ЖЭТФ, 1997, том 112, вып. 4(10), стр. 1285–1298

ИОНИЗАЦИОННОЕ САМОКАНАЛИРОВАНИЕ СВИСТОВЫХ ВОЛН В СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

А. В. Кудрин, Л. Е. Курина, Г. А. Марков

Нижегородский государственный университет
603600, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 18 февраля 1997 г.

Исследуется самовоздействие волн свистового диапазона (вистлеров), заключающееся в формировании волноводных каналов в столкновительной магнитоактивной плазме вследствие ее дополнительной ионизации полем распространяющейся волны. Выведены упрощенные уравнения, позволяющие описывать поведение поля вистлера в канале с повышенной плотностью плазмы при наличии электронных соударений. На основании численного решения уравнений для поля совместно с уравнениями баланса плотности и энергии электронов получены самосогласованные распределения поля и плазмы, отвечающие стационарному ионизационному самоканалированию вистлеров. Приведены оценки, свидетельствующие о возможности наблюдения данного эффекта в лабораторных условиях.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследованию особенностей формирования в замагниченной плазме волноводных каналов, возникающих вследствие различных нелинейных эффектов при распространении мощных волновых пучков, посвящено большое число работ (см., например, [1–5] и цитируемую там литературу). В последние годы повышенное внимание к этим вопросам обусловлено постановкой ряда новых лабораторных и ионосферных экспериментов по созданию вытянутых вдоль внешнего магнитного поля самосогласованных плазменных структур с контролируемыми свойствами [6–10]. Применительно к плазме ионосферного типа особый интерес вызывает возможность самоканалирования интенсивных электромагнитных волн, принадлежащих свистовому диапазону частот

$$(\Omega_H \omega_H)^{1/2} < \omega \ll \omega_H \ll \omega_p \tag{1}$$

(ω_H и ω_p — соответственно гирочастота и плазменная частота электронов, Ω_H — гирочастота ионов). Это объясняется, в частности, тем, что свистовые волны (вистлеры), существующие в естественных условиях околоземного космического пространства, играют весьма важную роль во многих как фундаментальных, так и прикладных проблемах физики космической плазмы [11]. Поэтому изучение особенностей распространения и самовоздействия мощных волновых пучков в свистовом диапазоне представляет значительный интерес для разработки новых методов исследования ионосферы и магнитосферы, связанных с активным воздействием на околоземную плазму, а также для ряда других близких приложений (см. [6, 12]). Вопросы эффективного возбуждения вистлеров и передачи их энергии плазме привлекают повышенное внимание и в связи с возможностями использования этих волн в современных лабораторных и технологических плазменных установках, например, в геликонных источниках плазмы [13–16].

Следует отметить, что в большинстве теоретических работ, посвященных самовоздействию волн свистового диапазона, рассматриваются в основном широкие в масштабе длины распространяющейся волны бесстолкновительные или слабостолкновительные каналы с малым перепадом плотности плазмы в поперечном направлении. Обычно такие каналы (дакты плотности) возникают в замагниченной плазме при преобладающем влиянии стрикционных или тепловых нелинейных эффектов [5, 7, 10]. Ситуация, однако, существенно меняется в случае дополнительной ионизации фоновой плазмы полем волны. Возникающие при наличии ионизационной нелинейности каналы с повышенной плотностью имеют, как правило, ширину, сравнимую с длиной свистовой волны, и часто характеризуются заметным перепадом плотности по радиусу [6]. Кроме того, даже в бесстолкновительном пределе постоянные распространения направляемых такими плазменными образованиями волноводных мод являются в диапазоне (1) комплексными из-за утечки последних в окружающую среду в виде мелкомасштабных квазиэлектростатических волн [5, 17]. Указанное своеобразие каналирования вистлеров существенно затрудняет математическое описание их ионизационного самовоздействия, приводящего к образованию дактов с повышенной плотностью. В частности, для плазмы со сравнительно малыми значениями эффективной частоты соударений электронов ν_e, когда основным механизмом потерь энергии из канала является излучение в фоновую плазму квазиэлектростатических волн, теория ионизационного самоканалирования вистлеров еще не построена. Однако в случае достаточно больших значений ν_e, отвечающих заметному столкновительному затуханию квазиэлектростатических волн, этот эффект (при одновременном соблюдении условия $\nu_e \ll \omega_H$) может быть проанализирован в рамках некоторой упрощенной модели. Рассмотрению стационарного ионизационного самоканалирования свистовых волн применительно к данному частному случаю и посвящена настоящая работа.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Описание полной картины ионизационного самоканалирования вистлеров является довольно сложной задачей. Однако ключевой вопрос о возможности существования в столкновительной замагниченной плазме стационарных волноводных структур, поддерживаемых путем дополнительной ионизации фоновой среды полем захваченных свистовых волн, а также наиболее характерные особенности данного эффекта можно исследовать, если пренебречь в первом приближении зависимостью параметров плазменного канала и абсолютного значения амплитуды волнового поля в нем от продольной координаты, т. е. ограничиться рассмотрением однородных вдоль внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0 = H_0\mathbf{z}_0$ плазменных образований. Как мы убедимся далее, такая модель является вполне адекватной при сравнительно слабом поглощении вистлера ($\nu_e \ll \omega_H$). В дальнейшем мы будем рассматривать только аксиально-симметричные распределения поля и плазмы. В этом случае с учетом принятых идеализаций поперечная структура поля

$$\frac{1}{2}\left[\mathbf{E}(\rho)\exp(i\omega t - ihz) + \text{c.c.}\right], \quad \frac{1}{2}\left[\mathbf{H}(\rho)\exp(i\omega t - ihz) + \text{c.c.}\right]$$

вистлера, распространяющегося вдоль $\mathbf{H}_0$, описывается следующими уравнениями:

$$\Delta_\perp E_\varphi - \frac{E_\varphi}{\rho^2} + \left(\frac{k_0^4 g^2}{h^2 - k_0^2\varepsilon} - h^2 + k_0^2\varepsilon\right) E_\varphi = \frac{k_0^2 g h}{h^2 - k_0^2\varepsilon}\frac{dE_z}{d\rho},$$

$$\Delta_\perp E_z + \frac{h^2}{h^2 - k_0^2\varepsilon}\frac{1}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{d\rho}\frac{dE_z}{d\rho} - \frac{\eta}{\varepsilon}\left(h^2 - k_0^2\varepsilon\right) E_z = \frac{h}{\varepsilon}\left(h^2 - k_0^2\varepsilon\right)\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\frac{\rho g E_\varphi}{h^2 - k_0^2\varepsilon}, \tag{2}$$

$$E_\rho = \frac{i}{h^2 - k_0^2\varepsilon}\left(h\frac{dE_z}{d\rho} - k_0^2 g E_\varphi\right), \quad \mathbf{H} = ik_0^{-1}\mathrm{rot}\mathbf{E}, \quad \Delta_\perp = \frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{d}{d\rho}\right).$$

Здесь $k_0 = \omega/c$ — волновое число в вакууме, $h = k_0 p$ — постоянная распространения вистлера, ρ, φ, z — цилиндрические координаты, ε, g, η — компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}. \tag{3}$$

В рассматриваемом диапазоне частот (1) при выполнении дополнительного условия

$$(\Omega_H \omega_H)^{1/2} \ll |\omega - i\nu_e| \ll \omega_H \tag{4}$$

компоненты тензора (3) имеют вид [18]

$$\varepsilon = \frac{\omega_p^2}{\omega_H^2}\left(1 - i\frac{\nu_e}{\omega}\right), \quad g = -\frac{\omega_p^2}{\omega\omega_H}\left(1 - i\frac{2\nu_e\omega}{\omega_H^2}\right),$$
$$\eta = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\left(1 - i\frac{\nu_e}{\omega}\right)^{-1}. \tag{5}$$

При не слишком малых значениях эффективной частоты соударений ν_e уравнения (2) могут быть существенно упрощены. Прежде чем выполнить соответствующие упрощения, напомним, что структура поля мод, направляемых в диапазоне частот (1) каналом с повышенной плотностью плазмы, характеризуется наличием двух различных поперечных масштабов — крупного, отвечающего поддерживаемым каналом свистовым волнам, и мелкого, отвечающего квазиэлектростатическим волнам, уносящим часть энергии в фоновую плазму [5, 17]. Из-за утечки энергии постоянные распространения p становятся комплексными: $p = p' - ip''$. Заметим, что в бесстолкновительном пределе мелкомасштабная составляющая преобладает в радиальной и продольной компонентах электрического поля и достаточно хорошо заметна в остальных компонентах [19]. При наличии столкновений для квазиэлектростатических волн имеет место явление, аналогичное скин-эффекту, — начиная с некоторого значения частоты соударений ν_e, мелкомасштабная составляющая поля оказывается сосредоточенной в сравнительно тонком слое вблизи области перепада плотности плазмы $N(\rho)$. Опираясь на некоторые результаты работы [19], обобщенные на случай столкновительной плазмы, нетрудно убедиться, что в случае

$$\mathrm{Im}(k_0 a p(-\eta/\varepsilon)^{1/2}) = k_0 a p' \frac{\omega_H}{\omega(1 + \nu_e^2/\omega^2)}\left(\frac{\nu_e}{\omega} - \frac{p''}{p'}\right) \gg 1, \tag{6}$$

где a — характерный масштаб распределения плотности плазмы по поперечной координате, при одновременном выполнении условия

$$|p|^2 \gg 4|\varepsilon| \tag{7}$$

структура поля в центральной части канала определяется преимущественно крупномасштабной составляющей. Отметим, что при малом перепаде плотности N по радиусу канала, когда $(N/N_0 - 1)^2 \ll \min\{1, k_0ap'\nu_e/\omega\}$ (N_0 — плотность фоновой плазмы), для постоянной затухания p'' основной моды имеет место формула

$$p'' \approx \frac{\nu_e}{2\omega_H} p'. \tag{8}$$

С учетом этой формулы и условия (4) неравенство (6) упрощается:

$$k_0ap' \frac{\omega_H \nu_e}{\omega^2 + \nu_e^2} \gg 1. \tag{9}$$

Очевидно, что для достаточно больших значений параметра $(\omega_H/\omega)k_0ap'$ условие (9) выполняется, даже если эффективная частота соударений ν_e мала по сравнению с круговой частотой ω. Поэтому в диапазоне частот (1) учет влияния электронных соударений на характеристики мод, направляемых каналами с повышенной плотностью, может иметь принципиальное значение и приводить, в частности, к заметному изменению структуры поля мод по сравнению со случаем бесстолкновительной плазмы.

Сказанное выше наглядно иллюстрируется представленными на рис. 1 и 2 результатами расчетов структуры поля, выполненных на основании решения уравнений (2) для простейшего модельного профиля плотности

$$N(\rho) = N_0 + (\tilde{N} - N_0)\,[1 - U(\rho - a)] \tag{10}$$

и двух частных случаев $\nu_e = 0$ и $\nu_e = 0.25\omega$ при заданных параметрах $k_0a = 0.12$, $\omega_H/\omega = 8.8$, $\omega_{p0}/\omega = 56.5$, $\tilde{N}/N_0 = 1.5$ (U — функция Хевисайда, $\tilde{N}$ — плотность плазмы внутри канала, ω_{p0} — плазменная частота, отвечающая фоновой плотности N_0). В обоих указанных случаях в канале может распространяться лишь низшая (основная) мода, комплексная постоянная распространения которой равна $p = 21.10 - i \cdot 1.34 \cdot 10^{-2}$ при $\nu_e = 0$ (см. рис. 1) и $p = 21.18 - i \cdot 0.79$ при $\nu_e = 0.25\omega$ (см. рис. 2). Заметим, что на приведенных здесь графиках не изображены зависимости величин $\operatorname{Re} E_\rho$, $\operatorname{Im} E_{\varphi,z}$, $\operatorname{Im} H_\rho$, $\operatorname{Re} H_{\varphi,z}$ от поперечной координаты ρ, которые существенно меньше по абсолютному значению соответствующих величин $\operatorname{Im} E_\rho$, $\operatorname{Re} E_{\varphi,z}$, $\operatorname{Re} H_\rho$, $\operatorname{Im} H_{\varphi,z}$.

Результаты проведенного рассмотрения позволяют при выполнении условий (6) и (7) использовать для описания поля в столкновительном канале сравнительно простые приближенные уравнения, которые несложно получить из строгих уравнений (2). Для этого перепишем уравнения (2) в виде

$$\begin{gathered}
\frac{d^2E_\varphi}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta}\frac{dE_\varphi}{d\zeta} - \frac{E_\varphi}{\zeta^2} + (k_0a\hat{q}_1)^2E_\varphi = k_0ap\frac{g}{p^2-\varepsilon}\frac{dE_z}{d\zeta}, \\
\chi^2\left(\frac{d^2E_z}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta}\frac{dE_z}{d\zeta} + \frac{p^2}{p^2-\varepsilon}\frac{1}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{d\zeta}\frac{dE_z}{d\zeta}\right) - \frac{\varepsilon}{p^2\eta}\hat{q}_2^2E_z = -\chi\frac{p^2-\varepsilon}{g'}\frac{1}{\zeta}\frac{d}{d\zeta}\left(\frac{\zeta g'E_\varphi}{p^2-\varepsilon}\right),
\end{gathered} \tag{11}$$

где

$$\hat{q}_1^2 = \frac{g^2}{p^2-\varepsilon} - p^2 + \varepsilon, \quad \hat{q}_2^2 = -\frac{\eta}{\varepsilon}(p^2 - \varepsilon),$$

$$\chi = \frac{\omega - i\nu_e}{\omega_H}\frac{1}{k_0ap}, \quad \zeta = \frac{\rho}{a}, \quad g' = \operatorname{Re} g \quad (|\operatorname{Re} g| \gg |\operatorname{Im} g|).$$

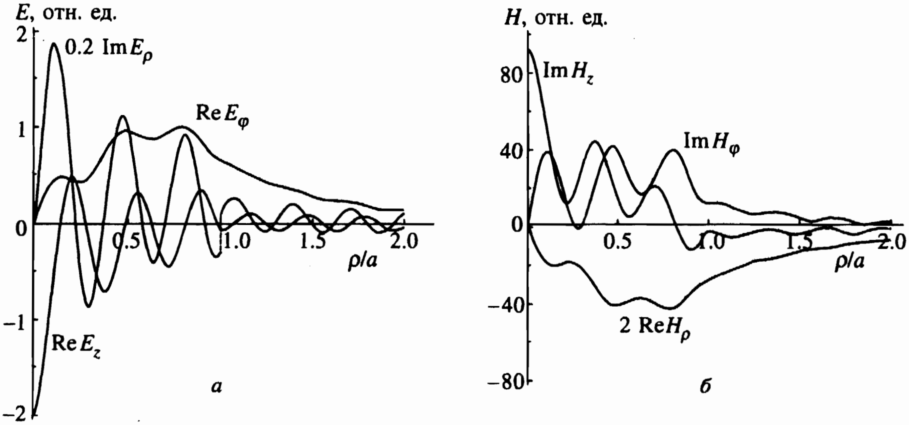

Рис. 1. Структура поля основной моды при отсутствии соударений: $\nu_e = 0$, $\tilde{N}/N_0 = 1.5$, $\omega_{p0}/\omega = 56.5$, $\omega_H/\omega = 8.8$, $k_0 a = 0.12$

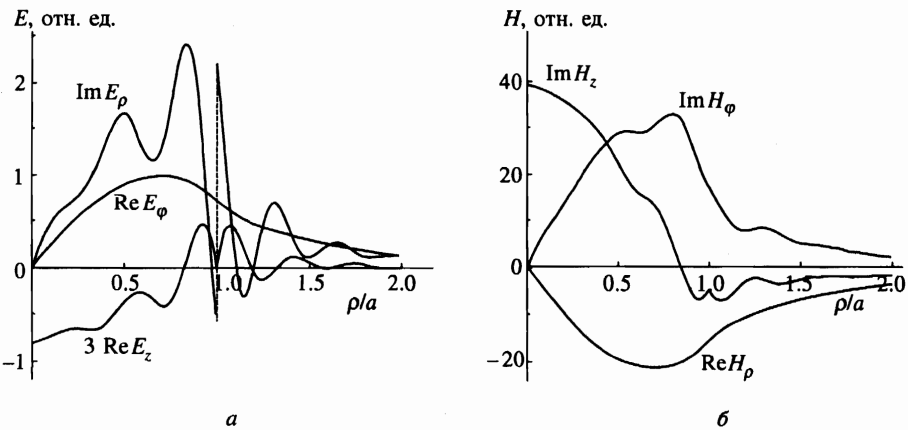

Рис. 2. Структура поля основной моды при наличии соударений: $\nu_e = 0.25\omega$, остальные параметры те же, что и на рис. 1

Здесь учтены выражения (5). Принимая во внимание неравенство $k_0 a p' \geq 1$, выполняющееся для азимутально-симметричных свистовых мод в канале с повышенной плотностью [19], нетрудно убедиться, что в рассматриваемом случае (4) справедливы соотношения $|\chi| \ll 1$, $\left|\varepsilon \hat{q}_2^2/p^2\eta\right| \simeq 1$ ($|\chi| \sim |\hat{q}_1|/|\hat{q}_2|$), позволяющие использовать при анализе системы (11) метод возмущений. Возвращаясь к размерной координате ρ, в нулевом порядке теории возмущений ($\chi = 0$) из первого уравнения данной системы получаем

$$\frac{d^2 E_\varphi}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dE_\varphi}{d\rho} - \frac{E_\varphi}{\rho^2} + k_0^2\left(\frac{g'^2}{p^2} - p^2\right)E_\varphi = 0. \tag{12}$$

При этом

$$E_\rho = -ig'p^{-2}E_\varphi \tag{13}$$

и $E_z = 0$. Нетривиальное выражение для продольной компоненты электрического поля дает следующий (первый) порядок теории возмущений:

$$E_z = -\frac{1}{k_0 p\eta}\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\left(\rho g' E_\varphi\right). \tag{14}$$

Во избежание недоразумений отметим, что в (12)–(14) мы пренебрегли некоторыми малыми членами порядка ε/p^2, ν_e/ω_H. Существенно, что при выводе этих формул не предполагается малости изменения плотности N по поперечной координате. Уравнение (12) и выражения (13), (14) позволяют определить структуру крупномасштабных составляющих полей мод, а также их действительные постоянные распространения $p = p'$ (при отыскании p малые потери энергии на излучение и диссипацию в рамках данного приближения просто не учитываются)[1]. Поскольку в случае (6) поведение поля в столкновительных каналах с повышенной плотностью плазмы определяется именно крупномасштабными составляющими, полученные соотношения оказываются весьма удобными для анализа ионизационного самовоздействия свистовых волн, приводящего к формированию таких каналов.

Уравнение (12) и выражения (13) и (14) должны рассматриваться совместно с уравнениями баланса энергии и плотности плазмы [21]. Будем считать, что в плазменном канале, возникающем при пробое и дополнительной ионизации фоновой среды полем вистлера, выполняются следующие соотношения:

$$\nu_{ei} \ll \nu_{em}, \qquad \delta_{em}\nu_{em} \ll \omega, \qquad \delta_{ei}\nu_{ei} \ll \nu_{im}. \tag{15}$$

Здесь ν_{im}, ν_{em} и ν_{ei} — частоты столкновений ионов и электронов с нейтральными молекулами и ионами соответственно ($\nu_e = \nu_{em} + \nu_{ei}$), δ_{em}, δ_{ei} — средние относительные доли энергии, теряемой электронами при соударениях с нейтральными молекулами и ионами. Последнее неравенство в (15) позволяет не учитывать нагрев ионов [21]. Полагая, что характерные масштабы неоднородности амплитуды поля достаточно велики, можно пренебречь вкладом теплопроводности в формирование профиля электронной температуры T_e и представить стационарное распределение T_e в виде

$$T_e = T_{e0} + \frac{e^2}{3m\delta_{em}\omega_H^2}\left[|E_\rho|^2 + |E_\varphi|^2 + 4\frac{\omega}{\omega_H}\operatorname{Im}(E_\rho E_\varphi^*) + \frac{\omega_H^2}{\omega^2+\nu_e^2}|E_z|^2\right] \tag{16}$$

(e и m — заряд и масса электрона, T_{e0} — фоновое значение температуры электронов). При получении формулы (16) были использованы выражения (5) для компонент тензора диэлектрической проницаемости плазмы.

Для описания стационарного распределения плотности плазмы N по поперечной координате воспользуемся уравнением баланса плотности [21]

$$\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\left(\rho D_\perp \frac{dN}{d\rho}\right) + (\nu_i - \nu_a)N - \alpha N^2 + q_{ext} = 0, \tag{17}$$

---

[1] Следует отметить, что уравнение (12) отвечает, по существу, приближению одножидкостной электронной магнитной гидродинамики [20]. Однако получение выражения (14), необходимого для дальнейшего рассмотрения, требует уже выхода за рамки этого приближения.

в котором $D_\perp$ – коэффициент диффузии плазмы поперек магнитного поля, ν_i — частота ионизации нейтральных молекул электронным ударом, ν_a — частота прилипания электронов, α — коэффициент электрон-ионной рекомбинации, q_{ext} — интенсивность внешнего источника ионизации, поддерживающего равновесное значение плотности N_0:

$$q_{ext} = (\alpha_0 N_0 + \nu_{a0} - \nu_{i0}) N_0$$

(индекс нуль отмечает фоновые значения соответствующих величин). Здесь учтено, что при достаточно большой протяженности плазменного канала вдоль внешнего магнитного поля, которая, как мы увидим далее, реализуется в рассматриваемой области значений параметров, можно пренебречь продольной диффузией плазмы. Поперечная диффузия в этом случае является амбиполярной. Коэффициент $D_\perp$ при условиях $T_e \gg T_i$ (T_i — температура ионов) и $\omega_H \Omega_H \gg \nu_{em}\nu_{im}\left(1 + \Omega_H^2/\nu_{im}^2\right)$, которые предполагаются здесь выполненными, дается формулой [21, 22]

$$D_\perp = \frac{T_e \nu_e}{m\omega_H^2}. \tag{18}$$

Следует отметить, что в уравнении (17) мы пренебрегли также влиянием термодиффузии. Это справедливо, если характерный поперечный масштаб изменения температуры электронов превышает соответствующий масштаб изменения плотности плазмы в канале, либо если изменения температуры T_e достаточно малы. Последнее реализуется, например, в случае, когда величина T_e близка к «пробойному» значению T_e^*, определяемому соотношением

$$\nu_i(T_e^*) = \nu_a(T_e^*) + \alpha(T_e^*) N_0. \tag{19}$$

(при этом, очевидно, $q_{ext} = 0$).

Уравнения (12), (17) совместно с соотношениями (13), (14), (16) позволяют исследовать стационарные самосогласованные распределения поля и плазмы, возникающие в невозмущенной (фоновой) плазменной среде при распространении интенсивных свистовых волн вследствие ионизационных нелинейных эффектов. Результаты решения данных уравнений в значительной степени определяются зависимостями входящих в них величин от температуры T_e и других факторов. Поэтому для получения каких-либо результатов необходимо конкретизировать эти зависимости.

3. САМОСОГЛАСОВАННЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ И ПЛАЗМЫ

В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением ионизационных эффектов, имеющих место в воздухе при типичных разрядных температурах, $T_e \le 3$ эВ. В этом случае температурные зависимости величин, входящих в (16), (17), могут быть описаны следующими модельными выражениями [21, 23]:

$$\begin{gathered} \nu_e = 1.23 \cdot 10^{-7} N_m T_e^\mu, \\ \nu_i = 2.7 \cdot 10^{-8} N_m \left(\frac{T_e}{I}\right)^{1/2} \left(1 + 2\frac{T_e}{I}\right) \exp\left(-\frac{I}{T_e}\right), \\ \nu_a = \beta_a N_m, \qquad \alpha = 5 \cdot 10^{-7} \left(\frac{0.026}{T_e}\right)^\lambda, \end{gathered} \tag{20}$$

в которых величины ν_e, ν_i, ν_a выражены в с$^{-1}$, T_e — в эВ, α – в см$^3 \cdot c^{-1}$, концентрация нейтральных молекул N_m — в см$^{-3}$; I — эффективный потенциал ионизации нейтральных молекул, далее принимаемый равным $I = 14$ эВ. Коэффициент прилипания β_a, а также величины μ, λ и δ_{em} в рассматриваемой области значений электронной температуры можно считать не зависящими от T_e: $\beta_a = 7.2 \cdot 10^{-12}$ см$^3 \cdot$ с$^{-1}$, $\mu = 5/6$, $\lambda = 1.2$ [21], $\delta_{em} = 0.01$ [24].

Несмотря на использованные приближения и упрощения, уравнения (12), (17) допускают в общем случае только численное решение. Результатам численных расчетов мы предпошлем некоторое аналитическое рассмотрение.

Предположим, что относительные изменения плотности плазмы и температуры электронов являются малыми величинами

$$n = \frac{N - N_0}{N_0} \ll 1, \quad \Theta \equiv \frac{T_e - T_{e0}}{T_{e0}} \ll 1, \tag{21}$$

а характерный поперечный размер канала a существенно превышает диффузионную длину $(D_{\perp 0}/\alpha_0 N_0)^{1/2}$:

$$a^2 \gg D_{\perp 0}/\alpha_0 N_0. \tag{22}$$

Заметим, что в случае (21) последнее условие выполняется заведомо, если

$$(k_0 P)^2 \frac{D_{\perp 0}}{\alpha_0 N_0} \ll 1,$$

где P — нормированная постоянная распространения свистовой волны строго вдоль внешнего магнитного поля в однородной плазме с плотностью $N = N_0$ (в рассматриваемом приближении $P = \omega_{p0}/\sqrt{\omega \omega_H}$). При выполнении указанных условий можно пренебречь диффузионным членом в уравнении (17), а также вкладом продольной компоненты поля E_z в нагрев электронов[2)]. В результате из (16), (17) получаем

$$n = \frac{\Delta_0}{\alpha_0 N_0} \left(1 + \frac{q_{ext}}{\alpha_0 N_0^2}\right)^{-1} \Theta, \quad \Theta = 2 \frac{\omega^2}{\omega_H^2} \frac{|E_\varphi|^2}{E_p^2}, \tag{23}$$

где

$$\Delta_0 = T_{e0} \frac{\partial}{\partial T_e} (\nu_i - \nu_a - \alpha N_0)_{|T_e = T_{e0}}, \quad E_p^2 = 3 T_{e0} m \delta_{em} \omega^2 / e^2.$$

Здесь учтено, что при $n \ll 1$ можно положить $E_\rho \approx i E_\varphi$ (см. (13)). Очевидно, что при используемых зависимостях (20) выполняется соотношение $\Delta_0 > 0$, так что нагрев и дополнительная ионизация приводят к увеличению плотности плазмы в области сильного поля. Что касается уравнения (12), то оно здесь принимает вид

$$\Delta_\perp E_\varphi - \frac{E_\varphi}{\rho^2} + 2(k_0 P)^2 \left(n - 2\frac{p - P}{P}\right) E_\varphi = 0. \tag{24}$$

С учетом соотношений (23) уравнение (24) можно записать таким образом:

[2)] Для сравнительно «узкого» канала ($k_0 a p' \sim 1$), как будет ясно из дальнейшего, учет вклада компоненты E_z в нагрев электронов становится необходимым.

$$\Delta_\perp E_\varphi - \frac{E_\varphi}{\rho^2} + 2(k_0P)^2\left(\gamma^2|E_\varphi|^2 - 2\frac{p-P}{P}\right)E_\varphi = 0, \tag{25}$$

где

$$\gamma^2 = 2\frac{\omega^2}{\omega_H^2}\frac{\Delta_0}{\alpha_0 N_0}\left(1+\frac{q_{ext}}{\alpha_0 N_0^2}\right)^{-1}\frac{1}{E_p^2}.$$

Как известно (см., например, [4]), уравнение вида (25) может иметь локализованные решения, удовлетворяющие условию $E_\varphi \to 0$ в начале координат ($\rho \to 0$) и на бесконечности ($\rho \to \infty$). Заметим, что хотя подобное уравнение и использовалось ранее в ряде работ, посвященных самовоздействию вистлеров в бесстолкновительной магнитоактивной плазме[3)], в рассматриваемом диапазоне частот (1) оно, как ясно из проведенного выше анализа, справедливо для каналов с повышенной плотностью только в случае (9), т. е. при учете электронных столкновений. Из уравнения (25) и соотношений (23) видно, что при самоканалировании основной свистовой моды распределение плазмы по радиусу является немонотонным и характеризуется наличием минимума плотности на оси $\rho = 0$ и окружающего приосевую область кольцевого слоя с повышенной плотностью. Любопытно, что в случае плоского (двумерного) распределения поля плотность плазмы на оси z принимает, напротив, максимальное значение. Уравнение, описывающее поведение поля в этом случае ($\partial/\partial y = 0$), можно получить из (25), если выполнить замены $(\Delta_\perp - \rho^{-2}) \to d^2/dx^2$, $E_\varphi \to E_y$. Локализованное решение соответствующего уравнения хорошо известно:

$$E_y(x) = \tilde{n}^{1/2}\gamma^{-1}\mathrm{sech}(k_0P\tilde{n}^{1/2}x), \tag{26}$$

где $\tilde{n} = n(0)$. При этом $p = P\left(1+\tilde{n}/4\right)$, и

$$n(x) = \tilde{n}\,\mathrm{sech}^2(k_0P\tilde{n}^{1/2}x).$$

В общем случае, как уже было отмечено выше, приходится довольствоваться лишь результатами численного решения уравнений (12), (17). Введем удобные для дальнейшего рассмотрения безразмерные величины

$$\xi = \rho\left(\frac{\alpha_0 N_0}{D_{\perp 0}}\right)^{1/2}, \quad \mathscr{E}_{\rho,\varphi,z} = \frac{E_{\rho,\varphi,z}}{E_p}.$$

С учетом этих обозначений уравнения (12), (17) преобразуются к виду:

$$\frac{d^2\mathscr{E}_\varphi}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi}\frac{d\mathscr{E}_\varphi}{d\xi} - \frac{\mathscr{E}_\varphi}{\xi^2} + \Lambda^2\left[\frac{P^4(1+n)^2}{p^2} - p^2\right]\mathscr{E}_\varphi = 0,$$

$$(1+\Theta)^{1+\mu}\left(\frac{d^2n}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi}\frac{dn}{d\xi}\right) + (1+\mu)(1+\Theta)^\mu\frac{dn}{d\xi}\frac{d\Theta}{d\xi} - \frac{(1+n)^2}{(1+\Theta)^\lambda} +$$

$$+\Lambda^2\frac{\omega_H^2}{\omega^2}\frac{c^2}{\beta_{e0}\left(T_{e0}/m\right)}\left[(\beta_i - \beta_a)(1+n) - (\beta_{i0} - \beta_a)\right] + 1 = 0, \tag{27}$$

[3)] См., в частности, работу [4] и указанные в ней ссылки.

$$\Theta = |\mathscr{E}'_z|^2 + \frac{\omega^2}{\omega_H^2}|\mathscr{E}_\varphi|^2 \left[1 + \frac{P^4}{p^4}(1+n)^2 + 4\frac{\omega}{\omega_H}\frac{P^2}{p^2}(1+n)\right],$$

$$\mathscr{E}'_z = \frac{\mathscr{E}_z}{1 - i\,(1+\Theta)^\mu\,\nu_{e0}/\omega} = -\frac{\omega}{\omega_H}\frac{1}{p\Lambda(1+n)\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi(1+n)\mathscr{E}_\varphi\right),$$

где

$$\Lambda = k_0\left(\frac{D_{\perp 0}}{\alpha_0 N_0}\right)^{1/2}, \quad \beta_i = \nu_i N_m^{-1}, \quad \beta_{i0} = \nu_{i0} N_m^{-1}, \quad \beta_{e0} = \nu_{e0} N_m^{-1},$$

остальные обозначения — те же, что и в (20). Локализованные, ограниченные на оси $\rho = 0$ решения уравнений (27) должны удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{aligned} &n \to 0, && \mathscr{E}_\varphi \to 0 \quad (\xi \to \infty); \\ &n \to \tilde{n} = \text{const}, && \mathscr{E}_\varphi \to 0 \quad (\xi \to 0). \end{aligned} \tag{28}$$

Состояние фоновой плазмы характеризуется безразмерными параметрами ω_{p0}/ω, ω_H/ω, ν_{e0}/ω, $T_{e0}/I, \Lambda$.

Анализ системы уравнений (27) показывает, что она имеет однопараметрическое семейство локализованных решений. Параметром служит величина относительного изменения плотности на оси канала $\tilde{n} = n(0) = (N(0) - N_0)/N_0$. На рис. 3 приведены зависимости $n(\xi)$ и $\Theta(\xi)$, полученные в результате численного решения данной системы для трех значений $\tilde{n}$: $\tilde{n} = 0.5$, $\tilde{n} = 0.6$ и $\tilde{n} = 0.7$ при заданных величинах $\omega_{p0}/\omega = 56.5$, $\omega_H/\omega = 8.8$, $\nu_{e0}/\omega = 0.08$, $T_{e0}/I = 0.03$, $\Lambda = 1.46 \cdot 10^{-2}$. Как показывают расчеты, для указанных $\tilde{n}$ имеет место самоканалирование только основной моды, действительная постоянная распространения которой принимает следующие значения: $p = 20.62$ ($\tilde{n} = 0.5$), $p = 20.68$ ($\tilde{n} = 0.6$), $p = 20.76$ ($\tilde{n} = 0.7$). Из представленных данных видно, что характерный поперечный масштаб распределения температуры электронов заметно превышает соответствующий масштаб изменения плотности плазмы, что оправдывает

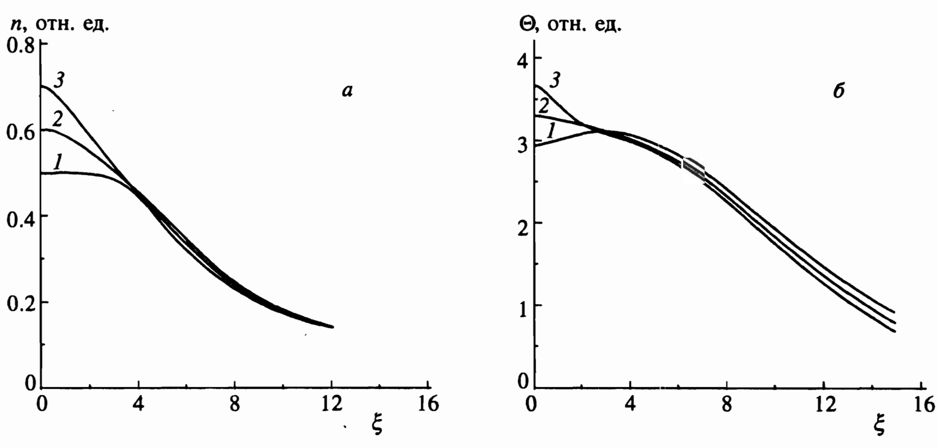

Рис. 3. Самосогласованные распределения относительных возмущений плотности (*а*) и температуры электронов (*б*) при $\omega_{p0}/\omega = 56.5$, $\omega_H/\omega = 8.8$, $\nu_{e0}/\omega = 0.08$, $T_{e0}/I = 0.03$, $\Lambda = 1.46 \cdot 10^{-2}$: *1* — $\tilde{n} = 0.5$, *2* — $\tilde{n} = 0.6$, *3* — $\tilde{n} = 0.7$

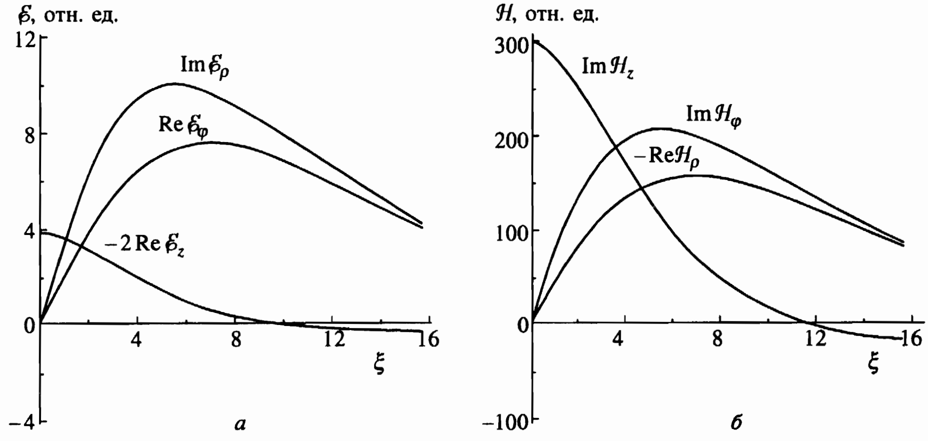

Рис. 4. Самосогласованные распределения компонент поля вистлера при $\tilde{n} = 0.7$. Значения остальных параметров те же, что и на рис. 3

пренебрежение вкладом термодиффузии в формирование профиля плотности. Заметим, что с увеличением $\tilde{n}$ ширина распределения Θ по радиусу уменьшается, так что при достаточно больших значениях $\tilde{n}$ ($\tilde{n} > 2 \div 3$) учет термодиффузии становится необходимым. При малых $\tilde{n}$ ($\tilde{n} < 0.5$) профиль $n(\xi)$ является немонотонным ($\tilde{n} < n_{max}$), как уже отмечалось при анализе упрощенного уравнения (25).

Поведение нормированных компонент поля $\mathscr{E}_{\rho,\varphi,z} = E_{\rho,\varphi,z}/E_p$, $\mathscr{H}_{\rho,\varphi,z} = H_{\rho,\varphi,z}/E_p$ при значениях параметров, отвечающих кривым *3* на рис. 3, иллюстрирует рис. 4. Опираясь на результаты расчета компонент поля, нетрудно определить протяженность $L \sim 1/h''$ плазменного канала, если воспользоваться известной энергетической формулой [25] для постоянной затухания волноводной моды h'':

$$h'' = k_0 p'' = Q/2W_\perp$$

(здесь $W_\perp$ — мощность, переносимая через поперечное сечение канала, Q — погонная мощность потерь). Для приведенных на рис. 3 распределений протяженность канала L и его характерный радиус a оказываются связанными соотношением[4)] $L \gtrsim a\omega_H/\nu_e$, так что $L \gg a$, и

$$\left| D_\parallel \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} \Big/ D_\perp \Delta_\perp N \right| < \frac{D_{\parallel,max}}{D_\perp} \frac{a^2}{2L^2} \lesssim 0.5$$

($D_\parallel$ — коэффициент диффузии плазмы вдоль внешнего магнитного поля, $D_{\parallel,max} = T_e/m\nu_e$). Последнее неравенство оправдывает использование уравнения баланса плотности плазмы в упрощенном виде (17).

Следует отметить, что сопоставление самосогласованных распределений поля (рис. 4), рассчитанных в рамках используемой модели, с распределениями поля, полученными из строгих уравнений (2) для заданных («замороженных») профилей $N(\rho), \nu_e(\rho)$, взятых из решения нелинейной задачи, показало их хорошее согласие друг

[4)] Здесь и далее величина a отвечает относительному возмущению плотности $n(a) = n_{max}/2$.

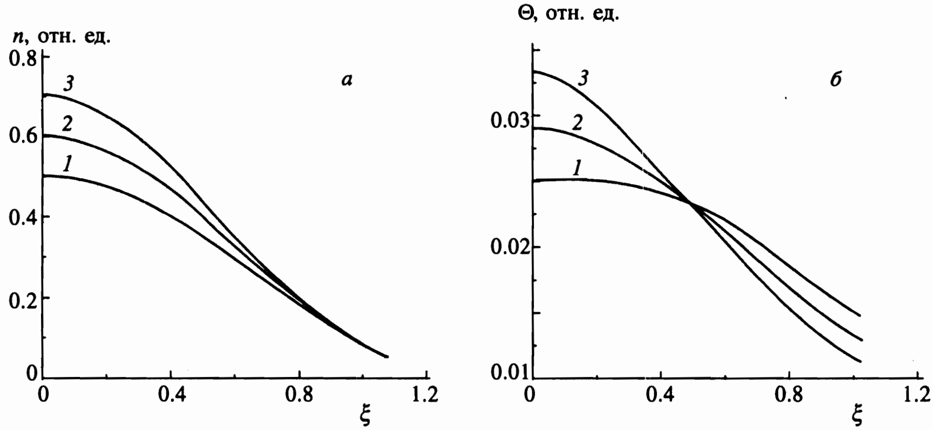

Рис. 5. Самосогласованные распределения относительных возмущений плотности (*а*) и температуры электронов (*б*) при $\omega_{p0}/\omega = 56.5$, $\omega_H/\omega = 8.8$, $\nu_{e0}/\omega = 0.25$, $T_{e0}/I = 0.14$, $\Lambda = 0.15$: *1* — $\tilde{n} = 0.5$, *2* — $\tilde{n} = 0.6$, *3* — $\tilde{n} = 0.7$

с другом. Это объясняется, очевидно, тем, что для представленных на рис. 3 и 4 результатов с достаточным запасом выполняются условия применимости приближенного описания поля на основе формул (12)–(14). Например, при $\tilde{n} = 0,7$ ($k_0a = 5.5\Lambda$, $\nu_e(0)/\omega = 0.29 \gg p''/p'$) имеем (ср. с (6))

$$k_0ap'\frac{\omega_H\nu_e(0)}{\omega^2} = 4.25.$$

Таким образом, можно утверждать, что полученные локализованные решения удовлетворяют всем указанным выше условиям и описывают ионизационное самоканалирование свистовых волн в магнитоактивной столкновительной плазменной среде.

Приведенные выше результаты относятся к случаю $T_{e0} < T_e^*$ ($q_{ext} \neq 0$). Не вдаваясь в подробности, остановимся на другой возможной ситуации, когда $T_{e0} = T_e^*$ ($q_{ext} = 0$). На рис. 5 представлены самосогласованные распределения $n(\xi)$ и $\Theta(\xi)$ для этого случая, отвечающие значениям $\tilde{n} = 0.5$ ($p = 20.36$), $\tilde{n} = 0.6$ ($p = 20.52$), $\tilde{n} = 0.7$ ($p = 20.68$) ($\nu_{e0}/\omega = 0.25$, $T_{e0}/I = 0.14$, $\Lambda = 0.15$, значения $\omega_{p0}/\omega, \omega_H/\omega$ — прежние). Как видно из рис. 5, относительные изменения температуры Θ оказываются здесь значительно меньшими по сравнению с аналогичными зависимостями, показанными на рис. 3*б*. Что же касается структуры поля, то она остается примерно такой же, как и в предыдущем случае $T_e < T_e^*$ (см. рис. 4), и поэтому не приводится.

На основе полученных результатов можно оценить некоторые параметры ионизационного самоканалирования вистлеров в лабораторной плазме. Так, распределениям, приведенным на рис. 3 и 4, отвечают, например, значения $N_0 = 4 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$ ($\omega_{p0} = 1.13 \cdot 10^{10}$с$^{-1}$), $H_0 = 100$ Э ($\omega_H = 1.76 \cdot 10^9$ с$^{-1}$), $\omega = 2 \cdot 10^8$ с$^{-1}$, $\nu_{e0} = 1.6 \cdot 10^7$ с$^{-1}$, $T_{e0} = 0.4$ эВ (необходимое давление газа при комнатной температуре равно здесь $p = 8.7 \cdot 10^{-3}$ Торр). В случае $\tilde{n} = 0.7$ ($N(0) = 6.8 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$, $T_e(0) = 1.9$ эВ, $\nu_e(0) = 5.8 \cdot 10^7$ с$^{-1}$) получаем следующие значения основных параметров: длина волны вистлера $\lambda_w = 2\pi/(k_0p) \simeq 45$ см, радиус канала $a \simeq 12$ см ($n(a) = 0.5n_{max}$), максимальное поле в разряде $|\mathbf{E}|_{max} \simeq 6.4$ В/см, переносимая через поперечное сечение канала мощность $W_\perp \simeq 1.5$ кВт. Приведенные цифры свидетельствуют о возможности лабораторного моделирования рассмотренного эффекта в современных крупномасштабных плазменных установках (см., например, [9, 26]).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное рассмотрение позволяет утверждать, что дополнительная ионизация столкновительной магнитоактивной плазмы при нагреве ее электронов полем вистлера достаточно большой амплитуды может приводить к образованию плазменно-волноводных структур, которые захватывают и направляют создающие их свистовые волны. Из результатов настоящей работы видно, что такое ионизационное самоканалирование вистлеров в столкновительной плазме существенно отличается от их самовоздействия в плазме бесстолкновительной, когда формирование каналов обусловлено наличием пондеромоторной силы, создаваемой полем свистовой волны [4, 5]. Качественно изученный здесь эффект напоминает самовоздействие геликонов при нагреве твердотельной плазмы [27].

Наконец, заметим, что использованный нами подход, а также некоторые конкретные результаты выполненного рассмотрения представляют интерес не только в связи с возможностью соответствующих экспериментов (как натурных, так и модельных лабораторных) в плазме ионосферного типа, но также для выяснения той роли, которую ионизационное самовоздействие вистлеров может играть в ограниченных системах, таких, например, как геликонные источники плазмы и основанные на них устройства.

Авторы признательны Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку (проект 95-02-05816 а). Работа одного из авторов (А. В. К.) была также поддержана INTAS (грант 93-2492-ext) в рамках исследовательской программы Международного центра фундаментальной физики в Москве.

Литература

1. А. Г. Литвак, ЖЭТФ **57**, 629 (1969).
2. H. Washimi, J. Phys. Soc. Jap. **34**, 1373 (1973).
3. Г. А. Марков, В. А. Миронов, А. М. Сергеев и др., ЖЭТФ **80**, 2264 (1981).
4. V. I. Karpman, R. N. Kaufman, and A. G. Shagalov, J. Plasma Physics **31**(2), 209 (1984).
5. В. И. Карпман, А. Г. Шагалов, ЖЭТФ **87**, 422 (1984).
6. Г. А. Марков, Физика плазмы **14**, 1094 (1988).
7. Г. Ю. Голубятников, С. В. Егоров, А. В. Костров и др., ЖЭТФ **96**, 2009 (1989).
8. Ю. Н. Агафонов, В. С. Бажанов, В. Я. Исякаев и др., Письма в ЖЭТФ **52**, 1127 (1990).
9. J. M. Urrutia and R. L. Stenzel, Phys. Rev. Lett. **67**, 1867 (1991).
10. Т. М. Заборонкова, А. В. Костров, А. В. Кудрин и др., ЖЭТФ **102**, 1151 (1992).
11. R. A. Helliwell, *Whistlers and related ionospheric phenomena*, Univ. press, Stanford (1965).
12. Т. М. Заборонкова, И. Г. Кондратьев, А. В. Кудрин, Изв. вузов. Радиофизика **37**, 887 (1994).
13. R. W. Boswell, Plasma Phys. Control. Fusion **26**, 1147 (1984).
14. F. F. Chen, J. Vac. Sci. Technol. A **10**, 1389 (1991).
15. Н. Ф. Воробьев, А. А. Рухадзе, Физика плазмы **20**, 1065 (1994).
16. K. P. Shamrai and V. B. Taranov, Plasma Sources Sci. Technol. **5**, 474 (1996).
17. M. J. Laird and D. Nunn, Planet. Space Sci. **23**, 1649 (1975).

18. В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, Наука, Москва (1967).
19. Т. М. Заборонкова, А. В. Кудрин, Г. А. Марков, Физика плазмы **19**, 769 (1993).
20. А. С. Кингсеп, К. В. Чукбар, В. В. Яньков, в сб. *Вопросы теории плазмы*, под. ред. Б. Б. Кадомцева, Энергоатомиздат, Москва (1987), с. 209.
21. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, *Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере*, Наука, Москва (1973).
22. В. А. Рожанский, Л. Д. Цендин, *Столкновительный перенос в частичноионизованной плазме*, Энергоатомиздат, Москва (1988).
23. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1987).
24. Г. Месси, Е. Бархоп, *Электронные и ионные столкновения*, ИИЛ, Москва (1958).
25. Л. А. Вайнштейн, *Электромагнитные волны*, Радио и связь, Москва (1988).
26. Г. Ю. Голубятников, С. В. Егоров, Б. Г. Еремин и др., ЖЭТФ **107**, 441 (1995).
27. З. К. Янкаускас, Письма в ЖЭТФ **39**, 189 (1984).