

РОЛЬ СТАЦИОНАРНОЙ СТАТИСТИКИ ФОТОНОВ В МОДЕ ВЫСОКОДОБРОТНОГО РЕЗОНАТОРА ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ЕЮ АКТИВНОЙ ЛАЗЕРНОЙ СРЕДЫ

Ю. М. Голубев*, Г. Р. Еришов

*Научно-исследовательский институт физики
Санкт-Петербургского государственного университета
198904, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 27 марта 1997 г.,
после переработки 11 сентября 1997 г.

Согласно [4], при возбуждении оптического резонатора внешним излучением субпуассоновского лазера резонаторная мода может оказаться как в субпуассоновском, так и в пуассоновском стационарном состоянии. Это оказывается неважным для резонансной среды, которая внутри резонатора, взаимодействуя с этой модой, возбуждается на верхний лазерный уровень. Степень регулярности возбуждения будет той же самой, какой обладает исходный световой поток, падающий на резонатор. И это обеспечивает в конечном счете такую же субпуассоновскую генерацию, как и при строго регулярной накачке резонансной среды.

1. ВВЕДЕНИЕ

Здесь будет рассматриваться физическая ситуация, когда лазерная среда в каких-то естественных процессах, например в межатомных столкновениях, возбуждается только на нелазерный уровень. Необходимая же для генерации перезаселенность лазерных уровней обеспечивается дополнительным воздействием излучения от внешнего субпуассоновского лазера. Постановка подобной задачи вполне адекватна, поскольку в нашем распоряжении в настоящее время имеются не только теоретические предложения источника неклассического света [1], но и экспериментальные реализации этой идеи в Японии [2] и в России [3]. Можно было бы обсуждать две предельные ситуации. Одна, когда на частоте возбуждения оптический резонатор, в котором находится возбуждаемая среда, не проявляет своих резонансных свойств. Это вариант однопроходного возбуждения. И другая, когда внешнее излучение возбуждает соответствующую высокодобротную моду резонатора, а та, в свою очередь, — лазерную среду. Это вариант многопроходного возбуждения. Однопроходной вариант неинтересен для нас, поскольку возбуждающий субпуассоновский свет будет «испорчен» при поглощении в первых слоях вещества, и основное возбуждение в дальнейших слоях будет осуществляться уже фактически пуассоновским светом. В подобной ситуации эффект регуляризации возбуждения активной среды может быть только малым.

Можно думать, что ситуация будет иной в многопроходном варианте, в котором возбуждение за один проход излучения через вещество не учитывается, а нужный эффект накапливается за счет большого числа проходов, причем равномерно по длине

*E-mail: yuri_golubev@pop.convey.ru

среды. По нашему мнению, здесь имеется возможность обеспечить нужную регулярность возбуждения лазерной среды. Действительно, согласно [4], если обеспечены такие интерференционные условия, при которых падающий световой поток не отражается от входного резонаторного зеркала, а полностью выходит с другой стороны резонатора (идеально пропускающий оптический резонатор), то поток выходящих фотонов оказывается отрегулированным в той же мере, как на входе резонатора. Если теперь «запереть» выходное зеркало, а поток направить на возбуждение лазерной среды, которая однородно распределена внутри резонатора, тогда может быть сохранено условие полной «пропускаемости» оптического резонатора (резонатор ничего не отражает, а физическая природа ухода поля из резонатора, разумеется, неважна). При этом можно надеяться, что возбуждение среды внутри резонатора будет, во-первых, однородным по объему резонатора, а во-вторых, регуляризированным, в чем нам предстоит здесь убедиться и определить меру этой отрегулированности.

Помимо этого мы должны решить еще один принципиально важный вопрос, влияет ли стационарная статистика фотонов в возбуждающей моде на статистику возбуждения среды. Когда мы ставили задачу в работе [5], мы полагали, что, для того чтобы обеспечить регулярное возбуждение среды, необходимо установить субпуассоновскую статистику фотонов в возбуждающей моде. Мы строили наш мысленный опыт таким образом, чтобы заведомо была обеспечена максимально возможная в данных физических обстоятельствах субпуассоновость модовых фотонов. Эта точка зрения соответствовала общепринятой, согласно которой прогнозируемая статистическая картина в том или ином опыте и стационарное распределение в резонаторной моде должны друг другу соответствовать. Однако теперь вследствие результатов работы [4] мы понимаем, что по меньшей мере в некоторых измерительных процедурах роль стационарной статистики фотонов в моде может быть совершенно несущественна, и мы собираемся продемонстрировать это же в отношении возбуждения активной среды.

Как мы понимаем [4], в зависимости от соотношения актуальных модовых спектральных ширин в моде при возбуждении ее одним и тем же субпуассоновским светом могут возникнуть совершенно разные статистические картины. Мы можем обеспечить флуктуации числа фотонов внутри резонатора точно такие же, как и в моде исходного субпуассоновского лазера. Но вполне реальна ситуация, когда эти флуктуации оказываются на уровне совершенно случайных. В то же самое время очевидно, что для нас важны не столько стационарные состояния тех или иных частиц, сколько статистические свойства потоков частиц, которыми обмениваются разные группы частиц (например, поток фотонов от стационарной моды к стационарной среде), и которые, строго говоря, не обязаны иметь те же статистические особенности, какими обладают стационарные состояния.

2. МЫСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ И ЕГО КАЧЕСТВЕННОЕ ОБСУЖДЕНИЕ

Будем полагать, что физическая система состоит из двух высокодобротных оптических резонаторов (см. рис. 1), стоящих последовательно один за другим. Один резонатор (далее a -резонатор) обеспечивает генерацию на частоте ω_a одномодового субпуассоновского лазера (a -лазера). Его излучение через входное зеркало поступает внутрь b -резонатора и возбуждает c -моду на частоте ω_c (в дальнейшем мы будем считать частоты ω_a и ω_c совпадающими), которая, в свою очередь, воздействуя на среду, помещенную в

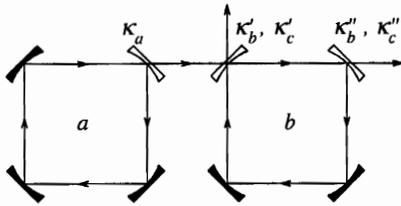


Рис. 1

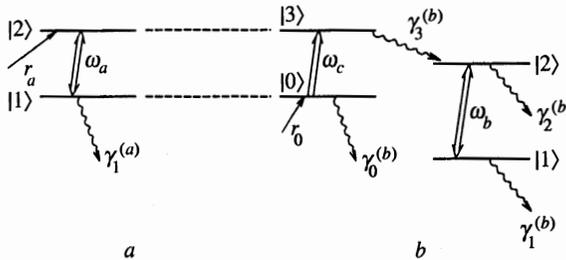


Рис. 2

резонаторе, создает нужную инверсность заселенности и тем самым генерацию *b*-лазера на частоте ω_b . Чтобы все это обеспечить, нужно взять активные среды обоих лазеров с подходящими резонансными свойствами (рис. 2). Будем полагать, что активная среда *a*-лазера и ее система возбуждения такая же, как и принятая в работе [1] для описания субпуассоновского лазера: по сути это двухуровневая среда с регулярным и стационарным возбуждением верхнего уровня. Среду *b*-лазера будем считать четырехуровневой. Лазерные уровни (1, 2) в отсутствие внешнего субпуассоновского излучения вообще не заселены. Атомный уровень (0) заселяется совершенно случайным образом, например, в процессах столкновений в лазерной плазме. Мы будем полагать, что частота излучения субпуассоновского лазера ω_a совпадает с частотой атомного перехода 0–3. Тогда в процессе поглощения внешнего лазерного излучения и последующей достаточно быстрой спонтанной релаксации на переходе 3–2 атомы перекачиваются на верхний лазерный уровень, создавая необходимую надпороговую инверсность. Для простоты мы не будем вводить в рассмотрение никаких частотных отстроек: модовые частоты $\omega_a, \omega_b, \omega_c$ совпадают с частотами соответствующих атомных переходов в среде *a*- и *b*-лазеров.

Необходимо ввести в рассмотрение спектральные ширины трех актуальных резонаторных мод. Основные результаты мы будем обсуждать при следующих, оптимальных для нас, физических условиях: спектральная ширина *c*-моды $\kappa_c + \kappa$ образуется за счет пропускания поля на частоте ω_c через входное зеркало (κ_c) и за счет поглощения в среде при ее возбуждении (κ), спектральная ширина *b*-моды образуется только за счет пропускания поля на частоте ω_b через выходное зеркало. Мы будем рассматривать физические ситуации с разными соотношениями между всеми спектральными ширинами κ_a (спектральная ширина *a*-моды), κ_b, κ_c и κ .

Наше обсуждение здесь будем начинать с более простых ситуаций, постепенно усложняя систему. Начнем с того, что будет, когда *b*-резонатор вообще отсутствует, и излучение *a*-лазера, который мы будем считать идеальным субпуассоновским лазе-

ром, поступает непосредственно на фотодетектор. В этой работе мы будем предполагать, что электрическая схема включения фотодетектора обеспечивает нам на выходе знание спектра фототока, для которого согласно [1] при идеальном фотодетектировании имеет место следующее явное выражение:

$$i_{\Omega}^{(2)} = i_{shot}^{(2)} \left(1 - \frac{\kappa_a^2}{\kappa_a^2 + \Omega^2} \right). \quad (1)$$

Как хорошо известно и как здесь видно, дробовой шум на нулевой частоте оказывается полностью подавленным.

Теперь усложним систему, поставив между субпуассоновским лазером и фотодетектором b -резонатор, модовая частота которого ω_c , как уже условились, совпадает с частотой генерации субпуассоновского лазера ω_a . Но сейчас будем считать, что этот резонатор пустой, без активной среды, и имеется пропускание как входного, так и выходного зеркал, т. е. $\kappa_c = \kappa_c' + \kappa_c''$. Понятно, что в пустом резонаторе в c -моду накопится стационарное число фотонов и входной поток фотонов от a -лазера каким-то образом разделится на отраженный от b -резонатора поток и поток на фотодетектор. Достаточно просто ответить при этом на вопрос, какая образуется стационарная статистика фотонов внутри b -резонатора [4]. Для этого проведем следующее рассуждение. Для статистического описания часто используется параметр Мандела ξ , характеризующий среднеквадратичные флуктуации числа фотонов:

$$\overline{n^2} - \bar{n}^2 = \bar{n} (1 + \xi). \quad (2)$$

Для a -лазера, который в нашем рассмотрении является идеальным субпуассоновским лазером, параметр Мандела $\xi_a = -1/2$, и это обеспечивается соответствующими корреляциями между фурье-компонентами спектрального контура шириной κ_a . Когда $\kappa_a \gg \kappa_c$, эта скоррелированность переносится внутрь b -резонатора на фурье-компоненты спектрального контура шириной κ_c . В этом случае естественно ожидать, что параметр Мандела ξ_c тоже окажется равным $-1/2$. В противоположном случае $\kappa_a \ll \kappa_c$ «правильно» скоррелированные компоненты занимают только незначительную часть контура в центральной его части, а большая часть фурье-компонент возбуждается нескоррелированными вакуумными флуктуациями. Тогда можно ожидать, что параметр Мандела ξ_c станет близким нулю. Таким образом, в зависимости от соотношений между спектральными ширинами стационарная статистика фотонов внутри b -резонатора может быть субпуассоновской, как и в исходном лазере, или пуассоновской (и любой промежуточной, конечно). И здесь мы вправе поставить вопросы: будет ли влиять эта стационарная статистика фотонов на характер возбуждения атомов? Необходимо ли добиваться «хорошей» фотонной статистики для обеспечения регулярности возбуждения среды?

Но прежде закончим рассуждения для случая с пустым резонатором. Как уже было упомянуто во Введении, для нас наиболее важно понимание статистических свойств потоков, а не стационарных состояний частиц. Мы, в принципе, можем представить себе, что, когда на пустой резонатор падает упорядоченный поток фотонов, внутри резонатора в стационарных условиях создается совершенно случайный ансамбль, но выходящий поток, тем не менее, упорядочен в той же мере, что и входящий. И это представление подтверждается в некотором смысле в работе [4]. В случае, когда резонатор настроен на полное пропускание (при нулевых отстройках частоты падающего света от частоты

c -моды это возникает при $\kappa'_c = \kappa''_c$, поток выходящих из резонатора фотонов оказывается столь же упорядоченным, как и поток, направленный внутрь, независимо от статистики ансамбля внутрирезонаторных фотонов. Резонатор в этом смысле ведет себя так же, как и простая делительная пластина, игнорируя наличие некоторого внутреннего фотонного состояния.

А теперь поместим в резонатор нашу четырехуровневую среду (рис. 2) и положим $\kappa''_c = 0$. Тем самым мы перенаправляем поток выходящих фотонов: раньше он поглощался фотодетектором, а теперь — активной средой b -лазера. Как понятно, судьба потерянных для c -моды фотонов не может влиять на саму c -моду и тем самым на качественные выводы, которые мы сделали раньше. При $\kappa_c = \kappa$ резонатор по-прежнему работает только на «пропускание», но весь поток фотонов, который, как и прежде, остается упорядоченным, идет теперь на возбуждение активной среды. В этом случае можно ожидать такое же упорядоченное возбуждение атомной среды, причем независимо от того, какова стационарная статистика фотонов в c -моду. И как следствие этого, можно ожидать возникновение субпуассоновской же генерации b -лазера [5]. Этот качественный вывод подтверждается анализом спектра фототока. Согласно последующим вычислениям, он может быть представлен в форме

$$i_{\Omega}^{(2)} = i_{shot}^{(2)} \left[1 - \frac{4\kappa_c\kappa}{(\kappa_c + \kappa)^2} \frac{\kappa_a^2}{\kappa_a^2 + \Omega^2} \frac{(\kappa_c + \kappa)^2}{(\kappa_c + \kappa)^2 + 4\Omega^2} \frac{\kappa_b^2}{\kappa_b^2 + \Omega^2} \right]. \tag{3}$$

Как видно, в окрестности нулевой частоты в дробовом шуме имеется провал довольно сложной формы, глубина которого

$$\delta = \frac{|i_{\Omega=0}^{(2)} - i_{shot}^{(2)}|}{i_{shot}^{(2)}} = \frac{4\kappa_c\kappa}{(\kappa_c + \kappa)^2}. \tag{4}$$

Она становится максимальной и провал достигает нуля при идеально пропускающем резонаторе, когда $\kappa_c = \kappa$.

3. ОСНОВНОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Мы рассматриваем три полевых осциллятора. Один из них представляет внутрирезонаторное одномодовое поле генерации a -лазера. Два других представляют двухмодовое поле в b -резонаторе: одна мода служит для возбуждения среды, а другая является генерационной. Структура основного кинетического уравнения для матрицы плотности трехосцилляторного электромагнитного поля определяется следующими соображениями. Скорость изменения матрицы плотности складывается из скорости за счет взаимодействий внутри a -резонатора, из скорости за счет взаимодействий внутри b -резонатора и, наконец, из скорости, связанной с направленным переносом электромагнитной энергии из a - в b -резонатор. Выразим это формально следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = r_a \left(\hat{L}_a - \frac{1}{2} \hat{L}_a^2 \right) \rho - \frac{1}{2} \kappa_a \hat{R}_a \rho + \sqrt{\kappa_a \kappa_c} \hat{L}_{a \rightarrow c} \rho + \\ + \kappa_c \hat{c}_- \hat{c}_+ \hat{L}_b \rho - \frac{1}{2} (\kappa_c + \kappa) \hat{R}_c \rho - \frac{1}{2} \kappa_b \hat{R}_b \rho. \end{aligned} \tag{5}$$

Первое слагаемое в (5), содержащее оператор

$$\hat{L}_a = \left[2 \underline{a}^+ \underline{a} - \underline{aa}^+ - \underline{aa}^+ - \frac{1}{2} \beta_1^{(a)} \left(\underline{aa}^+ - \underline{aa}^+ \right)^2 \right] \times \\ \times \left[\underline{aa}^+ + \underline{aa}^+ + \frac{1}{2} \beta_1^{(a)} \left(\underline{aa}^+ - \underline{aa}^+ \right)^2 \right]^{-1}, \quad (6)$$

определяет развитие внутривибрационного поля a -лазера за счет активной среды (см. рис. 2), возбуждаемой без флуктуаций на верхний лазерный уровень со скоростью r_a [1, 6]. Выражение записано в предположении, что спонтанный распад верхнего лазерного уровня на какие-то посторонние отсутствует. Как известно, именно в этом случае может быть обеспечено максимально возможное сжатие генерации. Параметр

$$\left(\beta_1^{(a)} \right)^{-1} = \frac{\gamma_1^{(a)} \gamma_{12}^{(a)}}{2|g_{12}^{(a)}|^2} \quad (7)$$

задает число фотонов, насыщающих лазерный переход. Активная среда a -лазера характеризуется следующими константами: $\gamma_1^{(a)}$ — константа продольной релаксации нижнего лазерного уровня, $\gamma_{12}^{(a)}$ — константа поперечной релаксации лазерного перехода; a, a^+ — фотонные операторы в моде генерации a -лазера, $[a, a^+] = 1$.

Второе, последнее и предпоследнее слагаемые в уравнении (5) задают затухание квантовых осцилляторов. Операторы \hat{R}_a имеют обычную форму:

$$\hat{R}_a = \underline{a}^+ \underline{a} + \underline{a}^+ \underline{a} - 2 \underline{a} \underline{a}^+, \quad (8)$$

\hat{R}_b и \hat{R}_c записываются точно так же с заменой фотонных операторов a, a^+ на фотонные операторы b, b^+ или c, c^+ : $[b, b^+] = [c, c^+] = 1$.

Среда b -лазера, возбуждаемая на верхний лазерный уровень, обеспечивает развитие b -моды с помощью оператора [6]

$$\hat{L}_b = \beta_2^{(b)} \left[2 \underline{b}^+ \underline{b} - \underline{bb}^+ - \underline{bb}^+ - \frac{1}{2} \beta_2^{(b)} \left(\underline{bb}^+ - \underline{bb}^+ \right)^2 \right] \times \\ \times \left[1 + \frac{1}{2} \beta_2^{(b)} \left(\underline{bb}^+ + \underline{bb}^+ \right) + \frac{1}{4} \beta_1^{(b)} \beta_2^{(b)} \left(\underline{bb}^+ - \underline{bb}^+ \right)^2 \right]^{-1}. \quad (9)$$

Здесь параметры, определяющие нелинейные свойства b -среды, имеют вид

$$\beta_1^{(b)} = \frac{2|g_{12}^{(b)}|^2}{\gamma_1^{(b)} \gamma_{12}^{(b)}}, \quad \beta_2^{(b)} = \frac{2|g_{12}^{(b)}|^2}{\gamma_2^{(b)} \gamma_{12}^{(b)}}, \quad \beta_+^{(b)} = \beta_1^{(b)} + \beta_2^{(b)}. \quad (10)$$

Активная среда b -лазера характеризуется константами: $\gamma_1^{(b)}$ и $\gamma_2^{(b)}$ — константы продольной релаксации нижнего и верхнего лазерных уровней, $\gamma_{12}^{(b)}$ — константа поперечной релаксации лазерного перехода. При формулировании основного кинетического уравнения (5) мы приняли оптимальное для нас требование, что скорость спонтанного распада верхнего лазерного уровня на какие-то посторонние уровни равна нулю. В дальнейшем по отношению к b -лазеру будем поступать точно так же и будем требовать $\gamma_2^{(b)} = 0$. Тогда оператор \hat{L}_b будет иметь в точности тот же вид, что и оператор \hat{L}_a , в котором надо заменить все индексы a на индексы b и все фотонные операторы a, a^+ на фотонные операторы b, b^+ .

Величина $r_b = \kappa n_c$ имеет физический смысл средней скорости возбуждения верхнего лазерного уровня b -лазера (n_c — среднее число фотонов в возбуждающей среде c -моды).

Наконец, слагаемое, содержащее оператор

$$\hat{I}_{a \rightarrow c} = \underline{a} \underline{c}^+ + \underline{a}^+ \underline{c} - \underline{a} \underline{c}^+ - \underline{b} \underline{a}^+, \quad (11)$$

обеспечивает в основном кинетическом уравнении направленный перенос электромагнитного излучения из a -резонатора в b -резонатор (из a -моды в c -моду) [7]. Все эти выражения могут быть получены при выводе кинетического уравнения для матрицы плотности электромагнитного поля на основе, например, процедуры Лэмба и Скалли [8].

Сделаем еще замечание относительно величин κ_b и κ_c . В принципе, мы полагаем, что b -резонатор содержит два «работающих» зеркала: одно входное, через которое поступает внешнее излучение, и второе выходное, через которое излучение из b -резонатора попадает на фотодетектор. Соответственно этому мы должны в общем виде написать, что $\kappa_b = \kappa'_b + \kappa''_b$ и $\kappa_c = \kappa'_c + \kappa''_c$. Однако, как уже было сказано раньше, для нас оптимальные условия наступают тогда, когда $\kappa''_c = 0$, т. е. когда потери происходят в том же канале, что и возбуждение, и когда $\kappa'_b = 0$, т. е. когда потери происходят только в канале регистрации и за счет регистрации. Нетрудно понять, что эти условия физически непротиворечивы, поскольку частоты b - и c -мод могут сильно различаться и, следовательно, пропускание зеркал для них может быть совершенно разным.

Коэффициент поглощения внешнего излучения на вспомогательном переходе 0–3 может быть записан в виде $\kappa = r_0 \beta_0^{(b)}$, где r_0 — средняя скорость совершенно случайного возбуждения вспомогательного уровня 0. Уравнение (5) записано в предположении, что нелинейными явлениями при поглощении можно пренебрегать, что достигается, если выполняется неравенство

$$\left(\beta_0^{(b)} + \beta_3^{(b)} \right) n_b \ll 1,$$

в которое входят параметры насыщения для b -атома:

$$\beta_0^{(b)} = \frac{2|g_{03}^{(b)}|^2}{\gamma_0^{(b)} \gamma_{03}^{(b)}}, \quad \beta_3^{(b)} = \frac{2|g_{03}^{(b)}|^2}{\gamma_3^{(b)} \gamma_{03}^{(b)}}.$$

4. ОСНОВНОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ В ДИАГОНАЛЬНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ И ПОЛУКЛАССИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Перейдем к диагональному представлению для матрицы плотности, которое вводится интегральным соотношением вида

$$\rho(t) = \int P(\alpha, \beta, \delta, t) |\alpha\rangle |\beta\rangle |\delta\rangle \langle \delta| \langle \beta| \langle \alpha| d^2\alpha d^2\beta d^2\delta, \quad (12)$$

где

$$a |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle, \quad b |\beta\rangle = \beta |\beta\rangle, \quad c |\delta\rangle = \delta |\delta\rangle.$$

После такого перехода возникает уравнение в частных производных для весовой функции $P(\alpha, \beta, \delta, t)$, которое можно существенно упростить, предполагая, что число фотонов в каждой из актуальных мод лишь слабо флуктуирует около своего стационарного значения:

$$\begin{aligned} |\alpha|^2 &= n_a + \varepsilon_a, & \varepsilon_a &\ll n_a, \\ |\beta|^2 &= n_b + \varepsilon_b, & \varepsilon_b &\ll n_b, \\ |\delta|^2 &= n_c + \varepsilon_c, & \varepsilon_c &\ll n_c. \end{aligned} \quad (13)$$

Стационарные решения n_a, n_b, n_c с хорошей точностью совпадают с полуклассическими стационарными решениями задачи. Полуклассические уравнения относительно легко могут быть найдены, например, из исходного уравнения (5) при пренебрежении всеми флуктуациями полей и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} n_a &= r_a - \kappa_a n_a, \\ \frac{d}{dt} n_b &= -\kappa_b n_b + \kappa n_c, \\ \frac{d}{dt} n_c &= -(\kappa_c + \kappa) n_c + 2\sqrt{\kappa_a \kappa_c} \sqrt{n_a n_c}. \end{aligned} \quad (14)$$

В стационарных условиях эта система превращается в систему алгебраических уравнений, решения которой могут быть записаны в виде

$$n_a = \frac{r_a}{\kappa_a}, \quad \frac{n_c}{n_a} = \frac{4\kappa_a \kappa_c}{(\kappa_c + \kappa)^2}, \quad \frac{n_b}{n_c} = \frac{\kappa}{\kappa_b}. \quad (15)$$

Имея все это в виду, для фотонной матрицы плотности в представлении Глаубера

$$R(\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c, t) = \int P(\alpha, \beta, \delta, t) d\varphi_a d\varphi_b d\varphi_c, \quad (16)$$

$$\alpha = \sqrt{n_a + \varepsilon_a} e^{i\varphi_a}, \quad \beta = \sqrt{n_b + \varepsilon_b} e^{i\varphi_b}, \quad \delta = \sqrt{n_c + \varepsilon_c} e^{i\varphi_c}$$

можно записать следующее основное кинетическое уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial t} &= \kappa_a \frac{\partial}{\partial \varepsilon_a} \varepsilon_a R - \frac{1}{2} \kappa_a n_a \frac{\partial^2 R}{\partial \varepsilon_a^2} + \\ &+ \kappa_b \frac{\partial}{\partial \varepsilon_b} \left(\varepsilon_b - \frac{n_b}{n_c} \varepsilon_c \right) R + \frac{1}{2} (\kappa_c + \kappa) \frac{\partial}{\partial \varepsilon_c} \left(\varepsilon_c - \frac{n_c}{n_a} \varepsilon_a \right) R + \{ \dots \}. \end{aligned} \quad (17)$$

Выражение $\{ \dots \}$ означает некоторую совокупность всех производных по ε более высоких порядков, которые мы обязаны, в принципе, учитывать для неклассических полей. Однако мы убедимся далее, они не дают вклада в те физические измеряемые величины, которые мы будем здесь исследовать.

5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ФОТОНОВ, ЗАПАСЕННЫХ В СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ В b - И c -МОДАХ

Запишем с помощью основного кинетического уравнения (17), используя традиционную процедуру, уравнения для актуальных средних:

$$\frac{d}{dt} \overline{\varepsilon_b^2} = -2 \kappa_b \overline{\varepsilon_b^2} + 2 \kappa_b \frac{n_b}{n_c} \overline{\varepsilon_b \varepsilon_c} = 0, \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{\varepsilon_a^2} = -2 \kappa_a \overline{\varepsilon_a^2} - \kappa_a n_a = 0, \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{\varepsilon_c^2} = -(\kappa_c + \kappa) \overline{\varepsilon_c^2} + (\kappa_c + \kappa) \frac{n_c}{n_a} \overline{\varepsilon_a \varepsilon_c} = 0, \quad (20)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{\varepsilon_b \varepsilon_c} = -\frac{1}{2} (\kappa_c + \kappa + 2 \kappa_b) \overline{\varepsilon_b \varepsilon_c} + \frac{1}{2} (\kappa_c + \kappa) \frac{n_c}{n_a} \overline{\varepsilon_a \varepsilon_b} + \kappa_b \frac{n_b}{n_c} \overline{\varepsilon_c^2} = 0, \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{\varepsilon_a \varepsilon_b} = -(\kappa_a + \kappa_b) \overline{\varepsilon_a \varepsilon_b} + \kappa_b \frac{n_b}{n_c} \overline{\varepsilon_a \varepsilon_c} = 0, \quad (22)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{\varepsilon_a \varepsilon_c} = -\frac{1}{2} (\kappa_c + \kappa + 2 \kappa_a) \overline{\varepsilon_a \varepsilon_c} + \frac{1}{2} (\kappa_c + \kappa) \frac{n_c}{n_a} \overline{\varepsilon_a^2} = 0. \quad (23)$$

Как видим, получилась замкнутая система дифференциальных уравнений, которая для стационарных условий превращается в несложно решаемую систему алгебраических уравнений. Заметим, что сюда принципиально не дают вклада члены $\{\dots\}$ из (17), и это не связано с какими-либо математическими приближениями. Решения могут быть представлены в виде

$$\overline{\varepsilon_a^2} = -\frac{1}{2} n_a, \quad (24)$$

$$\overline{\varepsilon_b^2} = -\frac{2 \kappa_a \kappa_c \kappa (\kappa_c + \kappa + 2 \kappa_a + 2 \kappa_b)}{(\kappa_c + \kappa)(\kappa_c + \kappa + 2 \kappa_a)(\kappa_c + \kappa + 2 \kappa_b)(\kappa_a + \kappa_b)} n_b, \quad (25)$$

$$\overline{\varepsilon_c^2} = -\frac{2 \kappa_a \kappa_c}{(\kappa_c + \kappa)(\kappa_c + \kappa + 2 \kappa_a)} n_c, \quad (26)$$

$$\overline{\varepsilon_b \varepsilon_c} = -\frac{2 \kappa_a \kappa_c \kappa_b (\kappa_c + \kappa + 2 \kappa_a + 2 \kappa_b)}{(\kappa_c + \kappa)(\kappa_c + \kappa + 2 \kappa_a)(\kappa_c + \kappa + 2 \kappa_b)(\kappa_a + \kappa_b)} n_b, \quad (27)$$

$$\overline{\varepsilon_a \varepsilon_b} = -\frac{1}{2} \frac{\kappa_b (\kappa_c + \kappa)}{(\kappa_a + \kappa_b)(\kappa_c + 2 \kappa_a)} n_b, \quad (28)$$

$$\overline{\varepsilon_a \varepsilon_c} = -\frac{1}{2} \frac{\kappa_c + \kappa}{\kappa_c + \kappa + 2 \kappa_a} n_c. \quad (29)$$

Примем условие $\kappa_c = \kappa$, при котором, как мы знаем, b -резонатор становится «полностью пропускающим» в том смысле, что поток фотонов, падающих на b -резонатор, полностью расходится на возбуждение активной среды b -лазера.

Тогда, имея в виду, что $\overline{\varepsilon_b^2} = \xi_b n_b$ и $\overline{\varepsilon_c^2} = \xi_c n_c$, получим следующие выражения для соответствующих статистических параметров Мандела, характеризующих стационарные фотонные флуктуации в каждой из актуальных мод:

$$\xi_b = -\frac{1}{2} \frac{\kappa_a}{\kappa_a + \kappa_c} \frac{\kappa_c}{\kappa_b + \kappa_c} \frac{\kappa_a + \kappa_b + \kappa_c}{\kappa_a + \kappa_b}, \tag{30}$$

$$\xi_c = -\frac{1}{2} \frac{\kappa_a}{\kappa_a + \kappa_c}. \tag{31}$$

Если $\kappa_c \gg \kappa_a$, то

$$\xi_c = 0, \quad \xi_b = -\frac{1}{2} \frac{\kappa_a}{\kappa_a + \kappa_b}, \tag{32}$$

и если $\kappa_c \ll \kappa_a$, то

$$\xi_c = -\frac{1}{2}, \quad \xi_b = -\frac{1}{2} \frac{\kappa_c}{\kappa_b + \kappa_c}. \tag{33}$$

Ситуация с параметром Мандела ξ_c , разумеется, находится в полном соответствии с результатами работы [4]. Но при этом оказывается, что даже тогда, когда $\xi_c = 0$ при $\kappa_a \ll \kappa_c$, параметр Мандела для моды генерации ξ_b может все-таки оказаться минимальным для данной задачи и равным $-1/2$. Для этого достаточно потребовать $\kappa_b \ll \kappa_a$.

6. СПЕКТР ФОТОТОКА ПРИ РЕГИСТРАЦИИ ГЕНЕРАЦИИ b-ЛАЗЕРА

Спектр фототока при наблюдении вторичной генерации записывается в виде

$$i_{\Omega}^{(2)} = i_{shot}^{(2)} \left(1 + 2q \frac{\kappa_b}{n_b} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} dt \overline{\varepsilon_b \varepsilon_b(t)} e^{i\Omega t} \right). \tag{34}$$

Решение этой проблемы дает система уравнений, которая получается из основного кинетического уравнения (17) стандартной процедурой:

$$\frac{d}{dt} \overline{\varepsilon_b \varepsilon_b(t)} = -\kappa_b \overline{\varepsilon_b \varepsilon_b(t)} + \kappa_b \frac{n_b}{n_c} \overline{\varepsilon_b \varepsilon_c(t)}, \tag{35}$$

$$\frac{d}{dt} \overline{\varepsilon_b \varepsilon_c(t)} = -\frac{1}{2} (\kappa_c + \kappa) \overline{\varepsilon_b \varepsilon_c(t)} + \frac{1}{2} (\kappa_c + \kappa) \frac{n_c}{n_a} \overline{\varepsilon_b \varepsilon_a(t)}, \tag{36}$$

$$\frac{d}{dt} \overline{\varepsilon_b \varepsilon_a(t)} = -\kappa_a \overline{\varepsilon_b \varepsilon_a(t)}. \tag{37}$$

Эта система несложно решается напрямую, но в данном случае более рационально перейти к системе алгебраических уравнений для фурье-компонент, тем более что для записи спектра фототока нужны именно они:

$$\begin{aligned}
 x_\Omega &= \int_0^\infty dt \overline{\varepsilon_b \varepsilon_b(t)} e^{i\Omega t}, \\
 y_\Omega &= \int_0^\infty dt \overline{\varepsilon_b \varepsilon_c(t)} e^{i\Omega t}, \\
 z_\Omega &= \int_0^\infty dt \overline{\varepsilon_b \varepsilon_a(t)} e^{i\Omega t}.
 \end{aligned}
 \tag{38}$$

Из исходных дифференциальных уравнений нетрудно получить

$$\overline{\varepsilon_b^2} - i\Omega x_\Omega = -\kappa_b x_\Omega + \kappa_b \frac{n_b}{n_c} y_\Omega,
 \tag{39}$$

$$\overline{\varepsilon_b \varepsilon_c} - i\Omega y_\Omega = -\frac{1}{2} (\kappa_c + \kappa) y_\Omega + \frac{1}{2} (\kappa_c + \kappa) \frac{n_c}{n_a} z_\Omega,
 \tag{40}$$

$$\overline{\varepsilon_b \varepsilon_a} - i\Omega z_\Omega = -\kappa_a z_\Omega.
 \tag{41}$$

Решая эту систему уравнений, можем в конечном счете записать явное выражение для спектра фототока в виде (3).

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вся *b*-система в целом схематически может быть представлена в виде совокупности «ящиков», в которые «собраны» разного сорта частицы, и потоков между этими ящиками. На рис. 3 представлены только основные элементы, а именно, ящики со средним числом фотонов n_c (число фотонов, запасенных в стационарном состоянии в *c*-моду), со средним числом фотонов n_a (число фотонов, запасенных в стационарном состоянии в *a*-моду), со средним числом атомов N_0 (число атомов, запасенных в стационарных условиях на уровне 0), со средним числом атомов N_2 (число атомов, запасенных в стационарных условиях на уровне 2) и N_1 (число атомов, запасенных в стационарных условиях на уровне 1). Все эти ящики связаны друг с другом потоками частиц, которые в какой-то мере формируют стационарные состояния внутри ящиков. Поток 1 — это поток фотонов от внешнего субпуассоновского лазера на входное зеркало *b*-резонатора, а поток 5 — это поток фотонов из *b*-моды на фотодетектор. В каждом ящике совокупности частиц может быть приписано некоторое стационарное состояние, в котором число этих частиц флуктуирует около своего среднего значения. Но, как в

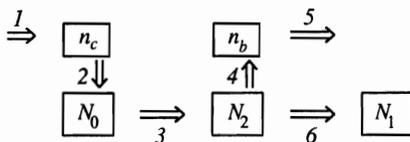


Рис. 3

целом понятно, для нас важны не столько эти стационарные состояния, сколько свойства потоков соответствующих частиц. Разумеется, что свойства потоков и свойства локальных стационарных состояний могут быть каким-то образом связанными. Но в то же время можно представить себе ситуации, когда это не так, и основной вывод, который мы должны сделать вследствие наших рассуждений и вычислений, состоит в том, что в данной конкретной задаче при $\kappa_c = \kappa$ все потоки участвующих в процессе частиц оказываются качественно одинаковыми и независимыми от локальных стационарных состояний, которые «разрывают» эти потоки. Если исходный поток I как-то отрегулирован, то в той же мере оказывается отрегулированным и каждый из остальных пяти потоков, указанных на схеме, хотя при этом в каждом из ящиков характер флуктуаций может оказаться совершенно случайным.

Работа выполнена при частичной поддержке INTAS (93-1914 EXT) и INTAS-RFBR (95-0656), за что мы выражаем благодарность.

Литература

1. Ю. М. Голубев, И. В. Соколов, ЖЭТФ **87**, 408 (1984).
2. Y. Yamamoto, S. Mashida, and O. Nilson, Phys. Rev. A **34**, 4025 (1986); W. H. Richardson, Y. Yamamoto, and S. Mashida, Phys. Rev. Lett. **66**, 2867 (1991).
3. A. S. Trifonov and P. A. Usachev, in *Proc. SPIE 2378* (1995), p. 122.
4. Ю. М. Голубев, М. И. Колобов, И. В. Соколов, ЖЭТФ **111**, 1579 (1997).
5. Ю. М. Голубев, ЖЭТФ **103**, 832 (1993).
6. Ю. М. Голубев, Г. Р. Ершов, А. Н. Прокшин, И. В. Соколов, Опт. и спектр. **82**(6), (1997).
7. М. И. Колобов, И. В. Соколов, Опт. и спектр. **62**, 112 (1987).
8. M. O. Scully and W. E. Lamb, Phys. Rev. A **159**, 208 (1967).