

СПИНОВАЯ ДИФФУЗИЯ И РЕЛАКСАЦИЯ В ТРЕХМЕРНЫХ ИЗОТРОПНЫХ ГАЙЗЕНБЕРГОВСКИХ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ

К. А. Кикоин^а, М. Н. Киселев^{а,б}

^а Российский научный центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

^б Laboratoire Leon Brillouin, CEA-CNRS, CE Saclay
91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

Поступила в редакцию 3 апреля 1997 г.

Предложена теория описания кинетических явлений в изотропных гайзенберговских антиферромагнетиках при температурах выше точки Нееля. В рамках приближения взаимодействующих мод исследовано скейлинговое поведение обобщенного коэффициента спиновой диффузии и релаксационной постоянной в парамагнитной фазе. Показано, что кинетические коэффициенты в антиферромагнитной системе сингулярны во флуктуационной области. Вычислены соответствующие критические индексы для диффузионных и релаксационных процессов. Скейлинговая размерность кинетических коэффициентов согласуется с предсказаниями теории динамического подобия и ренормгруппового анализа. Предложенная теория позволяет исследовать импульсную и частотную зависимости кинетических параметров и определить вид скейлинговой функции. Обсуждается роль нелокальных корреляций и спин-жидкостных эффектов в магнитных системах.

1. ВВЕДЕНИЕ

Повышенный интерес к критической динамике антиферромагнетиков в последние годы [1–6] вызван активными экспериментальными и теоретическими исследованиями квазидвумерных магнитных корреляций в высокотемпературных сверхпроводниках и аномальных магнитных свойств тяжелофермионных соединений [6–8]. В частности, критические спиновые флуктуации привлекаются для объяснения нефермижидкостного низкотемпературного поведения теплоемкости и сопротивления в соединениях $\text{CeCu}_{6-x}\text{Au}_x$ и $\text{Ce}_{1-x}\text{La}_x\text{Ru}_2\text{Si}_2$ [7, 8] вблизи критической точки по концентрации. Вместе с тем, предложенный в работах [9, 10] спин-жидкостной подход к модели Гайзенберга, основывающийся на введении резонирующих валентных связей с ферми-статистикой возбуждений в магнитной подсистеме (спинов), может, в свою очередь, также служить одним из сценариев для описания поведения цериевых соединений с тяжелыми фермионами [11, 12]. При этом оказывается, что критические спиновые флуктуации играют существенную роль в механизме формирования спиновой жидкости. Поведение кинетических коэффициентов в этом случае может существенно отклоняться от предсказаний динамической теории подобия [13].

В данной работе развивается микроскопический подход для исследования скейлингового поведения коэффициента спиновой диффузии и релаксационной постоянной в изотропном гайзенберговском антиферромагнетике в флуктуационной области выше температуры Нееля. Скейлинговая размерность кинетических коэффициентов в магнетиках была предсказана Хальпериним и Хоэнбергом [14, 15]. В этих работах была

развита гипотеза масштабной инвариантности, основанная на предположении о сохранении значений динамических критических индексов по обе стороны от точки фазового перехода. Микроскопическое исследование спиновой диффузии в парамагнитной фазе ферромагнетика было проведено Малеевым впервые в работе [16] и позднее в работе [17]. Им, в частности, были установлены приближения, необходимые для удовлетворения требованиям гипотезы масштабной инвариантности, и исследована импульсная и частотная зависимости коэффициента спиновой диффузии. Аналогичная задача для антиферромагнетика будет рассмотрена в настоящей работе.

Как известно [14], в окрестности фазового перехода можно выделить две области на плоскости импульс — температура: гидродинамическую, определяемую длинноволновыми флуктуациями параметра порядка $N = N_1 - N_2$ — разности моментов подрешеток, с характерными волновыми векторами $q\xi \ll 1$, где $q = |\mathbf{k} - \mathbf{Q}|$ описывает отклонение момента от антиферромагнитного вектора \mathbf{Q} , ξ — корреляционная длина, и критическую с векторами $q\xi \gg 1$. При этом понятие корреляционной длины связано с характерным поведением параметра порядка N . В антиферромагнетике, однако, имеется дополнительная сохраняющаяся величина — вектор $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ — сумма моментов подрешеток. Тем не менее, область длинноволновых флуктуаций вектора \mathbf{M} , $k\xi \ll 1$, мы будем также называть гидродинамической. В данной работе будет рассмотрено поведение спиновых корреляционных функций в парамагнитной фазе и установлена связь между кинетическими коэффициентами в флуктуационной области фазовой диаграммы.

В гидродинамическом режиме динамика флуктуаций намагниченности носит диффузионный характер, т. е. изменение магнитного момента со временем подчиняется макроскопическому уравнению диффузии ван Хова:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = D_0 \nabla^2 \mathbf{M}, \quad (1)$$

где D_0 — коэффициент спиновой диффузии. Такое поведение флуктуаций связано с сохранением магнитного момента — соответствующий ему оператор коммутирует с гамильтонианом. Иная картина наблюдается в критической области. Несохранение параметра порядка определяет релаксационный характер изменения вектора \mathbf{N} со временем, т. е. динамика этого вектора описывается уравнением релаксации:

$$\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial t} = -\frac{\Gamma_0}{\chi} \mathbf{N}, \quad (2)$$

где χ — восприимчивость, а кинетический коэффициент $\Gamma_0 > 0$. Отметим также, что в отличие от уравнения диффузии (1), релаксация (2) может проходить однородным образом, градиентные поправки, не включенные в уравнение (2), в данном случае пропорциональны q^2 . Несмотря на то, что среднее значение вектора намагниченности \mathbf{M} равно нулю по обе стороны от точки фазового перехода, имеют место флуктуации вектора намагниченности вблизи нулевого значения. Однако в отличие от ферромагнетика диффузионная мода не является критической.

В дальнейшем нас будет интересовать динамическая восприимчивость кубического гайзенберговского антиферромагнетика, находящегося в нулевом магнитном поле выше температуры Нееля:

$$H = - \sum_{(i,j)} V_{ij} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j. \quad (3)$$

Мы будем также пренебрегать дипольными силами [17].

Как известно, восприимчивость связана с запаздывающей спиновой функцией Грина равенством

$$\chi(\mathbf{k}, \omega) = (g\mu_0)^2 K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega), \tag{4}$$

где g — фактор Ланде, μ_0 — магнетон Бора и

$$K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) = i \int_0^\infty dt e^{i\omega t} \langle [S_{\mathbf{k}}^z(t), S_{-\mathbf{k}}^z(0)] \rangle, \tag{5}$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_i e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_i} \mathbf{S}_i,$$

$$\mathbf{M} = \langle \mathbf{S}_0 \rangle, \quad \mathbf{N} = \langle \mathbf{S}_{\text{QFM}} \rangle.$$

Исходя из уравнений (1), (2), можно получить вид корреляционной функции K^R в диффузионной

$$K_{SS}^R(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{0}, \omega) = \mathcal{H}(\mathbf{k}, \omega) = G_0(k) \frac{iDk^2}{\omega + iDk^2} \tag{6}$$

и релаксационной областях

$$K_{SS}^R(\mathbf{q} = (\mathbf{k} - \mathbf{Q}) \rightarrow \mathbf{0}, \omega) = \mathcal{L}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{-i\omega/\Gamma + G_0^{-1}(q)}. \tag{7}$$

Здесь G_0 — статическая восприимчивость.

Во флуктуационной области $\tau = |T - T_c|/T_c \ll Gi$ (Gi — число Гинзбурга, характеризующее границы применимости теории Ландау), когда флуктуации становятся большими, динамика флуктуаций описывается законом подобия Хальперина–Хоэнберга, согласно которому динамическая восприимчивость χ , а следовательно, и функция K_{SS}^R может быть выражена через скейлинговую функцию F :

$$K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) = G_0(\mathbf{k}) F \left(k\xi, \frac{\omega}{T_c \tau^{\nu z}} \right), \tag{8}$$

т. е. динамический индекс z , характеризующий масштаб энергии критических флуктуаций $\omega \propto k^z$, может быть связан со статическим индексом $\nu \approx 2/3$, определяющим закон изменения корреляционной длины $\xi \propto \tau^{-\nu}$. Статическая восприимчивость на малых отклонениях от антиферромагнитного вектора меняется как $G_0(q) \propto \xi^{2-\eta}$. В дальнейшем в нашем рассмотрении индекс Фишера η , характеризующий так называемую аномальную размерность [18], будет положен равным нулю. Для трехмерных систем это приближение является оправданным [18]. В антиферромагнетике для описания флуктуационных областей необходимо ввести две скейлинговые функции \mathcal{F}_1 и \mathcal{F}_2 , т. е.

$$\mathcal{H}(\mathbf{k}, \omega) = G_0(\mathbf{k}) \mathcal{F}_1 \left(k\xi, \frac{\omega}{T_c \tau^{\nu z}} \right), \quad \mathcal{L}(\mathbf{q}, \omega) = G_0(\mathbf{q}) \mathcal{F}_2 \left(q\xi, \frac{\omega}{T_c \tau^{\nu z}} \right). \tag{9}$$

При этом, однако, кинетические коэффициенты D_0 и Γ_0 могут, в свою очередь, сами быть функциями корреляционной длины. Более того, как это следует из ренормгруппового анализа [14, 19], кинетические коэффициенты сингулярны во флуктуационной области антиферромагнетика.

Развиваемая в настоящей работе теория является вариантом теории взаимодействующих мод Кавасаки [20]. Мы попытались обобщить теорию, предложенную Малеевым [16] для описания спиновой диффузии в ферромагнетиках, на антиферромагнитные системы. Во многом мы будем следовать стилю и духу этой работы. Как уже было отмечено ранее, нашей задачей является исследование вида скейлинговой функции F (см. формулы (8), (9)), определение частотной и импульсной зависимостей кинетических коэффициентов во флуктуационной области, а также установление приближений, которые необходимо сделать в микроскопическом подходе, чтобы удовлетворить требованиям масштабной инвариантности.

2. ОБОБЩЕННЫЕ КИНЕТИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

Итак, исследуем динамическую восприимчивость кубического гайзенберговского антиферромагнетика, находящегося в нулевом магнитном поле выше температуры Нелля в флуктуационной области. Формулы (6), (7) могут быть переписаны в более общем виде:

$$K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) = \frac{i\gamma(\mathbf{k}, \omega)}{\omega + iG_0^{-1}(\mathbf{k})\gamma(\mathbf{k}, \omega)}, \quad (10)$$

причем в диффузионной области

$$D_0 = \lim_{k \rightarrow 0} \lim_{\omega \rightarrow 0} k^{-2} \gamma(\mathbf{k}, \omega) G_0^{-1}(\mathbf{k}), \quad (11)$$

а в релаксационной области обобщенный кинетический коэффициент $\gamma(\mathbf{k}, \omega) = \Gamma(\mathbf{k}, \omega)$. Предел выражений (6), (7) при $\mathbf{k} \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow 0$ существенно зависит от того, каково соотношение между k и ω , подобно тому, как это имеет место в теории ферми-жидкости [21]. В дальнейшем нас будет интересовать квазистатический предел, т. е. $k \rightarrow 0$, $|\omega|/k^2 \rightarrow 0$.

Как было показано Малеевым [16], можно выйти за рамки теории линейного отклика и выразить кинетические коэффициенты через функции Кубо [22] операторов S и \dot{S} (точка обозначает дифференцирование по времени):

$$\gamma(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\Phi_{\dot{S}S}(\mathbf{k}, \omega)}{1 + G_0^{-1}(k)\Phi_{SS}(\mathbf{k}, \omega)}, \quad (12)$$

где

$$\Phi_{AB}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{i\omega} [K_{AB}^R(\mathbf{k}, \omega) - K_{AB}^R(\mathbf{k}, 0)],$$

$$K_{AB}^R(\mathbf{k}, \omega) = i \int_0^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle [A_{\mathbf{k}}(t), B_{-\mathbf{k}}(0)] \rangle.$$

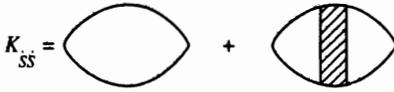


Рис. 1. Диаграммный ряд для токового коррелятора

Формула (12) является точной и учитывает нелинейный характер релаксационных сил. В случае чисто обменного взаимодействия в длинноволновом пределе $\dot{S}_k \sim k$, т.е. $\gamma = \Phi_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega)$, знаменатель равен единице и выражение (11) совпадает с результатом теории линейного отклика. Однако при изучении частотной и импульсной зависимостей кинетических коэффициентов пренебрегать функцией, стоящей в знаменателе, вообще говоря, нельзя.

Легко показать, что запаздывающие функции Грина $K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega)$, $K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega)$ и $K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega)$ связаны простыми соотношениями в парамагнитной фазе, являющимися следствием дисперсионных соотношений [23]:

$$K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) = -i\omega K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega), \quad K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) = -K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) = i\omega K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega), \tag{13}$$

$$\omega^2 K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) = [K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) - K_{SS}^R(\mathbf{k}, 0)].$$

Из этих соотношений, в частности, видно, что по своим свойствам и симметрии функция $K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega)$ аналогична функции $K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega)$ [16].

Объединяя выражения (11), (13) с уравнениями движения для спиновых операторов

$$\dot{S}_k^\alpha = -\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_p [V(\mathbf{p} + \mathbf{k}) - V(\mathbf{p})] \epsilon_{\alpha\beta\gamma} S_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}^\beta S_{-\mathbf{p}}^\gamma \tag{14}$$

(здесь $V(\mathbf{p})$ — фурье-образ обменного интеграла) и переходя к «мнимому» времени, можно получить связь функций Кубо с корреляторами спиновых токов на мацубаровских частотах:

$$K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega_n) = \frac{(a^2 T_c \alpha)^2}{6N} \int_0^{1/T} d\tau e^{i\omega_n \tau} \sum_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2} (\nabla V(\mathbf{p}_1) \mathbf{k})(\nabla V(\mathbf{p}_2) \mathbf{k}) \langle T_\tau (S_{\mathbf{p}_1+\mathbf{k}}^\mu S_{-\mathbf{p}_1}^\rho)_\tau (S_{-\mathbf{p}_2-\mathbf{k}}^\mu S_{\mathbf{p}_2}^\rho)_0 \rangle. \tag{15}$$

Сохраняя только первые градиенты от потенциала $\nabla V(\mathbf{p}) \approx \mathbf{p} T_c a^2 \alpha$, мы ограничиваемся наименьшими членами разложения по ka , где a — постоянная решетки; константа $\alpha \approx 1$. Из дальнейшего рассмотрения будет видно, что поправки к кинетическим коэффициентам будут выражаться в виде рядов по степеням $k\xi$, и, так как $\xi \gg a$, пренебрежение высшими производными от обменного интеграла законно. Таким образом, задача нахождения кинетических коэффициентов свелась к задаче о вычислении четырехспиновых корреляторов с токовой вершиной. Эта задача может быть решена методом аналитического продолжения температурных диаграмм с верхней полуоси в комплексную плоскость ω . Графическое выражение для токового коррелятора представлено на рис. 1.

«Затравочные» полюса спиновых функций Грина (6), (7) лежат на мнимой оси, т.е., если поставить в соответствие данным полюсам некие фиктивные квазичастицы, их энергии будут чисто мнимыми. Введение таких квазичастиц — «диффузонов» и «релаксонов» — позволяет получить замкнутые выражения для кинетических коэффициентов и определить их скейлинговую размерность.

В качестве статической восприимчивости в критической области мы будем пользоваться законом Орнштейна–Цернике:

$$G_0(\mathbf{q}) = K_{SS}^R(\mathbf{q}, 0) = \frac{A}{T_c \tau^{2\nu}} \frac{1}{(q\xi)^2 + 1}, \quad (16)$$

где A — константа ($A \sim 1$), $\tau \ll 1$. В диффузионной области статическая восприимчивость не имеет особенностей $G_0 \approx A/2T_c$.

Анализ диаграммного ряда для коррелятора спиновых токов в флуктуационных областях, нахождение динамических критических индексов, описывающих поведение кинетических коэффициентов, и определение импульсной и частотной зависимостей коэффициента спиновой диффузии и релаксационной постоянной составляет содержание следующих разделов.

3. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ КИНЕТИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Для анализа диаграммного ряда введем понятие неприводимой собственно-энергетической части как диаграммы, неразрезаемой по одной линии взаимодействия. Воспользовавшись определением γ и свойствами функций K , перепишем выражение для обобщенного кинетического коэффициента в терминах неприводимых собственно-энергетических частей:

$$\begin{aligned} \gamma(\mathbf{k}, \omega) = & \frac{1}{i\omega} \left[\Sigma_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) - \Sigma_{SS}^R(\mathbf{k}, 0) + \frac{\mathcal{R}_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) \gamma(\mathbf{k}, \omega) \mathcal{R}_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega)}{-i\omega + G_0^{-1}(k) \gamma(\mathbf{k}, \omega)} \right] \times \\ & \times \left[1 + G_0^{-1} \frac{\mathcal{R}_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) \gamma(\mathbf{k}, \omega)}{i\omega(-i\omega + G_0^{-1}(k) \gamma(\mathbf{k}, \omega))} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнение (17) может быть получено как при помощи анализа диаграммных рядов для коррелятора спиновых токов [16], так и напрямую из уравнения Ларкина [12, 23]. В дальнейшем мы будем придерживаться следующих обозначений:

$$K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) = \mathcal{R}^R(\mathbf{k}, \omega) K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega);$$

Σ_{AB}^R — неприводимые собственно-энергетические части. Графическое выражение для неприводимой части Σ_{SS}^R соответствует замене на рис. 1 полной вершины на неприводимую. Оценка \mathcal{R} в рамках теории самосогласованного поля [16, 24] дает

$$\mathcal{R} \sim (k\xi)(ka) \ll (k\xi)^2. \quad (18)$$

Кроме того, как это следует из аналитических свойств, $\mathcal{R}^R \sim \omega$. Будем полагать, что выражение для \mathcal{R} в критической области также содержит малость a/ξ , и при малых ω будем пренебрегать этим вкладом. Таким образом, обобщенный кинетический коэффициент γ определяется только неприводимыми собственно-энергетическими частями:

$$\gamma(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{i\omega} (\Sigma_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega) - \Sigma_{SS}^R(\mathbf{k}, 0)). \quad (19)$$

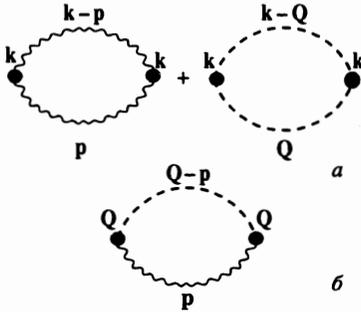


Рис. 2. Диаграммы для кинетических коэффициентов при учете двухчастичных промежуточных состояний. Волнистой линии соответствует диффузионная мода, прерывистой — релаксационная мода. Точкой обозначена вершинная часть статической теории подобия

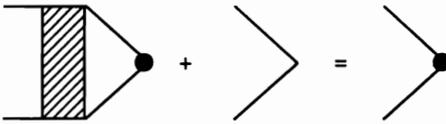


Рис. 3. Уравнения для двухчастичной динамической вершинной части

Рассмотрим теперь диаграммы общего вида для неприводимой собственно-энергетической части Σ_{SS} на мнимых частотах. Эти диаграммы в свою очередь могут быть классифицированы по числу промежуточных состояний. Для начала ограничимся диаграммами с двухчастичными промежуточными состояниями (рис. 2а, б):

$$\Sigma_{SS}^{(2)}(\mathbf{k}, i\omega) = \frac{(T_c a^2 \alpha)^2}{\sqrt{N}} T \sum_{\epsilon} \sum_{\mathbf{p}} (\mathbf{k}\Lambda^{(2)}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, i\omega, i\epsilon, i(\omega - \epsilon))) (\mathbf{k}\Lambda^{(2)\dagger}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, i\epsilon, i(\omega - \epsilon), i\omega)) \times K_{SS}(\mathbf{p}, i\epsilon) K_{SS}(\mathbf{k} - \mathbf{p}, i\omega - i\epsilon). \tag{20}$$

При замене суммирования по векторам \mathbf{p} на интегрирование в качестве верхнего предела используем $p \sim \xi^{-1}$. При этом функции интегрируются вблизи особенностей (малые \mathbf{p} и $\mathbf{p} \sim \mathbf{q} + \mathbf{Q}$ в окрестности антиферромагнитного вектора \mathbf{Q}).

Вершинные части Λ являются аналитическими функциями всех трех частот, по каждой из которых они имеют разрывы вдоль вещественной оси [25]. В работе [25] показано, что вершинные части подобного типа не имеют других особенностей в комплексных плоскостях ω . Благодаря этому свойству можно выделить в вершинах статическую часть, переходящую в векторную вершину статической теории подобия, и динамическую добавку, исчезающую в пределе $\omega \rightarrow 0$. Исследуем более подробно статическую часть.

Статические вершины в диаграммах (рис. 2а) описывают длинноволновые процессы рождения пары «диффузон»–«диффузон» и «релаксон»–«релаксон», т.е. взаимодействуют одинаковые моды. Однако, как мы знаем, статические функции Грина не зависят от направления импульса, т.е. процессы рассеяния диффузонов и релаксонов содержат те же вершинные части, что и процессы рождения пар. Это означает, что для данных вершин имеют место тождества Уорда [18, 21] (рис. 3):

$$\Lambda^{(2)}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, 0) \sim \partial G_0^{-1} / \partial \mathbf{p}. \tag{21}$$

При этом во втором слагаемом область интегрирования по импульсам сконцентрирована вблизи точек $\mathbf{p} \approx \mathbf{Q}$. Вклад критических флуктуаций в спиновую диффузию может быть вычислен при помощи замены переменных $\mathbf{p} = \mathbf{q} + \mathbf{Q}$ и свойства $\partial G_0^{-1} / \partial \mathbf{p} = \partial G_0^{-1} / \partial \mathbf{q}$.

Рассмотрим теперь диаграмму рис. 2б. Без ограничения общности можно положить внешний импульс равным антиферромагнитному вектору. В этом случае мы должны рассматривать две взаимодействующие моды различной природы: диффузионную с малыми волновыми векторами и релаксационную с малыми отклонениями от вектора антиферромагнетизма. Таким образом, диаграмма на рис. 2б описывает процесс рождения пары «диффузон»–«релаксон». Следовательно, мы не можем воспользоваться тождествами Уорда для данной вершины. Однако затравочная вершина (рис. 3) имеет скейлинговую размерность:

$$\Lambda_0^{(2)}(\mathbf{p}, \mathbf{Q}, 0) \sim \partial V / \partial \mathbf{p} \sim \mathbf{p}.$$

Кроме того, как известно, в антиферромагнитной фазе происходит удвоение решетки, и зона Бриллюэна упорядоченной фазы равна половине зоны Бриллюэна неупорядоченной фазы. Это означает, что точки 0 и \mathbf{Q} в антиферромагнитной фазе становятся эквивалентными. Учитывая этот факт, а также отсутствие зависимости от направления импульса у взаимодействующих мод, можно полагать, что процессы перерасеяния на статическом поле не меняют скейлинговой размерности статической вершины на антиферромагнитном векторе, которая также может быть записана в виде (21)¹⁾.

Совершив аналитическое продолжение [21] диаграмм, изображенных на рис. 2, получим выражения для кинетических коэффициентов:

$$D_0^{(2)} = \bar{A} T_c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \operatorname{cth} \left(\frac{\varepsilon}{2T} \right) \sum_{\mathbf{p}} (\nabla G_0^{-1}(\mathbf{p}))^2 \times \\ \times \left[\operatorname{Im} \mathcal{H}(\mathbf{p}, \varepsilon) \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \operatorname{Im} \mathcal{H}(\mathbf{p} - \mathbf{k}, \varepsilon) + \operatorname{Im} \mathcal{L}(\mathbf{p}, \varepsilon) \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \operatorname{Im} \mathcal{L}(\mathbf{p} - \mathbf{k}, \varepsilon) \right], \quad (22)$$

$$\Gamma_0^{(2)} = \bar{B} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \operatorname{cth} \left(\frac{\varepsilon}{2T} \right) \sum_{\mathbf{p}} (\nabla G_0^{-1}(\mathbf{p}) \mathbf{Q})^2 \times \\ \times \left[\operatorname{Im} \mathcal{H}(\mathbf{p}, \varepsilon) \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \operatorname{Im} \mathcal{L}(\mathbf{p} - \mathbf{q}, \varepsilon) + \operatorname{Im} \mathcal{L}(\mathbf{p}, \varepsilon) \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \operatorname{Im} \mathcal{H}(\mathbf{p} - \mathbf{q}, \varepsilon) \right]. \quad (23)$$

Здесь индекс (2) указывает, что учтены только процессы с двухчастичными промежуточными состояниями. Для ферромагнетика необходимо ограничиться только первым слагаемым в формуле (22), так как реализуется одномодовый режим. Формулы (22), (23) могут быть переписаны в несколько ином виде. Полагая $\mathbf{k} = 0$, $\mathbf{q} = 0$ в подынтегральных выражениях и интегрируя по частям, получим следующие формулы:

$$D_0^{(2)} = \frac{\bar{A}}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \operatorname{sh}^{-2} \left(\frac{\varepsilon}{2T} \right) \sum_{\mathbf{p}} (\nabla G_0^{-1}(\mathbf{p}))^2 [(\operatorname{Im} \mathcal{H}(\mathbf{p}, \varepsilon))^2 + (\operatorname{Im} \mathcal{L}(\mathbf{p}, \varepsilon))^2], \quad (24)$$

$$\Gamma_0^{(2)} = \frac{\bar{B}}{2T_c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \operatorname{sh}^{-2} \left(\frac{\varepsilon}{2T} \right) \sum_{\mathbf{p}} (\nabla G_0^{-1}(\mathbf{p}) \mathbf{Q})^2 \operatorname{Im} \mathcal{H}(\mathbf{p}, \varepsilon) \operatorname{Im} \mathcal{L}(\mathbf{p}, \varepsilon). \quad (25)$$

¹⁾ Напомним, что индекс аномальной размерности (индекс Фишера) положен равным нулю.

Эти выражения могут рассматриваться в качестве обобщения уравнений, полученных Малеевым [16] из условий унитарности для собственно-энергетических частей, на случай двух взаимодействующих мод.

Область интегрирования по частотам сконцентрирована вблизи особых точек скейлинговых функций (9). При этом благодаря «критическому замедлению» в окрестности точки фазового перехода характерные энергии флуктуаций удовлетворяют свойству $\omega^* \ll T_c$, что позволяет удержать только первый член разложения гиперболического котангенса (формулы (22), (23)) или гиперболического синуса (формулы (24), (25)). Вычисляя интегралы по частотам и импульсам в формулах (22), (24) и выделяя скейлинговую размерность, получим связь коэффициента спиновой диффузии и релаксационной постоянной:

$$D_0 = b_1 T_c^2 a^4 \left(\frac{\xi}{a}\right)^{-3} \frac{1}{D_0} + b_2 T_c a^2 \left(\frac{\xi}{a}\right) \frac{1}{\Gamma_0}. \quad (26)$$

Отметим, что для получения выражения (26) достаточно подставить в уравнения (22), (24) запаздывающие спиновые функции Грина в форме (6), (7). После взятия интегралов по частоте оставшиеся интегралы по импульсам содержат только статический коррелятор G_0 . Первое слагаемое определяется двухдиффузионным промежуточным состоянием, второе слагаемое — двухрелаксонным промежуточным состоянием.

Аналогично вычисляются интегралы в формулах (23), (25). Уравнение, связывающее релаксационную константу Γ_0 с коэффициентом спиновой диффузии, имеет следующий вид:

$$\Gamma_0 = c_1 \left(\frac{\xi}{a}\right) \frac{1}{\Gamma_0} + c_2 \left(\frac{\xi}{a}\right) \frac{D_0/T_c a^2}{\Gamma_0^2}. \quad (27)$$

Коэффициенты $b_{1,2}, c_{1,2} \sim 1$ в формулах (26), (27), зависящие от вида динамической и статической скейлинговой функций, вообще говоря, не могут быть вычислены в рамках данного подхода. Решение замкнутой системы алгебраических уравнений (26), (27) приводит к следующей скейлинговой размерности кинетических коэффициентов²⁾:

$$D_0/T_c a^2 \propto \Gamma_0 \propto (\xi/a)^{-1/2}. \quad (28)$$

Такое поведение полностью согласуется с предсказаниями динамической гипотезы масштабной инвариантности [14, 15] и ренормгруппового анализа [15, 19]. Таким образом, во-первых, кинетические коэффициенты антиферромагнетика сингулярны во флуктуационной области, во-вторых, спиновая диффузия целиком определяется промежуточными релаксационными процессами. Поправка, связанная с влиянием самодиффузии в коэффициенте D_0 , имеет малость $\delta D_0/D_0 \propto (\xi/a)^{-4} \propto \tau^{8/3} \ll 1$. То есть диффузия не есть собственно критическая мода в антиферромагнетике. Динамический критический индекс (см. формулу (8)) $z = 3/2$.

Простые физические соображения, позволяющие описать диффузию и релаксацию в флуктуационной области, основываются на представлении о формировании при $T \rightarrow T_c$ областей ближнего порядка размера ξ . В этих областях возбуждениями являются антиферромагнитные магноны, имеющие звуковой характер дисперсии. Оценивая

²⁾ В ферромагнетике коэффициент спиновой диффузии не является сингулярной функцией $D_0/T_c a^2 \propto (\xi/a)^{-1/2}$.

коэффициент спиновой диффузии как $D_0 \sim \xi^2/t_{diff}$, где $t_{diff} \sim \xi/c$ — характерное время диффузии, $c \sim \xi^{-1/2}$ — скорость «звука» [14], получим $D_0 \sim \xi^{1/2}$. Принимая во внимание гипотезу динамического подобия, предполагающую инвариантность динамического критического индекса z , определяющего масштаб характерных энергий флуктуаций, получим $\Gamma_0 \sim \xi^{1/2}$.

Несмотря на сингулярность кинетических коэффициентов, время релаксации параметра порядка стремится к бесконечности, обеспечивая существование макроскопических состояний, отвечающих неполному равновесию [27]. То же самое относится и к характерным временам спиновой диффузии.

Необходимо отметить, что вывод соотношений (26) формально не предполагал использования знаний о характере возмущений в упорядоченной фазе. Однако законы сохранения полного момента и несохранения параметра порядка на самом деле полностью определяют свойства магнитного упорядочения.

4. ЧАСТОТНАЯ И ИМПУЛЬСНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ КИНЕТИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Рассмотрим теперь обобщенные кинетические коэффициенты как функции частоты и импульса. Для этого воспользуемся связью запаздывающих спиновых функций Грина с функциями Кубо (см. формулы (12), (17)). Исходя из этих формул видно, что поправки, связанные с частотной и импульсной зависимостью кинетических коэффициентов, определяются, во-первых, частотной и импульсной зависимостью неприводимых собственно-энергетических частей и, во-вторых, нелинейным характером релаксационных сил. Согласно оценке (18), импульсная и частотная зависимости кинетических коэффициентов могут быть исследованы в рамках теории линейного отклика, т. е. можно пренебречь нелинейностью релаксационных сил.

Исследуем сначала статические перенормировки кинетических коэффициентов. Формулы (22), (23) приводят к обычному для статической теории разложению функций в ряд по степеням $(k\xi)^{2n}$, $(q\xi)^{2n}$:

$$D^{(2)}(\mathbf{k}, 0) = D_0(0, 0)[1 + \alpha'(k\xi)^2 + \dots],$$

$$\Gamma^{(2)}(\mathbf{q}, 0) = \Gamma_0(0, 0)[1 + \beta'(q\xi)^2 + \dots].$$

Такое разложение связано с наличием особенностей в корреляторах статической теории в точках $k_i = -n^2\xi^{-2}$ [26], n — целое число. Коэффициенты α' , β' зависят только от вида статической корреляционной функции.

Перейдем теперь к анализу энергетической зависимости кинетических коэффициентов. Используя (19), получим следующие выражения для действительной и мнимой частей $\gamma(\mathbf{k}, \omega)$:

$$\operatorname{Re}\gamma(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\operatorname{Im}\Sigma_{\dot{S}\dot{S}}^R(\mathbf{k}, \omega)}{\omega}, \quad \operatorname{Im}\gamma(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{\operatorname{Re}\Sigma_{\dot{S}\dot{S}}^R(\mathbf{k}, \omega) - \operatorname{Re}\Sigma_{\dot{S}\dot{S}}^R(\mathbf{k}, 0)}{\omega}. \quad (29)$$

Так как $\operatorname{Im}\gamma$ — нечетная функция ω , а $\operatorname{Re}\gamma$ — четная функция ω , регулярное разложение кинетических коэффициентов по степеням частоты начинается с ω^2 .

Введем эффективный обобщенный кинетический коэффициент γ^* согласно определению

$$\gamma^* = \frac{\frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Im} \Sigma_{\dot{S}\dot{S}}^R(\mathbf{k}, \omega)|_{\omega=0}}{1 + G_0^{-1}(\mathbf{k}) \frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} \Sigma_{\dot{S}\dot{S}}^R(\mathbf{k}, \omega)|_{\omega=0}}. \tag{30}$$

Выражение для эффективного обобщенного кинетического коэффициента (30) аналогично определению эффективной массы в теории квантовых жидкостей, роль Z -фактора играет ренормировочная постоянная на массовой поверхности:

$$Z = \frac{1}{1 + G_0^{-1}(\mathbf{k}) \frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} \Sigma_{\dot{S}\dot{S}}^R(\mathbf{k}, \omega)|_{\omega=0}}.$$

Вычисления Z в гидродинамической и критической областях приводят к следующим выражениям для ренормировочной постоянной:

$$Z(k \rightarrow 0) = \frac{1}{1 + \epsilon'(k\xi)^2}, \quad Z(q \rightarrow 0) = \frac{1}{1 + \delta' + \delta''(q\xi)^2}, \tag{31}$$

где постоянные $\epsilon', \delta' \ll 1$ также выражаются через интегралы от статического коррелятора G_0 . Распространяя определение (30) на малые, но ненулевые ω , получим разложение для вещественных обобщенного коэффициента спиновой диффузии D^* и релаксационной постоянной Γ^{*3} :

$$\begin{aligned} D^{(2)*}(\mathbf{k}, \omega) &= D_0(0, 0)[1 + \alpha'(k\xi)^2 + \alpha''_{k\xi}(\omega/\omega^*)^2 + \dots], \\ \Gamma^{(2)*}(\mathbf{q}, \omega) &= \Gamma_0(0, 0)[\beta + \beta'(q\xi)^2 + \beta''_{k\xi}(\omega/\omega^*)^2 + \dots]. \end{aligned} \tag{32}$$

Здесь следует отметить, что мы не претендуем на описание поведения кинетических коэффициентов в области $\omega \sim \omega^*, k, q \sim \xi^{-1}$. Эта область частот и энергий вряд ли поддается на сегодняшний день детальному анализу. Поэтому мы пренебрегаем нерегулярными поправками к кинетическим коэффициентам, проистекающими от генерации в высших порядках теории возмущений бесконечной последовательности полюсов запаздывающей спиновой функции Грина, стягивающейся к вещественной оси и закрывающей породивший их полюс. Мы не будем также обсуждать явления, связанные с уходом полюса под разрез и т. п. [16, 17]. Все эти добавки в интересующей нас области \mathbf{k} и ω являются малыми поправками и могут быть отброшены.

Рассмотрим теперь влияние диаграмм с многочастичными $m > 2$ промежуточными состояниями. Как уже было отмечено ранее, нас будет интересовать только регулярный вклад:

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{Im} \Sigma_{\dot{S}\dot{S}}^{R(m)}}{\omega} &\sim (ka)^2 \sum_{\mathbf{p}_1} \dots \sum_{\mathbf{p}_m} \Lambda^{(m)}(\mathbf{k}, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_m) \Lambda^{(m)\dagger}(\mathbf{k}, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_m) \delta(\mathbf{p}_1 + \dots + \mathbf{p}_m - \mathbf{k}) \frac{1}{\pi^{m-1}} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon_1 \dots d\varepsilon_m \operatorname{Im} K_{\dot{S}\dot{S}}^R(\mathbf{p}_1, \varepsilon_1) \dots \operatorname{Im} K_{\dot{S}\dot{S}}^R(\mathbf{p}_m, \varepsilon_m)}{\varepsilon_1 \dots \varepsilon_m} \delta(\varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_m - \omega), \end{aligned} \tag{33}$$

³⁾ $\omega^* \sim T_c \tau^{\nu z}$ — характерная энергия флуктуаций, $z = 3/2$.

где функции K описывают как «диффузоны», так и «релаксоны» и интегрирование по частотам проводится вблизи особых точек скейлинговой функции. При $m = 2$ формула (33) переходит в формулы (24), (25).

Как было показано в работе [16], при $k \rightarrow 0$ для вершинных частей $\Lambda^{(m)}$ имеют место обобщенные тождества Уорда, аналогичные (21), в силу которых вершина выражается через сумму производных от обычных m -частичных вершин статической теории подобия. Используя «размерную» оценку для статических вершин [26], согласно которой $\Gamma_m \propto p^{3-m/2}$, в пределе $k \rightarrow 0$ видим, что замена диаграмм с двухчастичными промежуточными состояниями в канале рождения «диффузонов» и «релаксонов» диаграммами с m -частичными промежуточными состояниями не меняет скейлинговой размерности неприводимых собственно-энергетических частей. Что касается поведения вершинных частей на антиферромагнитном векторе, то здесь также справедливы аргументы, выдвинутые для диаграмм с двухчастичными промежуточными сечениями. Таким образом, рассмотрение промежуточных состояний с числом частиц больше 2 не меняет скейлинговой размерности кинетических коэффициентов, а влияет только на значения постоянных, которые в рамках излагаемого подхода все равно не могут быть вычислены. То же самое можно отнести к поправкам, связанным с зависимостью вершинных частей от энергии [16].

В заключение отметим, что поправки, связанные с частотной и импульсной зависимостями кинетических коэффициентов, могут быть экспериментально исследованы с помощью рассеяния нейтронов, при этом сечение рассеяния определяется величиной $\text{Im } K_{SS}^R(\mathbf{k}, \omega)/\omega$, где мнимая часть запаздывающей спиновой функции Грина удовлетворяет формулам (6), (7) с коэффициентами (32).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследовано скейлинговое поведение обобщенных кинетических коэффициентов в трехмерном изотропном гайзенберговском антиферромагнетике. В результате анализа, основанного на модифицированном варианте теории взаимодействующих мод, установлены приближения в микроскопическом подходе для удовлетворения требованиям гипотезы масштабной инвариантности. А именно, показано, что для определения скейлинговой размерности кинетических коэффициентов достаточно ограничиться процессами с двухчастичными промежуточными состояниями. При этом вершинные части определяются статической теорией подобия.

В полюсном приближении определены регулярная частотная и импульсная зависимости коэффициента спиновой диффузии и релаксационной постоянной. В работе введено понятие об эффективных кинетических коэффициентах, аналогичное определению эффективной массы в теории квантовых жидкостей. Учет перенормировок, связанных с многократным рассеянием «диффузонов» и «релаксонов», позволил выписать в явном виде ряды для скейлинговой функции в области частот и импульсов $\omega \ll \omega^*$, $k, q \ll \xi^{-1}$.

В основе результатов, полученных в данной работе, лежат статический и динамический законы подобия, а также предположение о наличии всего двух мод — двух особенностей на малых частотах, обусловленных существованием гидродинамического и критического режимов. Наличие диффузии и релаксации в антиферромагнитной системе, в свою очередь, связано с наличием сохраняющейся величины в модели Гай-

зенберга и с несохранением параметра порядка в этой модели. Поэтому все формулы лишь в слабой степени зависят от специфики гайзенберговского антиферромагнетика и будут справедливы для любой системы с несохраняющимся параметром порядка при наличии дополнительного интеграла движения.

При рассмотрении более сложных физических систем, например тяжелофермионных соединений с целочисленным заполнением f -оболочки (примером таких веществ являются соединения на основе Ce) в модели кондо-решетки, когда гайзенберговское взаимодействие спинов определяется косвенным обменом через электроны проводимости, возможно существенное отклонение от скейлингового поведения гайзенберговских магнетиков за счет существования дополнительных мод, взаимодействующих с парамагнонами. Такие моды могут возникать, например, за счет спин-жидкостных корреляций, препятствующих росту магнитной корреляционной длины. Говоря другими словами, тестом на наличие спин-жидкостных корреляций могут быть измерения обобщенных кинетических коэффициентов с помощью рассеяния нейтронов. Объектами приложения методов, предложенных в настоящей работе, могут быть также системы с близкими к нулю или даже отрицательными температурами антиферромагнитного упорядочения [6, 28, 29], анизотропные, ферри- и антиферримагнетики, а также системы с дипольными взаимодействиями.

Исследование кинетических коэффициентов вблизи температуры Нееля, проведенное в работе, показывает, что диаграммные методы описания кинетических явлений в антиферромагнетиках обладают целым рядом преимуществ по сравнению с существующими методами [14, 15, 20] и могут быть использованы для анализа неренормируемых гамильтонианов, а также задач с нелокальными взаимодействующими модами.

В заключение авторы выражают признательность Д. Н. Аристову, Ю. М. Кагану, А. В. Лазуте, В. Л. Покровскому и Р. Pfeuty за ценные замечания, конструктивную критику и интерес к работе. Особо хотелось бы поблагодарить С. В. Малеева, обсуждения с которым стимулировали написание данной статьи. Работа выполнена при финансовой поддержке Международной ассоциации INTAS (проекты 93-2834 и 83-285), Голландской организации по поддержке научных исследований NWO (проект 07-30-002) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект 95-02-04250а).

Литература

1. S. Chakravarty, B. I. Halperin, and D. R. Nelson, Phys. Rev. B **39**, 2344 (1989).
2. D. P. Arovas and A. Auerbach, Phys. Rev. B **38**, 316 (1988).
3. A. Chubukov, Phys. Rev. B **44**, 392 (1991).
4. H. Monien, D. Pines, and C. P. Slichter, Phys. Rev. B **44**, 120 (1990).
5. *Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников*, под ред. Д. М. Гинзберга, Мир, Москва (1990).
6. A. Millis, Phys. Rev. B **48**, 7183 (1993).
7. S. Kambe et al., J. Phys. Soc. of Jap. **65**, 3294 (1996).
8. A. Rosch, A. Schröder, O. Stockert, and H. V. Löhneysen, submitted to Phys. Rev. B.
9. P. W. Anderson, Mater. Res. Bull. **8**, 153 (1973).
10. G. Baskaran, Z. Zou, and P. W. Anderson, Solid State Comm. **63**, 973 (1987).
11. Yu. Kagan, K. A. Kikoin, and N. V. Prokof'ev, Physica B **182**, 201 (1992).

12. К. А. Кикоин, М. Н. Киселев, А. С. Мищенко, Письма ЖЭТФ **60**, 583 (1994).
13. К. А. Кикоин, М. Н. Киселев, А. С. Мищенко, ЖЭТФ **112**, 729 (1997).
14. В. I. Halperin and P. C. Hohenberg, Phys. Rev. **177**, 952 (1969); Phys. Rev. **188**, 898 (1969); Rev. Mod. Phys. **49**, 435 (1977).
15. В. I. Halperin, P. C. Hohenberg, and E. D. Siggia, Phys. Rev. B **13**, 1299 (1976).
16. С. В. Малеев, ЖЭТФ **65**, 1237 (1973).
17. С. В. Малеев, ЖЭТФ **66**, 889 (1974); Препринты ЛИЯФ/1038-1040 (1985); Sov. Sci. Rev. A **8**, 323 (1987).
18. А. З. Паташинский, В. Л. Покровский, *Флуктуационная теория фазовых переходов*, Наука, Москва (1982).
19. R. Freedman and G. F. Mazenko, Phys. Rev. Lett. **34**, 1571 (1975).
20. K. Kawasaki, in: *Phase Transitions and Critical Phenomena*, ed. by C. Domb and M. S. Green, Academic, New York, Vol. 5a (1976).
21. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, ГИФМЛ, Москва (1962).
22. L. Kadanoff and P. Martin, Ann. Phys. **24**, 419 (1963).
23. Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Скрябин, *Статистическая механика магнитоупорядоченных систем*, Наука, Москва (1987).
24. В. Г. Вакс, А. И. Ларкин, С. А. Пикин, ЖЭТФ **51**, 767 (1966); ЖЭТФ **53**, 281 (1967).
25. Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ **41**, 1241 (1961); ЖЭТФ **42**, 1658 (1962); С. В. Малеев, ТМФ **4**, 86 (1970).
26. А. А. Мигдал, ЖЭТФ **55**, 1964 (1968); А. М. Поляков, ЖЭТФ **59**, 2144 (1969).
27. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
28. J. Hertz, Phys. Rev. B **14**, 1165 (1975).
29. Т. Мория, *Спиновые флуктуации в магнетиках с коллективизированными электронами*, Мир, Москва (1988).