, для рассматриваемых межзонных переходов имеет вид

$$v_i = \sqrt{3}/\hbar[PR_i + iBs_{inm}q_nR_m], \tag{11}$$

где $\mathbf{R}$ — оператор полярного вектора в базисе Ψ_{Γ_6}, Ψ_{Γ_8}, s_{inm} — полностью симметричный тензор, P и B — параметры Кейна, причем последний из них обусловлен отсутствием центра инверсии в группе $\bar{4}3m$. Оценка вклада в $\hat{\gamma}$, связанного со вторым членом в (11), дает частотные зависимости компонент тензора $\hat{\gamma}$ аналогичные полученным выше. Подчеркнем, что учет линейных по $\mathbf{q}$ слагаемых в операторе скорости (11) необходим ввиду отсутствия линейного расщепления зоны проводимости.

Равенство $g = 0$ связано, очевидно, с тем, что в (4) мы пренебрегли слабо зависящими от частоты членами. В то же время этот результат находится в качественном соответствии с нашими экспериментальными данными, согласно которым g слабо зависит от частоты и мало по сравнению с A, особенно вблизи E_g.

Отметим, что эффективный гамильтониан экситона, связанного с валентной зоной и зоной проводимости, содержит благодаря члену (10) как линейные по $\mathbf{q}$, так и билинейные по $\mathbf{q}$ и $\mathbf{B}$ слагаемые. Это приводит к одинаковой частотной зависимости A и g $\sim (E - E_{ex})^{-2}$ в экситонной области спектра [14].

Рассчитанное выше частотное поведение $A \sim (E_g - E)^{-1/2}$ оказывается более медленным, чем полученное в эксперименте, где $A \sim (E_g - E)^{-1.4}$. Похожая ситуация возникает при интерпретации экспериментов по фарадеевскому вращению в $Cd_{1-x}Mn_xTe$ [4], где наблюдаемая вблизи E_g зависимость угла вращения $\phi \sim (E_g - E)^{-3/2}$ также оказывается более быстрой, чем даваемая теорией $\phi \sim (E_g - E)^{-1/2}$ [6] и наблюдаемая в кубических немагнитных полупроводниках (см., например, [7]). В работе [4] было показано, что это расхождение между теорией и экспериментом можно устранить, если учесть зависимость обменных интегралов α и β в (8) от волнового вектора [28]. Степень влияния этого фактора на магнитооптические эффекты зависит от размера q_0 области вблизи центра зоны Бриллюэна, где α и β существенно не меняются. Если учесть в приведенных выше оценках тензора $\hat{\gamma}$ зависимость α и β от q, принимая как в [4]

$$\alpha, \beta \sim \frac{q_0^2}{q_0^2 + q^2}, \tag{12}$$

то в области энергий фотонов, определяемых значением параметра $\kappa = m_{ch}E_g/\hbar^2 q_0^2 \times \times(1 - E/E_g) \sim 1$, $m_{ch}^{-1} = m_c^{-1} + m_{hh}^{-1}$, происходит изменение характера поведения функции $A(E)$ от $A \sim (E_g - E)^{-1/2}$ при $\kappa \ll 1$ до $A \sim (E_g - E)^{-3/2}$ при $\kappa \gg 1$. Отметим, что вкладом легких дырок в магнитооптические эффекты в $Cd_{1-x}Mn_xTe$ можно пренебречь [4]. Для $Cd_{1-x}Mn_xTe$ параметр $m_{ch}E_g/\hbar^2 q_0^2 \simeq 50$ [4], что соответствует в нашем эксперименте $\kappa \gg 1$. Если мы примем это предположение, то получим зависимость

$$A \sim (E_g - E)^{-3/2} + d(E), \tag{13}$$

где $d(E)$ — слабо меняющаяся функция энергии фотонов, учитывающая вклад отброшенных в (4) членов. Эта зависимость хорошо согласуется с нашим экспериментом. Здесь важно отметить, что зависимость α и β от волнового вектора меняет поведение параметра A в широкой области энергий E не слишком близких к E_g. Это существенно отличается от влияния кулоновского взаимодействия электрона и дырки на дисперсионные эффекты [29], которое в области $E \leq E_g$ проявляется только вблизи E_g, когда дефицит энергии $E_g - E$ сравним с энергией связи экситона $R \simeq 10$ мэВ.

Подчеркнем, что, несмотря на совпадение вблизи E_g частотных зависимостей фарадеевского вращения и kB-эффекта, их микроскопическая природа существенно различна. Как следует из нашего анализа, спектральное поведение kB-эффекта чувствительно к характеру дисперсии электронных зон, в то время как фарадеевское вращение слабо зависит от закона дисперсии.

Поскольку величина kB-эффекта линейна по параметрам инверсионной асимметрии, то его можно использовать для определения значений этих параметров. Однако решение такой задачи требует численного расчета законов дисперсии и матричных элементов и выходит за рамки этой работы.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основными результатами данной работы являются симметрийный анализ явления магнитоиндуцированной пространственной дисперсии в кубических нецентросимметричных кристаллах группы $\overline{4}3m$, экспериментальное изучение невзаимного двупреломления света (kB-эффект) в кристаллах $Cd_{1-x}Mn_xTe$ ($0 \leq x \leq 0.52$) и разработка микроскопической теории явления. Мы показали, что это явление в магнитных полупроводниках характеризуется большой величиной даже при комнатной температуре, что связано с сильным расщеплением электронных состояний вследствие обменного sp — d-взаимодействия. Хотя в магнитных полупроводниках kB-эффект на несколько порядков меньше, чем эффект Фарадея, он по величине сравним с типичными значениями эффекта Фарадея во многих диа- и парамагнетиках. С другой стороны, вблизи E_g эффект Фойгта и kB-эффект сравнимы по величине, а вдали от E_g kB-эффект может заметно превосходить эффект Фойгта. Характерной чертой наблюдаемого двупреломления является его сильная анизотропия как по отношению к направлению $\mathbf{B}$, так и $\mathbf{k}$, что принципиально отличает его от таких хорошо известных магнитооптических явлений, как эффект Фарадея и эффект Фойгта. Спектральные зависимости параметров A и g, описывающих kB-эффект, показывают разную дисперсию при приближении к E_g, что свидетельствует о различии их микроскопических механизмов. Параметр анизотропии kB-эффекта Q обладает сильной дисперсией, причем анизотропия эффекта уменьшается по мере удаления от края зоны. Мы показали, что полученные в наших экспериментах спектральные зависимости A можно интерпретировать при одновременном учете прямых межзонных переходов между зоной тяжелых дырок и зоной проводимости, зависимости оператора тока от волнового вектора и зависимости обменных параметров от волнового вектора электронов. Параметр g в рассматриваемом приближении равен нулю и для его интерпретации требуется учет других механизмов. Поскольку kB-эффект по своей природе обусловлен нецентросимметричностью кристалла, его можно использовать для определения параметров, описывающих линейную дисперсию электронов в полупроводниках.

Авторы выражают благодарность Г. К. Аверкиевой за предоставление некоторых монокристаллов и Н. Ф. Картенко за проведение рентгенографических работ. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, программой «Фундаментальная спектроскопия» и фондом Deutsche Forschungsgemeinschaft.

Литература

1. J. K. Furdyna, J. Appl. Phys. **64**, R29 (1988).
2. П. И. Никитин, А. И. Савчук, УФН **160**, 167 (1990).
3. Eunsoon Oh, D. U. Bartholomew, A. K. Ramdas, J. K. Furdyna, and U. Debska, Phys. Rev. B **44**, 10551 (1991).
4. S. Hugonnard-Bruyère, C. Buss, F. Vouilloz, R. Frey, and C. Flytzanis, Phys. Rev. B **50**, 2200 (1994).
5. C. Buss, S. Hugonnard-Bruyère, R. Frey, and C. Flytzanis, Solid State Commun. **92**, 929 (1994).
6. I. M. Boswarva, R. E. Howard, and A. B. Lidiard, Proc. Roy. Soc. **A269**, 125 (1962).
7. J. G. Mavroides, in *Optical Properties of Solids*, ed. by F. Abelès, North Holland, Amsterdam (1972).
8. D. L. Portigal and E. Burstein, J. Phys. Chem. Solids **32**, 603 (1971).
9. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов*, Наука, Москва (1979).
10. P. Etchegoin, A. Fainstein, P. Santos, L. C. Lew Yan Voon, and M. Cardona, Solid State Commun. **92**, 505 (1994).
11. J. J. Hopfield and D. G. Thomas, Phys. Rev. Lett. **4**, 357 (1960).
12. Е. Ф. Гросс, Б. П. Захарченя, О. В. Константинов, ФТТ **3**, 305 (1961).
13. Е. Л. Ивченко, В. П. Кочерешко, Г. В. Михайлов, И. Н. Уральцев, Письма в ЖЭТФ **37**, 137 (1983); Phys. Stat. Sol. (b) **121**, 221 (1984).
14. О. В. Гоголин, В. А. Цветков, Е. Г. Цицишвили, ЖЭТФ **87**, 1038 (1984).
15. Е. Г. Цицишвили, ФТП **20**, 650 (1986).
16. R. V. Pisarev, B. B. Krichevtsov, and V. V. Pavlov, Phase Transitions **37**, 63 (1991).
17. B. B. Krichevtsov, V. V. Pavlov, R. V. Pisarev, and V. N. Gridnev, Phys. Rev. Lett. **76**, 4628 (1996).
18. В. Н. Гриднев, Б. Б. Кричевцов, В. В. Павлов, Р. В. Писарев, Письма в ЖЭТФ **65**, 65 (1997).
19. Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская, *Основы кристаллофизики*, Наука, Москва (1979).
20. J. Ferré and G. A. Gehring, Rep. Prog. Phys. **47**, 526 (1984).
21. Э. И. Рашба, В. И. Шека, ФТТ **3**, 1735 (1961).
22. Y.-F. Chen, M. Dobrowolska, J. K. Furdyna, and S. Rodriguez, Phys. Rev. B **32**, 890 (1985).
23. J. A. Gaj, J. Ginter, and R. R. Galazka, Phys. Stat. Sol. (b) **89**, 655, (1978)
24. J. A. Gaj, in *Semiconductors and Semimetals*, ed. by J. K. Furdyna and J. Kossut, Academic Press, Boston (1988), Vol. 25, p. 275.
25. E. Kane, in *Semiconductors and Semimetals*, ed. by R. Willardson and A. Beer, Academic Press, New York (1966), Vol. 1, p. 75.
26. N. R. Ogg, Proc. Phys. Soc. B **89**, 431 (1966).
27. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках*, Наука, Москва (1972).
28. A. K. Bhattacharjee, Phys. Rev. B **41**, 5696 (1990).
29. А. Г. Аронов, А. С. Иоселевич, ФТТ **20**, 2615 (1978).
30. D. T. F. Marple, J. Appl. Phys. **35**, 539 (1964).