

## БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ ТРАНСПОРТ И СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Л. И. Магарилл\*, Д. А. Романов, А. В. Чаплик

*Институт физики полупроводников  
Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 11 августа 1997 г.

Вычислены компоненты тензора баллистического магнитокондактанса двумерного электронного газа, расположенного на цилиндрическом секторе, для различных геометрий опыта. Для квазиклассической системы предложен метод нахождения кондактанса, опирающийся только на условия квантования Бора–Зоммерфельда и не требующий знания матричных элементов скорости. Исследовано влияние кривизны поверхности на спин-орбитальное взаимодействие в двумерном электронном газе. В качестве примеров вычислены СВЧ поглощение и продольный кондактанс полой цилиндрической проволоки, а также кондактанс цилиндрического сектора. Имеются качественные отличия от случая плоских систем, в частности, становится существенным относительный знак кривизны и константы спин-орбитальной связи.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Неплоские двумерные электронные системы привлекают интерес уже в течение ряда лет. Проведены эксперименты на фасетированных поверхностях структур GaAs/AlGaAs, содержащих двумерный электронный газ [1, 2]. В этом случае он занимает область, состоящую из плоских участков, по-разному ориентированных в пространстве (в эксперименте — относительно внешнего магнитного поля). Недавно появилась возможность [3] с помощью специальных приемов (lift-off) отделять тонкий слой гетероперехода GaAs/AlGaAs вместе с двумерным электронным газом и изгибать его до углов порядка  $\pi$ . В ряде работ теоретически изучался спектр искривленного двумерного электронного газа [4–7], его плазменные моды [8] и магнитотранспорт [5, 9] и т. д.

Переход к модели низкоразмерных электронов на искривленном многообразии (поверхность, контур) не является тривиальной процедурой. В классической механике дело сводится просто к введению связей, уменьшающих эффективное число степеней свободы, а поэтому с «самого начала» можно пользоваться криволинейными координатами. В квантовой задаче речь должна идти о волноводах, один или два характерных размера которых становятся много меньше всех остальных длин задачи, и волновое уравнение должно быть преобразовано в духе адиабатического приближения (степени свободы разделяются на быстрые и медленные). При этом возникает адиабатический потенциал геометрического происхождения. Насколько нам известно, впервые этот вопрос был

\*E-mail: levmm@isp.nsc.ru

обсужден в работе да Коста [10]. Авторы настоящей статьи показали на примере эллиптического кольца [11], что результат зависит от способа «одномеризации». Таким образом, в системе сохраняется память о форме того  $n$ -мерного волновода, или более общо, о том ограничивающем движение  $n$ -мерной частицы потенциале, из которого в пределе возникает  $(n-1)$ -мерное волновое уравнение (это обстоятельство было упущено в [10]).

Ситуация, однако, значительно упрощается для поверхностей постоянной кривизны (сфера, круговой цилиндр). В этом случае можно сразу написать двумерный оператор Лапласа в соответствующих координатах, так как адиабатический потенциал, возникающий при переходе от трехмерной задачи, сводится к постоянной. В предлагаемой работе мы будем рассматривать спектр и баллистический кондактанс двумерного электронного газа на поверхности цилиндрического сектора. Такая система наиболее близка к реализуемой экспериментально по методу lift-off [3]. Основной эффект заключается в эффективной неоднородности нормальной компоненты магнитного поля, которую только и «видит» двумерный электрон. Уровни Ландау расщепляются, и это приводит к наблюдаемым изменениям баллистического транспорта по сравнению с плоской структурой.

Менее тривиальным оказывается влияние кривизны на спин-орбитальную составляющую полного гамильтониана двумерной частицы. Математически причина этого лежит, разумеется, в особенностях поведения спиноров в искривленном пространстве. В настоящей работе мы обсудим физические следствия влияния кривизны на спин-орбитальную связь двумерных электронов, помещенных на поверхность кругового цилиндра или цилиндрического сектора.

## 2. СПЕКТР ЭЛЕКТРОНА В СКРЕЩЕННЫХ ПОЛЯХ И ХОЛЛОВСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ (ВНУТРЕННИЕ СОСТОЯНИЯ)

Изучаемая система представляет собой сектор  $-\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0$  кругового цилиндра радиуса  $R$  в однородном магнитном поле  $\mathbf{B}$ , действующем в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра (вдоль этой оси выбирается ось  $z$ ). Ограничимся рассмотрением случая, когда магнитное поле направлено вдоль оси  $x$ , проходящей через верхнюю точку сектора (см. рис. 1). К системе приложено также поперечное к  $\mathbf{B}$  электрическое поле  $F$ , направленное вдоль дуги  $[-\varphi_0, \varphi_0]$  (предполагается, что полюса батареи подключе-

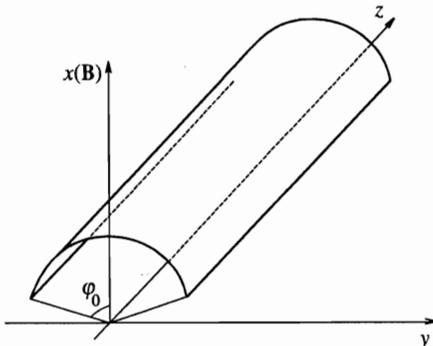


Рис. 1. Цилиндрический сектор в магнитном поле

ны к крайним образующим сектора  $\varphi = \pm\varphi_0$ ). Выбираем вектор-потенциал магнитного поля  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  в виде  $\mathbf{A} = (0, 0, By)$  и используем цилиндрические координаты ( $\rho = R, \varphi, z$ ).

Отделяя движение вдоль оси  $z$  в виде плоской волны ( $\Psi = \psi(\varphi) \exp(ip_z z)/\sqrt{L}$ ,  $L$  — длина системы), приходим к одномерному уравнению Шредингера (спином электрона пренебрегаем):

$$-\frac{1}{2mR^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + [eFR\varphi + U_{eff}(\varphi; p_z)]\psi = E\psi, \quad (1)$$

где  $U_{eff}(\varphi; p_z) = m\Omega^2 R^2 (\sin \varphi + p_z l_B^2/R)^2/2$  — эффективная потенциальная энергия;  $\Omega = eB/mc$  — циклотронная частота,  $l_B = \sqrt{c/eB}$  — магнитная длина. Будем считать далее  $\varphi_0 < \pi/2$ , полагаем также  $\hbar = 1$ . Изучим вначале энергетический спектр электронов с  $|p_z| < k_0 \equiv R \sin \varphi_0/l_B^2$ . Данное неравенство означает, что точка подвеса осциллятора Ландау лежит внутри сектора («внутренние» состояния). В сильном магнитном поле,  $l_B \ll R$ , можно разложить потенциал в уравнении (1) вблизи его минимума  $\varphi_k = \arcsin(p_z l_B^2/R)$ . В таком (параболическом) приближении уравнение (1) легко решается, и для энергии находится следующее выражение:

$$E_\beta(F) = \Omega_k \left( n + \frac{1}{2} \right) - eFR \arcsin \left( \frac{p_z l_B^2}{R} \right) - \frac{e^2 F^2}{2m\Omega_k^2}, \quad (2)$$

$$\Omega_k = \Omega \sqrt{1 - p_z^2 l_B^4/R^2}, \quad \beta = (n, p_z), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Данный результат весьма прозрачен: мы получаем спектр Ландау в скрещенных электрическом и магнитном полях с локальным значением нормальной компоненты магнитного поля  $B_k = B \cos \varphi_k$ .

Зная энергетический спектр, нетрудно найти холловский ток  $j_z$  в баллистическом режиме. Для этого нужно, следуя методу, изложенному в классической работе Адамса — Холстейна [12], просуммировать скорость состояния Ландау  $v_\beta(F) = \partial E_\beta(F)/\partial p_z$  по всем уровням с равновесной функцией распределения Ферми  $f(E_\beta^{(0)})$ :

$$j_z = -\frac{2e}{2R\varphi_0 L} \sum_\beta v_\beta(F) f(E_\beta^{(0)}) \quad (4)$$

( $E_\beta^{(0)} \equiv E_\beta(0)$ ), множитель 2 учитывает спиновое вырождение,  $2R\varphi_0$  — длина дуги сектора). Подставляя (2) в (4), находим для вклада внутренних состояний в холловский кондактанс  $G_H \equiv \sigma_{z\varphi} = j_z/F$ :

$$G_H = \frac{G_0 l_B^2}{2R\varphi_0} \sum_n \int_{-k_0}^{k_0} dp_z \frac{f(E_n^{(0)}(p_z))}{\sqrt{1 - p_z^2 l_B^4/R^2}} \quad (5)$$

( $G_0 = 2e^2/h$  — квант кондактанса). Выражение (5) может быть также найдено из линейной формулы Кубо. Действительно, в отсутствие рассеяния из формулы Кубо имеем для  $G_H$ :

$$G_H = -\frac{2e^2}{\varphi_0 L} \sum_{\beta' \neq \beta} \frac{(\hat{v}_z)_{\beta'\beta} \varphi_{\beta\beta'} f(E_\beta^{(0)})}{E_{\beta,\beta'}^{(0)}}. \quad (6)$$

Здесь  $\hat{v}_z = \hat{p}_z/m + \Omega R \sin \varphi$  — оператор  $z$ -компоненты скорости,  $E_{\beta, \beta'}^{(0)} = E_{\beta}^{(0)} - E_{\beta'}^{(0)}$ ;  $\beta' \neq \beta$  означает  $n_{\beta'} \neq n_{\beta}$  (матричные элементы операторов  $\hat{v}_z$  и  $\varphi$  диагональны по  $p_z$ ). Сумма по  $\beta'$  в (6) пропорциональна поправке теории возмущений первого порядка (в качестве возмущения рассматривается взаимодействие с электрическим полем  $eRF\varphi$ ) к диагональному матричному элементу оператора  $\hat{v}_z$ . Это позволяет доказать эквивалентность выражений (6) и (5).

В ультраквантовом пределе (заселена лишь низшая зона Ландау, т.е.  $n = 0$ , что возможно при  $\cos \varphi_0 > 1/3$ ) из (5) находим при  $T = 0$ :

$$G_H = G_0 \left[ 1 - \frac{\arcsin(\sin \varphi_0 - \varphi_0 \nu / 2)}{\varphi_0} \right], \quad (7)$$

где  $\nu = 2\pi N_s l_B^2$  — фактор заполнения,  $N_s$  — поверхностная плотность носителей. Для  $\varphi_0 \ll 1$  из (7) имеем

$$G_H = \frac{N_s e c}{B} + \frac{G_0 \varphi_0^2}{12} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\nu}{2} \right)^3 \right]. \quad (8)$$

Второе слагаемое в (8) есть поправка на кривизну.

При заполнении более чем одной зоны Ландау необходимо различать случаи перекрывающихся и неперекрывающихся зон. В общем случае для  $G_H$  при  $T = 0$  можно из (5) получить

$$G_H = G_0 \sum_n \left\{ 1 - \frac{\arcsin(\sqrt{1 - (E_F/\varepsilon_n)^2})}{\varphi_0} \theta(\varepsilon_n^2 - E_F^2) \right\} \times \\ \times \theta \left( 1 - \frac{\arcsin(\sqrt{1 - (E_F/\varepsilon_n)^2})}{\varphi_0} \theta(\varepsilon_n^2 - E_F^2) \right), \quad (9)$$

где  $E_F$  — энергия Ферми,  $\varepsilon_n = \Omega(n+1/2)$ ,  $\theta(x)$  — ступенчатая функция Хевисайда. Аналогично можно найти выражение для поверхностной концентрации как функции  $E_F$ :

$$N_s = \frac{1}{\pi l_B^2 \varphi_0} \sum_n \left\{ \sin \varphi_0 - \sqrt{1 - \left( \frac{E_F}{\varepsilon_n} \right)^2} \theta(\varepsilon_n^2 - E_F^2) \right\} \times \\ \times \theta \left( \sin \varphi_0 - \sqrt{1 - \left( \frac{E_F}{\varepsilon_n} \right)^2} \theta(\varepsilon_n^2 - E_F^2) \right). \quad (10)$$

Чтобы найти  $G_H(B; N_s)$ , необходимо с помощью (10) выразить  $E_F$  через  $N_s$  и подставить в (9). В общем случае эта программа аналитически невыполнима (в отличие от плоского безграничного двумерного газа, где  $G_H = G_0 \nu / 2 \equiv N_s e c / B$ ). Ситуация несколько упрощается, когда уровень Ферми находится в группе непересекающихся зон. Зоны с номерами  $l = 0, 1, \dots, n_0 + 1$  отделены друг от друга щелями, если

$$\frac{n_0 + 1/2}{n_0 + 3/2} \leq \cos \varphi_0 \leq \frac{n_0 + 3/2}{n_0 + 5/2}. \quad (11)$$

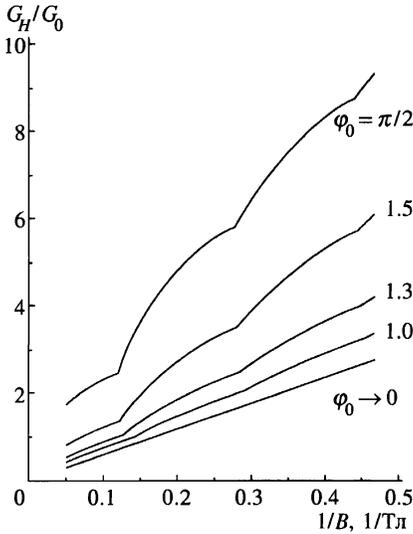


Рис. 2. Магнитополевые зависимости холловского кондактанса для цилиндрического сектора. Прямая линия соответствует плоской полосе

Остальные зоны с  $l \geq n_0 + 1$  перекрываются между собой. Условия (11) следуют из неравенств  $\max(E_{n_0+1}^{(0)}) \geq \min(E_{n_0+2}^{(0)})$  и  $\max(E_{n_0}^{(0)}) \leq \min(E_{n_0+1}^{(0)})$ . Таким образом, если  $\varphi_0$  удовлетворяет неравенствам (11), а  $E_F \leq \min(E_{n_0+2}^{(0)}) \equiv \Omega \cos \varphi_0 (n_0 + 5/2)$ , то мы будем иметь случай, когда уровень Ферми лежит в группе неперекрывающихся зон. При этом  $m$  зон заполнено (от нулевой до  $(m - 1)$ -ой), а зона с номером  $m$  будет заполнена частично. Тогда из (10) находим  $\sqrt{1 - (E_F/\varepsilon_m)^2} = (m + 1) \sin \varphi_0 - \nu \varphi_0/2$ , а для  $G_H$  соответственно<sup>1)</sup>:

$$G_H = G_0 \left\{ m + 1 - \frac{\arcsin((m + 1) \sin \varphi_0 - \nu \varphi_0/2)}{\varphi_0} \right\}. \tag{12}$$

Поправка на кривизну при малых  $\varphi_0$  в этом случае имеет вид ( $m \varphi_0 \ll 1$ )

$$G_H - \frac{N_s e c}{B} \approx \frac{G_0 \varphi_0^2}{12} \left[ (m + 1) - \left( m + 1 - \frac{\nu}{2} \right)^3 \right]. \tag{13}$$

Заполнение здесь таково, что  $m < \nu/2 < m + 1$ . Для произвольных углов изгиба система уравнений (9) и (10) решалась численно. Зависимость холловского кондактанса от магнитного поля при фиксированной концентрации  $N_s$  для секторов с разными углами приведена на рис. 2. Вместо прямой линии, характеризующей плоскую систему ( $\varphi_0 = 0$ ), зависимость  $G_H$  от  $B$  для искривленной поверхности имеет изломы при значениях магнитного поля, соответствующих касанию уровня Ферми вершин зон Ландау  $E_n^{(0)}(p_z = 0) = \varepsilon_n$ .

<sup>1)</sup> Пользуясь случаем, укажем на опечатку в [9]: в конце стр. 422 вместо  $m \varphi_0$  должно быть  $m \sin \varphi_0$ .

## 3. УЧЕТ КРАЕВЫХ СОСТОЯНИЙ

Предыдущее рассмотрение относилось, очевидно, к случаю, когда мал параметр  $\alpha = (l_B/R\varphi_0)^2$ . Для учета вклада краевых состояний необходимо решить уравнение Шредингера при произвольных  $\alpha$ , а также отказаться от ограничения  $|p_z| < k_0$ . Холловский кондактанс в линейном по  $F$  приближении может быть найден, если известна величина  $\partial E_\beta(F)/\partial F|_{F=0}$ . Действительно, интегрируя по  $p_z$  по частям в общей формуле (4), приходим к следующему выражению:

$$G_H = \frac{e}{2\pi R\varphi_0} \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} dp_z v_\beta^{(0)} \left. \frac{\partial E_\beta(F)}{\partial F} \right|_{F=0} \frac{\partial f(E_\beta^{(0)})}{\partial \mu}, \quad (14)$$

$$v_\beta^{(0)} = \frac{\partial E_\beta^{(0)}}{\partial p_z}, \quad (15)$$

где  $\mu$  — химический потенциал. Заметим, что формула типа (14) для вклада только внутренних состояний (рассмотренных в предыдущем разделе) содержит еще внеинтегральный член, возникающий из-за конечности области интегрирования по  $p_z$ :

$$G_H^{(int)} = \frac{e}{2\pi R\varphi_0} \sum_n \left\{ \int_{-k_0}^{k_0} dp_z v_n^{(0)}(p_z) \left. \frac{\partial E_n(p_z; F)}{\partial F} \right|_{F=0} \frac{\partial f(E_n^{(0)}(p_z))}{\partial \mu} + 2 \left. \frac{\partial E_n(k_0; F)}{\partial F} \right|_{F=0} f(E_n^{(0)}(k_0)) \right\}. \quad (16)$$

Используя спектр (2), отсюда легко снова получить выражение (5).

Ограничимся далее случаем температуры равной нулю. При этом  $\partial f/\partial \mu \rightarrow \delta(E_n^{(0)}(p_z) - E_F)$  (где  $E_F = \mu(T=0)$  — энергия Ферми) и интегрирование по  $p_z$  дает

$$G_H = \frac{e}{2\pi R\varphi_0} \sum_{n,i} \text{sign}(v_n^{(0)}(k_{n,i}(E_F))) \left. \frac{\partial E_n(k_{n,i}(E_F); F)}{\partial F} \right|_{F=0}, \quad (17)$$

где  $k_{n,i}(E_F)$  — корни уравнения

$$E_n^{(0)}(p_z) = E_F. \quad (18)$$

Будем вычислять входящие в (17) величины  $v_n^{(0)}$  и  $\partial E_n/\partial F|_{F=0}$  в квазиклассическом приближении. Энергетический спектр определяется из правила квантования Бора-Зоммерфельда:

$$R \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \sqrt{2m [E - U_{eff}(\varphi; p_z) - eFR\varphi]} = \pi(n + \gamma). \quad (19)$$

Здесь  $\varphi_1 = \max(\varphi_l, -\varphi_0)$ ,  $\varphi_2 = \min(\varphi_r, \varphi_0)$ ,  $\varphi_{l,r}$  — точки поворота (корни подкоренного выражения в (19)). Мы предполагаем, что на краях сектора (в точках  $\pm\varphi_0$ ) имеется

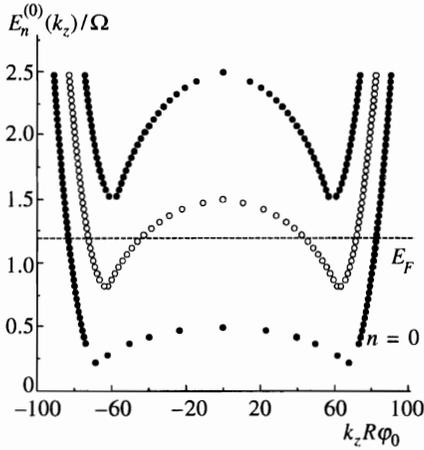


Рис. 3. Энергетический спектр для сектора с  $\varphi_0 = 1.3$ ; приведены первые три зоны Ландау

бесконечно высокий барьер — «твердая стенка». Значение параметра  $\gamma$  зависит от положения точек поворота:  $\gamma = 1/2$ , если точки поворота лежат внутри сектора, т. е. при  $\varphi_r < \varphi_0$  и  $\varphi_l > -\varphi_0$ ;  $\gamma = 3/4$ , если при данной энергии  $E$  частица достигает одной из границ образца, и  $\gamma = 1$  для «пролетных» частиц, когда точки поворота лежат при  $\varphi = -\varphi_0$  и  $\varphi = \varphi_0$ . Существует довольно сложная процедура, предложенная Ландже-ром [13], позволяющая сгладить скачки  $\gamma$ . Наш численный расчет показывает, что даже при  $n = 0$  (влияние фазы  $\gamma$  максимально) разница между результатами метода [13] и вычислениями при  $\gamma = \text{const} = 1/2$  не превышает 10%. С другой стороны, скачки  $\gamma$  на «твердой стенке», очевидно, не связаны с кривизной. Поэтому, интересуясь в основном эффектами кривизны, мы будем в дальнейшем для простоты писать условия Бора–Зоммерфельда с постоянной  $\gamma$  равной 1/2. На рис. 3 в качестве примера показаны дисперсионные кривые  $E_n^{(0)}(p_z)$  для сектора с  $\varphi_0 = 1.3$  при  $d = 0.01$ , полученные численными расчетами в квазиклассическом приближении.

Дифференцируя уравнение (19) по  $F$ , находим

$$\left. \frac{\partial E_n}{\partial F} \right|_{F=0} = \frac{eRI^{(3)}(E_n^{(0)}(p_z), p_z)}{I^{(2)}(E_n^{(0)}(p_z), p_z)}. \tag{20}$$

Аналогично, дифференцируя (19) при  $F = 0$  по  $p_z$ , приходим к выражению для  $v_n^{(0)}(p_z)$ :

$$v_n^{(0)}(p_z) = \Omega R \frac{I^{(1)}(E_n^{(0)}(p_z), p_z) + (p_z l_B^2 / R) I^{(2)}(E_n^{(0)}(p_z), p_z)}{I^{(2)}(E_n^{(0)}(p_z), p_z)}. \tag{21}$$

В выражениях (20) и (21) введены функции  $I^{(s)}$ :

$$I^{(s)}(E, k) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \frac{R^{(s)}(\varphi)}{\sqrt{E - U_{eff}(\varphi; k)}}, \tag{22}$$

где  $R^{(1)} = \sin \varphi$ ,  $R^{(2)} = 1$ ,  $R^{(3)} = \varphi$ .

Подставляя (20) и (21) в (17), окончательно находим для холловского кондактанса:

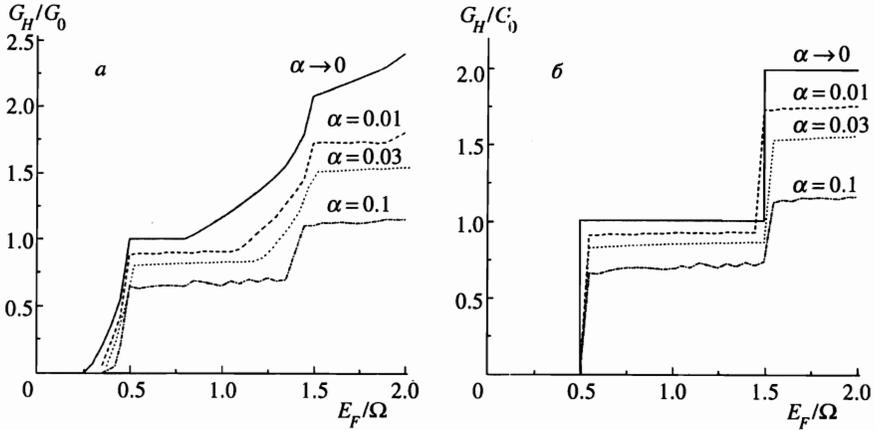


Рис. 4. Кривые зависимостей холловского кондактанса от энергии Ферми при различных значениях параметра  $\alpha$ ; а) цилиндрический сектор с  $\varphi_0 = 1$ , б) плоская полоса той же ширины

$$G_H = \frac{G_0}{2\varphi_0} \sum_{n,i} \text{sign} \left( I^{(1)}(E_F, k_{n,i}) + \frac{k_{n,i} l_B^2}{R} I^{(2)}(E_F, k_{n,i}) \right) \frac{I^{(3)}(E_F, k_{n,i})}{I^{(2)}(E_F, k_{n,i})}. \quad (23)$$

Положив в условии Бора–Зоммерфельда при  $F = 0$   $E = E_F$ , находим численно величины  $k_{n,i}(E_F)$  и далее кондактанс по формуле (23). Предлагаемый метод позволяет избежать вычисления матричных элементов скорости (как это требуется в формализме Кубо), для чего, в свою очередь, потребовалось бы знание волновых функций. Вместо этого нам достаточно использовать только уравнение Бора–Зоммерфельда, определяющее уровни энергии, и вычислить интегралы  $I^{(s)}$ .

Результаты численных расчетов зависимости холловского кондактанса от энергии Ферми для сектора с  $\varphi_0 = 1$  приведены на рис. 4а. Для сравнения на рис. 4б представлены аналогичные кривые для плоской полосы шириной  $d$  ( $R \rightarrow \infty$ ,  $\varphi_0 \rightarrow 0$ ,  $2R\varphi_0 = d$ ). Сплошные кривые на обоих рисунках соответствуют случаю  $\alpha \rightarrow 0$ . В этом пределе краевые состояния несущественны, и проблема допускает аналитическое решение, даваемое выражениями (9). Здесь особенно ясно видна роль кривизны: магнитное поле, действующее на двумерные электроны, становится эффективно неоднородным. В результате вместо вертикальных ступеней, как в случае плоской полосы, цилиндрический сектор характеризуется сглаженными ступенями  $G_H(E_F)$ .

#### 4. ПРОДОЛЬНЫЙ БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ КОНДАКТАНС

Для вычисления продольного кондактанса в  $z$ -направлении  $G_{zz}$  воспользуемся подходом Бюттикера–Ландауэра (см., например, [14]). Пренебрегая рассеянием, считаем все коэффициенты прохождения равными нулю либо единице (в зависимости от положения уровня Ферми). Тогда  $G_{zz}(E_F)$  определяется числом корней  $k_{n,i}$  уравнения (18):

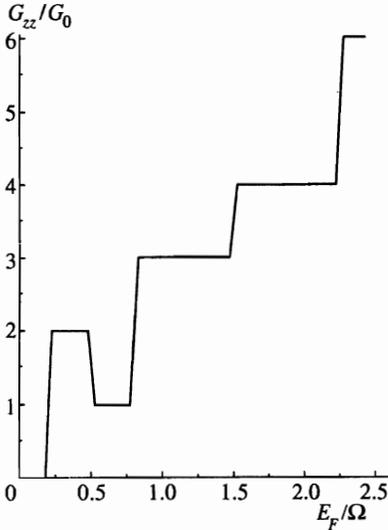


Рис. 5. Зависимость продольного кондуктанта  $G_{zz}$  от энергии Ферми для цилиндрического сектора с  $\varphi_0 = 1.3$

$$G_{zz} = \frac{G_0}{2} \sum_{n,i} \theta(v_n^{(0)}(k_{n,i}(E_F))). \tag{24}$$

Благодаря немонотонной зависимости  $E_n^{(0)}(p_z)$  (см. рис. 3) число корней уравнения (18) при некоторых значениях  $E_F$  удваивается по сравнению с плоской полосой. В результате  $G_{zz}$  немонотонно зависит от  $E_F$  (см. рис. 5).

Наконец, рассмотрим квантовое сужение (quantum constriction), искривленное вдоль направления тока: узкую полосу, вырезанную из цилиндрического сектора поперек его образующих («горбатый мостик»). Внешнее магнитное поле перпендикулярно образцу в его верхней точке. Ситуация здесь качественно иная, так как ни по одному направлению теперь нет решений в виде бегущих волн. Будем считать (как это часто делается в задачах о квантовых сужениях), что движение по оси  $z$  ограничено параболическим потенциалом  $m\omega^2 z^2/2$ , и проведем процедуру «адиабатизации», полагая  $z$  — быстрой, а  $\varphi$  — медленной переменной. В принятой выше калибровке вектор-потенциала гамильтониан задачи имеет вид

$$H = -\frac{1}{2mR^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{2m} \left( -i \frac{\partial}{\partial z} + \frac{R}{l_B^2} \sin \varphi \right)^2 + \frac{m\omega^2 z^2}{2}. \tag{25}$$

Записав волновую функцию в виде

$$\Psi(z, \varphi) = \sum_n \psi_n(z; \varphi) \chi_n(\varphi) \exp(im\Omega R z \sin \varphi), \tag{26}$$

где  $\psi_n(z; \varphi)$  — осцилляторные собственные функции ( $\varphi$  — параметр), обычным образом приходим к уравнению для  $\chi_n(\varphi)$ , содержащему адиабатический потенциал

$$\left[ -\frac{1}{2mR^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \sqrt{\omega^2 + \Omega^2 \cos^2 \varphi} \left( n + \frac{1}{2} \right) \right] \chi_n = E \chi_n. \tag{27}$$

В духе адиабатического приближения в уравнении (27) опущены недиагональные по  $n$  члены, описывающие переходы между адиабатическими термами.

Теперь для нахождения баллистического кондактанса  $G_{\varphi\varphi}$  нам нужно найти коэффициенты прохождения  $T_n$  барьера, фигурирующего в уравнении (27). В квазиклассическом приближении  $T_n$  существенно отличны от нуля или единицы только для энергии вблизи максимума барьера при  $\varphi = 0$ . Разлагая адиабатический потенциал в окрестности этой точки (ср. с [15]), приходим к задаче Кембла о параболическом барьере (см. [16]). Отсюда легко находится форма ступеней кондактанса:

$$G_{\varphi\varphi}^{(n)} = G_0 \left[ n + \frac{1}{1 + \exp(-A)} \right], \quad (28)$$

$$A = \frac{2\pi [E_F - \tilde{\omega}(n + 1/2)] R}{\tilde{\omega} \tilde{l} \sqrt{n + 1/2}},$$

где  $\tilde{\omega} = \sqrt{\Omega^2 + \omega^2}$ ,  $\tilde{l}^2 = 1/m\tilde{\omega}$ . Ширина ступени растет с магнитным полем как  $\sqrt{\tilde{\omega}}$ .

## 5. СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Спин-орбитальное взаимодействие двумерных электронов описывается двумя вкладками в эффективный спин-орбитальный гамильтониан. Один из них, известный как модель Рашба, записывается в инвариантной форме [17, 18]:

$$\hat{V}_1 = \gamma_1 [\hat{\sigma} \hat{\mathbf{p}}] \mathbf{n}, \quad (29)$$

где  $\hat{\sigma}_i$ ,  $\mathbf{p}$  — соответственно матрицы Паули и оператор двумерного импульса,  $\mathbf{n}$  — нормаль к поверхности,  $\gamma_1$  — константа спин-орбитального взаимодействия. Вклад  $\hat{V}_1$  отличен от нуля только для структур, асимметричных в направлении нормали (типичный пример — треугольная квантовая яма). В этом смысле мы будем говорить (в двумерном пределе), что  $\gamma_1 \neq 0$  для ориентированной поверхности, на которой два направления  $\mathbf{n}$  неэквивалентны.

Второй вклад возникает от кубических по импульсу членов в объемном гамильтониане (впервые рассмотренных Дрессельхаузом [19]) после учета квантования в направлении нормали (ось  $z$ ). Его можно записать явно только для определенного выбора координатных осей [18]:

$$\hat{V}_2 = \gamma_2 (\hat{\sigma}_x \hat{p}_x - \hat{\sigma}_y \hat{p}_y). \quad (30)$$

Константа  $\gamma_2$  отлична от нуля также и для симметричной квантовой ямы. Относительная роль  $\hat{V}_1$  и  $\hat{V}_2$  зависит от ширины ямы (и, разумеется, от материала), но, строго говоря, оба члена надо учитывать одновременно.

Для плоских двумерных систем гамильтонианы  $\hat{V}_1$  и  $\hat{V}_2$  унитарно эквивалентны (см. [18]), их энергетические спектры тождественны и зависят только от модулей  $|\gamma_1|$  и  $|\gamma_2|$ . Оказывается, что в случае искривленной поверхности все эти утверждения теряют силу.

Прежде всего рассмотрим полый круговой цилиндр, для которого обе модели допускают точное аналитическое решение. Из (29) следует, что гамильтониан двумерных электронов, помещенных на поверхность цилиндра, в модели Рашба имеет вид (мы

предполагаем, что радиус цилиндра  $R$  много больше постоянной решетки, и используем цилиндрические координаты с осью  $z$  вдоль оси цилиндра):

$$\hat{H}^{(R)} = \frac{\hat{p}_z^2 + \hat{p}_\varphi^2}{2m} + \gamma_1 (\hat{\sigma}_z \hat{p}_\varphi - \hat{\Sigma} \hat{p}_z), \tag{31}$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0 & -ie^{-i\varphi} \\ ie^{i\varphi} & 0 \end{bmatrix}. \tag{32}$$

Здесь  $\hat{p}_z$  — оператор продольного импульса,  $\hat{p}_\varphi = -i(1/R)\partial/\partial\varphi$ . Гамильтониан (31) приводит к спектру (см. [9]):

$$E_{j,\mu}^{(R)}(k; \Lambda_1) = B \left[ k^2 + j^2 + \frac{(1 - 2\Lambda_1)}{4} + \mu \sqrt{j^2(\Lambda_1 - 1)^2 + k^2 \Lambda_1^2} \right], \tag{33}$$

где  $B = 1/2mR^2$ ,  $k = p_z R$ ,  $j$  — проекция полного момента на ось цилиндра (полуцелое число),  $\Lambda_1 = 2m\gamma_1 R$ ,  $\mu = \pm 1$  — квантовое число, нумерующее две ветви спин-расщепленного закона дисперсии каждой подзоны  $j$ .

Аналогичное решение с той же структурой волновой функции

$$\Psi(\varphi) = \frac{\exp(ip_z z)}{\sqrt{L}} \begin{pmatrix} e^{i(j-1/2)\varphi} \psi^{(1)} \\ e^{i(j+1/2)\varphi} \psi^{(2)} \end{pmatrix} \tag{34}$$

( $\psi^{(1,2)}$  — не зависящие от  $\varphi$  константы) возможно и для модели Дрессельхауза. Гамильтониан в этой модели дается выражением

$$\hat{H}^{(D)} = \frac{\hat{p}_z^2 + \hat{p}_\varphi^2}{2m} + \gamma_2 [\{\hat{\Sigma}, \hat{p}_\varphi\} - \hat{\sigma}_z \hat{p}_z], \tag{35}$$

где фигурные скобки обозначают симметризованное произведение операторов. Решая уравнение Шредингера для гамильтониана (35) с периодическими по  $\varphi$  граничными условиями, получаем для спектра:

$$E_{j,\mu}^{(D)}(k; \Lambda_2) = B \left[ k^2 + j^2 + \frac{1}{4} + \mu \sqrt{j^2 \Lambda_2^2 + (k\Lambda_2 + j)^2} \right]. \tag{36}$$

Здесь  $\Lambda_2 = 2m\gamma_2 R$ .

Из (33) и (36) видно, что имеют место следующие свойства симметрии энергетического спектра:

$$E_{j,\mu}^{(R)}(k; \Lambda_1) = E_{j,\mu}^{(R)}(-k; \Lambda_1) = E_{-j,\mu}^{(R)}(k; \Lambda_1), \quad E_{j,\mu}^{(R)}(k; \Lambda_1) \neq E_{j,\mu}^{(R)}(k; -\Lambda_1), \tag{37}$$

$$E_{j,\mu}^{(D)}(k; \Lambda_2) = E_{j,\mu}^{(D)}(-k; -\Lambda_2) = E_{-j,\mu}^{(D)}(-k; \Lambda_2) = E_{-j,\mu}^{(D)}(k; -\Lambda_2). \tag{38}$$

Свойства (37) и (38) приводят к тому, что все термодинамические и кинетические характеристики системы, содержащие суммы по состояниям, зависят от относительного знака кривизны и  $\gamma_1$  в случае модели Рашба и не зависят от знака  $\gamma_2$  для модели Дрессельхауза. Можно сказать, что благодаря вкладу  $\hat{V}_1$  различаются спектры и другие физические характеристики выпуклой и вогнутой цилиндрических систем, приготовленных из гетероперехода GaAs/AlGaAs. На рис. 6а и б приведен пример зависимостей  $E_{j,\mu}^{(R)}(k)$  и  $E_{j,\mu}^{(D)}(k)$  для гетероструктуры GaAs/AlGaAs. Для параметров  $\Lambda_{1,2}$  выбрано значение 4.6, что соответствует  $\gamma_1 = \gamma_2 = 2.5 \cdot 10^{-10}$  эВ·см (см. оценки в [17, 18]) и  $R = 1$  мкм.

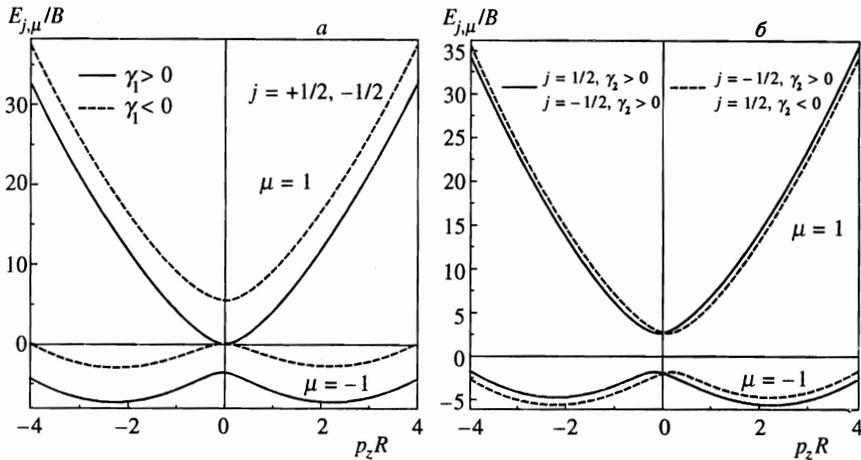


Рис. 6. Энергетический спектр двумерных электронов, помещенных на поверхность цилиндра: а) модель Рашба, б) модель Дрессельхауза. Показаны нижние подзоны ( $j = \pm 1/2, \mu = \pm 1$ )

Нетрудно найти энергетический спектр двумерных электронов на поверхности цилиндра при одновременном действии обоих механизмов спин-орбитального взаимодействия. Выражение для него имеет вид

$$E_{j,\mu}(k; \Lambda_1) = B \left\{ k^2 + j^2 + \frac{(1 - 2\Lambda_1)}{4} + \mu \sqrt{[j(\Lambda_1 - 1) - k\Lambda_2]^2 + [\Lambda_1 k - \Lambda_2 j]^2} \right\}. \quad (39)$$

Отсюда следует, что существует принципиальная возможность разделения вкладов  $\hat{V}_1$  и  $\hat{V}_2$  при измерении одного и того же термодинамического (кинетического) свойства для систем, отличающихся только знаком кривизны: например, гетеропереход GaAs/AlGaAs, изогнутый так, что двумерный электронный газ оказывается либо на внутренней, либо на внешней стороне поверхности цилиндра.

Продольный кондактанс полого цилиндра  $G$  для энергий Ферми  $E_F$  вблизи начала спектра существенно зависит от спин-орбитального взаимодействия. Форма ступеней кондактанса в модели Рашба исследовалась нами ранее (см. [9]). Число точек пересечения закона дисперсии уровнем Ферми (которое определяет высоту ступеньки кондактанса) меняется в пределах нижних подзон ( $j = \pm 1/2, \mu = \mp 1$ ) при увеличении энергии Ферми в последовательности 8-4-8. В модели Дрессельхаузера, как видно из рис. 6б, соответствующая последовательность выглядит как 4-8-4-8, что приводит к иной форме  $G_{zz}(E_F)$ . Необходимо еще раз подчеркнуть, что  $G_{zz}(E_F)$  в этой модели в отличие от модели Рашба не зависит от знака  $\gamma_2$ .

Одними из наблюдаемых следствий обсужденного выше эффекта зависимости закона дисперсии электрона от знака  $\gamma_1$  являются особенности спектра поглощения микроволн полой цилиндрической проволокой. Нормированные решения уравнения Шредингера с гамильтонианом (31) имеют вид (34), в котором

$$\psi_{j+}^{(1)} = \psi_{j-}^{(2)} = iA_j C_j / \Lambda_1 k, \quad \psi_{j-}^{(1)} = \psi_{j+}^{(2)} = A_j, \quad A_j = |\Lambda_1 k| / \sqrt{4\pi D_j C_j},$$

$$C_j = D_j + j(\Lambda_1 - 1), \quad D_j(p_z) = \sqrt{j^2(\Lambda_1 - 1)^2 + k^2\Lambda_1^2}.$$

Поглощаемая мощность электромагнитной волны частоты  $\omega$ , обусловленная взаимодействием с электроном, дается следующим выражением (на единицу длины цилиндра):

$$Q(\omega) = \frac{2\pi\omega}{L} \sum_{\beta', \beta} |\langle \beta' | H_{int} | \beta \rangle|^2 \delta(E_{\beta'} - E_{\beta} - \omega) [f(E_{\beta'}) - f(E_{\beta})]. \quad (40)$$

В формуле (40)  $\hat{H}_{int} = e\hat{v}\mathbf{A}_0/2c$  — оператор взаимодействия,  $\mathbf{A} = \text{Re}(\mathbf{A}_0 \exp(-i\omega t))$  — вектор-потенциал электромагнитной волны,  $\hat{v}$  — оператор скорости,  $\beta = (p_z, j, \mu)$  — набор квантовых чисел, характеризующих состояние электрона,  $f(E_{\beta})$  — фермиевская функция распределения.

Сначала рассмотрим взаимодействие электронов с электромагнитной волной, поляризованной вдоль  $z$ -направления. В этом случае  $\langle \beta' | H_{int} | \beta \rangle \propto \langle \beta' | v_z | \beta \rangle$ . Для оператора  $\hat{v}_z$  имеем из (31)  $\hat{v}_z = \hat{p}_z/m - \gamma_1 \hat{\Sigma}$ . Ненулевые матричные элементы оператора  $\hat{v}_z$  диагональны по  $p_z$  и  $j$ . Таким образом, для  $z$ -поляризованной волны поглощение имеет место только для переходов с изменением  $\mu$  (с «переворотом спина»). Соответствующие матричные элементы равны:

$$\langle p_z, j, + | v_z | p_z, j, - \rangle = \langle p_z, j, - | v_z | p_z, j, + \rangle^* = \frac{i\gamma_1(\Lambda_1 - 1)j}{D_j(p_z)}. \quad (41)$$

Для разумных значений радиуса цилиндра  $R$  и при типичных величинах поверхностной концентрации  $N_s$  отношение  $E_F/B$  велико (например, для GaAs/AlGaAs-гетероструктуры с  $N_s = 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и  $R = 1 \text{ мкм}$  величина  $E_F/B \approx 1.6 \cdot 10^4$ ). Это дает возможность вычислить поглощение квазиклассически, т.е. заменить суммирование по  $j$  в (40) интегралом

$$\sum_j \rightarrow |R| \int_{-\infty}^{\infty} dp_y.$$

После интегрирования по  $|\mathbf{p}|$  ( $\mathbf{p} = (p_y, p_z)$ ) с использованием  $\delta$ -функции приходим к следующему результату:

$$Q^{(z)}(\omega) = \frac{e^2 E_0^2 (\Lambda_1 - 1)^2 2\pi |R|}{8\pi \Lambda_1^2} \int_0^1 dx \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{q^4(x)} \times \\ \times \left[ f\left(\frac{\omega^2}{8m\gamma_1^2 q^2(x)} - \frac{\omega}{2}\right) - f\left(\frac{\omega^2}{8m\gamma_1^2 q^2(x)} + \frac{\omega}{2}\right) \right]. \quad (42)$$

В (42) мы ввели функцию  $q(x) = \sqrt{1 - (2\Lambda_1 - 1)x^2/\Lambda_1^2}$ ,  $E_0$  — амплитуда электрического поля электромагнитной волны.

На рис. 7 приведен пример зависимости  $Q^z(\omega)$ , даваемой выражением (42) для  $\gamma_1 = 2.5 \cdot 10^{-10} \text{ эВ}\cdot\text{см}$  (GaAs/AlGaAs-гетероструктура [18]),  $R = 1 \text{ мкм}$  и  $T = 0 \text{ К}$ . Центральный пик шириной  $4m\gamma_1^2$  соответствует плоской системе ( $R \rightarrow \infty$ ). Кривизна приводит к существенному изменению линии поглощения. Максимум поглощения

сдвигается в голубую (красную) сторону для отрицательных (положительных)  $\gamma_1 R$ . Отклонение максимума поглощения от его положения для плоской системы  $\omega_0 = 2|\gamma_1|mv_F$  порядка  $v_F/R$ , где  $v_F = \sqrt{2E_F/m}$  — фермиевская скорость. Обращаем внимание на сильную асимметрию в форме линий поглощения для положительных и отрицательных значений  $\gamma_1 R$ .

Несколько более сложные вычисления придется проделать для случая циркулярно поляризованной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси цилиндра. Правила отбора для этого случая таковы:  $\Delta p_z = 0$ ,  $\Delta j = \pm 1$ ,  $\Delta \mu = 0, \pm 2$ . При том же условии, что мы использовали выше ( $B \ll E_F$ ), для мощности поглощения, обусловленной спин-флип переходами ( $\Delta \mu = \pm 2$ ), находим

$$Q^{(c)}(\omega) = \frac{e^2 E_0^2 (\Lambda_1 - 1)^2 2\pi R}{16\pi \Lambda_1^2} \sum_{\pm} \int_{-1}^1 dx \sqrt{1-x^2} \frac{\theta(\pm g_{\pm}(x))}{q^2(x) g_{\pm}^2(x)} \times \left[ f\left(\frac{\omega^2}{8m\gamma_1^2 g_{\pm}^2(x)} \mp \frac{\omega q(x)}{2g_{\pm}(x)}\right) - f\left(\frac{\omega^2}{8m\gamma_1^2 g_{\pm}^2(x)} \mp \frac{\omega q(x)}{2g_{\pm}(x)} + \omega\right) \right], \quad (43)$$

где  $g_{\pm}(x) = q(x) \pm x/|\Lambda_1|$ ,  $\theta(x)$  — функция Хевисайда. На рис. 8 представлена зависимость  $Q^{(c)}(\omega)$  при тех же параметрах, что и для  $Q^{(z)}(\omega)$  на рис. 7. По сравнению со случаем  $z$ -поляризации максимум поглощения сдвигается в противоположную сторону, и линия поглощения примерно в два раза шире.

Если выполняется двойное неравенство  $1 \ll |\Lambda_1| \ll v_F/\gamma_1$ , оба выражения (42) и (43) могут быть представлены в простой аналитической форме ( $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ ):

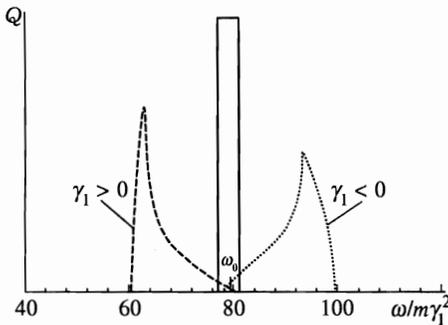


Рис. 7

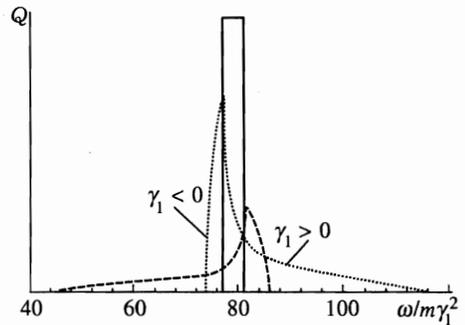


Рис. 8

Рис. 7. Поглощение  $z$ -поляризованной электромагнитной волны;  $R = 1$  мкм,  $E_F = 5$  мэВ

Рис. 8. Поглощение циркулярно поляризованной электромагнитной волны;  $R = 1$  мкм,  $E_F = 5$  мэВ

$$Q^{(z)}(\omega) \propto \sqrt{\frac{-\Delta\omega R \operatorname{sign}(\gamma_1)/v_F}{1 + \Delta\omega R \operatorname{sign}(\gamma_1)/v_F}},$$

$$Q^{(c)}(\omega) \propto \sum_{\pm} \sqrt{\frac{1 - \left[ \operatorname{sign}(\gamma_1)/2 \pm \sqrt{1/4 - \Delta\omega R \operatorname{sign}(\gamma_1)/v_F} \right]^2}{1/4 - \Delta\omega R \operatorname{sign}(\gamma_1)/v_F}}. \quad (44)$$

Частота  $\omega$  ограничена интервалом, обеспечивающим действительность радикалов.

Технологически проще изготовить искривленную двумерную систему в виде цилиндрического сектора  $\rho = R$ ,  $-\varphi_0/2 \leq \varphi \leq \varphi_0/2$ ,  $-\infty \leq z \leq \infty$ . Такие образцы уже получены ([3]) путем отделения от гетероструктуры GaAs/AlGaAs тонкого слоя, содержащего двумерные электроны (техника «lift-off»).

Соответствующие вычисления довольно громоздки. Поперечная часть электронной волновой функции подчиняется одномерному уравнению Шредингера:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2mR^2}{\hbar^2} (\tilde{E} - \hat{V}_{SO}) \psi = 0. \quad (45)$$

Здесь  $\psi$  — двухкомпонентный спинор,  $\tilde{E} = E - p_z^2/2m$  — поперечная энергия. Очень существенным отличием от обсуждавшегося выше случая полного цилиндра являются нулевые, а не периодические граничные условия для волновой функции  $\psi$ :

$$\psi(\varphi = \pm\varphi_0) = 0. \quad (46)$$

Спинор  $\psi$  может быть представлен в виде

$$\psi(\varphi) = \begin{pmatrix} e^{i(\lambda_i - 1/2)\varphi} \psi^{(1)} \\ e^{i(\lambda_i + 1/2)\varphi} \psi^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (47)$$

( $\psi^{(1,2)}$  —  $\varphi$ -независимые константы). Ввиду отсутствия теперь аксиальной симметрии величины  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) не являются полуцелыми числами (как в случае полого цилиндра), а определяются выражениями, следующими из (45) и (47):  $\lambda_{1,2} = \pm q_+ R$ ,  $\lambda_{3,4} = \pm q_- R$ , где

$$q_{\pm} = \sqrt{(\beta_1 - \xi)^2 + 2m\tilde{E} + \beta_1^2 \mp 2\sqrt{(\beta_1 - \xi)^2(2m\tilde{E} + \beta_1^2) + p_z^2\beta_1^2}} \quad (48)$$

( $\beta_1 = m\gamma_1$ ,  $\xi = 1/2R$ ).

Общим решением уравнения (45) является суперпозиция четырех волновых функций вида (47) (с различными  $\lambda_i$ ):

$$\psi(\varphi) = \sum_{i=1}^4 A_i \psi_{\lambda_i}(\varphi).$$

Подчиняя это решения граничным условиям (46) и используя связь между  $\psi_{\lambda_i}^{(1)}$  и  $\psi_{\lambda_i}^{(2)}$ , которая дается (45), после довольно громоздких преобразований приходим к следующему уравнению для энергии электрона:

$$(f_+ f_- - p_z^2) \sin^2 \left( (q_+ + q_-) \frac{a}{2} \right) = (f_+ - f_-)^2 p_z^2 \sin^2 \left( (q_+ - q_-) \frac{a}{2} \right),$$

$$f_{\pm} = \frac{2m\tilde{E} + \beta_1^2 - (q_{\pm} \pm |\beta_1 - \xi|)^2}{2|\beta_1|},$$
(49)

где  $a = 2R\varphi_0$  — ширина сектора. Это уравнение не допускает аналитического решения. Однако сразу можно увидеть, что в противоположность случаю полого цилиндра вырождение спектра при  $p_z = 0$  сохраняется.

Мы можем провести такое же рассмотрение для случая плоской полоски двумерного электронного газа. Результирующее дисперсионное уравнение имеет тот же вид, что и (49), но величины  $q_{\pm}$  и  $f_{\pm}$  даются другими выражениями (индекс (0) относится к плоскому случаю):

$$q_{\pm}^{(0)} = \sqrt{\left( \sqrt{2mE^{(0)} + \beta_1^2} \mp |\beta_1| \right)^2 - p_z^2},$$

$$f_{\pm}^{(0)} = \pm \left( \sqrt{2mE^{(0)} + \beta_1^2} - q_{\pm}^{(0)} \right) - |\beta_1|.$$
(50)

Сравнивая эти два дисперсионных уравнения, нетрудно убедиться, что существует следующее соотношение между поперечными энергиями искривленной и плоской полосок ( $\tilde{E}(p_z; \beta_1, \xi)$  и  $\tilde{E}^{(0)}(p_z, \beta_1)$ ):

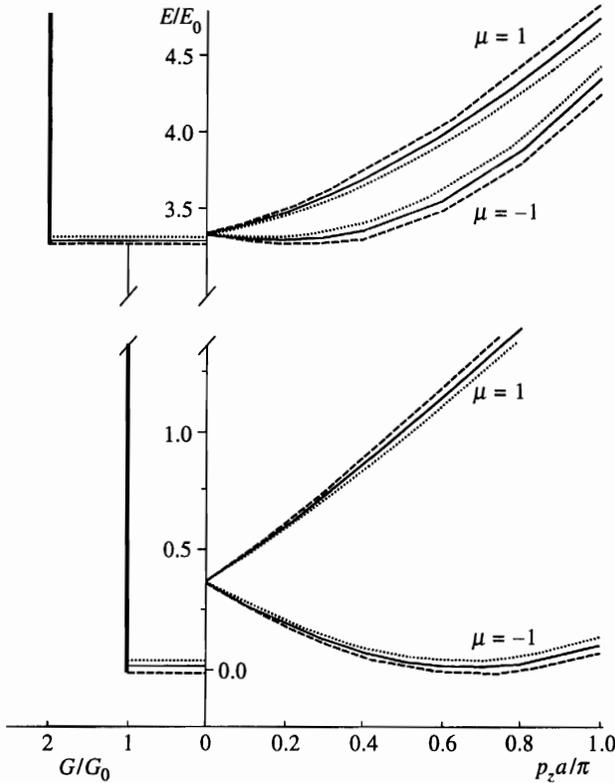
$$\tilde{E}_{l,\mu}(p_z; \beta_1, \xi) = \tilde{E}_{l,\mu}^{(0)}(p_z |\beta_1| / |\beta_1 - \xi|, \beta_1 - \xi)$$
(51)

( $l = 1, 2, \dots$  — номер подзоны).

Из этого выражения следует, что спектр искривленной полоски не изменяется только при одновременном изменении знака  $\gamma_1$  и кривизны  $1/R$ . Таким образом, искривленные двумерные электронные системы чувствительны к знаку спин-орбитального взаимодействия. Результаты численного решения уравнения (49) для гетероструктуры InAs/GaSb ( $\gamma_1 = 0.9 \cdot 10^{-9}$  эВ · см [20];  $R = 1$  мкм, ширина полоски  $a$  равна 0.3 мкм) показаны на рис. 9. На рисунке представлены две первые спин-расщепленные подзоны энергетического спектра искривленной полоски (цилиндрического сектора). Для сравнения приведен также спектр плоской полоски. Кроме того, показаны ступени продольного контактанса, края которых определяются минимумами дисперсионных кривых.

В модели Дрессельхауза уравнение, определяющее величины  $\lambda_i$ , является не биквадратным, как в случае модели Рашба, а полным уравнением четвертого порядка. Поэтому не удастся получить соотношение типа (51), и задача с самого начала должна решаться численно. Как уже говорилось, заранее ясно, что зависимость  $G(E_F)$  не будет чувствительна к знаку  $\gamma_2$ .

Таким образом, мы рассмотрели несколько задач баллистического магнитотранспорта двумерных электронов на искривленной поверхности. В зависимости от геометрии эксперимента эффективная неоднородность магнитного поля приводит либо к размытию резких краев ступеней контактанса (как функции энергии Ферми), либо к монотонной зависимости  $G(E_F)$ . В зависимости холловского контактанса от магнитного поля при фиксированной концентрации электронов возникают изломы, соответствующие экстремальным точкам зон Ландау.



**Рис. 9.** Справа: энергетический спектр (две первые подзоны) искривленной полоски: штриховая линия —  $\gamma_1 > 0$ , точечная —  $\gamma_1 < 0$ , сплошная — плоская полоска. Слева соответствующие первые две ступени в зависимости продольного кондактанса от энергии Ферми;  $E_0 = \hbar^2/2ma^2$ ,  $G_0 = 2e^2/h$  — квант кондактанса

Спин-орбитальное взаимодействие  $2D$ -электронов претерпевает более существенное изменение при переходе к искривленной поверхности. В частности, для ориентированной поверхности становится возможным экспериментальное определение знака константы спин-орбитального взаимодействия в модели Рашба.

Авторы благодарны Ю. А. Бычкову, Г. Е. Пикусу и Э. И. Рашба за полезные обсуждения некоторых аспектов работы. Работа была выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-02-19058а), Программы «Физика твердотельных наноструктур», а также грантов INTAS (№ 95-0657) и Volkswagen-Stiftung (№ I/71162).

### Литература

1. M. L. Leadbeater, C. L. Foden, T. M. Burke, J. H. Burroughes, M. P. Grimshaw, D. A. Ritchie, L. L. Wang, and M. Pepper, *J. Phys. Cond. Matt.* **7**, L307 (1995).
2. M. L. Leadbeater, C. L. Foden, J. H. Burroughes, M. Pepper, T. M. Burke, L. L. Wang, M. P. Grimshaw, and D. A. Ritchie, *Phys. Rev. B* **52**, 8629 (1995).
3. A. Lorke, A. Wixforth, and J. P. Kotthaus, private communication.

4. C. L. Foden, M. L. Leadbeater, J. H. Burroughes, and M. Pepper, *J. Phys. Cond. Matt.* **6**, L127 (1994).
5. C. L. Foden, M. L. Leadbeater, and M. Pepper, *Phys. Rev. B* **52**, 8646 (1995).
6. H. Aoki and H. Suezawa, *Phys. Rev. A* **46**, R1163 (1992).
7. В. М. Набутовский, Д. А. Романов, *ЖЭТФ* **90**, 232 (1986).
8. В. В. Роткин, Р. А. Суриц, *ФТТ* **36**, 3569 (1994).
9. Л. И. Магарилл, Д. А. Романов, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **64**, 421 (1996); A. V. Chaplik, D. A. Romanov, and L. I. Magarill, submitted to *S & M* (1997).
10. R. C. T. da Costa, *Phys. Rev. A* **23**, 1982 (1981).
11. Л. И. Магарилл, Д. А. Романов, А. В. Чаплик, *ЖЭТФ* **110**, 669 (1996).
12. E. N. Adams and T. D. Holstein, *J. Phys. Chem. Solids* **10**, 254 (1959). (Имеется перевод в *Вопросах квантовой теории необратимых процессов*, ИЛ, Москва (1961), с. 254.
13. R. E. Langer, *Phys. Rev.* **51**, 669 (1937).
14. C. W. J. Beenakker and H. van Houten, ed. by H. Ehrenreich, D. Turnbull, in *Solid State Physics*, Academic Press, Boston (1991), Vol. 44, p. 83.
15. Л. И. Глазман, Г. Б. Лесовик, Д. Е. Хмельницкий, Р. И. Шехтер, *ПЖЭТФ* **48**, 218 (1988).
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1974), с. 220.
17. Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 66 (1984).
18. E. I. Rashba, V. I. Sheka, in *Landau Level Spectroscopy*, ed. by G. Landwehr and E. I. Rashba, Elsevier (1991), p. 178.
19. G. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **100**, 580 (1955)
20. J. Luo, H. Munekata, F. F. Fang, and P. J. Stiles, *Phys. Rev. B* **41** 7685 (1990).