

## ДВИЖЕНИЕ МАГНИТНОГО СОЛИТОНА В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*А. М. Косевич\**

*Физико-технический институт низких температур  
Национальной академии наук Украины  
310086, Харьков, Украина*

*В. В. Ганн, А. И. Жуков*

*Национальный научный центр Харьковский физико-технический институт  
310108, Харьков, Украина*

*В. П. Воронов*

*Белгородский государственный университет  
308000, Белгород, Россия*

Поступила в редакцию 12 декабря 1997 г.

Рассмотрена динамика магнитного солитона в одномерном одноосном ферромагнетике, помещенном в слабонеоднородное магнитное поле. Показано, что при постоянном малом градиенте магнитного поля квазимпульс солитона линейно зависит от времени, что приводит к осцилляционному движению солитона с частотой, определяемой градиентом магнитного поля; это явление аналогично блоховским осцилляциям электрона в слабом электрическом поле. Приведено явное описание осцилляций солитона при малом градиенте магнитного поля в адиабатическом приближении. Показано, что возможны две точки поворота солитона, обсуждены различные варианты финитного и инфинитного движений солитона. Выполнено численное решение уравнений Ландау–Лифшица в случае движения солитона в слабонеоднородном магнитном поле. Обнаружено излучение солитоном спиновой волны малой интенсивности вблизи одной из точек поворота, связанное с нарушением адиабатического приближения; определены условия справедливости такого приближения.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Одна из замечательных особенностей нелинейной динамики намагниченности ферромагнетиков и антиферромагнетиков — наличие динамических магнитных солитонов. Динамическим солитоном мы называем локализованное в пространстве возмущение поля намагниченности, стабильность которого обеспечивается наличием определенных интегралов движения динамических уравнений этого поля. В случае одномерных ферромагнетиков, динамика намагниченности в которых описывается уравнениями Ландау–Лифшица, имеется полное описание всех типов нелинейных возбуждений, и в частности, существует точное аналитическое описание динамических солитонов в одноосных и двuosных магнетиках в однородном магнитном поле в отсутствие диссипации [1, 2].

\* E-mail: kosevich@ilt.kharkov.ua

Феноменологические уравнения Ландау–Лифшица для ферромагнетиков имеют квантовомеханическое обоснование и дают достоверное описание динамических свойств магнитоупорядоченных сред. Это позволяет ставить вопрос о расширении области физических явлений, для описания которых пригодны уравнения Ландау–Лифшица. В частности, мы намерены описать принципиальное влияние неоднородности магнитного поля на движение магнитного солитона. Чтобы сформулировать постановку задачи в достаточно общем виде, прежде всего напомним основные положения нелинейной динамики намагниченности ферромагнетиков при достаточно низких температурах.

Мгновенное состояние ферромагнетика определяется вектором намагниченности как функцией координат и времени  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ . Согласно современным представлениям об обменной спиновой природе ферромагнетизма длина вектора намагниченности  $M_0$  сохраняется неизменной, а поэтому динамика намагниченности сводится к прецессионному движению этого вектора [3]. Другими словами, если ввести полярные углы  $\theta$  и  $\varphi$ , то вектор намагниченности ферромагнетика  $\mathbf{M}$  можно представить в виде

$$M_x + iM_y = M_0 \sin \theta e^{i\varphi}, \quad M_z = M_0 \cos \theta. \quad (1)$$

Уравнения Ландау–Лифшица

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\frac{2\mu_0}{\hbar} \left[ \mathbf{M} \frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}} \right]$$

в угловых переменных  $\theta$  и  $\varphi$  имеют следующий вид:

$$\sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{2\mu_0}{\hbar M_0} \frac{\delta E}{\delta \varphi}, \quad \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2\mu_0}{\hbar M_0} \frac{\delta E}{\delta \theta}, \quad (2)$$

где в правых частях стоят вариационные производные от полной магнитной энергии магнетика  $E$  по намагниченности и по угловым переменным;  $\mu_0$  — магнетон Бора. Полная энергия  $E$  может быть представлена в виде

$$E = \int w\{\theta, \varphi\} d^3x, \quad (3)$$

где плотность магнитной энергии  $w$  есть функция угловых переменных  $\theta$  и  $\varphi$  и их градиентов.

Ограничимся случаем ферромагнетика с одноосной магнитной анизотропией, помещенного во внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}$ , направленное вдоль оси анизотропии  $\mathbf{n}$ . Выберем ось  $z$  вдоль этой оси. Тогда плотность магнитной энергии может быть представлена в виде [3]

$$w\{\theta, \varphi\} = w_0(\theta, \nabla\theta, \nabla\varphi) + M_0(1 - \cos \theta)H, \quad (4)$$

где

$$w_0 = \frac{1}{2} \alpha \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \beta M_0^2 \sin^2 \theta,$$

$\alpha$  — обменная постоянная,  $\beta$  — константа анизотропии. Функция  $w_0(\theta, \nabla\theta, \nabla\varphi)$  зависит от градиентов угловых переменных, но не зависит явно от угловой переменной

(фазы)  $\varphi$ . Ряд утверждений, относящихся к магнитному солитону, не связано с конкретным видом функции  $w_0$ , если она зависит от указанных аргументов.

Уравнения Ландау–Лифшица для одноосного ферромагнетика всегда обладают двумя интегралами движения: полной энергией магнитного возбуждения  $E$  и проекцией полного магнитного момента на ось анизотропии. Второй интеграл движения, обусловленный наличием циклической координаты  $\varphi$ , удобно записать в виде

$$N = \frac{1}{2\mu_0} \int [M_0 - M_z(\theta)] d^3x = \frac{M_0}{2\mu_0} \int (1 - \cos\theta) d^3x. \quad (5)$$

Нормировка (5) позволяет считать величину  $N$  равной числу магнонов, связанное состояние которых образует солитон [1, 2].

Если внешнее магнитное поле однородно, то помимо  $E$  и  $N$  сохраняется полевой импульс (полный квазиимпульс) возбуждения  $\mathbf{P}$ , равный

$$\mathbf{P} = -\frac{\hbar M_0}{2\mu_0} \int (1 - \cos\theta) \nabla\varphi d^3x. \quad (6)$$

Динамический магнитный солитон — это локализованное в пространстве решение уравнений (2), движущееся с постоянной скоростью и отвечающее конечным значениям интегралов движения  $E$ ,  $N$  и  $\mathbf{P}$ . Такое решение имеет вид

$$\theta = \theta(\mathbf{r} - \mathbf{V}t), \quad \varphi = \Omega t + \psi(\mathbf{r} - \mathbf{V}t), \quad (7)$$

где  $\mathbf{V}$  — скорость,  $\Omega$  — частота внутренней прецессии солитона, а функции  $\theta(\xi)$  и  $\varphi(\xi)$  обладают следующими свойствами:

$$\theta(\xi) = 0, \quad |\nabla\varphi| < \infty \quad \text{при} \quad \xi \rightarrow \pm\infty. \quad (8)$$

Следовательно, магнитный солитон — это двухпараметрическое возбуждение, и такими параметрами являются  $\mathbf{V}$  и  $\Omega$ .

Интегралы движения  $E$ ,  $N$  и  $\mathbf{P}$  связаны замечательным соотношением, не зависящим от конкретного вида функции (7), а именно, при малых вариациях функций  $\theta$  и  $\varphi$  изменение полной энергии равно [1, 2]

$$\delta E = \mathbf{V}\delta\mathbf{P} + \hbar\Omega\delta N. \quad (9)$$

Из соотношения (9) следуют два уравнения движения солитона:

$$\mathbf{V} = \left( \frac{\partial E}{\partial \mathbf{P}} \right)_N, \quad \hbar\Omega = \left( \frac{\partial E}{\partial N} \right)_\mathbf{P}, \quad (10)$$

первое из которых определяет скорость изменения координаты центра тяжести солитона, а второе — скорость изменения его фазы. В одноосном ферромагнетике в присутствии однородного магнитного поля координата центра тяжести солитона и его фаза являются циклическими переменными, обеспечивающими законы сохранения

$$\mathbf{P} = \text{const}, \quad N = \text{const}. \quad (11)$$

Целью настоящей работы является изучение динамики магнитного солитона в одноосном ферромагнетике в слабонеоднородном магнитном поле, в частности, когда имеется постоянный малый градиент магнитного поля

$$H = H_0 + \eta x, \quad \eta = \frac{dH}{dx}. \quad (12)$$

В разд. 2 показано, что в этом случае координата солитона перестает быть циклической переменной, а следовательно, квазиимпульс  $P$  перестает быть интегралом движения. При малом  $\eta$  квазиимпульс  $P$  линейно зависит от времени, что коренным образом меняет динамику солитона.

В качестве объекта, для которого оказывается возможным провести основные расчеты аналитически, взят одномерный легкоосный ферромагнетик, плотность магнитной энергии которого  $w_0$  в угловых переменных  $\theta$  и  $\varphi$  имеет вид

$$w_0 = \frac{1}{2}\alpha M_0^2 \left[ \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \sin^2 \theta \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{1}{2}\beta M_0^2 \sin^2 \theta. \quad (13)$$

Рассмотрена динамика магнитного солитона с магнитной энергией (13) в одномерном одноосном ферромагнетике. В однородном магнитном поле энергия такого солитона есть периодическая функция  $P$  [1, 2]:

$$\begin{aligned} E &= E_0(P, N) + 2\mu_0 N H_0, \\ E_0(P, N) &= 2W_0 l_0 \kappa(P, N), \\ l_0 \kappa(P, N) &= \text{th} \frac{N}{N_1} \left[ 1 + \frac{\sin^2(\pi P/2P_0)}{\text{sh}^2(N/N_1)} \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где  $W_0 = 2M_0^2 \sqrt{\alpha\beta} a^2$  — поверхностная энергия доменной границы,  $l_0 = \sqrt{\alpha/\beta} \gg a$  ( $l_0$  — характерная магнитная длина,  $a$  — межатомное расстояние),  $P_0 = \pi \hbar a^3 M_0/\mu_0$ ,  $N_1 = 2\alpha^2 l_0 M_0/\mu_0$  ( $N_1$  — совпадает по порядку величины с максимальным числом спиновых отклонений, возможным на длине  $l_0$ , а  $P_0$  равен  $P_0 = 2\pi s \hbar/a$ , где  $s$  — спин атома, определяющий магнетизм материала).

Если градиент магнитного поля настолько мал, что  $\eta l_0 \ll H$ , то при наличии малого  $\eta$  зависимость энергии  $E$  от  $P$  можно по-прежнему описывать формулой (14), однако считать полевой импульс  $P$  линейной функцией времени (это соответствует так называемому адиабатическому приближению).

Если импульс  $P$  линейно зависит от времени, то из (14) и (10) следует, что солитон совершает осцилляционное движение с частотой, определяемой градиентом магнитного поля. Поскольку такое движение подобно осцилляциям блоховского электрона в однородном электрическом поле, мы называем его блоховскими осцилляциями. Явление блоховских осцилляций магнитного солитона в магнитном поле с малым градиентом было отмечено ранее одним из авторов [4].

В разд. 3 изучена динамика  $1D$ -солитона в более общем случае слабого неоднородного магнитного поля. Если неоднородность магнитного поля сосредоточена в конечном интервале одномерного магнетика (оси  $x$ ), то она создает эффективный потенциальный барьер для движения солитона. Обсуждены различные варианты финитного и инфинитного движений солитона при наличии различных потенциальных барьеров.

В разд. 4 приведены результаты численного решения  $1D$ -уравнений Ландау-Лифшица в случае движения солитона в слабонеоднородном магнитном поле. Обнаружено, что при осцилляционном движении солитона вблизи одной из точек поворота излучается спиновая волна малой интенсивности с частотой  $\Omega$ . Подобное излучение связано с нарушением условия справедливости адиабатического приближения. Обсуждены критерии применимости такого приближения.

## 2. БЛОХОВСКИЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ СОЛИТОНА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ С ПОСТОЯННЫМ ГРАДИЕНТОМ

Изучим солитонную динамику одномерного одноосного ферромагнетика с одноосной анизотропией, помещенного в неоднородное магнитное поле с малым градиентом типа (12). Как было отмечено, неоднородность магнитного поля разрушает интеграл движения  $P$ . Рассмотрим возникающую зависимость квазиимпульса от времени согласно определению (6) и свойству (8)

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\hbar M_0}{2\mu_0} \int \left[ \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right] dx. \quad (15)$$

Используем теперь уравнения движения (2)

$$\frac{dP}{dt} = \int \left[ \frac{\delta E}{\delta \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\delta E}{\delta \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] dx. \quad (16)$$

Поскольку магнитное поле зависит от координаты  $x$ , плотность магнитной энергии также зависит от  $x$  явно:  $w\{\theta, \varphi; x\}$ . Поэтому очевидно, что

$$\frac{dP}{dt} = \int \left[ dw\{\theta, \varphi; x\} - \frac{\partial w}{\partial x} dx \right] = - \int \frac{\partial w}{\partial x} dx = -\eta M_0 \int (1 - \cos \theta) dx = -2\eta \mu_0 N. \quad (17)$$

Таким образом, квазиимпульс линейно зависит от времени:

$$P(t) = P(0) - 2\eta \mu_0 N t, \quad P(0) = \text{const}. \quad (18)$$

Рассчитаем теперь полную энергию  $E$  солитона, движущегося в поле слабого градиента  $\eta$ . Малый градиент магнитного поля может быть рассмотрен как слабое возмущение движения солитона в однородном поле. Тогда в адиабатическом приближении [5–7] солитон сохраняет свою функциональную форму, и распределение намагниченности в нем остается прежней функцией координаты  $x$  типа (7):

$$\theta = \theta(x - X(t)), \quad \varphi = \varphi_0(t) + \psi(x - X(t)), \quad (19)$$

однако координата центра тяжести  $X(t)$  и его фаза  $\varphi_0(t)$  являются функциями времени, подлежащими определению. Основные динамические параметры солитона — скорость центра тяжести  $V$  и угловая частота  $\Omega$  — определяются очевидными соотношениями:

$$V = \frac{dX}{dt}, \quad \Omega = \frac{d\varphi_0}{dt}. \quad (20)$$

Полная энергия солитона может быть представлена в виде

$$E = E_0(P, N) + 2\mu_0 N H_0 + \eta M_0 \int (1 - \cos \theta) x dx, \quad (21)$$

где  $E_0(P, N)$  определяется выражением (14), а в последнем члене в (21) следует учесть, что в адиабатическом приближении  $\theta(\xi) = \theta(-\xi)$ :

$$\begin{aligned} \int (1 - \cos \theta) x dx &= \int [1 - \cos \theta(x - X(t))] x dx = \\ &= X(t) \int (1 - \cos \theta(\xi)) d\xi = 2\eta \mu_0 N X. \end{aligned} \quad (22)$$

Объединяя (21) и (22), находим

$$E = E_0(P, N) + 2\mu_0 N H_0 + 2\eta\mu_0 N X. \quad (23)$$

Мы видим, что энергия  $E$  может рассматриваться как функция трех динамических переменных  $P$ ,  $X$  и  $N$ , и производная от импульса по времени (17) играет роль одного из канонических уравнений Гамильтона:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial X}, \quad \frac{dX}{dt} = \frac{\partial E}{\partial P}. \quad (24)$$

С другой стороны, выбирая подходящим способом начальную координату солитона, мы можем на основании (23) и (14) найти явную зависимость координаты центра тяжести солитона от времени:

$$X(t) = X(0) + \frac{W_0 [\cos(\pi P(t)/P_0) - \cos(\pi P(0)/P_0)]}{\eta\mu_0 N \operatorname{sh}(2N/N_1)}, \quad (25)$$

где зависимость  $P(t)$  от времени задана выражением (18). Если  $P(0) \neq 0$ , то на малых временах, пока  $\eta\mu_0 N t \ll P_0$ , мы имеем равномерное движение солитона:

$$X(t) = X(0) + \frac{2\pi W_0 \sin(\pi P(0)/P_0)}{P_0 \operatorname{sh}(2N/N_1)} t. \quad (26)$$

При больших временах ( $\eta\mu_0 N t > P_0$ ) наблюдается осцилляционное движение солитона. Амплитуда пространственных осцилляций, как следует из (25), равна

$$\Delta X = W_0 / [\eta\mu_0 N \operatorname{sh}(2N/N_1)], \quad (27)$$

она, естественно, обратно пропорциональна градиенту магнитного поля и резко уменьшается с ростом  $N$ , т. е. размеров солитона:

$$V(t) \equiv \frac{dX}{dt} = V_m \frac{\sin(\pi P(t)/P_0)}{\operatorname{sh}(2N/N_1)}, \quad (28)$$

где  $V_m = 2gM_0\sqrt{\alpha\beta}$  — минимальная фазовая скорость спиновых волн ( $g = 2\mu_0/\hbar$ ).

Осцилляции частоты прецессии солитона находятся с помощью второй формулы (10) и определения (23):

$$\Omega(t) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_0(P, N)}{\partial N} + gH_0 + g\eta X(t), \quad (29)$$

а первое слагаемое в правой части определяется соотношением

$$\frac{\partial E_0(P, N)}{\partial N} = \hbar\omega_0 \left\{ \frac{\cos^2(\pi P(t)/2P_0)}{\operatorname{ch}^2(N/N_1)} - \frac{\sin^2(\pi P(t)/2P_0)}{\operatorname{sh}^2(N/N_1)} \right\}, \quad (30)$$

где  $\omega_0 = g\beta M_0$  — частота однородного ферромагнитного резонанса.

## 3. ДВИЖЕНИЕ СОЛИТОНА В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим более общую задачу о динамике солитона в одномерном одноосном ферромагнетике в неоднородном магнитном поле  $\mathbf{H}(x)$ , параллельном оси анизотропии. Будем считать, что функция  $H(x)$  произвольным образом меняется в направлении оси  $x$ , однако характерный пространственный масштаб ее изменения значительно превышает ширину солитона. Так как плотность магнитной энергии одноосного ферромагнетика не зависит от фазы  $\varphi$ , энергия  $E$  и число магнонов  $N$  остаются интегралами движения. Зависимость энергии солитона от трех динамических переменных  $P$ ,  $X$  и  $N$  в адиабатическом приближении является очевидным обобщением соотношения (23), а именно

$$E = E_0(P, N) + 2\mu_0 N H(X), \quad (31)$$

где  $E_0(P, N)$  по-прежнему определяется выражением (14) и соответствует энергии солитона в отсутствие магнитного поля.

Зависимость квазиимпульса  $P$  от времени определяется выражением, очевидным образом обобщающим соотношение (17):

$$\frac{dP}{dt} = -2\mu_0 N \frac{dH(X)}{dX}. \quad (32)$$

Уравнение (32) совместно с соотношениями (31) и (14) решает вопрос о зависимости  $P$  от времени. Однако представляется более удобным непосредственно изучать движение центра тяжести солитона, используя явный вид односолитонных решений уравнений Ландау–Лифшица.

В системе отсчета центра тяжести солитона ( $\xi = x - Vt$ ) односолитонное решение уравнений (2) для однородного магнитного поля имеет вид [1]

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\theta(\xi)}{2} = \frac{2\kappa}{(\kappa_M - \kappa_m) \operatorname{ch}(2\kappa\xi) + \kappa_m + \kappa_M - 2\kappa}, \quad (33)$$

где  $\kappa = (E - 2\mu_0 N H)/2W_0 l_0$  — обратная ширина солитона,  $\kappa_m = l_0^{-1} \operatorname{th}(N/N_1)$ ,  $\kappa_M = 1/(\kappa_m l_0^2)$ , а скорость солитона  $V$  и угловая частота прецессии  $\Omega$  связаны с параметром  $\kappa$  соотношениями

$$V = V_m l_0 \sqrt{(\kappa - \kappa_m)(\kappa_M - \kappa)}, \quad (34)$$

$$\Omega = gH + gM_0\beta [1 - (\kappa l_0)^2 - (V/V_m)^2]. \quad (35)$$

Так как параметр  $\kappa$  зависит от полной энергии и координаты центра тяжести солитона, его удобно выбрать в качестве динамической характеристики солитона. В частности, из (34) видно, что возможные движения солитона ограничены областью допустимых значений  $\kappa$  при заданном значении  $N$ :  $\kappa_m \leq \kappa \leq \kappa_M$ .

Движение солитона в медленноменяющемся магнитном поле можно описать в адиабатическом приближении теми же формулами (33)–(35), если в них положить  $\xi = x - X(t)$ . При этом положение центра тяжести солитона  $X(t)$  в момент времени  $t$  однозначно определяется из законов сохранения энергии и проекции полного магнитного

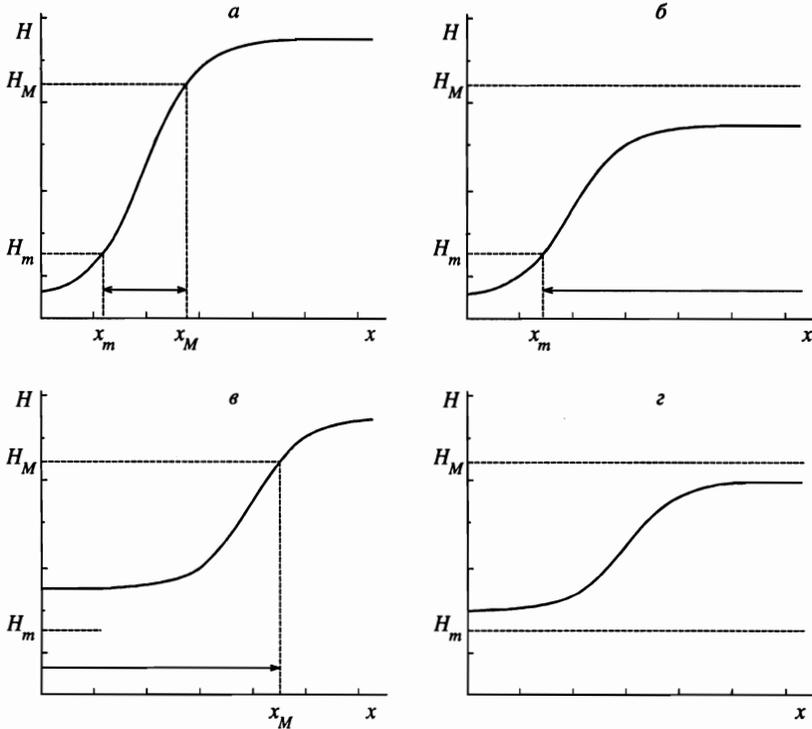


Рис. 1. Режимы движения солитона в неоднородном магнитном поле: а — финитное, б — инфинитное в направлении  $x = \infty$ , в — инфинитное в направлении  $x = -\infty$ , г — инфинитное надбарьерное движение

момента на ось  $z$ . В неоднородном магнитном поле входящие в выражения (33)–(35) параметры  $E$  и  $N$  по-прежнему являются интегралами движения, а скорость  $V$ , частота прецессии  $\Omega$  и обратная ширина солитона  $\kappa$  становятся медленноменяющимися функциями времени, причем функционально величины  $V$ ,  $\Omega$  и  $\kappa$  определяются текущим значением магнитного поля  $H$  в центре тяжести солитона  $X(t)$ :

$$\kappa(X) = \frac{E - 2\mu_0 N H(X)}{2W_0 l_0}, \tag{36}$$

$$\Omega(X) = gH(X) + gM_0 \left\{ 2 - l_0(\kappa_M + \kappa_m) \frac{E - 2\mu_0 N H(X)}{2W_0} \right\},$$

$$V(X) = \frac{2g\mu_0 N}{M_0} \{ [H(X) - H_m][H_M - H(X)] \}^{1/2}, \tag{37}$$

здесь  $H_m = (E - 2W_0 l_0 \kappa_M) / 2\mu_0 N$  и  $H_M = (E - 2W_0 l_0 \kappa_m) / 2\mu_0 N$  — значения магнитного поля соответственно в точках поворота солитона  $x_m$  и  $x_M$  (см. рис. 1).

Интегрируя уравнение  $dX/dt = V(X)$  совместно с соотношением (37), получим зависимость координаты  $X$  центра тяжести солитона от времени  $t$  в следующей неявной форме:

$$t = \frac{N_1}{gl_0 N} [F(X) - F(X(0))], \tag{38}$$

где

$$F(X) = \int \frac{dX}{\{[H_M - H(X)][H(X) - H_m]\}^{1/2}}.$$

Если магнитное поле  $H(x)$  достигает обоих характерных значений  $H_m$  и  $H_M$  при конечных  $x$ , то солитон будет совершать финитное движение между точками поворота  $x_m$  и  $x_M$  (рис. 1а) с периодом

$$T = \frac{N_1}{gl_0 N} [F(x_M) - F(x_m)]. \quad (39)$$

В поле с постоянным градиентом  $\eta = dH/dx$  солитон совершает гармоническое колебательное движение, причем ни частота  $\Omega_0 = 2gl_0(N/N_1)|\eta|$ , ни амплитуда колебаний  $\Delta X = |x_M - x_m|/2 = (N_1\beta M_0/N|\eta|)/\text{sh}(2N/N_1)$  не зависят от энергии солитона  $E$ , а определяется лишь числом магнонов  $N$ . Если  $H(x)$  достигает лишь одного из значений  $H_m$  или  $H_M$ , то будет иметь место инфинитное движение — отражение магнитного солитона от «магнитного» потенциального барьера (рис. 1б, в). Если  $H_m < H(x) < H_M$ , то инфинитное движение будет носить надбарьерный характер (рис. 1з).

#### 4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СОЛИТОНА В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛЕ

Для проверки полученных результатов было проведено численное решение на ЭВМ одномерных уравнений Ландау–Лифшица

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = g\mathbf{M} \times \left[ \beta \mathbf{n}(\mathbf{M}\mathbf{n}) - \alpha \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2} + \mathbf{H}(x) \right], \quad (40)$$

где единичный вектор  $\mathbf{n}$  направлен вдоль оси анизотропии (оси  $z$ ), а неоднородность магнитного поля характеризуется постоянным значением градиента  $\eta = dH/dx$ . Уравнения (40) решались стандартным методом Рунге–Кутты четвертого порядка с автоматическим выбором шага по времени, пространственные производные  $\partial^2 \mathbf{M}/\partial x^2$  вычислялись по пятиточечной схеме методом конечных разностей; число узлов по переменной  $x$

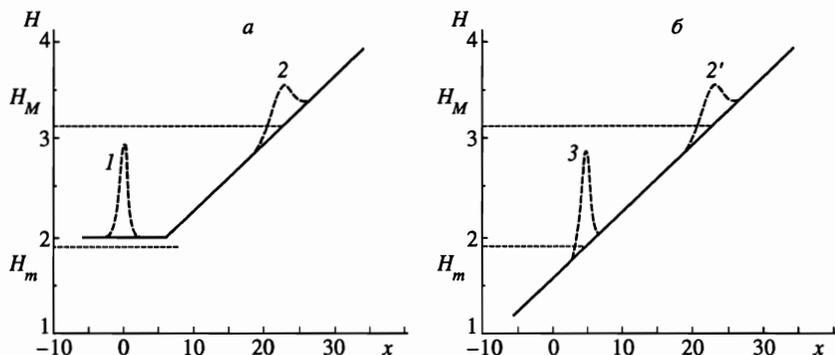


Рис. 2. «Приготовление» солитона с заданными значениями параметров  $E$  и  $N$ : а — солитон в рабочем поле, б — солитон в поле с постоянным градиентом

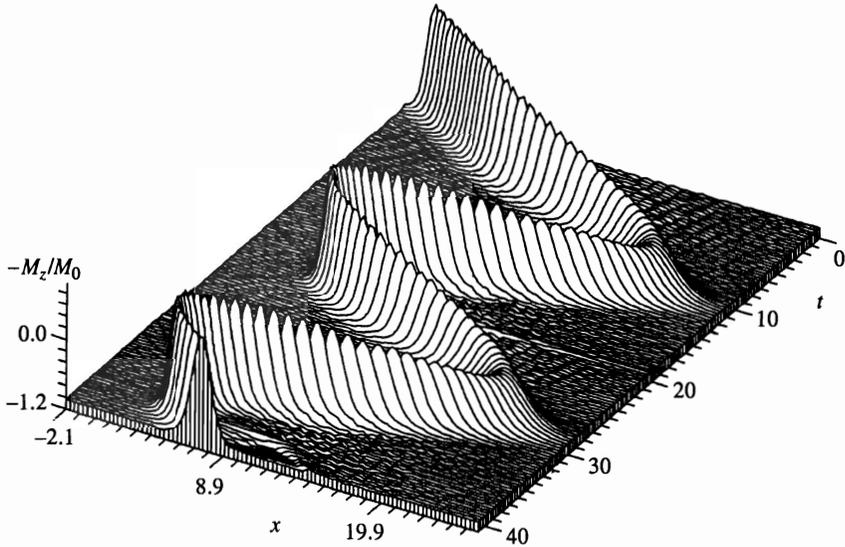


Рис. 3. Колебательное движение солитона в неоднородном магнитном поле

составляло  $n = 400$ . На первый взгляд, уравнения (40) могут показаться бесполезными, так как кроме них необходимо знать еще начальное состояние солитона в неоднородном магнитном поле, а оно не известно. Поэтому мы использовали следующую методику «приготовления» солитона с заданными значениями параметров  $E$  и  $N$  в неоднородном магнитном поле: сначала строилось рабочее магнитное поле  $H(x)$  путем стыковки горизонтального участка  $H(x) = \text{const}$  с наклонным участком с заданным градиентом  $dH/dx$  (рис. 2а); на горизонтальном участке помещался солитон (кривая 1), для этого использовались выражения (33)–(35), затем производился запуск процедуры численного решения уравнений (40); в процессе своего движения солитон заходил в область неоднородного магнитного поля (кривая 2), и в тот момент, когда он целиком оказывался на наклонном участке, производилась подмена зависимости магнитного поля: горизонтальный участок заменялся на наклонный (рис. 2б). Поскольку амплитуда колебаний намагниченности в этой области исчезающе мала, солитон «не замечал» такой подмены (кривая 2').

На рис. 3 показаны результаты численного моделирования движения солитона для следующих значений параметров:

$$\frac{N}{N_1} = 0.75, \quad \frac{E}{W_0} = 6, \quad \frac{l_0|\eta|}{\beta M_0} = 0.07.$$

Имеет место достаточно хорошее согласие результатов расчетов с формулами адиабатической теории. Так, при указанных значениях параметров теоретические значения периода и амплитуды колебаний составляют  $T = 59.8/(gM_0\beta)$  и  $\Delta X = 8.95l_0$ . Численное моделирование дает значения  $T = 60.4/(gM_0\beta)$  и  $\Delta X = 8.7l_0$ , близкие к теоретическим. Однако более точные расчеты показали, что вблизи правой точки поворота  $x_M$  солитон излучает спиновую волну малой амплитуды, частота которой соответствует частоте

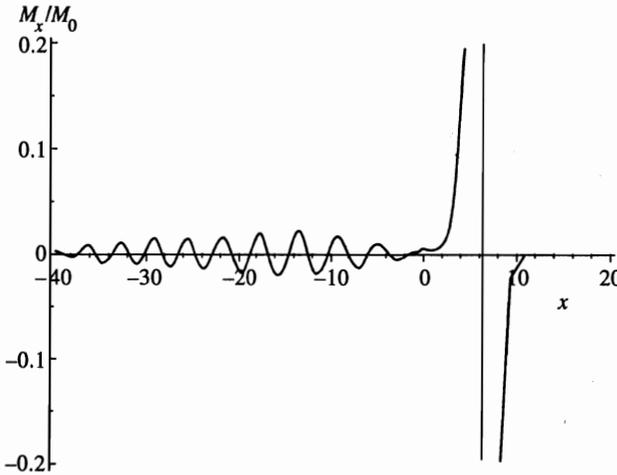


Рис. 4. Излучение спиновой волны магнитным солитоном

прецессии намагниченности в солитоне  $\Omega$  (см. рис. 4). Это явление связано с нарушением адиабатичности и описывается поправками более высокого порядка по градиенту магнитного поля.

Нарушение адиабатического приближения обусловлено взаимодействием солитона со спиновыми волнами, причем главную роль играют спиновые волны с частотой  $\Omega$ . Их область существования,  $x < x_s$ , ограничена точкой поворота спиновых волн  $x_s$ , координата которой находится из уравнения  $gH(x_s) + gM_0\beta = \Omega(X)$ .

Используя выражение (36), можно вычислить расстояние между центром тяжести солитона и границей области существования спиновых волн:

$$|X - x_s| = \left[ \left( 1 + \kappa_m^2 l_0^2 \right) \frac{\kappa(X)}{\kappa_m} - 1 \right] \frac{\beta M_0}{|\eta|}. \tag{41}$$

Это расстояние обратно пропорционально градиенту поля  $|\eta|$  и зависит от координаты центра тяжести солитона  $X$ .

Согласно выражениям (33), амплитуда колебаний намагниченности в солитоне убывает на больших расстояниях по закону  $e^{-\kappa|\xi|}$ . Таким образом, взаимодействие солитона со спиновыми волнами характеризуется малым параметром  $\exp(-\kappa|X - x_s|)$ . Следовательно, адиабатическое приближение справедливо, если расстояние от центра тяжести солитона  $X$  до точки поворота спиновых волн  $x_s$  значительно больше размеров солитона  $\kappa^{-1}$ :

$$|X - x_s| \kappa(X) \gg 1. \tag{42}$$

Причем адиабатическое приближение может быть справедливым в одной области пространства и несправедливым в другой. Согласно выражению (41), расстояние  $|X - x_s|$  достигает минимального значения  $\beta M_0 l_0^2 \kappa_m^2 / |\eta|$  вблизи правой точки поворота. В этой точке условие адиабатичности (42) сводится к требованию малости градиента магнит-

ного поля:

$$\left| \frac{dH}{dx_M} \right| \ll \beta M_0 l_0^2 \kappa_m^3. \quad (43)$$

Следовательно, развитая выше адиабатическая теория движения солитона в слабонеоднородном магнитном поле справедлива при условии

$$\frac{l_0}{\beta M_0} \left| \frac{dH}{dx_M} \right| / \text{th}^3 \left( \frac{N}{N_1} \right) \ll 1. \quad (44)$$

При увеличении градиента магнитного поля адиабатическое приближение нарушается прежде всего вблизи точки поворота, соответствующей наибольшему допустимому значению магнитного поля (в нашем примере — это правая точка поворота).

Для значений параметров, использованных при численном моделировании осцилляций солитона, левая часть неравенства (44) равна  $\varepsilon = 0.3$ , что находится на границе применимости адиабатического приближения. Вблизи левой точки поворота условие (44) заменяется более мягким неравенством:

$$\frac{l_0}{\beta M_0} \left| \frac{dH}{dx_m} \right| \text{th}^3 \left( \frac{N}{N_1} \right) \ll 1, \quad (45)$$

левая часть которого в нашем примере равна  $\varepsilon = 0.017$ . Следует напомнить, что фактическим малым параметром адиабатического приближения является  $\exp(-1/\varepsilon)$ .

Таким образом, магнитный солитон, помещенный в неоднородное магнитное поле, может совершать периодическое движение с частотой порядка  $\Omega_0 \sim 10^9$  Гц.

## Литература

1. А. М. Косевич, В. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагнитченности. Динамические и топологические солитоны*, Наук. думка, Киев (1983).
2. А. М. Kosevich, В. А. Ivanov, and А. S. Kovalev, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
3. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
4. А. М. Kosevich, *Physica D* **119**, 1–2, 134 (1998).
5. В. И. Карпман, Е. М. Маслов, *ЖЭТФ* **73**, 538 (1977).
6. D. J. Kaup and А. С. Newell, *Pros. Roy. Soc. A* **361**, 413 (1978).
7. V. I. Karpman and E. M. Maslov, *Phys. Fluids.* **25**, 1682 (1982).