### АНОМАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА ГРАНУЛИРОВАННЫХ СПЛАВОВ

А. В. Ведяев<sup>а</sup>, А. Б. Грановский<sup>а</sup>, А. В. Калицов<sup>а</sup>, Ф. Брауэрс<sup>b\*</sup>

<sup>а</sup> Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119899, Москва, Россия <sup>b</sup> Institut de Physique, Sart Tilman, Liege 4000, Belgique

Поступила в редакцию 7 апреля 1997 г.

Теоретически исследуется аномальный эффект Холла гранулированных сплавов с гигантским магнитосопротивлением. Расчет выполнен в рамках формализма Кубо и метода функций Грина. Рассматривается механизм асимметричного рассеяния спин-поляризованных носителей тока с учетом размерного эффекта, связанного с рассеянием не только в одной грануле, но и с более сложными процессами перехода между двумя и тремя гранулами. Показано, что рассеяние электронов проводимости на поверхности раздела гранул и матрицы оказывает существенное влияние на величину аномального эффекта Холла и определяет его знак. В общем случае не имеет место корреляция величин  $\rho_H$  и  $\rho^2$ , где  $\rho_H$  — холловское сопротивление, а  $\rho$  — полное сопротивление гранулированного сплава, однако в результате численного расчета получено, что при определенных значениях параметров модели  $ho_H \sim 
ho^{3.8}$ , а амплитуда гигантского магнитосопротивления при тех же параметрах достигает 40%, что находится в количественном согласии с экспериментальными данными для сплавов Co<sub>20</sub>Ag<sub>80</sub> [4]. Также показано, что увеличение сопротивления матрицы приводит к значительному возрастанию аномального эффекта Холла, причем более существенному для сплавов с малым размером гранул, что хорошо согласуется с экспериментом [5, 6].

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Магнитные гранулированные сплавы представляют собой неоднородные магнетики, в которых ферромагнитные металлические гранулы размером близком к однодоменному хаотически расположены в пара- или диамагнитной матрице металла или диэлектрика. Хотя изучение электронных явлений переноса в таких системах было начато более 20 лет назад [1], только недавно как для сплавов металл-металл, так и для композитов металл-диэлектрик обнаружены многочисленные аномалии в зависимостях различных кинетических эффектов (сопротивления, теплопроводности, термоэдс, эффекта Холла) от магнитного поля, концентрации и размера гранул, температуры и т.д. (см., например, [2-6]). Наличие характерных для магнитонеоднородных систем спин-зависящего рассеяния электронов проводимости в объеме и на поверхности гранул, спинзависящих потенциальных барьеров на границах раздела гранул и матрицы, механизмов туннелирования и рассеяния на контактах между гранулами, классических и квантовых размерных эффектов, а также неоднородность гранул по размерам и форме обусловливают, с одной стороны, широкий спектр наблюдаемых свойств, а с другой — существенные трудности их теоретической интерпретации. К настоящему времени надежно установлены и объяснены основные механизмы гигантского магнитосопротивления в

<sup>\*</sup>F. Brouers.

гранулированных сплавах металл-металл. В целом ряде работ (см., например, [7–9]) показано, что гигантское магнитосопротивление в гранулированных сплавах имеет ту же природу, что и в многослойных структурах и спин-вентильных сэндвичах, т. е. связано со спин-зависящим рассеянием электронов в объеме и на поверхности гранул. Простой подход к описанию явлений переноса в этих сплавах, предложенный Шенгом и Леви [8], основан на концепции самоусреднения вероятности рассеяния спин-поляризованных носителей тока и справедлив при условии  $l \gg r_0$  где l — длина свободного пробега электрона,  $r_0$  — радиус гранул или расстояние между гранулами. Для реальных гранулированных сплавов с гигантским магнитосопротивлением это условие заведомо не выполняется. Недавно Ведяевым и др. [9] предложен новый квантовостатистический подход к описанию гигантского магнитосопротивления в гранулированных сплавах, базирующийся на формализме Кубо и методе функций Грина, не использующий концепцию самоусреднения и позволяющий объяснить наблюдаемую зависимость гигантского магнитосопротивления от размера гранул.

Не менее интересным, чем гигантское магнитосопротивление, эффектом, обнаруживающим необычное поведение в гранулированных сплавах, является аномальный эффект Холла. Поле Холла в ферромагнетиках может быть записано в виде [10, 11]

$$E_y = R_0 B_z j_x + 4\pi R_s M_z j_x,\tag{1}$$

где  $B_z$  — магнитная индукция,  $M_z$  — намагниченность,  $j_x$  — плотность тока,  $R_0$  — коэффициент нормального эффекта Холла, обусловленного действием силы Лоренца,  $R_s$  — коэффициент аномального эффекта Холла. Последний связан с влиянием спин-орбитального взаимодействия на рассеяние спин-поляризованных носителей тока. Для однородных кристаллических ферромагнетиков с небольшим содержанием примесей коэффициент  $R_s^b$  аномального эффекта Холла, являющегося материалом гранул, хорошо описывается соотношением

$$R_s^b = a\rho + b\rho^2,\tag{2}$$

где  $\rho$  — сопротивление, a и b — константы произвольного знака, причем первый член в (2) связан с асимметричным (skew) рассеянием, а второй как с асимметричным рассеянием, так и с механизмом бокового смещения (side-jump) [11]. Коэффициент  $R_s^b$ обычно [10, 11] называют константой аномального эффекта Холла, так как он не зависит от намагниченности и магнитного поля. Можно считать установленным, что основными носителями аномального эффекта Холла в сплавах переходных металлов являются d-подобные электроны, так как для них спин-орбитальное взаимодействие значительно больше, чем для s-подобных, а относительно малая длина свободного пробега d-состояний не является препятствием для возникновения аномального эффекта Холла [11].

Выполненные экспериментальные исследования аномального эффекта Холла гранулированных сплавов металл-металл и металл-диэлектрик выявили целый ряд фактов, не нашедших даже качественного объяснения в рамках развитой теории этого эффекта в однородных сплавах или в теории эффективной среды для композитов [12]. Отметим некоторые из таких данных.

1. Для системы Co<sub>20</sub>Ag<sub>80</sub> при отжиге, приводящем к изменению размера гранул и амплитуды гигантского магнитосопротивления, вместо корреляции типа (2) для остаточного (4.2 K) аномального эффекта Холла наблюдается соотношение  $R_s \sim \rho^{3.7}$  [4].

Для гранулированных сплавов  $(Co_{70}Fe_{30})_x Ag_{1-x}$  также установлено, что корреляция типа (2) не выполняется как при изменении концентрации гранул, так и при изменении температуры [13].

2. При 77 К величина  $R_s > 0$  для гранулированных сплавов (Co<sub>70</sub> Fe<sub>30</sub>)<sub>x</sub>Ag<sub>1-x</sub>, тогда как для однородных Co<sub>20</sub>Ag<sub>80</sub> сплавов  $R_s^b < 0$  [13].

3. Коэффициент  $R_s$  для гранулированных сплавов  $Co_{20}Ag_{80}$  заметно зависит от величины магнитного поля, причем немонотонным образом [3].

4. В гранулированных сплавах металл-диэлектрик коэффициент  $R_s$  резко возрастает при уменьшении концентрации ферромагнитных металлических гранул и достигает гигантских (на три-четыре порядка больших чем  $R_s^b$  значений) вблизи порога перколяции [5,6].

Предпринятые недавно попытки [14, 15] объяснения некоторых их этих данных для сплавов с гигантским магнитосопротивлением в модели Шенга–Леви [8] базировались на концепции самоусреднения и носили исключительно качественный характер. В частности, в рамках модели Шенга–Леви не удается при одних и тех же значениях параметров, характеризующих рассеяние на поверхности гранул, объяснить корреляцию типа  $R_s \sim \rho^{3.7}$  и амплитуду гигантского магнитосопротивления до 40% в сплавах Co<sub>20</sub>Ag<sub>80</sub> при низких температурах. В настоящей работе в рамках формализма Кубо и метода функций Грина построена теория остаточного аномального эффекта Холла гранулированных сплавов. Основное внимание уделяется исследованию влияния рассеяния на поверхности раздела гранул и матрицы на возможные типы корреляции между  $R_s$  и  $\rho$ . Как и в работах по теории аномального эффекта Холла неупорядоченных сплавов [11], мы ограничиваемся рассмотрением только механизма асимметричного рассеяния и по-казываем, что при этом удается объяснить большинство наблюдаемых фактов.

#### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И РАСЧЕТ ХОЛЛОВСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ

Согласно определению (1) коэффициент аномального эффекта Холла гранулированного сплава равен

$$R_s = \frac{\sigma_{xy}}{4\pi M_z} \rho^2,\tag{3}$$

где  $\sigma_{xy}$  — недиагональная, линейная по спин-орбитальному взаимодействию часть тензора проводимости (в выражении (3) учтено, что  $\sigma_{xy} \ll \sigma_{xx}$  и  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \rho^{-1}$ ). Для систем с гигантским магнитосопротивлением величина  $\rho$ , очевидно, зависит от магнитного поля, но и отношение  $\sigma_{xy}/M_z$  также может быть функцией магнитного поля в силу того, что магнитное поле изменяет характер спин-зависящего рассеяния в системе. Эффект влияния поля на  $R_s$  рассмотрен в работе [16], а здесь мы рассчитаем коэффициент  $R_s$  и сопротивление аномального эффекта Холла  $\rho_H = 4\pi R_s M_z$  для состояния магнитного насыщения, для которого, как правило, и экспериментально выделяют аномальный эффект Холла.

Рассматриваемая модель гранулированного сплава состоит в следующем. Положим, что все ферромагнитные гранулы одинаковы и имеют сферическую форму радиуса  $r_0$ ; тип, концентрация, распределение примесей в объеме гранул и вблизи поверхности раздела гранул и матрицы (на интерфейсах) различаются; как *s*-, так и *d*-подобные электроны проводимости характеризуются квадратичным законом дисперсии, и их рассеяние на примесях слабое,  $(k_F l)^{-1} \ll 1$ ; влияние потенциальных барьеров на прохождение электрона через интерфейс не учитывается.

При слабом рассеянии и квадратичном законе дисперсии формула Кубо для антисимметричной части тензора проводимости примет вид

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2 \hbar}{4\pi\Omega} \operatorname{Sp} \langle v_x \tilde{G}^{ret}(\epsilon) v_y \tilde{G}^{adv}(\epsilon) \rangle_{\epsilon = \epsilon_F},$$
(4)

где  $\tilde{G}$  — полная функция Грина с учетом спин-орбитального взаимодействия, а угловые скобки означают квантово-статистическое усреднение. В линейном приближении по спин-орбитальному взаимодействию

$$\tilde{G} = G + GTG + GH^{so}G,\tag{5}$$

где T — оператор матрицы изотропного рассеяния на примесях, а  $H^{so}$  — оператор спин-орбитального взаимодействия, матричные элементы которого имеют вид [11]

$$H_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{so} = \frac{1}{N} \sum_{l} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{R}_{l}} H_{l}^{so}(\mathbf{k}-\mathbf{k}'), \tag{6}$$

$$H_l^{so}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = is[\mathbf{k}\mathbf{k}']_z a_0^2 \frac{M_z}{M_s} \lambda_l^{so}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'),$$
(7)

где  $a_0$  — параметр решетки,  $\lambda_l$  — параметр спин-орбитального взаимодействия для примеси, находящейся в позиции  $\mathbf{R}_l$ , причем величина  $\lambda_l$  пропорциональна потенциалу рассеяния этой примеси  $V_l$  [11], индекс *s* равен +1 (-1) для состояний со спином вдоль (против) намагниченности. Тогда из (4)–(7) следует, что в низшем порядке по потенциалу рассеяния примеси  $V_l$ 

$$\sigma_{xy}^{(s)} = -2sa_0^2 \frac{M_z}{M_s} \frac{e^2\hbar}{4\pi\Omega} \frac{\hbar^2}{m^2} N(\epsilon_F) \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{k}''} k_x^2 k_y'^2 |G_k|^2 |G_{k'}|^2 \times \langle \langle \lambda_{(l)\mathbf{k},\mathbf{k}'}^{so} V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}''}^l V_{\mathbf{k}''\mathbf{k}}^l \rangle_{k=k'=k''=k_F},$$
(8)

где  $N(\epsilon_F)$  — плотность состояний на уровне Ферми, а двойные угловые скобки означают конфигурационное усреднение. В дальнейшем будем рассматривать вклад в  $\sigma_{xy}$  только одной подзоны, например, состояний со спином вдоль намагниченности. Переходя в r-представление, получаем выражение для нелокальной холловской проводимости гранулированного сплава:

$$\sigma_{xy}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = -2a_0^2 \frac{M_z}{M_s} \frac{e^2\hbar\Omega}{4\pi} \frac{\hbar^2}{m^2} \left(\frac{\pi\hbar}{4e^2}\right)^2 \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^4 N(\epsilon_F) \times \int d\mathbf{r}'' \sigma_{xx}(\mathbf{r},\mathbf{r}'') \langle \langle \lambda_l^{so}(\mathbf{r}'') V_l^2(\mathbf{r}'') \rangle \rangle \sigma_{xx}(\mathbf{r}'',\mathbf{r}'), \qquad (9)$$

где  $\sigma_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  — нелокальная проводимость сплава. Методика расчета  $\sigma_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  подробно изложена в работе [9] и основана на нахождении функций Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ , когда точки **г** и **г**' находятся либо в одной и той же грануле, либо в матрице, либо в близлежащих



**Рис. 1.** Диаграммы для расчета холловской проводимости  $\sigma_{xy}$  гранулированного сплава

гранулах, либо, наконец, в грануле и матрице. Расчет  $\sigma_{xy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  сложнее, так как подынтегральное выражение в (9) является функцией уже трех координат ( $\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}''$ ) и поэтому определяется суммой вкладов восьми различных процессов рассеяния, изображенных на рис. 1. Подчеркнем, что так как мы считаем, что матрица является немагнитной, то для примесей в матрице величина  $H^{so}=0$ , в силу чего точка  $\mathbf{r}''$  может лежать только в ферромагнитной грануле (в объеме или на поверхности). Поэтому, используя вид функций Грина и методику расчета  $\sigma_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  [9], можно рассчитать все восемь вкладов (рис. 1), а затем, интегрируя по **r**'' и **r**' в подынтегральном выражении (9) и усредняя по **r**, найти вклады в  $\sigma_{xy}$  гранул и матрицы. Вклад  $\sigma_{xy}^m$  гранул будет определяться диаграммами (рис. 1), в которых точка 1 находится в грануле, а вклад  $\sigma_{xy}^{nm}$  матрицы диаграммами, в которых точка 1 лежит в матрице. Наконец оба эти вклада будут различаться для примесей в объеме гранул ( $\sigma_{xy}^{m(b)}, \sigma_{xy}^{nm(b)}$ ) и на поверхности раздела гранул ( $\sigma_{xy}^{m(s)}, \sigma_{xy}^{nm(s)}$ ). Окончательные выражения для соответствующих вкладов будут иметь вид

$$\sigma_{xy}^m = \sigma_{xy}^{m(b)} + \sigma_{xy}^{m(s)},\tag{10}$$

$$\sigma_{xy}^{nm} = \sigma_{xy}^{nm(b)} + \sigma_{xy}^{nm(s)},\tag{11}$$

где

$$\begin{split} \sigma_{xy}^{m(b)} &= -2 \frac{a_0^2 M_z}{M_s} \frac{e^2 \hbar \Omega k_F^4}{4\pi} \frac{\hbar^2}{m^2} \frac{\lambda_m^{so}(1-2x_m)}{\sqrt{x_m(1-x_m)}} \left[ \frac{\epsilon_F}{\pi k_F N(\epsilon_F) l_m} \right]^{3/2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^4 N(\epsilon_F) \times \\ &\times \left\{ l_m^2 - \frac{3l_m^4 I_0}{4r_0} F^2 \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) + \frac{3l_m^3 l_n m I}{8r_0^2} \exp\left( -\frac{2r_0}{l_m} \right) F \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) + \\ &+ \frac{3N_1 l_m^3 I}{16r_0 R^2} \exp\left( 2 \left( \frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m} \right) r_0 \right) \exp\left( -\frac{2R}{l_{nm}} \right) F \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) \times \\ &\times \left[ l_m^2 F \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) \exp\left( 2 \left( \frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m} \right) r_0 \right) - l_{nm}^2 F \left( \frac{2r_0}{l_{nm}} \right) \right] + \\ &+ \frac{3l_m^5 l_n m N_1}{64r_0^2 R^2} \exp\left( -\frac{2R}{l_{nm}} \right) \exp\left( 2 \left( \frac{2}{l_{nm}} - \frac{3}{l_m} \right) r_0 \right) F \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) F_1 \left( \frac{4r_0}{l_m} \right) + \\ &+ \frac{N_1 r_0^2}{R^4} \exp\left( -\frac{4R}{l_{nm}} \right) \exp\left( 4 \left( \frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m} \right) r_0 \right) \left[ l_m^4 F^2 \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) \times \\ &\times \exp\left( 4 \left( \frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m} \right) r_0 \right) - l_{nm}^4 F^2 \left( \frac{2r_0}{l_{nm}} \right) \right] + \frac{3N_2 l_m^2 I_1}{16 \pi r_0 R^4} \exp\left( -\frac{4R}{l_{nm}} \right) \times \\ &\times \exp\left( 6 \left( \frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m} \right) r_0 \right) F \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) \left[ l_m^2 F \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) \exp\left( 2 \left( \frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m} \right) r_0 \right) - \\ &- l_{nm}^2 F \left( \frac{2r_0}{l_{nm}} \right) \right] + \frac{3N_1 l_m^5}{64r_0^2 R^2} \exp\left( -\frac{2R}{l_{nm}} \right) \exp\left( 4 \left( \frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m} \right) r_0 \right) - \\ &\times \left( 1 - \exp\left( -\frac{2r_0}{l_m} \right) \right) F \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) F_1 \left( \frac{4r_0}{l_m} \right) \right\}, \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}^{m(s)} &= -2\frac{a_0^3 M_z}{M_s} \frac{e^2 \hbar \Omega k_F^4}{4\pi} \frac{\hbar^2}{m^2} \frac{\lambda_s^{so}(1-2x_s)}{\sqrt{x_s(1-x_s)}} \left[ \frac{\epsilon_F}{\pi k_F N(\epsilon_F) l_s} \right]^{3/2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^4 N(\epsilon_F) \times \\ &\times \left\{ \frac{3l_m^4}{4r_0^3} \exp\left( -\frac{4r_0}{l_m} \right) F^2 \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) + \frac{3l_m^3 l_{nm}}{8r_0^3} \exp\left( -\frac{2r_0}{l_m} \right) \left( 1 - \exp\left( -\frac{4r_0}{l_m} \right) \right) \right\} \times \\ &\times F \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) + \frac{3N_1 l_m^3}{16r_0^2 R^2} \exp\left( 2 \left( \frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m} \right) r_0 \right) \exp\left( -\frac{2R}{l_{nm}} \right) F \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) \times \end{aligned}$$

$$\times \left(1 - \exp\left(-\frac{4r_0}{l_m}\right)\right) \left[l_m^2 F\left(\frac{2r_0}{l_m}\right) \exp\left(2\left(\frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m}\right)r_0\right) - l_{nm}^2 F\left(\frac{2r_0}{l_{nm}}\right)\right] + \frac{3N_1 l_m^4 l_{nm}}{8r_0^2 R^2} \exp\left(-\frac{2R}{l_{nm}}\right) \exp\left(2\left(\frac{2}{l_{nm}} - \frac{3}{l_m}\right)r_0\right) \times \\ \times \operatorname{sh}^2\left(\frac{2r_0}{l_m}\right) F\left(\frac{2r_0}{l_m}\right) + \frac{3r_0 N_1}{4R^4} \exp\left(-\frac{4R}{l_{nm}}\right) \exp\left(4\left(\frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m}\right)r_0\right) \times \\ \times \left[l_m^4 F^2\left(\frac{2r_0}{l_m}\right) \exp\left(4\left(\frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m}\right)r_0\right) - l_{nm}^4 F^2\left(\frac{2r_0}{l_{nm}}\right)\right] + \\ + \frac{3N_2 l_m^2 I_2}{16\pi r_0 R^4} \exp\left(6\left(\frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m}\right)r_0\right) \exp\left(-\frac{4R}{l_{nm}}\right) F\left(\frac{2r_0}{l_m}\right) \times \\ \times \left[l_m^2 F\left(\frac{2r_0}{l_m}\right) \exp\left(2\left(\frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m}\right)r_0\right) - l_{nm}^2 F\left(\frac{2r_0}{l_{nm}}\right)\right] + \\ + \frac{3N_1 l_m^5}{8r_0^2 R^2} \exp\left(4\left(\frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m}\right)r_0\right) \exp\left(-\frac{2R}{l_{nm}}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{2r_0}{l_m}\right)\right) \times \\ \times \operatorname{sh}^2\left(\frac{2r_0}{l_m}\right) F\left(\frac{2r_0}{l_m}\right)\right\}.$$
(13)

$$\sigma_{xy}^{nm(b)} = -2 \frac{a_0^2 M_z}{M_s} \frac{e^2 \hbar \Omega k_F^4}{4\pi} \frac{\hbar^2}{m^2} \frac{\lambda_m^{so}(1 - 2x_m)}{\sqrt{x_m(1 - x_m)}} \left[ \frac{\epsilon_F}{\pi k_F N(\epsilon_F) l_m} \right]^{3/2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^4 N(\epsilon_F) \times \\ \times \frac{3 l_m^3 l_{nm}^2}{32((R - r_0)^3 - r_0^3)} \exp\left[ 4 \left( \frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m} \right) r_0 \right] F_1 \left( \frac{4r_0}{l_m} \right) \times \\ \times \left[ \exp\left( -\frac{4r_0}{l_{nm}} \right) - \exp\left( -\frac{2R}{l_{nm}} \right) \right],$$
(14)

$$\sigma_{xy}^{nm(s)} = -2\frac{a_0^3 M_z}{M_s} \frac{e^2 \hbar \Omega k_F^4}{4\pi} \frac{\hbar^2}{m^2} \frac{\lambda_s^{so}(1-2x_s)}{\sqrt{x_s(1-x_s)}} \left[ \frac{\epsilon_F}{\pi k_F N(\epsilon_F) l_s} \right]^{3/2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^4 N(\epsilon_F) \times \frac{3l_m^2 l_{nm}^2}{4((R-r_0)^3 - r_0^3)} \exp\left[ 4 \left( \frac{1}{l_{nm}} - \frac{1}{l_m} \right) r_0 \right] \operatorname{sh}^2 \left( \frac{2r_0}{l_m} \right) \times \left[ \exp\left( -\frac{4r_0}{l_{nm}} \right) - \exp\left( -\frac{2R}{l_{nm}} \right) \right],$$
(15)

где

$$I = \int_{0}^{r_0} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{4\rho}{l_m}\right) \right] \rho^{-1} d\rho, \quad I_0 = \int_{r_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{4\rho}{l_m}\right) \rho^{-2} d\rho,$$
$$I_1 = 2\pi \int_{-1}^{1} d(\cos\gamma) \int_{0}^{r_0} \exp\left(-\frac{2\rho \left[\cos((\pi/3) - \gamma) - \cos\gamma\right]}{l_m}\right) \rho^2 d\rho,$$
$$I_2 = 2\pi r_0^2 \int_{-1}^{1} d(\cos\gamma) \exp\left(-\frac{2r_0 \left[\cos((\pi/3) - \gamma) - \cos\gamma\right]}{l_m}\right),$$

$$N_1 = 2c \left(3 \left(\frac{4\pi}{3c}\right)^{2/3} + 1\right), \qquad N_2 = \frac{9c}{2} \left(\frac{4\pi}{3c}\right)^{1/3}$$
$$F(x) \equiv \operatorname{ch} x - \frac{\operatorname{sh} x}{x}, \quad F_1(x) \equiv \operatorname{ch} x - x,$$

 $l_{nm}$ ,  $l_m$  и  $l_s$  — средняя длина свободного пробега электрона соответственно в матрице, гранулах и на поверхности раздела гранул, R — среднее расстояние между гранулами, c — объемная концентрация гранул,  $x_m$  и  $x_s$  — концентрации примесей, а  $\lambda_m^{so}$  и  $\lambda_s^{so}$  константы спин-орбитального взаимодействия соответственно в объеме и на поверхности гранул. Для нахождения результирующей холловской проводимости гранулированного сплава в силу разной проводимости гранул и матрицы необходимо использовать приближение эффективного поля [12]. Тогда искомое выражение примет вид

$$\sigma_{xy} = \left\langle \left\langle \frac{\sigma_{xy}^{i}}{(\sigma^{i} + 2\sigma)^{2}} \right\rangle \right\rangle \left\langle \left\langle (\sigma^{i} + 2\sigma)^{-2} \right\rangle \right\rangle^{-1},$$
(16)

где i = m, nm. В общем случае холловская проводимость  $\sigma_{xy}$  и обычная проводимость могут определяться разными группами электронов, поэтому соответствующие параметры, входящие в выражение для  $\sigma_{xy}^i$ , будем обозначать нижним индексом (d), а в электропроводность  $\sigma^i$  — индексом s. Результаты расчета удобно представлять для холловского сопротивления гранулированного сплава  $\rho_H = 4\pi R_s M_z$ , нормированного на соответствующее значение  $\rho_H^b = 4\pi R_s M_z^b$  для однородного массивного ферромагнитного материала, в котором тип, концентрация и распределение примесей такие же, как в объеме гранул; при этом считается также, что  $M_z = cM_z^b$ 

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Как следует из анализа полученных аналитических выражений (10)–(16), существенное влияние на холловское сопротивление гранулированного сплава оказывают рассеяние на поверхности гранул, классический размерный эффект, величина которого зависит от отношения радиуса гранул  $r_0$  к характерной длине свободного пробега l, и проводимость матрицы.

Тип, концентрация и распределение примесей вблизи поверхности раздела гранул и матрицы определяют соответствующую длину свободного пробега  $l_s$ , величину параметра  $p_s$  спин-зависящего рассеяния на поверхности и холловское сопротивление  $\rho_H^s = 4\pi R_s^s M_z^s$ , которое, по определению, равно холловскому сопротивлению массивного ферромагнетика с таким же типом, концентрацией и распределением примесей, как у поверхностного слоя гранул. Как следует из выражения (13), знак  $\rho_H^s$  в общем случае не совпадает со знаком  $\rho_H^b$ , поэтому при сильном поверхностном рассеянии возможен случай, когда холловское сопротивление гранулированного сплава  $\rho_H$  противоположно по знаку сопротивлению Холла  $\rho_H^b$  исходного ферромагнитного металла или сплава. Такая ситуация и наблюдалась недавно в работе [13] для гранулированных сплавов (Co<sub>70</sub>Fe<sub>30</sub>)<sub>x</sub>Ag<sub>1-x</sub>, что является прямым подтверждением значительной роли поверхностного рассеяния в гранулированных системах. Интересно, что если спин-зависящее поверхностное рассеяние всегда усиливает гигантское магнитосопротивление, то оно



Рис. 2

Рис. 3

Рис. 2. Корреляция между холловским сопротивлением  $\rho_H/\rho_H^b$  и полным сопротивлением  $\rho/\rho^b$ гранулированного сплава вида  $(\rho_H/\rho_H^b) \sim (\rho/\rho^b)^n$ ; c = 0.2,  $p_b = 0.2$ ,  $p_s = 0.52$ ,  $l_{m(s)} = 120$  Å,  $l_{m(d)} = 20$  Å,  $l_{nm} = 200$  Å,  $\rho_H^s/\rho_H^b = 1$ ,  $r_0 = 20$ -80 Å. Показатель степени n зависит от характера рассеяния на поверхности гранул:  $l_s/a_0 = 2$ , n = 3.1 — кривая I;  $l_s/a_0 = 4$ , n = 3.8 — кривая 2;  $l_s/a_0 = 6$ , n = 4.3 — кривая 3

Рис. 3. Зависимость холловского сопротивления  $\rho_H / \rho_H^b$  гранулированного сплава от среднего размера гранул  $r_0$  (c = 0.2,  $p_b = 0$ ,  $p_s = 0$ ,  $l = l_{m(s)} = l_{m(d)} = l_{nm} = l_s/a_0 = 50$  Å,  $\rho_H^s / \rho_H^b = 1$ ): l — соотношение (17); 2 — соотношения (10)–(16)

может как увеличивать (при  $\rho_H^s/\rho_H^b > 0$ ), так и уменьшать (при  $-2 < \rho_H^s/\rho_H^b < 0$ ) холловское сопротивление. Поэтому в общем случае не существует какой либо универсальной для гранулированных сплавов корреляции между  $\rho_H$  и  $\rho$  или гигантского магнитосопротивления. В результате численного расчета нами получено, что для сплавов с гигантским магнитосопротивлением с концентрацией гранул c = 20 % при изменении среднего размера гранул  $r_0$  от 20 до 60 Å выполняется соотношение  $\rho_H \sim \rho^n$ , где величина показателя степени n существенно зависит от характера поверхностного рассеяния (рис. 2). При  $l_s/a_0 = 4$  имеем n = 3.8 и амплитуда гигантского магнитосопротивления, согласно расчету в той же модели и при тех же параметрах, достигает 40 %. Это находится в количественном согласии с данными работы [4] для аномального эффекта Холла и гигантского магнитосопротивления сплавов Со<sub>20</sub>Ag<sub>80</sub>. Степенная зависимость  $\rho_H \sim \rho^n$ со значением n = 3.7 получена нами и ранее для модели Шенга–Леви, но при таких параметрах модели, которые не описывали гигантского магнитосопротивления [14].

Рассмотрим теперь, как влияет на аномальный эффект Холла размер гранул (рис. 3) и можно ли это влияние описать каким-либо простым соотношением. На основе анализа теории размерного эффекта для случая тонких пленок в работе [15] из качественных соображений предложено следующее соотношение для холловского сопротивления сферической гранулы:

$$\rho_H = \rho_H^b + \rho_H^s B(l, r_0) P^s \frac{l}{r_0} \left( 1 + P^s \frac{l}{r_0} \right), \tag{17}$$

где  $P^s$  — параметр отражения от поверхности Фукса–Зондхаймера, а  $B(l, r_0) \approx 0.2$  при  $l/r_0 \leq 1$ . На рис. 3 приведены результаты расчета зависимости холловского сопротивления сплава от размера гранул с использованием соотношения (17) и более после-



Рис. 4. Зависимость холловского сопротивления  $\rho_H/\rho_H^b$  гранулированного сплава при фиксированной длине свободного пробега *s*-состояний от средней длины свободного пробега *d*-состояний (c = 0.2,  $p_b = 0.2$ ,  $p_s = 0.52$ ,  $l_{m(s)} = 150$  Å,  $l_{nm} = 200$  Å,  $l_s/a_0 = 2$ ,  $\rho_H^s/\rho_H^b = 10$ ):  $1 - r_0 = 50$  Å;  $2 - r_0 = 30$  Å;  $3 - r_0 = 10$  Å

Рис. 5. Зависимость холловского сопротивления  $\rho_H/\rho_H^b$  гранулированного сплава от средней длины свободного пробега электрона в немагнитной матрице  $l_{nm}$ . (c = 0.2,  $p_b = 0.2$ ,  $p_s = 0.52$ ,  $l_{m(s)} = 150$  Å,  $l_{m(d)} = 20$  Å,  $l_s/a_0 = 2$ ,  $\rho_H^s/\rho_H^b = 1$ ):  $1 - r_0 = 50$  Å;  $2 - r_0 = 30$  Å;  $3 - r_0 = 10$  Å

довательной теории (10)–(16). Как и следовало ожидать, оба подхода дают одинаковые закономерности, а именно, с уменьшением размера гранул  $r_0$  величина  $\rho_H$  возрастает, причем в большей степени при сильном поверхностном рассеянии. Следует отметить, что в предлагаемой теории учитывается не только размерный эффект, связанный с рассеянием в одной грануле, но и более сложные процессы перехода между двумя и тремя гранулами, которые, конечно, не описываются соотношением (17).

Выше мы считали, что за аномальный эффект Холла ответственны электронные состояния с определенной (направленной, для конкретности, против результирующей намагниченности) спиновой поляризацией, и не делали различия в длинах свободного пробега носителей аномального эффекта Холла,  $l_{(d)}$ , и *s*-подобных состояний,  $l_{(s)}$ , с той же поляризацией спинов. Покажем, что возможное различие между  $l_{(d)}$  и  $l_{(s)}$  не является принципиальным. На рис. 4 представлены результаты расчета зависимости  $\rho_H/\rho_H^b$  от  $l_{(d)}$  при фиксированной длине свободного пробега *s*-состояний  $l_{(s)} = 100$  Å. Видно, что эта зависимость достаточно слабая и монотонная и что даже при малых значениях  $r_0$  и  $l_{(d)} = l_s/10$  холловское сопротивление уменьшается не более чем в два раза. Это связано с тем, что холловская проводимость  $\sigma_{xy}$  слабее, чем обычная проводимость  $\sigma$ , зависит от l, так как  $\sigma_{xy}$  возникает только в высших борновских приближениях по потенциалу рассеяния. Однако ситуация могла бы измениться, если для *d*-состояний на границе раздела гранул и матрицы существовал бы потенциальный барьер (отсутствующий или существенно меньший для *s*-состояний). Это привело бы к значительным изменениям  $\rho_H/\rho_H^b$ , что не наблюдается в эксперименте. К сожалению, так как величина  $\rho_H/\rho_H^b$ сильно зависит от поверхностного рассеяния, а не только от типа носителей, по величине  $\rho_H$  достаточно трудно судить о типе носителей аномального эффекта Холла и о существовании для них потенциальных барьеров в гранулированных системах.

Теперь рассмотрим, как влияет проводимость матрицы на  $\rho_H/\rho_H^b$ . При уменьше-

нии длины свободного пробега  $l_{nm}$  в матрице (рис. 5) холловское сопротивление может возрастать более чем на два порядка величины, причем эффект наиболее выражен в случае малых гранул ( $r_0 = 10$  Å). Эти закономерности находятся в соответствии с экспериментальными данными для гигантского аномального эффекта Холла в гранулированных системах (NiFe)SiO<sub>2</sub> [4, 5] и Fe(SiO<sub>2</sub>) [16] вблизи порога перколяции. Столь большой эффект возникает за счет того, что в случае высокорезистивной матрицы за счет шунтирования электрон проходит в основном по гранулам, где, многократно сталкиваясь с поверхностью гранул в условиях размерного эффекта, многократно усиливает асимметрию своего движения. Очевидно, что наряду с этим будут играть роль структура перколяционного кластера и характер контакта между гранулами, которые здесь не учитываются, но могут привести к дополнительному усилению аномального эффекта Холла.

Предложенная квантовостатистическая модель позволяет дать объяснение многочисленным наблюдаемым закономерностям аномального эффекта Холла в гранулированных сплавах. Все предыдущие попытки [12, 14, 17] основывались на концепции самоусреднения и носили исключительно качественный характер. Стоит отметить, что описанная выше модель содержит ряд параметров. Такие параметры как концентрация и размер гранул, концентрация примесей легко определяются экспериментально. Характерные длины свободного пробега электрона также надежно определяются из экспериментальных данных по сопротивлению и анизотропному магнитосопротивлению [8, 9, 11, 14], а параметры спин-орбитального взаимодействия согласно расчетам аномального эффекта Холла для кристаллических ферромагнетиков [11] весьма близки к спектроскопическим данным для спин-орбитального взаимодействия изолированных атомов.

В заключении кратко остановимся на вопросе, который уже 40 лет дискутируется в теории аномального эффекта Холла, а именно, о доминирующем механизме этого эффекта. Несмотря на то, что в литературе уже неоднократно отмечалось, что механизм бокового смещения (side-jump) не позволяет объяснить многие данные для неупорядоченных кристаллических [11] и аморфных [18, 19] сплавов и что ни при каких условиях его роль не может превышать роль асимметричного рассеяния [11], ряд авторов продолжают считать его основным (см., например, [20]). В настоящей работе предложена теория аномального эффекта Холла, объясняющая экспериментальные данные, полученные для гранулированных сплавов, учитывающая только механизм асимметричного рассеяния, что является дополнительным подтверждением его основной роли.

Данная работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-681а), INTAS (грант № 93-0718) и NATO (грант HTECH.LG 951527).

# Литература

- 1. Y. I. Gittleman, Y. Goldstein, and S. Bozovski, Phys. Rev. B. 5, 3609 (1972).
- 2. A. Milner, A. Gerber, B. Groisman et al., Phys. Rev. Lett. 76, 475 (1996).
- 3. H. Sato, H. Henmi, Y. Kobayashi et al., J. Appl. Phys. 76, 6919 (1994).
- 4. P. Xiong, G. Xiao, Q. Wang et al., Phys. Rev. Lett. 69, 3220 (1992).
- 5. A. B. Pakhomov, X. Yan, and Y. Xu, J. Appl. Phys. 79, 6140 (1996).

- 6. X. N. Jing, N. Wang, and A. B. Pakhomov, Phys. Rev. B. 53, 1 (1996).
- 7. A. E. Berkowitz, J. R. Mitchell, M. R. Caro et al., Phys. Rev. Lett. 68, 3745 (1992).
- 8. S. Zhang and P. M. Levy, J. Appl. Phys. 73, 5315 (1993).
- 9. A. Vedyayev, B. Mevel, N. Ryzhanova et al., J. Magn. Magn. Mat. 136, 91 (1996).
- 10. С. В. Вонсовский, Магнетизм, Наука, Москва (1971).
- 11. А. В. Ведяев, А. Б. Грановский, О. А. Котельникова, Кинетические явления в неупорядоченных ферромагнитных сплавах, Изд-во МГУ, Москва (1992), с. 153.
- 12. A. Granovsky, A. Vedyayev, and F. Brouers, J. Magn. Magn. Mat. 136, 229 (1994).
- 13. M. V. Prudnikova, A. B. Granovsky, and V. N. Prudnikiov, in *Proceedings of the Russian-Japanese Joint* Seminar «The Physics and Modeling of Intelligent Materials and their Applications» (PMIMA), Moscow (1996), p. 85.
- 14. A. Granovsky, F. Brouers, A. Kalitsov, and M. Chshiev, J. Magn. Magn. Mat. 166, 193 (1997).
- 15. F. Brouers, A. Granovsky, A. Sarychev, and A.Kalitsov, submitted to Physica A (1997).
- 16. B. Zhao and X. Yan, in Abstracts of the 41st Annual Conference on Magnetism and Magnetic Materials, Atlanta, Georgia (1996).
- 17. А. Б. Грановский, А. В. Калицов, Ф. Брауэрс, Письма в ЖЭТФ 65, 481 (1997).
- 18. А. В. Ведяев, А. Б. Грановский, Физика металлов и металловедение 58, 1084 (1984).
- 19. M. Prudnikova, A. Granovsky, and V. Prudnikov, J. Magn. Magn. Mat. 166, 201 (1997).
- 20. S. Zhang, Phys. Rev. B. 51, 3632 (1995).