ЖЭТФ, 1997, том 112, вып. 6(12), стр. 2124–2133 ©1997

РАЗЛОЖЕНИЕ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ И НАКЛОН ВЕРХНЕГО КРИТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ С АНИЗОТРОПНЫМ РАССЕЯНИЕМ НА НОРМАЛЬНЫХ ПРИМЕСЯХ

*А. И. Посаженникова, М. В. Садовский**

Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук
620049, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 16 мая 1997 г.

Построено разложение Гинзбурга–Ландау для сверхпроводников с анизотропным s- и d-спариванием при наличии анизотропии рассеяния на нормальных примесях, повышающей устойчивость d-спаривания к разупорядочению. Показано, что наклон кривой верхнего критического поля $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ в сверхпроводниках с d-спариванием ведет себя нелинейным образом с ростом беспорядка — при малой анизотропии рассеяния он быстро убывает с ростом концентрации примесей, но по мере ее роста он начинает нелинейно возрастать, достигает максимума, а потом снова быстро уменьшается, обращаясь в нуль при критической концентрации примесей. В сверхпроводниках с анизотропным s-спариванием $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ всегда растет, выходя на известную асимптотику, характерную для изотропного случая, независимо от наличия анизотропии рассеяния на примесях.

1. ВВЕДЕНИЕ

Определение типа куперовского спаривания продолжает оставаться в центре внимания исследователей высокотемпературной сверхпроводимости. Большинство экспериментов и целый ряд теоретических моделей [1] указывают на реализацию в большинстве ВТСП-оксидов анизотропного спаривания $d_{x^2-y^2}$-типа с нулями функции щели на поверхности Ферми. Предлагались и другие варианты анизотропного спаривания, в частности, так называемое анизотропное s-спаривание [2, 3], также приводящее к существованию нулей функции щели (но без смены знака параметра порядка) или к минимумам функции щели на поверхности Ферми в тех же направлениях в зоне Бриллюэна, что и в случае d-спаривания (на что есть также ряд экспериментальных указаний). В работах [4, 5] было отмечено, что контролируемое введение нормальных примесей (разупорядочение) может служить эффективным методом экспериментального различения упомянутых выше типов анизотропного спаривания, приводя к принципиально различному поведению плотности состояний в этих типах сверхпроводников. В предыдущей работе авторов [6] было показано, что измерения эволюции наклона кривой верхнего критического поля $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ с разупорядочением может, в принципе, использоваться в тех же целях — в сверхпроводниках с d-спариванием величина этого наклона должна быстро уменьшаться с ростом степени разупорядочения, тогда как в случае анизотропного s-спаривания наклон поля увеличивается с ростом степени разупорядочения, аналогично изотропному случаю.

*E-mail: sadovski@ief.intec.ru

В недавней работе [7] была рассмотрена интересная модель с анизотропным примесным рассеянием. Оказалось, что в случае достаточно сильной анизотропии рассеяния «d-типа» происходит заметное подавление эффекта разрушения куперовских пар d-типа за счет рассеяния на нормальных примесях, описываемого в изотропном случае известной зависимостью Абрикосова–Горькова для случая магнитных примесей в изотропном сверхпроводнике [4–6]. Таким образом, учет анизотропии примесного рассеяния позволяет, по крайней мере в принципе, снять одну из основных проблем физики ВТСП — противоречие между явными указаниями на реализацию в них спаривания d-типа и их относительной устойчивостью к разупорядочению [8]. Это объяснение необычной устойчивости ВТСП-купратов к разупорядочению в случае, если в них действительно имеет место спаривание d-типа, не является единственно возможным (см. например, объяснение, предложенное нами в работе [9]), однако простота модели [7] является достаточно привлекательной и стимулирует расчеты других характеристик сверхпроводников с «экзотическими» типами спаривания с учетом возможной роли анизотропии рассеяния на нормальных примесях. Данная работа представляет собой непосредственное обобщение нашей предыдущей работы [6] на этот случай. Как будет показано, учет анизотропии примесного рассеяния приводит (в случае d-спаривания) к довольно ярким аномалиям в поведении наклона кривой верхнего критического поля в зависимости от степени беспорядка (концентрации примесей). Так же, как и в работе [6], наше рассмотрение будет основываться на микроскопическом выводе разложения Гинзбурга–Ландау в примесной системе.

2. РАЗЛОЖЕНИЕ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

Рассмотрим двумерную электронную систему с изотропной поверхностью Ферми и сепарабельным потенциалом куперовского спаривания вида [4, 5]

$$V(\mathbf{p},\mathbf{p}') \equiv V(\phi,\phi') = -Ve(\phi)e(\phi'), \tag{1}$$

где ϕ — полярный угол, определяющий направление электронного импульса $\mathbf{p}$ в хорошо проводящей плоскости, а для $e(\phi)$ принимается простейшая модельная зависимость:

$$e(\phi) = \begin{cases} \sqrt{2}\cos(2\phi) & (d\text{-спаривание}), \\ \sqrt{2}|\cos(2\phi)| & (\text{анизотропное} \quad s\text{-спаривание}). \end{cases} \tag{2}$$

Константу притяжения V считаем, как обычно, отличной от нуля в некотором слое шириной $2\omega_c$ в окрестности уровня Ферми (ω_c — характерная частота квантов, обеспечивающих притяжение электронов). В этом случае сверхпроводящая щель (параметр порядка) имеет вид

$$\Delta(\mathbf{p}) \equiv \Delta(\phi) = \Delta e(\phi), \tag{3}$$

причем положения нулей функции щели на поверхности Ферми для s- и d-случаев просто совпадают.

Рассмотрим сверхпроводник, содержащий «нормальные» (немагнитные) примеси, хаотично распределенные в пространстве с концентрацией ρ. Следуя работе [7], предположим, что квадрат амплитуды примесного рассеяния представляется в следующем виде:

$$|V_{imp}(\mathbf{p},\mathbf{p}')|^2 \equiv |V_{imp}(\phi,\phi')|^2 = |V_0|^2 + |V_1|^2 f(\phi) f(\phi'), \tag{4}$$

где V_0 — амплитуда изотропного точечного рассеяния, V_1 — амплитуда анизотропного рассеяния, а модельная функция $f(\phi)$ (зависящая от того же полярного угла, определяющего направление электронного импульса) определяет характер анизотропии рассеяния на примеси. Полагаем, что рассеяние является «в основном» изотропным, и вводим следующие ограничения [7]:

$$|V_1|^2 \le |V_0|^2; \quad \langle f\rangle = 0; \quad \langle f^2\rangle = 1, \tag{5}$$

где угловые скобки обозначают усреднение по направлениям импульса на поверхности Ферми (углу ϕ). Соответственно, второе слагаемое в (4) описывает отклонения от изотропного рассеяния.

Нормальная и аномальная функции Грина в таком сверхпроводнике имеют вид [10]

$$G(\omega,\mathbf{p}) = -\frac{i\tilde{\omega} + \xi_{\mathbf{p}}}{\tilde{\omega}^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\tilde{\Delta}(\mathbf{p})|^2}, \qquad F(\omega,\mathbf{p}) = \frac{\tilde{\Delta}^*(\mathbf{p})}{\tilde{\omega}^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\tilde{\Delta}(\mathbf{p})|^2}, \tag{6}$$

где $\omega = (2n+1)\pi T$, ξ — энергия электрона, отсчитанная от уровня Ферми,

$$\tilde{\omega}(\mathbf{p}) = \omega + i\rho \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^2} |V_{imp}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')|^2 G(\omega,\mathbf{p}'), \qquad \tilde{\Delta}(\mathbf{p}) = \Delta(\mathbf{p}) + \rho \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^2} |V_{imp}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')|^2 F(\omega,\mathbf{p}'). \tag{7}$$

Для определения критической температуры перехода T_c в уравнениях (7) можно ограничиться линейным по Δ приближением:

$$\tilde{\omega} = \omega + i\rho \frac{N(0)}{2\pi} \int d\xi \int_0^{2\pi} d\phi \left\{|V_0|^2 + |V_1|^2 f(\phi) f(\phi')\right\} \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}^2 + \xi^2}, \qquad \tilde{\Delta} = \Delta + \rho \frac{N(0)}{2\pi} \int d\xi \int_0^{2\pi} d\phi \left\{|V_0|^2 + |V_1|^2 f(\phi) f(\phi')\right\} \frac{\tilde{\Delta}}{\tilde{\omega}^2 + \xi^2}. \tag{8}$$

Линеаризованное уравнение для функции щели, определяющее температуру перехода T_c, имеет вид

$$\Delta(\mathbf{p}) = -T_c \sum_{\omega} \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^2} V(\mathbf{p},\mathbf{p}') \frac{\tilde{\Delta}(\mathbf{p}')}{\tilde{\omega}^2 + \xi_{\mathbf{p}}'^2}. \tag{9}$$

Из уравнения (9) и уравнений перенормировки (8) стандартными методами получаем уравнение для температуры перехода T_c в общем виде:

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = \left(\langle e\rangle^2 + \langle ef\rangle^2 - 1\right)\left[\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\gamma_0}{2\pi T_c}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2}\right)\right] + \langle ef\rangle^2 \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\gamma_0}{2\pi T_c}\left(1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_0}\right)\right)\right], \tag{10}$$

где T_{c0} — температура перехода в отсутствие примесей, $\Psi(x)$ — логарифмическая производная Г-функции, $\gamma_0 = \pi\rho V_0^2 N(0)$ и $\gamma_1 = \pi\rho V_1^2 N(0)$ — соответственно изотропная и анизотропная частоты рассеяния, $\langle ef\rangle^2$ определяет «перекрытие» функций $e(\mathbf{p})$ и $f(\mathbf{p})$.

Для простоты выберем функцию $f(\mathbf{p})$ в виде, аналогичном (2):

$$f(\mathbf{p}) \equiv f(\phi) = \sqrt{2}\cos(2\phi), \tag{11}$$

что обеспечивает максимальное «перекрытие» для d-случая. Более общее рассмотрение можно найти в [7]. Теперь уравнения перенормировки (8) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \tilde\omega &= \omega + i\frac{\gamma_0}{\pi}\int d\xi\frac{\tilde\omega}{\tilde\omega^2+\xi^2} + i\frac{\gamma_1}{\pi^2}\cos(2\phi)\int d\xi\int d\phi'\cos(2\phi')\frac{\tilde\omega}{\tilde\omega^2+\xi^2}, \\ \tilde\Delta &= \Delta + i\frac{\gamma_0}{\pi}\int d\xi\frac{\tilde\Delta}{\tilde\omega^2+\xi^2} + i\frac{\gamma_1}{\pi^2}\cos(2\phi)\int d\xi\int d\phi'\cos(2\phi')\frac{\tilde\Delta}{\tilde\omega^2+\xi^2}. \end{aligned} \tag{12}$$

Отсюда получаем известное выражение для перенормированной частоты в обоих интересующих нас случаях:

$$\tilde\omega = \omega + \gamma_0\,\mathrm{sign}\,\omega. \tag{13}$$

В случае d-спаривания симметрия функции щели в присутствии примесей не изменяется:

$$\tilde\Delta = \Delta\frac{|\tilde\omega|}{|\tilde\omega| - \gamma_1}. \tag{14}$$

В случае s-спаривания щель перенормируется на не зависящую от угла ϕ и частоты γ_1 константу:

$$\tilde\Delta = \Delta + \Delta_0\frac{2\sqrt{2}\gamma_0}{\pi|\omega|}. \tag{15}$$

В результате уравнение для T_c в сверхпроводнике со спариванием d-типа приобретает вид

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \left(1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_0}\right)\frac{\gamma_0}{2\pi T_c}\right). \tag{16}$$

Для сверхпроводника с анизотропным спариванием s-типа

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = \left(1 - \frac{8}{\pi^2}\right)\left[\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\gamma_0}{2\pi T_c}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2}\right)\right]. \tag{17}$$

Заметим, что в уравнении (17) зависимость от анизотропной частоты рассеяния просто выпадает.

Соответствующие зависимости $T_c(\gamma_0/T_{c0})$ приведены на рис. 1, для случая d-спаривания при разных значениях отношения γ_1/γ_0. В случае сверхпроводника s-типа температура перехода T_c слабо подавляется с ростом γ_0/T_{c0}. В случае сверхпроводника d-типа при малых γ_1 подавление T_c происходит очень быстро, однако с ростом величины γ_1/γ_0 критическое значение γ_{0c}/T_{c0}, при котором исчезает сверхпроводимость, быстро увеличивается.

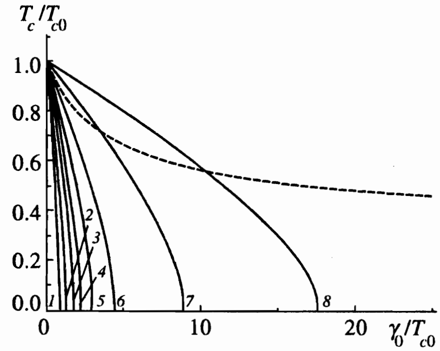

Рис. 1. Зависимость температуры перехода T_c от параметра беспорядка γ_0/T_{c0}. Штриховая линия — зависимость для случая s-спаривания, сплошные линии — для случая анизотропного d-спаривания для ряда значений параметра γ_1/γ_0: *1* — $\gamma_1/\gamma_0 = 0.0$, *2* — 0.3, *3* — 0.5, *4* — 0.6, *5* — 0.7, *6* — 0.8, *7* — 0.9, *8* — 0.95

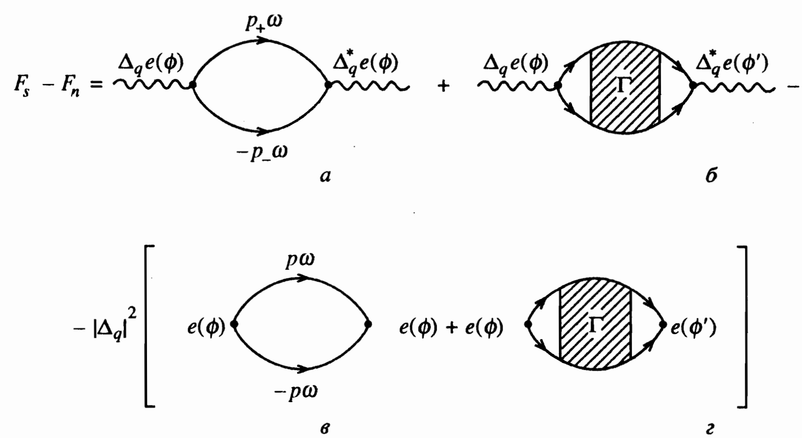

Рис. 2. Графическое представление разложения Гинзбурга–Ландау. Электронные линии «одеты» примесным рассеянием; Г — вершинная часть примесного рассеяния, вычисляемая в лестничном приближении. Диаграммы *в* и *г* вычисляются при $q = 0$ и $T = T_c$, $p_\pm = p \pm q/2$

В качестве параметра порядка, по которому ведется разложение свободной энергии, выбираем, как обычно, щелевую функцию. При этом полагаем, что амплитуда $\Delta(T)$ является медленной функцией пространственных координат. В импульсном пространстве возникает фурье-компонента параметра порядка:

$$\Delta(\phi, q) = \Delta_q(T) e(\phi). \tag{18}$$

Разложение Гинзбурга–Ландау для разности свободных энергий сверхпроводящего и нормального состояний с интересующей нас точностью до членов, квадратичных по Δ в области малых q имеет вид

$$F_s - F_n = A|\Delta_q|^2 + q^2 C|\Delta_q|^2 \tag{19}$$

и определяется графиками петлевого разложения для свободной энергии электронов в поле флуктуаций параметра порядка с малым волновым вектором $\mathbf{q}$, показанными на рис. 2. Вычитание диаграмм *в* и *г* обеспечивает обращение в нуль коэффициента A

в точке перехода $T = T_c$. Подробности вычислений вершинной части $\Gamma_{pp'}$ и коэффициентов Гинзбурга–Ландау для d-сверхпроводника приведены соответственно в Приложениях А и Б. Следует заметить, что для сверхпроводников d-типа «диффузионная» перенормировка за счет графиков типа рис. 2*б, г* равна нулю с точностью до членов, квадратичных по q, если не учитывать анизотропии примесного рассеяния. В случае s-сверхпроводника вычисления проводятся аналогичным образом, зависимость от анизотропной компоненты рассеяния в этом случае отсутствует.

В итоге коэффициенты Гинзбурга–Ландау представляются в виде

$$A = A_0 K_A, \qquad C = C_0 K_C, \tag{20}$$

где через A_0 и C_0 обозначены обычные выражения для случая изотропного s-спаривания [11]:

$$A_0 = N(0)\frac{T-T_c}{T_c}, \qquad C_0 = N(0)\frac{7\zeta(3)}{48\pi^2}\frac{v_F^2}{T_c^2}, \tag{21}$$

где $v_F, N(0)$ — соответственно скорость электронов и плотность состояний на поверхности Ферми, а все особенности рассматриваемых моделей содержатся в безразмерных коэффициентах K_A и K_C. В отсутствие примесей в обеих моделях имеем $K_A^0 = 1$, $K_C^0 = 3/2$. В системе с примесями получаем

(А) d-спаривание:

$$K_A = \frac{\gamma_0}{4\pi T_c}\int\limits_{-\omega_c}^{\omega_c}\frac{d\xi}{\xi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\omega\frac{\omega+\xi}{(\omega^2+\gamma_0^2)\,\mathrm{ch}^2\left(\dfrac{\omega+\xi}{2T_c}\right)} + \tag{22}$$

$$\frac{\gamma_1(2\gamma_0+\gamma_1)}{4T_c}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\omega\frac{\omega^2}{(\omega^2+\gamma_0^2)(\omega^2+(\gamma_0-\gamma_1)^2))\,\mathrm{ch}^2\left(\dfrac{\omega}{2T_c}\right)},$$

$$K_C = \frac{3\pi T_c}{7\zeta(3)\gamma_1}\left\{\frac{2\pi T_c}{\gamma_1}\left[\Psi\left(\frac{1}{2}+\frac{\gamma_0-\gamma_1}{2\pi T_c}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2}+\frac{\gamma_0}{2\pi T_c}\right)\right] + \Psi'\left(\frac{1}{2}+\frac{\gamma_0-\gamma_1}{2\pi T_c}\right)\right\}; \tag{23}$$

(Б) анизотропное s-спаривание:

$$K_A = \frac{\gamma_0}{\pi T_c}\times$$

$$\times\left\{\frac{1}{4}\int\limits_{-\omega_c}^{\omega_c}\frac{d\xi}{\xi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\omega\frac{\omega+\xi}{(\omega^2+\gamma_0^2)\,\mathrm{ch}^2\left(\dfrac{\omega+\xi}{2T_c}\right)} + \frac{2\gamma_0}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\omega\frac{1}{(\omega^2+\gamma_0^2)\,\mathrm{ch}^2\left(\dfrac{\omega}{2T_c}\right)}\right\}, \tag{24}$$

$$K_C = -\frac{3(\pi^2-8)}{28\pi^2\zeta(3)}\Psi''\left(\frac{1}{2}+\frac{\gamma_0}{2\pi T_c}\right) + \frac{24\pi^2}{7\zeta(3)\gamma_0^2}\frac{T_c^2}{(\pi^2-8)\gamma^2}\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) + \frac{6\pi}{7\zeta(3)}\frac{T_c}{\gamma_0}. \tag{25}$$

Результаты численных расчетов безразмерных коэффициентов в зависимости от параметра γ_0/T_{c0} в случае d-спаривания при разных значениях отношения γ_1/γ_0 приведены на рис. 3, 4.

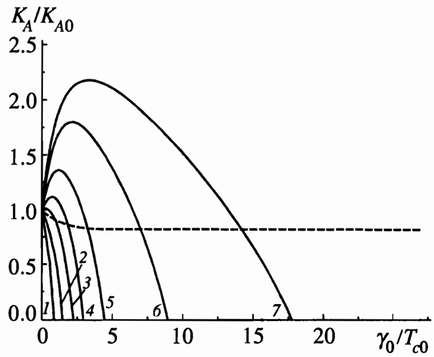

Рис. 3

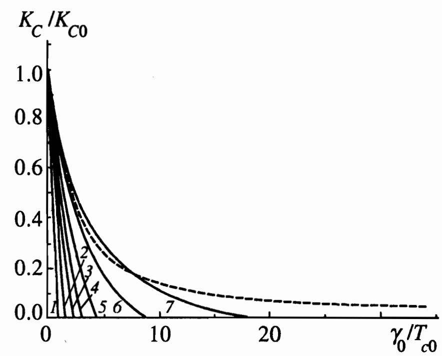

Рис. 4

Рис. 3. Зависимость безразмерного коэффициента K_A/K_{A0} от параметра беспорядка γ_0/T_{c0}. Штриховая линия — зависимость для случая s-спаривания, сплошные линии — для случая анизотропного d-спаривания для ряда значений параметра γ_1/γ_0: *1* — $\gamma_1/\gamma_0 = 0.0$, *2* — 0.4, *3* — 0.6, *4* — 0.7, *5* — 0.8, *6* — 0.9, *7* — 0.95

Рис. 4. Зависимость безразмерного коэффициента K_C/K_{C0} от параметра беспорядка γ_0/T_{c0}. Штриховая линия — зависимость для случая s-спаривания, сплошные линии — для случая анизотропного d-спаривания для ряда значений параметра γ_1/γ_0: *1* — $\gamma_1/\gamma_0 = 0.0$, *2* — 0.4, *3* — 0.6, *4* — 0.7, *5* — 0.8, *6* — 0.9, *7* — 0.95

3. ВЕРХНЕЕ КРИТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Поведение коэффициентов Гинзбурга–Ландау A и C, как известно [11], определяет температурную зависимость верхнего критического магнитного поля вблизи T_c:

$$H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2(T)} = -\frac{\phi_0}{2\pi}\frac{A}{C}, \tag{26}$$

где $\phi_0 = c\pi/e$ — квант магнитного потока, $\xi(T)$ — зависящая от температуры длина когерентности. Отсюда легко найти наклон кривой температурной зависимости $H_{c2}(T)$ вблизи T_c, т. е. производную поля по температуре:

$$\left|\frac{dH_{c2}}{dT}\right|_{T_c} = \frac{24\pi\phi_0}{7\zeta(3)v_F^2}T_c\frac{K_A}{K_C}. \tag{27}$$

Для сверхпроводника s-типа наклон кривой верхнего критического поля не зависит от анизотропного рассеяния. На рис. 5 приведены зависимости безразмерного параметра $h = |dH_{c2}/dT|_{T_c}/|dH_{c2}/dT|_{T_{c0}}$ от степени разупорядочения γ_0/T_{c0} в случае d-спаривания при разных значениях отношения γ_1/γ_0. В случае анизотропного s-спаривания наклон кривой верхнего критического поля как всегда [6] увеличивается с ростом разупорядочения и в пределе сильного рассеяния, $\gamma_0 \gg T_c$, зависимость h от γ_0 становится линейной и наклон определяется известным соотношением Горькова [12]:

$$\frac{\sigma}{N(0)}\left|\frac{dH_{c2}}{dT}\right|_{T_c} = \frac{8e^2}{\pi^2}\phi_0, \tag{28}$$

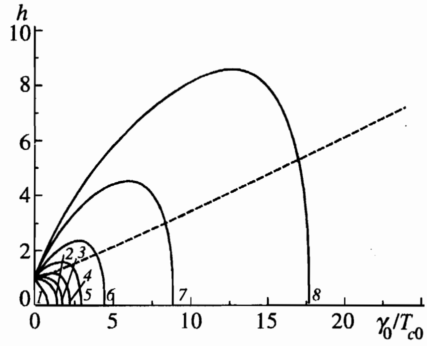

Рис. 5. Зависимость нормированного наклона кривой верхнего критического поля $h = |dH_{c2}/dT|_{T_c} / |dH_{c2}/dT|_{T_{c0}}$ от параметра беспорядка γ_0/T_{c0}. Штриховая линия — зависимость для случая s-спаривания, сплошные линии — для случая анизотропного d-спаривания для ряда значений параметра γ_1/γ_0: *1* — $\gamma_1/\gamma_0 = 0.0$, *2* — 0.4, *3* — 0.5, *4* — 0.6, *5* — 0.7, *6* — 0.8, *7* — 0.9, *8* — 0.95

где $\sigma = N(0)e^2v_F^2/3\gamma_0$ — проводимость электронов в нормальной фазе с характерным для обычных «грязных» сверхпроводников изотропным s-спариванием. Поэтому сильное разупорядочение подавляет анизотропию щели, и мы переходим к обычному пределу «грязного» сверхпроводника.

В случае d-спаривания наклон кривой для поля H_{c2} при малых значениях отношения γ_1/γ_0 быстро уменьшается до нуля на масштабе $\gamma_0 \sim T_{c0}$. На интервале $0.5 \leq \gamma_1/\gamma_0 \leq 0.6$ поведение наклона меняется принципиальным образом: h начинает плавно, но нелинейно расти с ростом γ_0/T_{c0}, проходит через максимум, а затем резко уменьшается. Протяженность участка, где наклон растет, быстро увеличивается по мере стремления γ_1 к γ_0. Представляется, что столь сильные аномалии зависимости наклона кривой верхнего критического поля от степени разупорядочения могут быть использованы для определения типа спаривания и возможной роли анизотропного рассеяния в необычных сверхпроводниках. К сожалению, в случае ВТСП-систем положение осложняется известной нелинейностью зависимости H_{c2} от температуры, которая наблюдается в достаточно широкой области температур, начиная с T_c, а также некоторой неопределенностью в экспериментальных методах определения H_{c2}.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-02-16065), а также в рамках государственной программы «Статистическая физика» (проект IX.1) и государственной программы по ВТСП Министерства науки России (проект 96-051).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Вычисление вершинной части $\Gamma_{\mathbf{pp}'}$ в лестничном приближении

Уравнение Бете–Солпитера для вершинной части имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{pp}'} = U(\mathbf{p},\mathbf{p}') + \sum_{\mathbf{p}''} U(\mathbf{p},\mathbf{p}'')G^R(\mathbf{p}'')G^A(\mathbf{p}'')\Gamma_{\mathbf{p}''\mathbf{p}'}, \tag{A.1}$$

где $U(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ — неприводимая вершинная часть. Рассмотрим $U(\mathbf{p},\mathbf{p}')$ в виде («лестничное» приближение)

$$U(\mathbf{p},\mathbf{p}') = \rho V_0^2 + \rho V_1^2 f(\mathbf{p})f(\mathbf{p}'). \tag{A.2}$$

Тогда уравнение (А.1) можно представить в виде

$$\Gamma_{\mathbf{pp}'} = \rho V_0^2 + \rho V_1^2 f(\mathbf{p}) f(\mathbf{p}') + \rho V_0^2 \Psi(\mathbf{p}') + \rho V_1^2 f(\mathbf{p}) \Phi(\mathbf{p}'), \tag{А.3}$$

где

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{p}') &= \sum_{\mathbf{p}''} G^R(\mathbf{p}'') G^A(\mathbf{p}'') \Gamma_{\mathbf{p}''\mathbf{p}'}, \\ \Phi(\mathbf{p}') &= \sum_{\mathbf{p}''} f(\mathbf{p}'') G^R(\mathbf{p}'') G^A(\mathbf{p}'') \Gamma_{\mathbf{p}''\mathbf{p}'}. \end{aligned} \tag{А.4}$$

Из уравнения (А.3) можно получить самосогласованную систему уравнений для функций $\Psi(\mathbf{p}')$ и $\Phi(\mathbf{p}')$:

$$\begin{cases} \Psi(\mathbf{p}') = \rho V_0^2 I_1 + \rho V_1^2 f(\mathbf{p}') I_2 + \rho V_0^2 I_1 \Psi(\mathbf{p}') + \rho V_1^2 I_2 \Phi(\mathbf{p}'), \\ \Phi(\mathbf{p}') = \rho V_0^2 I_2 + \rho V_1^2 f(\mathbf{p}') I_3 + \rho V_0^2 I_2 \Psi(\mathbf{p}') + \rho V_1^2 I_3 \Phi(\mathbf{p}'), \end{cases} \tag{А.5}$$

где

$$\begin{aligned} I_1 &= \sum_{\mathbf{p}} G^R(\mathbf{p}) G^A(\mathbf{p}), \\ I_2 &= \sum_{\mathbf{p}} f(\mathbf{p}) G^R(\mathbf{p}) G^A(\mathbf{p}), \\ I_3 &= \sum_{\mathbf{p}} f^2(\mathbf{p}) G^R(\mathbf{p}) G^A(\mathbf{p}). \end{aligned} \tag{А.6}$$

Решая систему (А.5), найдем выражения для функций $\Psi(\mathbf{p}')$ и $\Phi(\mathbf{p}')$, а следовательно, и для вершинной части:

$$\Gamma_{\mathbf{pp}'} = \frac{\rho V_0^2 (1 - \rho V_1^2 I_3 + \rho V_1^2 f(\mathbf{p}') I_2) + \rho V_1^2 (f(\mathbf{p}) f(\mathbf{p}')(1 - \rho V_0^2 I_1) + \rho V_0^2 f(\mathbf{p}) I_2)}{(1 - \rho V_0^2 I_1)(1 - \rho V_1^2 I_3) - \rho V_0^2 \rho V_1^2 I_2^2}. \tag{А.7}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Коэффициенты Гинзбурга–Ландау

Диаграмме *а* рис. 2 соответствует выражение

$$\begin{aligned} &-\frac{T}{(2\pi)^2} \Delta_q^2 \sum_\omega \int d\mathbf{p}\, 2\cos^2(2\phi) G_\omega(\mathbf{p}_+) G_{-\omega}(\mathbf{p}_-) = \\ &= -\Delta_q^2 T N(0) \sum_\omega \int \frac{d\xi}{\tilde{\omega}^2 + \xi^2} + \Delta_q^2 q^2 \frac{N(0)\pi v_F^2 T_c}{8} \sum_\omega \frac{1}{|\tilde{\omega}|^3}. \end{aligned} \tag{Б.1}$$

Диаграмме *в* рис. 2 соответствует выражение

$$-\frac{T}{(2\pi)^2} \Delta_q^2 \sum_\omega \int d\mathbf{p}\, 2\cos^2(2\phi) G_\omega(\mathbf{p}) G_{-\omega}(\mathbf{p}) = -\Delta_q^2 T_c N(0) \sum_\omega \int \frac{d\xi}{\tilde{\omega}^2 + \xi^2}. \tag{Б.2}$$

Диаграмма с «диффузоном» (рис. 2*б*) дает

$$-T\sum_{\omega}\sum_{\mathbf{pp}'}\sqrt{2}\cos(2\phi)G^R(\mathbf{p}_+)G^A(\mathbf{p}_-)\Gamma_{\mathbf{pp}'}\sqrt{2}\cos(2\phi')G^R(\mathbf{p}'_+)G^A(\mathbf{p}'_-). \tag{Б.3}$$

С учетом (А.6) и (А.7) это выражение преобразуется к виду

$$-TN(0)\pi\gamma_1\sum_{\omega}\left[\frac{1}{|\tilde{\omega}|(|\tilde{\omega}|-\gamma_1)}-\frac{v_F^2(2|\tilde{\omega}|-\gamma_1)q^2}{8|\tilde{\omega}|^3(|\tilde{\omega}|-\gamma_1)^2}\right]. \tag{Б.4}$$

Заметим, что в случае отсутствия анизотропной компоненты рассеяния для сверхпроводников d-типа «диффузионная» перенормировка за счет графиков типа изображенных на рис. 2*в* равна нулю с точностью до членов квадратичных по q.

Аналогично получается выражение, соответствующее диаграмме *г*:

$$-TN(0)\pi\gamma_1\sum_{\omega}\frac{1}{|\tilde{\omega}|(|\tilde{\omega}|-\gamma_1)}. \tag{Б.5}$$

Выписав выражение для F_s-F_n и выделив коэффициенты при q в нулевой степени и q^2, можно получить выражения для соответствующих коэффициентов Гинзбурга–Ландау.

Литература

1. D. Pines, Physica C **235–240**, 113 (1994).
2. S. Chakravarty, A. Subdø, P. W. Anderson, and S. Strong, Science **261**, 337 (1993).
3. A. I. Liechtenstein, I. I. Mazin, and O. K. Andersen, Phys. Rev. Lett. **74**, 2303 (1995).
4. L. S. Borkovski and P. J. Hirschfeld, Phys. Rev. B **49**, 15404 (1994).
5. R. Fehrenbacher and M. R. Norman, Phys. Rev. B **50**, 3495 (1994).
6. А. И. Посаженникова, М. В. Садовский, Письма ЖЭТФ **63**, 347 (1996).
7. G. Haran and A. D. S. Nagi, Phys. Rev. **54**, 15463 (1996).
8. М. В. Садовский, СФХТ **8**, 337 (1995); submitted to Phys. Rep. (1997).
9. М. В. Садовский, А. И. Посаженникова, Письма ЖЭТФ **65**, 258 (1997).
10. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1963).
11. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).
12. Л. П. Горьков, ЖЭТФ **37**, 1407 (1959).