ЖЭТФ, 1997, том 112, вып. 6(12), стр. 1959–1965

О ДИФРАКЦИОННОМ МЕХАНИЗМЕ ФОТООБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННЫХ ПАР

А. И. Ахиезер, Н. П. Меренков

Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»*
310108, Харьков, Украина

Поступила в редакцию 2 июня 1997 г.

Рассмотрен механизм фоторождения электронно-позитронных пар в области гигантского резонанса, связанный с возможностью поглощения фотонов ядрами. Приведенные расчеты дают значение сечения этого процесса порядка 10^{-30} см^2. Обсуждается возможность наблюдения рассматриваемого эффекта.

1. ВВЕДЕНИЕ

Свободный фотон не может родить электронно-позитронную пару, поскольку это запрещено законами сохранения энергии и импульса. Если же на пути распространения фотона имеется препятствие, например ядро, которое может его поглотить, то возникает явление дифракции фотонов, а дифрагированный фотон при надлежащей энергии может сам по себе родить электронно-позитронную пару. Исследованию такого механизма образования электронно-позитронных пар, связанного с возможностью поглощения фотона ядром, посвящена настоящая статья.

Прежде чем излагать теорию механизма образования пар при фотопоглощении, остановимся кратко на самом явлении поглощения фотонов ядрами [1].

При энергиях фотона ω меньших энергии отрыва нуклона от ядра ($\omega < 8$ МэВ) сечение фотопоглощения $\sigma_\gamma(\omega)$ равно нулю. За порогом нуклонного выбивания при энергиях фотона между 8 и 15 МэВ сечение $\sigma_\gamma(\omega)$ уже отлично от нуля, но еще мало по величине: $\sigma_\gamma(\omega) \approx 10^{-27} - 10^{-26}$ см^2 и медленно увеличивается с ростом энергии в этом интервале. При энергиях фотона в пределах между 15 и 30 МэВ имеется высокий и широкий максимум сечения фотопоглощения, в котором $\sigma_\gamma(\omega) \approx (1\text{–}1.5)\cdot 10^{-25}$ см^2, полуширина которого γ равна 4–7 МэВ — так называемый гигантский резонанс. В области энергий выше 30 МэВ сечение фотопоглощения снова мало, как и при $\omega < 15$ МэВ, и убывает с ростом энергии фотона.

Нас в дальнейшем будет интересовать главным образом область гигантского резонанса. В этой области преобладающим механизмом фотопоглощения является коллективный процесс поглощения фотонов ядром, ведущий к возникновению специфических коллективных ядерных движений, когда все протоны ядра колеблются относительно всех нейтронов этого же ядра под действием переменного электрического поля фотона (модель Мигдала–Гольдхабера–Теллера).

---

*E-mail: nsc@kipt.kharkov.ua

Область гигантского резонанса является очень интересной для исследования процесса фоторождения электронно-позитронных пар. С одной стороны, в силу большого значения $\sigma_\gamma(\omega)$ сечение этого процесса достаточно велико (как показывают оценки, оно может конкурировать с радиационными поправками к сечению фоторождения пар в кулоновском поле ядра). С другой стороны, энергии частиц (фотона, электрона и позитрона), участвующих в этом процессе, таковы, что мы можем пользоваться формулами ультрарелятивистского приближения. В этом случае матричный элемент процесса фоторождения пар простым образом выражается через амплитуду рассеяния фотона, который может поглощаться ядром [2].

2. АМПЛИТУДА РАССЕЯНИЯ ФОТОНА, КОТОРЫЙ МОЖЕТ ПОГЛОЩАТЬСЯ ЯДРАМИ

Перейдем к рассмотрению рассеяния фотона в присутствии ядра. Здесь нужно различать несколько эффектов. Прежде всего имеет место чисто квантовоэлектродинамический эффект рассеяния фотонов в электростатическом поле ядра — рассеяние Дельбрюка. Его теория была построена впервые в работе [3]. Далее имеет место рассеяние фотона, связанное с возможностью превращения фотона при надлежащей энергии в электронно-позитронную пару. Теория этого эффекта была развита Бете и Рерлихом [4]. Наконец, возможно рассеяние, обусловленное чисто ядерными эффектами поглощения фотона. Соответствующий механизм был впервые указан и исследован Мигдалом [5]. Нас в дальнейшем будет интересовать именно этот эффект в области гигантского резонанса. Но мы начнем, следуя Бете и Рерлиху [4], с общей теории рассеяния фотона, связанной с фотопоглощением.

В области высоких энергий и малых углов рассеяния θ амплитуда когерентного рассеяния фотона (когда частота фотона не меняется) может быть записана в виде [4]

$$f(\omega,\theta) = k\int bdbJ_0(bk\theta)(\alpha_1(b,\omega)+i\alpha_2(b,\omega)) \ , \quad k\theta = |k_\perp|, \tag{1}$$

где $k=\omega/c$ (ниже мы будем использовать систему единиц, в которой постоянная Планка и скорость света равны единице), $k_\perp$ — поперечная компонента 4-импульса рассеянного фотона по отношению к 4-импульсу начального фотона $\tilde{k}$, $J_0(x)$ — функция Бесселя, b — прицельный параметр. Мнимая часть амплитуды (1) связана с функцией $\alpha_2(b,\omega)$, которая, в свою очередь, определяет сечение фотопоглощения с помощью соотношения

$$\sigma_\gamma(\omega) = 2\pi\int bdb2\alpha_2(b,\omega) \ , \tag{2}$$

а функция $\alpha_1(b,\omega)$, определяющая вещественную часть амплитуды, может быть найдена с помощью простого дисперсионного соотношения:

$$\alpha_1(b,\omega) = \frac{1}{\pi}P\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega'}{\omega'-\omega}\alpha_2(b,\omega') \ . \tag{3}$$

Учитывая связь между дифракцией и поглощением [6], ниже мы будем считать, что функция $\alpha_2(b,\omega)$, связанная с поглощением фотонов ядрами, имеет ступенчатый характер:

$$\alpha_2(b,\omega) = \Theta(R(\omega) - b) \ , \tag{4}$$

что приводит к простому соотношению:

$$\sigma_\gamma(\omega) = 2\pi R^2(\omega) \ . \tag{5}$$

Иными словами, величина $\sqrt{2}R(\omega)$ играет роль эффективного радиуса ядра по отношению к поглощению фотона с частотой ω. Принимая во внимание характер гигантского резонанса, мы можем для приближенных оценок представить сечение фотопоглощения в области гигантского резонанса в виде

$$\sigma_\gamma(\omega) = \sigma_0\Theta(\omega_0 + \gamma - \omega)\Theta(\omega_0 - \gamma - \omega) \ , \tag{6}$$

где, согласно сказанному во Введении,

$$\sigma_0 \approx 1.5\cdot 10^{-25}\ \text{см}^2, \quad \omega_0 \approx 25\ \text{МэВ}, \quad \gamma \approx 5\ \text{МэВ}.$$

Подставляя (4) в (3), получим

$$\alpha_1(b,\omega) = \frac{1}{\pi}\Theta(R_0 - b)\ln\left|\frac{\omega_0+\gamma-\omega}{\omega_0-\gamma-\omega}\right| \ , \quad R_0 = \sqrt{\frac{\sigma_0}{2\pi}} \ . \tag{7}$$

Мы видим, таким образом, что при энергиях фотона в области гигантского резонанса функция α_1 пропорциональна $(\omega_0-\omega)/\gamma$, а в области высоких энергий ($\omega \gg \omega_0$) убывает обратно пропорционально частоте: $\alpha_1 \propto \gamma/\omega$.

Подставляя $\alpha_1(b,\omega)$ (формула (7)) и $\alpha_2(b,\omega)$ (формула (4)) в правую часть (1), получим окончательно для амплитуды рассеяния фотона следующее выражение

$$f(\omega,\theta) = \frac{k}{|k_\perp|}(N_0 + iN_1),$$

$$N_0 = \frac{1}{\pi}R_0 J_1(R_0|k_\perp|)\ln\left|\frac{\omega_0+\gamma-\omega}{\omega_0-\gamma-\omega}\right| \ ,$$

$$N_1 = R(\omega)J_1(|k_\perp|R(\omega)) \ , \tag{8}$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя.

Мы видим, что в рамках используемого ступенчатого приближения для функции $\alpha_2(b,\omega)$ и формы сечения фотопоглощения в области гигантского резонанса, определяемой формулой (6), вблизи гигантского резонанса реальная часть амплитуды рассеяния фотона может быть такого же порядка, что и мнимая часть.

Зная амплитуду рассеяния фотона, мы можем написать выражение для 4-потенциала электромагнитного поля, связанного с рассеянным фотоном, в виде

$$A_\mu(\mathbf{r},t) = \epsilon_\mu e^{-i\omega t}\frac{e^{ikr}}{r} f(\omega,\theta), \tag{9}$$

где ϵ_μ — 4-вектор поляризации рассеянного фотона, а k — модуль его волнового вектора.

3. АМПЛИТУДА И СЕЧЕНИЕ ФОТООБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННЫХ ПАР, СВЯЗАННЫЕ С ПОГЛОЩЕНИЕМ ФОТОНА

Имея выражение для 4-потенциала электромагнитного поля, связанного с рассеянным фотоном, мы можем теперь определить матричный элемент образования электронно-позитронной пары рассматриваемым фотоном, который находится в виртуальном состоянии:

$$M = e\int dtd^3re^{-i\omega t}e^{i(q_++q_-)x}\frac{e^{ikr}}{r}f(\omega,\theta)\epsilon_\mu g_{\mu\nu}J_\nu \ , \tag{10}$$

где $q_-(q_+)$ — 4-импульс электрона (позитрона), $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор, e — заряд позитрона, и интегрирование ведется по всему четырехмерному пространству-времени.

Электромагнитный ток J_ν, входящий в (10), определяется формулой

$$J_\nu = \bar{u}(q_-)\gamma_\nu v(q_+) \ ,$$

где $u(q_-)$ и $v(q_+)$ — спинорные амплитуды электрона и позитрона.

Интегрирование правой части (10) по времени и пространству дает

$$M = \frac{4\pi e}{\omega^2 - |\mathbf{q}_- + \mathbf{q}_+|^2}f(\omega,\theta)2\pi\delta(\omega-\varepsilon_- -\varepsilon_+)\widetilde{M} \ , \quad \widetilde{M} = \epsilon_\mu g_{\mu\nu}J_\nu \ , \tag{11}$$

где $\varepsilon_-(\varepsilon_+)$ — энергия образованного электрона (позитрона).

Чтобы вычислить величину $\widetilde{M}$ и входящую в сечение $|\widetilde{M}|^2$, поступим следующим образом. Представим сначала метрический тензор в виде [2]

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^\perp + \frac{2}{s}q_\nu\tilde{k}_\mu \ , \quad s = 2(\tilde{k}q) \gg m^2 \ , \tag{12}$$

где $g_{\mu\nu}^\perp$ — поперечная часть метрического тензора, $\tilde{k}_\mu$ – 4-импульс начального фотона, m — масса электрона. 4-вектор q_ν определяет величину s, которая, как мы увидим ниже, не входит в конечный ответ. Очевидно, что

$$\widetilde{M} = (\epsilon J)_\perp + \frac{2}{s}(\epsilon\tilde{k})(Jq) \ .$$

Следуя Судакову [7], разложим 4-импульсы электрона и позитрона на продольные и поперечные составляющие по отношению к 4-векторам $\tilde{k}$ и q:

$$q_+ = \alpha_+q + (1-x)\tilde{k} + q_+^\perp \ , \quad q_- = \alpha_-q + x\tilde{k} + q_-^\perp \ , \quad \alpha_+ \ ,\alpha_- \ll 1 \ , \tag{13}$$

здесь переменная x имеет смысл доли энергии, уносимой позитроном, и

$$(q_\pm^\perp q) = (q_\pm^\perp\tilde{k}) = 0 \ .$$

Используя явное выражение для тока J_ν, получим для вклада чисто поперечной поляризации в $|\widetilde{M}|^2$ после суммирования по спиновым состояниям электронно-позитронной пары:

$$(\epsilon J)_\perp^2 = 2\left[\boldsymbol{\epsilon}\,^2k^2 + 4(\mathbf{q}_+\boldsymbol{\epsilon})(\mathbf{q}_-\boldsymbol{\epsilon})\right] , \tag{14}$$

где $k^2 = (q_+ + q_-)^2$, и мы перешли к евклидовым векторам: $\boldsymbol{\epsilon}^{\,2} = -\epsilon_\perp^2$, $\mathbf{q}_\pm^2 = -(q_\pm^\perp)^2$.

Аналогично, интерференция продольной и поперечной поляризаций приводит к вкладу

$$\frac{4}{s}(\epsilon\tilde{k})(\epsilon J)_\perp(Jq) = -8\left[(1-x)(\boldsymbol{\epsilon}\mathbf{q}_-) + x(\boldsymbol{\epsilon}\mathbf{q}_+)\right](\epsilon\tilde{k}) , \tag{15}$$

а вклад чисто продольной поляризации рассеянного виртуального фотона будет определяться формулой

$$\frac{4}{s^2}(\epsilon\tilde{k})^2(Jq)^2 = 8x(1-x)(\epsilon\tilde{k})^2 . \tag{16}$$

Выразим теперь входящую в (15) и (16) величину $(\epsilon\tilde{k})$ через поперечную компоненту вектора поляризации, используя условие поперечности электромагнитного 4-потенциала рассеянного фотона $(\epsilon k) = 0$. Это дает

$$(\epsilon\tilde{k}) = (\mathbf{k}\boldsymbol{\epsilon}), \quad \mathbf{k} = \mathbf{q}_- + \mathbf{q}_+ . \tag{17}$$

Суммируя правые части формул (14)–(16) и принимая во внимание (17), получим

$$|\widetilde{M}|^2 = 2\boldsymbol{\epsilon}^{\,2}\left(k^2 - 2(x\mathbf{k} - \mathbf{q}_-)^2\right) . \tag{18}$$

Учитывая две возможные поперечные поляризации, мы должны положить $\boldsymbol{\epsilon}^2 = 2$. Отметим, что формула (18) справедлива при условии $\omega \gg |\mathbf{k}| \gg m^2$.

Имея выражение для квадрата модуля матричного элемента $|M|^2$, можно определить дифференциальное сечение фоторождения электронно-позитронной пары за счет механизма, связанного с поглощением фотона ядром:

$$d\sigma = \frac{1}{4\omega}|M|^2\frac{d^3q_- d^3q_+}{(2\pi)^5 4\varepsilon_-\varepsilon_+}\delta(\omega - \varepsilon_- - \varepsilon_+) . \tag{19}$$

Используя параметризацию (13) для 4-импульсов электрона и позитрона, получим

$$\frac{d^4\sigma}{dx d\varphi dq_-^2 d\mathbf{k}^2} = \frac{\alpha}{4\pi\mathbf{k}^2}\left[\frac{1-2x(1-x)}{m^2 + (x\mathbf{k} - \mathbf{q}_-)^2} + \frac{2m^2}{\left[m^2 + (x\mathbf{k} - \mathbf{q}_-)^2\right]^2}\right](N_0^2 + N_1^2) , \tag{20}$$

где φ — угол между двумерными векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{q}_-$. Напомним, что вектор $\mathbf{k}$ имеет смысл полного поперечного импульса образованной пары. Интегрирование по углу φ в пределах от 0 до 2π и по квадрату поперечного импульса электрона в пределах от 0 до $x\mathbf{k}^2$ дает

$$\frac{d^2\sigma}{dx\, d\mathbf{k}^2} = \frac{\alpha}{2\mathbf{k}^2}\left\{[1-2x(1-x)]\ln\frac{\mathbf{k}^2 x(1-x)}{m^2} + 2x(1-x)\right\}(N_0^2 + N_1^2) . \tag{21}$$

После интегрирования (21) по доле энергии электрона x в пределах от 0 до 1 получим распределение пар по квадрату их полного поперечного импульса

$$\frac{d\sigma}{d\mathbf{k}^2} = \frac{\alpha(N_0^2 + N_1^2)}{2\mathbf{k}^2}\left(\frac{2}{3}\ln\frac{\mathbf{k}^2}{m^2} - \frac{10}{9}\right) . \tag{22}$$

При энергиях фотона в районе гигантского резонанса всегда выполняется условие $R_0|\mathbf{k}| \ll 1$, поскольку $|\mathbf{k}| \leq \omega$. Поэтому функцию Бесселя, входящую в N_0 и N_1, можно разложить в ряд, ограничиваясь членами первого порядка: $J_1(x) \approx 1/2x$, $x \ll 1$.

После этого дифференциальное распределение (22) можно проинтегрировать по $\mathbf{k}^2$. Наибольший вклад будет набираться от области $\mathbf{k}^2 \sim \omega^2$, так что полное сечение образования электронно-позитронных пар, обусловленное рассматриваемым механизмом, будет

$$\sigma = \frac{\alpha\omega^2}{8}\left[R^4(\omega) + \frac{1}{\pi^2}R_0^4\ln^2\left|\frac{\omega_0 - \gamma - \omega}{\omega_0 + \gamma - \omega}\right|\right]\left(\frac{2}{3}\ln\frac{\omega^2}{m^2} - \frac{16}{9}\right). \tag{23}$$

В районе гигантского резонанса при $\omega = \omega_0$ это сечение примерно равно $2 \cdot 10^{-30}$ см^2.

Отметим, что дифференциальное по квадрату поперечного переданного импульса сечение фоторождения электронно-позитронных пар в кулоновском поле ядра в случае $\mathbf{k}^2 \gg m^2$ определяется формулой [8]

$$\frac{d\sigma_k}{d\mathbf{k}^2} = \frac{8\alpha^3 Z^2}{3\mathbf{k}^4}\left[(1 - 2x(1-x))\ln\frac{\mathbf{k}^2}{m^2} + 2\right]. \tag{24}$$

Эта формула справедлива в приближении точечного ядра и применима до тех пор, пока выполняется условие

$$\frac{1}{|\mathbf{k}|} > R, \quad R = 1.5A^{1/3} \cdot 10^{-13} \text{ см}^2, \tag{25}$$

где A — атомный номер ядра. Условие (25) соответствует прицельным параметрам, при которых происходит образование пар, большим, чем радиус ядра. Для ядер с $A \approx 100$ условие (25) выполняется вплоть до $|\mathbf{k}| \approx 30$ МэВ.

Конечно, основной вклад в полное сечение σ_k обусловлен значениями $\mathbf{k}^2$ порядка m^2, так что отношение полных сечений, соответствующих кулоновскому и рассматриваемому нами механизмам, оказывается очень большим: $\sigma_k/\sigma \approx 10^3 Z^2$. Однако для дифференциальных по $\mathbf{k}^2$ сечений это отношение может быть значительно меньше

$$\frac{d\sigma_k}{d\sigma} \approx \frac{Z^2}{2}, \quad \mathbf{k}^2 = 400 \text{ МэВ}^2. \tag{26}$$

В этих условиях сечение образования электронно-позитронных пар за счет механизма поглощения фотона ядром составляет более процента (для ядер с $Z \approx 10$), что находится на уровне вклада радиационных поправок к кулоновскому сечению [9].

Мы также хотим обратить внимание на тот факт, что при поперечных импульсах, порядка или больших 100 МэВ, когда фотон попадает в глубь ядра, формула (24) требует существенной модификации, поскольку в этом случае ядро нельзя рассматривать как точечное. Например, если ядро радиуса R имеет постоянную плотность заряда, то электростатический потенциал такого ядра будет определяться формулой

$$U(r) = \begin{cases} \dfrac{Ze}{r}, & r \geq R, \\ \dfrac{Zer^2}{R^3}, & r < R. \end{cases} \tag{27}$$

Фурье-компонента потенциала $U(r)$ есть

$$U(q) = \frac{4\pi Ze}{q^2}C(y), \quad C(y) = \frac{3}{y}\left[\left(1 - \frac{2}{y^2}\right)\sin y + \frac{2}{y}\cos y\right], \quad y = qR\,. \tag{28}$$

Как нетрудно видеть, при $R \to 0$, т.е. в пределе точечного ядра, функция $C(y)$ равна единице. В этом предельном случае дифференциальное сечение рождения пар в кулоновском поле определяется формулой (24). Если же величина Rq порядка или больше единицы, то формулу (24) следует модифицировать путем умножения на $C^2(y)$. Значения функции $C^2(y)$ приведены в таблице. Поскольку поправочный фактор существенно уменьшается при увеличении y, не исключено, что при поперечных импульсах пары в несколько сотен МэВ оба механизма образования пар будут конкурировать на равных.

Таблица

y	0.1	0.5	1	5	10	50
$C^2(y)$	0.984	0.856	0.504	0.202	0.0441	0.0001

Авторы выражают благодарность А. Г. Ситенко и В. К. Тартаковскому за ценную дискуссию, касающуюся процесса фотопоглощения ядрами. Эта работа была частично поддержана Международной соросовской программой поддержки образования в области точных наук (ISSEP) (А. И. Ахиезер), а также грантом INTAS 93-1867 (Н. П. Меренков).

Литература

1. И. Айзенберг, В. Грайнер, *Модели ядер. Коллективные и одночастичные явления*, Атомиздат, Москва (1975).
2. A. B. Arbuzov, E. A. Kuraev, N. P. Merenkov, and L. Trentadue, Nucl. Phys. B **474**, 271 (1996).
3. А. И. Ахиезер, И. Я. Померанчук, ЖЭТФ **7**, 567 (1937).
4. H. A. Bethe and F. Rohrlich, Phys. Rev. **86**, 10 (1952).
5. А. Мигдал, ЖЭТФ **15**, 81 (1945).
6. А. И. Ахиезер, И. Я. Померанчук, ЖЭТФ **16**, 396 (1946); G. Placzek and H. Bethe, Phys. Rev. A **57**, 1072 (1940).
7. В. В. Судаков, ЖЭТФ **30**, 87 (1956).
8. В. Г. Зима, Н. П. Меренков, ЯФ **25**, 998 (1976).
9. Е. А. Винокуров, Э. А. Кураев, Н. П. Меренков, ЖЭТФ **66**, 1916 (1974).