# СПИНОВАЯ ЖИДКОСТЬ В ПОЧТИ АНТИФЕРРОМАГНИТНОЙ РЕШЕТКЕ КОНДО

#### К. А. Кикоин, М. Н. Киселев, А. С. Мищенко

Российский научный центр «Курчатовский институт» 123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 2 января 1997 г.

Построена теория стабилизации спиновой жидкости в решетке Кондо при температурах, близких к температуре антиферромагнитной неустойчивости. Показано, что обменное рассеяние электронов проводимости кондовского типа приводит к тому, что вместо антиферромагнитного состояния в решетке возникает состояние спиновой жидкости типа резонирующих валентных связей (RVB) при  $T > T_K$ . В силу этой стабилизации низкоэнергетические процессы кондо-рассеяния с энергиями меньше  $T_K$  замораживаются, так что «синглетное» состояние кондо-решетки не возникает, а вместо него при низких температурах развивается сильно коррелированная спиновая жидкость с развитыми антиферромагнитными флуктуациями. Для описания элементарных возбуждений в кондорешетке развит новый вариант диаграммной техники, позволяющий описывать взаимодействие спиновых флуктуаций и резонирующих валентных связей самосогласованным образом. Рассмотрены механизмы возникновения сильно анизотропной спиновой жидкости RVB-типа.

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Одно из самых удивительных свойств соединений с тяжелыми фермионами — это превращение системы слабо взаимодействующих локализованных спинов, определяющих их парамагнитный отклик при высоких температурах,  $T > T^*$ , в сильно коррелированную квантовую жидкость с термодинамикой и магнитными свойствами, характерными скорее для ферми-систем при  $T < T_{coh} \ll T^*$ . Это «растворение» локализованных спинов обычно интерпретируется в рамках модели решетки Кондо, и основным механизмом, определяющим температурную трансформацию спиновой подсистемы, считается кондовское экранирование спинов электронами проводимости, причем механизм этого экранирования практически без изменений переносится на решетку с однопримесной задачи, так что решетка Кондо рассматривается как периодическая структура кондо-примесей, когерентно рассеивающих электроны проводимости (см., например, [1,2]). В этой модели в качестве характерной температуры смены режима  $T^*$  выступает температура Кондо  $T_K$ , а основным состоянием системы в приближении среднего поля оказывается так называемый кондо-синглет.

Такая простая картина, однако, оставляет без внимания спиновые корреляции, тесная связь которых с явлением тяжелых фермионов неоспорима: хорошо известно, что их формирование во всех без исключения случаях связано с возникновением либо дальнего антиферромагнитного порядка, либо короткодействующих магнитных корреляций. Для объяснения этой связи теория кондо-решетки обращается к косвенному обменному взаимодействию между локализованными спинами через электроны проводимости (РККИ-обмену), которое возникает в решетке Кондо уже во втором порядке теории возмущений. Нелокальные спиновые корреляции, таким образом, конкурируют с локальными эффектами спинового экранирования [3]. Наивная дихотомия Доньяха, возникающая в приближении среднего поля, предсказывает преобладание тенденции к антиферромагнитному порядку при малых значениях эффективной константы связи

$$\alpha = J_{sf} \mathscr{N}(\varepsilon_F) \Omega_0,$$

где  $J_{sf}$  — интеграл sf-обмена,  $\mathscr{N}(\varepsilon_F)$  — плотность электронных состояний на поверхности Ферми,  $\Omega_0$  — объем элементарной ячейки. При больших значениях  $\alpha$  кондовское экранирование подавляет магнитный момент, и основным состоянием системы является кондо-синглет. Тогда при  $\alpha$ , слегка превышающих критическое значение  $\alpha_c$ , определяемое соотношением  $\alpha_c^2 \exp(1/2\alpha_c) \approx 1$ , РККИ-взаимодействие учитывается по теории возмущений и магнитные корреляции модифицируют поведение синглетной фазы (см., например, [4, 5]).

Альтернативный подход к проблеме конкуренции одноузельного экранирования и межузельных магнитных корреляций был предложен в [6]. К двум возможностям, предлагаемым простой картиной Доньяха в этой работе была добавлена третья — образование немагнитной спиновой жидкости типа резонирующих валентных связей (resonating valence bonds, RVB) с ферми-статистикой элементарных возбуждений в спиновой подсистеме (спинонов). Было показано, что состояние спиновой жидкости стабилизируется кондо-рассеянием, но при этом и межузельные спиновые корреляции, и одноузельное sf-обменное взаимодействие между спинонами и электронами рассматривались в приближении среднего поля. Введение аномальных одноузельных средних кондовского типа в действительности означает предположение о том, что имеет место полное динамическое экранирование спина, а предположение об образовании синглетов Кондо на каждом узле в результате многократного «переключения» RVB-связей между локализованными спинами и спинами электронов проводимости фактически означает перенос заряда электронов на спиновые степени свободы. Таким образом, в рамках этого сценария, как и в среднеполевой теории решетки Кондо [7], спиновые степени свободы, которые при высоких температурах проявлялись в виде слабых парамагнитных корреляций, не несущих заряда, при  $T < T_K$  приобретают заряд и превращаются в заряженные тяжелые фермионы (критическое обсуждение этого сценария см. в [8]). Естественно, что и в этом случае для объяснения существования магнитных корреляций в решетке Кондо требуются дополнительные теоретические усилия [9].

В настоящей статье предлагается альтернативный сценарий формирования спиновой жидкости в решетке Кондо, описываемой гамильтонианом

$$H_{eff} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \varepsilon_k c^+_{\mathbf{k}\sigma} c_{\mathbf{k}\sigma} + J_{sf} \sum_{\mathbf{i}} \left( \mathbf{s}_{\mathbf{i}} \mathbf{S}_{\mathbf{i}} + \frac{1}{4} \right) .$$
(1)

Здесь  $\varepsilon_k$  — закон дисперсии электронов проводимости, **S**<sub>i</sub> и **s**<sub>i</sub> =  $\frac{1}{2}c_{i\sigma}^+ \hat{\sigma}c_{i\sigma'}$  — операторы соответственно спина, локализованного в *f*-оболочке, и делокализованного спина электрона проводимости,  $\hat{\sigma}$  — матрицы Паули. Наш подход основан на понимании того обстоятельства, что в критической области, когда все три характерные температуры (температура Кондо  $T_K \sim \varepsilon_F \exp(-1/2\alpha)$ , температура Нееля  $T_N \sim \varepsilon_F \alpha^2$  и температура перехода в состояние спиновой жидкости  $T^*$ ) одного порядка и кондовское рассеяние способствует переходу в состояние спиновой жидкости, так что  $T^* > T_N > T_K$ , сам факт возникновения спин-жидкостных корреляций препятствует формированию

۰.

синглетного основного состояния, поскольку процесс экранирования локализованных спинов кондо-рассеянием фактически замораживается при температурах  $T \sim T^* > T_K$ , и при дальнейшем понижении температуры магнитные свойства системы определяются скорее нелокальными спин-жидкостными корреляциями, чем одноузельным кондорассеянием. Иными словами, спиновые корреляции подавляют эффект Кондо как в упорядоченной (магнитной), так и в неупорядоченной (спин-жидкостной) фазе, и потому простая фазовая диаграмма Доньяха должна быть пересмотрена.

В силу того что состояние спиновой жидкости возникает в критической области  $\alpha \sim \alpha_c$  при температурах, близких к  $T_N$ , факт сосуществования тяжелых фермионов и магнитных корреляций в этой картине получает естественное объяснение. Кроме того, вполне очевидно, что критические спиновые флуктуации должны играть существенную роль в механизме формирования спиновой жидкости. В данной работе мы ограничиваемся областью высоких температур,  $T > T_K$ , где справедлива теория возмущений по параметру  $\alpha \ln(\varepsilon_F/T_K)$ . Мы будем использовать диаграммную технику для спиновых операторов в псевдофермионном представлении [10] в приближении диаграмм без пересечений (noncrossing approximation, NCA) для описания кондо-рассеяния. Результаты высокотемпературных разложений, учитывающих совместно одноузельные и межузельные корреляции, будут экстраполированы в область температур, где парамагнитные флуктуации становятся существенными. Однако при использовании техники псевдофермионов для описания нелокальных спин-жидкостных корреляций возникает проблема нефизических состояний и, как следствие, нарушения локальной спиновой симметрии [11-15]. Имея в виду это обстоятельство, мы построили диаграммную технику для спиновых гамильтонианов, в принципе позволяющую не только исключать нефизические состояния, но и учитывать флуктуации калибровочных полей. В разд. 2 с помощью этой техники рассматривается спиновая жидкость типа однородной RVB-фазы [16, 17] в рамках модели Гейзенберга, в разд. 3, где этот метод применяется к решетке Кондо, описан механизм стабилизации RVB-фазы кондо-рассеянием в обычном приближении среднего поля<sup>1)</sup>. Обобщение теории среднего поля для RVB-фазы, учитывающее критические флуктуации, проведено в разд. 4, а в разд. 5 показывается, как с помощью этой диаграммной техники могут быть описаны локальные критические и гидродинамические флуктуации вблизи точки антиферромагнитной неустойчивости.

### 2. ПРОЕКЦИОННАЯ ДИАГРАММНАЯ ТЕХНИКА ДЛЯ РЕШЕТКИ ГЕЙЗЕНБЕРГА

Наряду со стандартными методами многочастичной теории возмущений, разработанными для ферми- и бозе-операторов, в литературе имеется несколько вариантов диаграммных техник для некоммутирующих операторов, в терминах которых записываются гамильтонианы для спиновых или сильно коррелированных электронных систем (см., например, [19–21] и цитированную в них литературу). Большинство из этих методов основано на использовании проекционных операторов Хаббарда  $X_j^{\lambda\mu} = |j\lambda\rangle\langle j\mu|$ , где  $|j\lambda\rangle$  — кет-вектор, отвечающий состоянию атома  $\lambda$  в узле **j**, а гамильтониан нулевого приближения теории возмущений диагонален в этом представлении. Диаграммные методы для некоммутирующих операторов гораздо менее удобны в обращении, чем стандартная фейнмановская техника. Они лишь в некоторых случаях допускают самосо-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup> Предварительные результаты этого описания были представлены в кратком сообщении [18].

гласованную запись замкнутых систем уравнений для скелетных диаграмм. Процедура Годена, факторизующая среднее от n операторов, в отличие от процедуры Вика, играющей ту же роль в обычной технике, страдает неоднозначностью, и удачный выбор иерархии спариваний в значительной мере определяется интуицией вычислителя (см., например, [22]).

В силу этих причин естественно попытаться представить операторы Хаббарда (и спиновые операторы, являющиеся частным случаем этих операторов) в виде произведений ферми- и бозе-операторов, и тем самым восстановить возможность использования инструментария фейнмановской или мацубаровской техники. Такие попытки предпринимались множество раз, начиная с 60-х годов [10, 23–25] вплоть до последнего времени [22, 26–28]. Ясно, однако, что и эти процедуры ни в коей мере не являются универсальными или однозначными. Кроме того, любая факторизация приводит к размножению и усложнению вершин и появлению локальных констрейнтов, введение которых необходимо для сохранения локальной калибровочной инвариантности, присущей данному гамильтониану.

Дополнительные трудности возникают при попытке описания нелокальных спинжидкостных возбуждений типа RVB. В этом случае проблемы возникают уже на уровне приближения среднего поля для собственно-энергетической части одночастичного пропагатора. Использование обычных приемов самосогласованной теории возмущений приводит к нарушению локальной калибровочной инвариантности [11], и ее восстановление представляет собой весьма сложную физическую и математическую проблему [13, 14].

В этом разделе мы сформулируем вариант диаграммной техники, объединяющий два вышеупомянутых подхода, применительно к гамильтонианам, обладающим локальной SU(2)-симметрией. Имея в виду использование этой техники для описания спиновой жидкости в рамках гамильтониана (1), мы начнем с более простого случая гамильтониана Гейзенберга для спина 1/2 с антиферромагнитным взаимодействием,

$$H = h \sum_{\mathbf{i}} S_{\mathbf{i}}^{z} + J \sum_{\mathbf{i}} \sum_{\mathbf{j}}^{\langle nn \rangle} \left( \mathbf{S}_{\mathbf{i}} \mathbf{S}_{\mathbf{j}} - \frac{1}{4} \right) , \qquad (2)$$

а затем перейдем к описанию решетки Кондо при высоких температурах,  $T > T_K$ , когда справедливо приближение NCA и система может рассматриваться как периодическая решетка независимых кондо-рассеивателей, взаимодействующих по механизму РККИ [3].

Введем представление псевдофермионов [10] для спиновых операторов

$$S^{+} = f_{\uparrow}^{+} f_{\downarrow}, \quad S^{-} = f_{\downarrow}^{+} f_{\uparrow}, \quad S^{z} = \frac{1}{2} \left( f_{\uparrow}^{+} f_{\uparrow} - f_{\downarrow}^{+} f_{\downarrow} \right) .$$
(3)

Эти операторы подчиняются условию локального констрейнта на каждом узле

$$n = f_{\uparrow}^{+} f_{\uparrow} + f_{\downarrow}^{+} f_{\downarrow} = 1.$$
(4)

Первый член в (2) описывает зеемановское расщепление в бесконечно малом магнитном поле  $h = g\mu_B H$ , а антиферромагнитный знак обменной константы J учтен в явном виде.

SU(2)-инвариантность означает, что спиновые операторы  $\{S^+, S^-, S^z\}$  могут быть представлены в виде произвольных линейных комбинаций спин-фермионов  $\{f_{\uparrow}, f_{\downarrow}, f_{\uparrow}^+, f_{\downarrow}^+\}$ :

$$S_{i}^{+} = \left(f_{i\uparrow}^{+}\cos\theta + f_{i\downarrow}\sin\theta\right) \left(f_{i\downarrow}\cos\theta - f_{i\uparrow}^{+}\sin\theta\right),$$

$$S_{i}^{-} = \left(f_{i\downarrow}^{+}\cos\theta - f_{i\uparrow}\sin\theta\right) \left(f_{i\uparrow}\cos\theta + f_{i\downarrow}^{+}\sin\theta\right),$$

$$S^{z} = \frac{1}{2} \left(f_{i\uparrow}^{+}f_{i\uparrow} - f_{i\downarrow}^{+}f_{i\downarrow}\right).$$
(5)

В частности, для псевдофермионных чисел заполнения имеет место полная частичнодырочная симметрия,

$$f_{\mathbf{i}\sigma}^+ f_{\mathbf{i}\sigma} = f_{\mathbf{i}-\sigma} f_{\mathbf{i}-\sigma}^+,\tag{6}$$

которая непосредственно следует из условия (4) или из уравнений (5) при  $\theta = 0, \pi/2$ . Таким образом, гамильтониан (2) в псевдофермионном представлении принимает вид

$$H = H_0 + H_{int} = -\frac{h}{2} \sum_{\mathbf{ij}\sigma} \sigma f_{\mathbf{i\sigma}}^+ f_{\mathbf{i\sigma}} + \frac{J}{2} \sum_{\mathbf{ij}\sigma} f_{\mathbf{i\sigma}_1}^+ f_{\mathbf{j}\sigma_1} f_{\mathbf{j}\sigma_2}^+ f_{\mathbf{i}\sigma_2}.$$
 (7)

Локальный констрейнт существенно ограничивает возможность использования стандартных диаграммных методов или, во всяком случае, затрудняет практическое описание спиновой динамики в фермионном представлении, поскольку функциональные пространства, в которых действуют спиновые и фермиевские операторы, имеют различную размерность. Один из наиболее удобных методов корректного учета спиновой кинематики в фермионном представлении был предложен Абрикосовым [10]. Локализованному спину S<sub>i</sub> соответствует 2S + 1 состояний (проекций), в то время как при описании его с помощью псевдофермионных операторов возникает  $2^{(2S+1)}$  ортогональных состояний в соответствии со значениями чисел заполнения (0,1) для всех 2S + 1 проекций спина. В частном случае спина S = 1/2 имеется четыре состояния фермионов:

$$|0\rangle = |0,0\rangle; \quad |+\rangle = |1,0\rangle; \quad |-\rangle = |0,1\rangle; \quad |2\rangle = |1,1\rangle$$
(8)

и только два из них, а именно состояния  $|\pm\rangle$ , соответствуют физическим состояниям оператора спина. Абрикосов предложил приписывать энергию  $\lambda \gg T$  любому состоянию, занятому псевдофермионом. Тогда нефизическое состояние  $|2\rangle$  из набора (8) вымораживается при усреднении благодаря дополнительному множителю  $\exp(-\lambda/T)$  в статистической сумме  $\mathcal{Z}(T)$ . Для того чтобы убрать второе нефизическое состояние  $|0\rangle$ , следует добавить еще один фактор  $(1/2)\exp(\lambda/T)$  в  $\mathcal{Z}(T)$  и перейти к пределу  $\lambda/T \to \infty$  при усреднении по спиновым состояниям. В результате физические состояния  $|\pm\rangle$  становятся наинизшими по «энергии», и конечный результат не зависит от  $\lambda$ . Рецепт Абрикосова правильно описывает для локальных спиновых состояний в случае однопримесного гамильтониана sf-обмена. В кондо-решетке им удается воспользоваться только в пределе большого спина с вырождением  $N \to \infty$ , когда NCA становится асимптотически точным приближением [29], но для описания межузельных спин-жидкостных корреляций этот метод непригоден.

Исходным пунктом предлагаемого метода является хорошо известная аналогия между гамильтонианом Гейзенберга и гамильтонианом Хаббарда в пределе сильного взаимодействия U при половинном заполнении. Представим операторы псевдофермионов в виде сумм,

$$f_{i\sigma}^{+} = f_{i\sigma}^{+}(1 - n_{i-\sigma}) + f_{i\sigma}^{+}n_{i-\sigma} ,$$
  

$$n_{i\sigma} = n_{i\sigma}(1 - n_{i-\sigma}) + n_{i\sigma}n_{i-\sigma} ,$$
(9)

и введем проекционные операторы Хаббарда для псевдофермионов точно так же, как это было сделано самим Хаббардом для операторов реальных электронов [30]:

$$X_{i}^{\sigma\sigma} = f_{i\sigma}^{+}(1 - n_{i-\sigma}) , X_{i}^{2\sigma} = -\sigma f_{i-\sigma}^{+} n_{i\sigma},$$

$$X_{i}^{\sigma\sigma} = n_{i\sigma}(1 - n_{i-\sigma}) = n_{i\sigma}n_{i-\sigma}, \quad X_{i}^{22} = n_{i\uparrow}n_{i\downarrow}, \quad X_{i}^{00} = (1 - n_{i\uparrow})(1 - n_{i\downarrow}),$$

$$X_{i}^{\sigma-\sigma} = f_{i\sigma}^{+} f_{i-\sigma} = X_{i}^{\sigma2} X_{i}^{2-\sigma} = X_{i}^{\sigma0} X_{i}^{0-\sigma}.$$
(10)

Эти операторы образуют нормированный базис группы SU(4) с очевидным условием полноты

$$\sum_{\mu} X_{i}^{\mu\mu} = 1 .$$
 (11)

Последнее из соотношений (9) переписывается в виде

$$n_{i\sigma} = X_{i}^{\sigma 0} X_{i}^{0\sigma} + X_{i}^{\sigma 2} X_{i}^{2\sigma}.$$
 (12)

В результате гамильтониан (2), (7) приобретает форму

$$H = H_0 + H_{int},$$

$$H_0 = -\frac{h}{2} \sum_{i\sigma} \sigma X_i^{\sigma\sigma} + \frac{U}{2} \sum_{i} \left( X_i^{00} + X_i^{22} \right),$$

$$H_{int} = \frac{J}{2} \sum_{ij\sigma} \left( X_i^{\sigma-\sigma} X_j^{-\sigma\sigma} - X_i^{\sigma\sigma} X_j^{-\sigma-\sigma} \right) = \frac{J}{2} \sum_{ij\sigma\sigma'} \phi_{ij}^{\sigma} \phi_{ji}^{\sigma'}.$$
(13)

Здесь

$$\phi_{ij}^{\sigma} = \left(\sigma X_{i}^{2-\sigma} + X_{i}^{\sigma 0}\right) \left(\sigma X_{j}^{-\sigma 2} + X_{j}^{0\sigma}\right), \tag{14}$$

а фиктивный параметр хаббардовского отталкивания U для псевдофермионов введен таким образом, чтобы сохранить частично-дырочную симметрию гамильтониана Гейзенберга.

Вместо того чтобы воспользоваться диаграммными методами для X-операторов (см., например, [19, 22, 31, 32]), мы попытаемся остаться в рамках стандартного фейнмановского подхода, но использовать в явном виде свойства проекционных операторов  $X_i^{\lambda\mu}$ . В качестве базиса для диаграммного разложения возьмем собственные состояния гамильтониана  $H_0$  при условии  $U/T \equiv \beta U \rightarrow \infty$ . В результате приходим к редуцированному гамильтониану

$$\tilde{H} = \tilde{H}_0 + H_{int}, \quad \tilde{H}_0 = -\frac{h}{2} \sum_{i\sigma} \sigma f_{i\sigma}^+ f_{i\sigma}$$
(15)

со статистической суммой  $\tilde{\mathcal{Z}} = \operatorname{Tr}\left[\exp(-\beta \tilde{H})\right]$ , включающей только физические состояния  $|\sigma\rangle = |\pm\rangle$  из набора (8).  $H_0$  сводится к  $\tilde{H}_0$ , поскольку операторы  $X_i^{\sigma\sigma}$  и  $f_{i\sigma}^+ f_{i\sigma}$ имеют одни и те же матричные элементы в редуцированном (физическом) пространстве. Теперь мы можем использовать  $\tilde{H}$  в форме (15) в качестве гамильтониана нулевого приближения для мацубаровской диаграммной техники<sup>2)</sup>.

Выбор одной из двух форм гамильтониана взаимодействия (13) зависит от того, какое состояние спиновой системы мы собираемся описывать. Если для парамагнитной высокотемпературной фазы или состояния с дальним магнитным порядком наиболее удобно представление  $H_{int}$  через спиновые операторы  $X_i^{\sigma\sigma'}$ , то состояние спиновой жидкости RVB-типа естественно описывать в терминах операторов  $\phi_{ii}^{\sigma}$ .

Рассмотрим сначала температурную функцию Грина

$$\mathscr{H}_{\mathbf{i}\mathbf{i}}^{\perp}(\tau) = \langle T_{\tau} S_{\mathbf{i}}^{+}(\tau) S_{\mathbf{i}}^{-}(0) \rangle_{\check{H}}, \tag{16}$$

описывающую элементарные возбуждения в стандартной теории магнетизма ( $i\tau$  — мнимое «время»). В нулевом по взаимодействию приближении эта функция имеет вид

$$\mathscr{K}^{0}_{\mathbf{ij}}(\tau) = \frac{\delta_{\mathbf{ij}}}{4} \langle T_{\tau} f^{+}_{\mathbf{i\uparrow}}(\tau) f_{\mathbf{i\downarrow}}(\tau) f^{+}_{\mathbf{i\downarrow}}(0) f_{\mathbf{i\uparrow}}(0) \rangle_{\tilde{H}_{0}}.$$
(17)

Усреднение проводится со статистической суммой  $\mathcal{Z} = 2 \operatorname{ch}(\beta h)$ . В соответствии с теоремой Вика это среднее представляется в виде двухфермионой петли и сводится к простому выражению

$$\mathscr{H}^{0}_{\mathbf{ij}}(\tau) = \frac{\delta_{\mathbf{ij}}}{4} e^{-h\tau} \begin{cases} \langle n_{\mathbf{i\uparrow}}(1-n_{\mathbf{i\downarrow}}) \rangle_{\tilde{H}_{0}} & (\tau > 0) \\ \langle n_{\mathbf{i\downarrow}}(1-n_{\mathbf{i\uparrow}}) \rangle_{\tilde{H}_{0}} & (\tau < 0) \end{cases}$$
(18)

Мы видим, что в силу условия (4) фермионные состояния рождаются парами, а появление чисел заполнения в виде средних от проекционных операторов  $\langle X^{\sigma\sigma} \rangle_{\tilde{H}_0}$  (см. (10)) отражает то очевидное обстоятельство, что действие спиновых операторов не выводит систему из пространства «физических» состояний  $|\pm\rangle$ .

Таким образом, предел  $U \to \infty$  для эффективного гамильтониана (13) эквива́лентен пределу  $\lambda \to \infty$  описанной выше процедуры Абрикосова «вымораживания» нефизических псевдофермионных состояний  $|0\rangle$  и  $|2\rangle$ , причем частично-дырочная симметрия при этом не нарушается.

Ряд теории возмущений для функции  $\mathscr{K}^{\perp}$  строится в соответствии с обычными правилами вычисления двухчастичных двухвременных функций Грина. Эта процедура приводит к уравнению Ларкина [34]

$$\mathscr{K} = \Sigma + J\Sigma \mathscr{K}. \tag{19}$$

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup> Процедура, сходная с предлагаемой ниже, описана в [33] для случаев примеси Андерсона и решетки Андерсона. Однако, в силу того что гамильтониан Андерсона в отличие от спиновых гамильтонианов (1) и (2) не обладает локальной симметрией SU(2) и требование строгой частично-дырочной симметрии спин-фермионов для него отсутствует, при формулировке правил диаграм-мной техники возникает много различий.



Рис. 1. Затравочные обменные вершины с учетом операторов проектирования

Здесь Σ — неприводимый поляризационный оператор, не разрезаемый по взаимодействию. В разд. 5 мы применим этот вариант диаграммной техники для вычисления коэффициента спиновой диффузии вблизи точки Нееля.

Перейдем к обсуждению нелокальных спин-жидкостных корреляций. В качестве примера рассмотрим однородную спиновую жидкость типа RVB, которая описывается коррелятором

$$\mathscr{L}_{ij} = \sum_{\sigma} \langle \phi^{\sigma}_{ij} \phi^{\sigma}_{ji} \rangle, \qquad (20)$$

т. е. воспользуемся вторым вариантом записи  $H_{int}$  (13). Поскольку нефизические состояния  $|0\rangle$ ,  $|2\rangle$  устраняются с помощью процедуры Хаббарда, каждый акт рождения фермиона на данном узле сопровождается операцией проектирования в соответствии с (14). Это приводит к усложнению обменной вершины (13), которая в проекционной технике описывается двенадцатихвостками, изображенными на рис. 1. Роль проекторов состоит в том, что при рождении фермиона с данной проекцией спина автоматически исключается состояние с противоположной проекцией и тем самым гарантируется, что оператор рождения действует на состояние из физического подпространства  $|\pm\rangle$ . Однако, несмотря на то что коррелятор (20) диагонален в подпространстве  $|\pm\rangle$ , нефизические состояния  $|0\rangle$ ,  $|2\rangle$  появляются как промежуточные при любой попытке описать спиновую жидкость фермионными операторами.

В работах [11, 13] было отмечено, что введение однородного RVB-состояния в рамках приближения среднего поля [16] нарушает локальную калибровочную инвариантность, связанную с констрейнтом (4), (6), и длинноволновые флуктуации калибровочных полей в существенной степени изменяют характер RVB-возбуждений, особенно в случае двумерной решетки Гейзенберга (см. также [14, 35, 36]). В данной работе мы не будем касаться проблемы длинноволновых флуктуаций калибровочных полей. Нас будут интересовать, главным образом, нелокальные высокотемпературные магнитные флуктуации, которые, впрочем, тоже связаны с нарушением констрейнта.

Как было показано в основополагающей работе [16], для описания однородного RVB-состояния необходимо ввести «аномальные» спаривания псевдофермионов на разных узлах. Ясно, что такая процедура выводит систему из физического пространства  $|\pm\rangle$ . Калибровочная теория спиновой жидкости демонстрирует, что свободное распространение спинона невозможно. Сложный вид вершин в проекционной технике (рис. 1) указывает на то же обстоятельство. Тем не менее мы начнем свое построение с демонстрации того, насколько эта техника справедлива в приближении среднего поля, а затем рассмотрим возможное влияние флуктуаций на среднеполевое решение.

Введем аномальную одночастичную (однофермионную) температурную функцию Грина. Для того чтобы сохранить частично-дырочную симметрию, запишем ее в матричной форме:

$$\hat{\mathscr{G}}_{ij\sigma}(\tau) = -\langle T_{\tau} \hat{X}_{i\sigma}(\tau) \hat{X}^{+}_{j\sigma}(0) \rangle_{\hat{H}}, \qquad (21)$$

где

$$\hat{X}_{i\sigma} = \begin{pmatrix} X_i^{0\sigma} & X_i^{\sigma 0} \\ \sigma X_i^{-\sigma 2} & \sigma X_i^{2-\sigma} \end{pmatrix}, \quad \hat{X}_{i\sigma}^+ = \begin{pmatrix} X_i^{\sigma 0} & \sigma X_i^{2-\sigma} \\ X_i^{0\sigma} & \sigma X_i^{-\sigma 2} \end{pmatrix}.$$
(22)

Эта функция Грина имеет следующую структуру:

$$\hat{\mathscr{G}}_{\mathbf{i}\mathbf{j}\sigma}(\tau) = \begin{pmatrix} \langle T_{\tau} \left( X_{\mathbf{i}}^{0\sigma}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{\sigma0}(0) + \sigma \langle T_{\tau} \left( X_{\mathbf{i}}^{0\sigma}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{2-\sigma}(0) + X_{\mathbf{i}}^{\sigma0}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{0-\sigma}(0) \right) \rangle \\ + X_{\mathbf{i}}^{\sigma0}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{0\sigma}(0) \rangle & + X_{\mathbf{i}}^{\sigma0}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{-\sigma2}(0) \rangle \rangle \\ \sigma \langle T_{\tau} \left( X_{\mathbf{i}}^{-\sigma^{2}}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{\sigma0}(0) + \langle T_{\tau} \left( X_{\mathbf{i}}^{-\sigma^{2}}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{2-\sigma}(0) + X_{\mathbf{i}}^{2-\sigma}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{2-\sigma}(0) + X_{\mathbf{i}}^{2-\sigma}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{0-\sigma}(0) \right) \rangle \end{pmatrix}.$$
(23)

Нулевая (одноузельная) матричная функция Грина

$$\hat{g}_{i\sigma}(\tau) = -\langle T_{\tau} \hat{X}_{i\sigma}(\tau) \hat{X}^{+}_{i\sigma}(0) \rangle_{\hat{H}_{0}}$$
(24)

диагональна, и ее элементы имеют вид

$$g_{i\sigma}^{(11)}(\tau) = -\langle T_{\tau} \left( X_{i}^{0\sigma}(\tau) X_{i}^{\sigma 0}(0) + X_{i}^{\sigma 0}(\tau) X_{i}^{0\sigma}(0) \right) \rangle_{0} ,$$
  
$$g_{i\sigma}^{(22)}(\tau) = -\langle T_{\tau} \left( X_{i}^{-\sigma 2}(\tau) X_{i}^{2-\sigma}(0) + X_{i}^{2-\sigma}(\tau) X_{i}^{-\sigma 2}(0) \right) \rangle_{0}$$

Так же, как и в предыдущем случае, усреднение  $\langle \ldots \rangle_0 \equiv \langle \ldots \rangle_{\tilde{H}_0}$  оставляет одноузельную функцию Грина в физическом секторе пространства Фока. В частности,

$$g_{i\sigma}^{(11)}(\tau_1 - \tau_2) = -\langle X_i^{\sigma 0}(\tau_1) X_i^{0\sigma}(\tau_2) \rangle_0 = -\langle X_i^{\sigma \sigma} \rangle_0 \exp\left(-i\sigma h(\tau_1 - \tau_2)/2\right) \quad (\tau_1 > \tau_2), \\ g_{i\sigma}^{(11)}(\tau_1 - \tau_2) = \langle X_i^{\sigma 0}(\tau_2) X_i^{0\sigma}(\tau_1) \rangle_0 = \langle X_i^{\sigma \sigma} \rangle_0 \exp\left(-i\sigma h(\tau_1 - \tau_2)/2\right) \quad (\tau_2 > \tau_1).$$
(25)

В отличие от спиновых функций Грина (17), матричные элементы функции  $\hat{g}_{i\sigma}(\tau)$  формально представляют собой трехфермионные петли, содержащие один частичный

12 ЖЭTΦ, №2 (8)

(спин вверх) и два дырочных (спин вниз) или один дырочный и два частичных пропагатора. Однако ее можно упростить, воспользовавшись свойством идемпотентности оператора  $b^+b$ , условиями (4), (6) и теоремой Вика. Подставляя в (25) операторы Хаббарда в представлении взаимодействия, получаем для элементов одноузельного пропагатора выражения

$$g_{i\uparrow}^{(11)} = \frac{1}{2}e^{-h\tau} \begin{cases} -\langle (1-n_{i\downarrow})\rangle_0 & (\tau > 0) \\ \langle n_{i\downarrow}\rangle_0 & (\tau < 0) \end{cases}$$

и аналогичное выражение для состояния со спином вниз.

Легко убедиться, что функция Грина  $\mathscr{G}_{i\sigma}^{(\alpha\alpha)}$  обладает свойством периодичности,  $\mathscr{G}_{ii\sigma}(\tau < 0) = -\mathscr{G}_{ii\sigma}(\tau + 1/T)$ , так что вводя обычным образом мацубаровские частоты  $\omega_n = (2n+1)\pi T$ , получаем

$$g_{i\sigma}^{(\alpha\alpha)}(\omega_n) = \frac{1}{2} \frac{1}{i\omega_n + (-1)^{\alpha} \sigma h/2}.$$
(26)

Приближение среднего поля [16] основано на введении аномальных средних,  $\langle f_{i\sigma}^+ f_{j\sigma} \rangle$ . Для аномальной матричной функции Грина (21) следует ввести четыре компоненты:

$$\Delta_{ij\sigma}^{11} = \langle X_{\mathbf{i}}^{\sigma 0}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{0\sigma}(\tau' \to \tau) \rangle, \quad \Delta_{ij\sigma}^{22} = \langle X_{\mathbf{i}}^{-\sigma 2}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{2-\sigma}(\tau' \to \tau) \rangle,$$
  
$$\Delta_{ij\sigma}^{12} = \langle X_{\mathbf{i}}^{\sigma 0}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{-\sigma 2}(\tau' \to \tau) \rangle, \quad \Delta_{ij\sigma}^{21} = \langle X_{\mathbf{i}}^{2-\sigma}(\tau) X_{\mathbf{j}}^{0\sigma}(\tau' \to \tau) \rangle,$$
(27)

причем  $\Delta_{ij\sigma}^{11} = \Delta_{ij\sigma}^{22}$ . Тогда легко проверить, что аномальная функция Грина также удовлетворяет условию периодичности по обратной температуре типа (21). Таким образом, мы можем использовать проекционную диаграммную технику для вычисления аномального среднего  $\Delta = \sum_{\sigma} \langle \phi_{ij}^{\sigma} \rangle$ , характеризующего однородное RVB-состояние. Этот «параметр порядка» находится из соотношения

$$\Delta = \mathrm{Tr}(\hat{1} + \hat{\tau}_1) \hat{\mathscr{G}}_{ij}(\tau \to -0), \tag{28}$$

где  $\hat{1}$  и  $\hat{\tau}_1$  — матрицы Паули.

Перепишем операторы Хаббарда (10) в частично-дырочном представлении  $f_{i\uparrow} \equiv a_i, f_{i\downarrow} \equiv b_i^+$ :

$$X_{\mathbf{i}}^{\uparrow 0} = a_{\mathbf{i}}^{+} b_{\mathbf{i}}^{+} b_{\mathbf{i}}, \quad X_{\mathbf{i}}^{2\downarrow} = a_{\mathbf{i}}^{+} b_{\mathbf{i}} b_{\mathbf{i}}^{+}, \quad X_{\mathbf{i}}^{\uparrow \downarrow} = a_{\mathbf{i}}^{+} b_{\mathbf{i}}^{+} \dots$$

Приближению среднего поля (28) соответствуют следующее расцепление гамильтониана взаимодействия *H*<sub>int</sub>:

$$H_{MF} = J\Delta \sum_{\mathbf{i}} \sum_{\mathbf{j}}^{\langle nn \rangle} \left( Y_{\mathbf{ij}}^{(h)} + Y_{\mathbf{ij}}^{(p)} \right),$$
(29)

где

$$\begin{split} Y^{(p)}_{\mathbf{ij}} &= a^+_{\mathbf{i}} b^+_{\mathbf{i}} b_{\mathbf{i}} b^+_{\mathbf{j}} b_{\mathbf{j}} a_{\mathbf{j}} + a^+_{\mathbf{i}} b_{\mathbf{i}} b^+_{\mathbf{j}} b_{\mathbf{j}} a_{\mathbf{j}} + a^+_{\mathbf{i}} b_{\mathbf{i}} b^+_{\mathbf{j}} b_{\mathbf{j}} a_{\mathbf{j}} + a^+_{\mathbf{i}} b^+_{\mathbf{i}} b_{\mathbf{i}} b^+_{\mathbf{j}} a_{\mathbf{j}} \\ Y^{(h)}_{\mathbf{ij}} &= b_{\mathbf{i}} a_{\mathbf{i}} a^+_{\mathbf{i}} a_{\mathbf{j}} a^+_{\mathbf{j}} b^+_{\mathbf{j}} + b_{\mathbf{i}} a^+_{\mathbf{i}} a_{\mathbf{i}} a^+_{\mathbf{j}} a_{\mathbf{j}} b^+_{\mathbf{j}} + b_{\mathbf{i}} a^+_{\mathbf{i}} a_{\mathbf{j}} a^+_{\mathbf{j}} b^+_{\mathbf{j}} + b_{\mathbf{i}} a^+_{\mathbf{i}} a_{\mathbf{j}} a^+_{\mathbf{j}} b^+_{\mathbf{j}} \\ &+ b_{\mathbf{i}} a^+_{\mathbf{i}} a_{\mathbf{i}} a^+_{\mathbf{j}} a^+_{\mathbf{i}} a^+_{\mathbf{j}} a_{\mathbf{j}} b^+_{\mathbf{j}} + b_{\mathbf{i}} a^+_{\mathbf{i}} a^+_{\mathbf{j}} a^+_{\mathbf{j}} a^+_{\mathbf{j}} a^+_{\mathbf{j}} b^+_{\mathbf{j}} b^+_{\mathbf{j}} a^+_{\mathbf{j}} a^+_{\mathbf{j}}$$



Рис. 2. Компоненты матрицы  $\hat{\Sigma}$  для одночастичной функции Грина  $\mathscr{G}_{ij}$ 

Рис. 3. Уравнение Дайсона (a) и собственно-энергетическая часть (б) функции Грина  $\mathscr{G}_{ij\sigma}$ в приближении среднего поля

На языке теории возмущений этому приближению соответствуют диаграммы для собственно-энергетической части  $\hat{\Sigma}_{ij}$  функции Грина (23), представленные на рис. 2. Четыре диаграммы соответствуют четырем элементам матрицы  $\hat{\Sigma}$ . Матричное уравнение Дайсона в этом приближении дается диаграммами рис. 3, на которых двойными линиями изображены одноузельные матрицы  $g_{i\sigma}$ , штрихом обозначена константа гейзенберговского обмена, а жирными линиями с двумя стрелками — аномальная функция Грина  $\hat{\mathcal{G}}_{ij\sigma}$ . Уравнение Дайсона

$$\hat{\mathscr{G}}_{\mathbf{ij}\sigma}(\omega_n) = \hat{g}_{\mathbf{i}\sigma}(\omega_n) \left( \delta_{\mathbf{ij}} + \sum_{\mathbf{i}} \hat{\Sigma}_{\mathbf{il}} \hat{\mathscr{G}}_{\mathbf{ij}\sigma}(\omega_n) \right)$$
(30)

после фурье-преобразования принимает форму (при  $h \to 0$ )

$$2i\omega_n \mathscr{G}^{(\alpha\beta)}_{\mathbf{k}\sigma}(i\omega_n) = \delta_{\alpha\beta} + J\Delta\varphi(\mathbf{k})\sum_{\gamma} \mathscr{G}^{(\gamma\beta)}_{\mathbf{k}\sigma}(i\omega_n).$$
(31)

Решение этой системы дает

$$\mathscr{G}_{\mathbf{k}\sigma}^{(11)}(i\omega_n) = \frac{1}{2} \frac{i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}}/2}{i\omega_n(i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}})}, \quad \mathscr{G}_{\mathbf{k}\sigma}^{(12)}(i\omega_n) = \frac{1}{2} \frac{\sigma\epsilon_{\mathbf{k}}/2}{i\omega_n(i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}})}.$$
(32)

Здесь  $\epsilon_{\mathbf{k}}$  — закон дисперсии спинонов в приближении среднего поля, имеющий вид

$$\epsilon_{\mathbf{k}} = J \Delta \varphi(\mathbf{k}) \tag{33}$$

в случае антиферромагнитного обмена только между ближайшими соседями,  $\varphi(\mathbf{k})$  — соответствующий структурный фактор:

$$\varphi(\mathbf{k}) = \sum_{l}^{(nn)} e^{i\mathbf{k}l} .$$
(34)

12\*

Подставляя функции Грина (32) в уравнение (28), получаем самосогласованное уравнение для Δ:

$$\Delta = (ZN)^{-1} \sum_{\mathbf{k}} \varphi(\mathbf{k}) \operatorname{th} \frac{\beta [J \Delta \varphi(\mathbf{k}) - \mu]}{2}$$
(35)

(Z -координационное число). Химический потенциал  $\mu$  вводится как множитель Лагранжа при подстановке условия констрейнта (4) в гамильтониан. Эта операция отвечает замене  $i\omega_n$  на  $i\omega_n + \mu$ . Как обычно, в приближении среднего поля локальный констрейнт заменяется на глобальный:

$$N^{-1}T\sum_{\mathbf{k}}\sum_{\omega_n}\mathrm{Tr}(\hat{1}+\hat{\tau}_1)\hat{\mathscr{G}}_{\mathbf{k}}(i\omega_n)=0.$$
(36)

Подставляя функции Грина (32) в (36), получаем еще одно уравнение самосогласования, фиксирующее  $\mu$  в середине спинонной «зоны» в соответствии с требованием частично-дырочной симметрии.

Температура «фазового перехода»  $T^*$ , при которой появляется нетривиальное решение для  $\Delta$ , дается выражением

$$T^* = \frac{J}{2}(ZN)^{-1} \sum_{\mathbf{k}} \varphi^2(\mathbf{k}), \tag{37}$$

которое обычно получается в приближении среднего поля методом функционального интегрирования (см., например, [6, 37, 38]).

Таким образом, мы находим, что кинематические ограничения на псевдофермионное представление спиновых операторов, учтенные методом хаббардовских проекционных операторов не влияют на среднеполевое решение для RVB-состояния при условии, что частично-дырочная симметрия сохраняется на каждой стадии вычислений. В этом отношении рассмотренная ситуация отличается от решения той же задачи методом операторов Хаббарда для t - J-модели с конечной концентрацией дырок [39], в которой эта симметрия нарушена с самого начала исключением только дважды заполненных состояний  $|2\rangle$ . В работе [22] предложен еще один симметричный способ устранения нефизических состояний, когда «фермиевский» набор  $|0\rangle$ ,  $|2\rangle$  заменяется на единый «бозевский» вакуум  $|V\rangle$ .

Хотя проекционный метод не добавляет ничего нового к среднеполевому решению для однородной RVB-жидкости, он в принципе открывает возможность для учета калибровочных флуктуаций, неизбежно сопровождающих распространение спинонов. Кроме того, как будет показано в следующем разделе, в случае трехмерной решетки Кондо спиновая жидкость образуется в условиях близости к антиферромагнитной неустойчивости, так что магнитные флуктуации оказывают решающее влияние как на температуру перехода в RVB-состояние, так и на механизм этого перехода.

## 3. СТАБИЛИЗАЦИЯ СПИНОВОЙ ЖИДКОСТИ В РЕШЕТКЕ КОНДО ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ. ПРИБЛИЖЕНИЕ СРЕДНЕГО ПОЛЯ

Хорошо известно [40], что в трехмерной решетке Гейзенберга энергия основного состояния RVB-фазы  $E_{SL}$  больше энергии антиферромагнитного состояния  $E_{AFM}$ . Было, однако, показано [6,18], что в решетке Кондо, описываемой гамильтонианом (1), процессы рассеяния с переворотом спина могут приводить к стабилизации RVB-фазы относительно магнитноупорядоченной фазы. Поскольку антиферромагнитные и спинжидкостные корреляции в sf-обменной модели определяются одной и той же константой взаимодействия  $J_{RKKY}$ , температура формирования спиновой жидкости оказывается близкой к точке магнитной неустойчивости,  $T^* - T_N < T_N$ , так что антиферромагнитные корреляции могут существенно изменить характер перехода в RVB-фазу по сравнением с результатом, получаемым в приближении среднего поля.

Для того чтобы описать образование спиновой жидкости в решетке Кондо, возьмем гамильтониан (1) в исходной форме

$$H_{eff} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \varepsilon_k c^+_{\mathbf{k}\sigma} c_{\mathbf{k}\sigma} + \frac{1}{4} J_{sf} \sum_{\mathbf{i}} c^+_{\mathbf{i}\sigma} c_{\mathbf{i}\sigma'} f^+_{\mathbf{i}\sigma'} f_{\mathbf{i}\sigma}.$$
 (38)

Как уже говорилось во Введении, мы работаем в области параметров  $\alpha \approx \alpha_c$  диаграммы Доньяха [3], в которой все характерные температуры ( $T_K \sim \varepsilon_F \exp(-1/2\alpha)$ ,  $T_{N0} \sim \varepsilon_F \alpha^2$  и  $T^*$ , которую предстоит определить и вычислить) одного порядка, так что при построении реальной фазовой диаграммы следует принимать во внимание взаимное влияние всех трех типов корреляций друг на друга и, в частности, изменение температуры Нееля по сравнению со значением  $T_{N0}$ , диктуемым простой теорией возмущений по параметру  $\alpha$ .

Как уже было отмечено, в данной работе мы ограничимся областью высоких температур  $T > T_K, T_{N0}$ , в которой магнитная подсистема представляет собой решетку парамагнитных спинов, погруженных в ферми-море электронов проводимости, а для одноузельного парамагнитного *sf*-рассеяния справедливо приближение NCA, т.е. каждый спин, локализованный в узле решетки рассеивает электроны проводимости независимо от остальных спинов. При понижении температуры усиливается как кондо-рассеяние, так и межузельные корреляции, связанные с косвенным РККИ-взаимодействием.

Проблема конкуренции межузельного косвенного обмена и одноузельного sf-рассеяния многократно анализировалась в литературе главным образом в рамках двухпримесной задачи Кондо. В частности, Варма [41] проанализировал взаимное влияние кондо-рассеяния и РККИ-взаимодействия при высоких температурах в рамках теории возмущений и пришел к выводу, что взаимное влияние этих двух процессов мало, по крайней мере в рамках ведущего логарифмического приближения по параметру  $\alpha \ln(\varepsilon_F/T)$ . Мы покажем в данном разделе, что в решетке Кондо влияние рассеяния с переворотом спина на магнитные корреляции является решающим фактором для стабилизации RVB-фазы в критической области диаграммы Доньяха  $\alpha \sim \alpha_c$ .

При описании межузельного магнитного взаимодействия в условиях кондовского рассеяния в приближении NCA эффективная вершина РККИ-обмена  $\tilde{J}_{ij}(T, \varepsilon)$  определяется диаграммой рис. 4*a*. На этой диаграмме штриховыми линиями обозначены электронные функции Грина, а входящие и выходящие линии соответствуют псевдофермионным операторам. В одноузельные *sf*-обменные вершины Г включены петли, отвечающие ведущему логарифмическому приближению по  $\alpha \ln(\varepsilon_F/T)$  для задачи Кондо<sup>3)</sup> (рис. 5). В результате эффективное взаимодействие определяется выражением

$$J_{ij}(T,\varepsilon_m) = \Pi(R,\varepsilon_m)\Gamma^2, \tag{39}$$

где  $\varepsilon_m = 2m\pi T$ ,  $R = |R_i - R_j|$ .

<sup>&</sup>lt;sup>3)</sup> Поскольку в случае S = 1/2 для одноузельных процессов условие констрейнта выполняется автоматически [10], здесь не возникает необходимости введения проекционных операторов.



Рис. 4. Эффективная вершина перенормированного РККИ-взаимодействия (a); собственно-энергетическая часть одночастичной функции Грина в приближении среднего поля для фазы Нееля (б) и для RVB-фазы (а)



Рис. 5. Паркетные диаграммы для эффективной вершины Г

В духе логарифмической теории возмущений [10] в аргументе вершины Г должна быть удержана только максимальная входная частота, определяющаяся в нашем случае энергиями электронных функций Грина, входящими в поляризационную петлю  $\Pi(R, \varepsilon_n)$  в интеграле  $\tilde{J}_R(T, \varepsilon_m)$  (39). Поляризационный оператор в координатном представлении имеет вид

$$\Pi(\mathbf{R},\varepsilon_m) = T \sum_n D(-\mathbf{R},\omega_n + \varepsilon_m) D(\mathbf{R},\omega_n).$$
(40)

Поскольку для систем с тяжелыми фермионами характерно аномально большие постоянные решетки, для электронны:: функций Грина  $D(\mathbf{R}, \omega_n)$  мы используем асимптотическое по  $p_F R$  выражение

$$D(R,\omega_n) = -\frac{p_F}{2\pi v_F R} \exp\left(-\frac{|\omega_n|}{2\varepsilon_F} p_F R + i p_F R \operatorname{sign} \omega_n\right),$$
(41)

так что поляризационный оператор приобретает вид

$$\Pi(R,\varepsilon_m) = \left(\frac{p_F}{2\pi v_F R}\right)^2 T \times \\ \times \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \exp\left(-\frac{|\omega_n|}{v_F} R - \frac{|\omega_n + \varepsilon_m|}{v_F} R + ip_F R (\operatorname{sign} \omega_n + \operatorname{sign}(\omega_n + \varepsilon_m))\right).$$
(42)

В статическом пределе

$$\tilde{J}_R(T,0) = T \sum_n D^2(R,\omega_n) \Gamma^2(\omega_n,T).$$
(43)

Температурная зависимость (43) определяется главным образом одноузельными вершинами, а в поляризационной петле можно воспользоваться условием  $2\pi T R/v_f \ll 1$ и перейти от суммирования по дискретным частотам к интегрированию (см. Приложение 1). Тогда обменный интеграл принимает вид

$$\tilde{J}_R(T,0) = 2\left(\frac{p_F}{2\pi v_F R}\right)^2 \cos(2p_F R) \int_{T\to 0}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_F} p_F R\right) \Gamma^2(\varepsilon,T)$$
(44)

Это уравнение превращается в стандартный интеграл РККИ-обмена при замене одетых вершин на затравочные интегралы,  $\Gamma \to J_{sf}\Omega_0$  ( $\Omega_0$  — объем элементарной ячейки):

$$J_{R}^{0} = (J_{sf}\Omega_{0})^{2} \Pi(R,0) = (J_{sf}\Omega_{0})^{2} \frac{mp_{F}^{4}}{\pi^{3}} \left[ \frac{\cos(2p_{F}R)}{(2p_{F}R)^{3}} + O(\frac{1}{(2p_{F}R)^{4}} \right] \equiv \\ \equiv \left( \frac{J_{sf}^{2}}{\varepsilon_{F}} \right) \frac{(p_{F}a_{0})^{6}}{2\pi^{3}} \Phi(2p_{F}R).$$
(45)

Подставим в  $J_R(T,0)$  вершину  $\Gamma(\varepsilon,T)$ , вычисленную в ведущем логарифмическом приближении в соответствии с диаграммами, показанными на рис. 5 со входящей частотой  $\varepsilon$ , удовлетворяющей условию  $\ln(\varepsilon_F/\tilde{\varepsilon}) \gg 1$ . Для характерной энергии  $\tilde{\varepsilon} \gg 1$ , определяющей интеграл (44) (см. Приложение II), находим, что обменный параметр может быть аппроксимирован функцией

$$\tilde{J}_R(T,0) \approx \varepsilon_F \frac{(p_F a_0)^6}{2\pi^3} \left(\frac{J_{sf}}{\varepsilon_F}\right)^2 \Phi(2p_F R) \left[1 + 2\alpha \ln(T/\varepsilon_F)\right]^{-n}.$$
(46)

Степень *n* в этом выражении зависит от величины  $\alpha$  и аргумента осциллирующей функции  $\Phi(p_F R)$  (см. ниже вставку на рис. 11). Мы видим, таким образом, что на общий вид и пространственную периодичность интеграла косвенного обмена кондовское рассеяние при  $T > T_K$  практически не влияет в соответствии с [41]. Однако величина этого интеграла может возрастать, и это возрастание тем больше, чем больше расстояние R между магнитными f-ионами.

При вычислении поляризационного оператора и РККИ-интеграла (46) мы считали электронную ферми-поверхность сферической. Следует, однако, отметить, что величина индекса n в (46) чувствительна к асимптотическому поведению функции  $\Phi(2p_FR)$ , так что роль кондо-процессов в усилении обменного взаимодействия оказывается существенней в случае сильно анизотропной ферми-поверхности. В предельном случае цилиндрической поверхности Ферми

$$\Phi(2p_F R) = -\left[\frac{\sin(2p_F R)}{(2p_F R)^2} + O\left(\frac{1}{(2p_F R)^3}\right)\right]$$
(47)

(см. Приложение I), так что при одном и том же значении параметра  $p_F R$  величина интеграла  $\tilde{J}_R(T,0)$  в случае цилиндрической поверхности Ферми будет больше, чем для сферической.



**Рис. 6.** Одноузельные диаграммы, описывающие кондовское экранирование локализованного спина

Итак, спиновая система при  $T > T_K$  описывается эффективным РККИ-гамильтонианом с вершиной, изображенной на рис. 4a в приближении ближайших соседях имеет антиферромагнитный знак. В приближении среднего поля задачу о стабилизации спиновой жидкости мы понимаем как задачу сравнения температур перехода в состояние RVB  $(T^*(\alpha))$  и в антиферромагнитное состояние  $(T_N(\alpha))$  в условиях достаточно сильного кондовского рассеяния,  $\alpha \to \alpha_{c0} - 0$ , и критерием этой стабилизации является неравенство  $T^*(\alpha) > T_N(\alpha)$ . Зависимость  $T_N(\alpha)$  отклоняется от квадратичной, диктуемой голой РККИ-вершиной. Наряду с уже обсуждавшимся усилением одноузельных вершин, описываемым уравнением (46), имеет место динамическое кондовское экранирование локализованных спинов, которое и является причиной подавления антиферромагнитного порядка при  $\alpha \to \alpha_{c0}$ .

В приближении среднего поля температуры переходов  $T_N(\alpha)$  и  $T^*(\alpha)$  определяются из обменной вершины рис. 4*a* путем замыкания спин-фермионных линий согласно соответственно рис. 4*б* и 4*a*. Первая из этих диаграмм определяет молекулярное поле для соизмеримого магнитного порядка, характеризуемого антиферромагнитным вектором **Q**, таким что  $\mathbf{QR}_{ij} = \pi$ . Эффект подавления магнитных корреляций кондо-рассеянием описывается вершиной F(T) в диаграмме рис. 4*б* (см. [42,43]). Суммирование последовательности логарифмических диаграмм, первые из которых представлены на рис. 6, дает для F(T) выражение

$$F(T) = 1 - 2\alpha \ln \frac{\varepsilon_F}{T} / \ln \frac{T}{T_K}.$$
(48)

Хотя температурная зависимость F(T) отклоняется от этого закона при  $T \to T_K$  [44] и полное экранирование имеет место лишь при T = 0, эффект подавления магнитных корреляций компенсирует усиление обменного взаимодействия и тем самым уменьшает  $T_N$  при  $\alpha \to \alpha_{c0}$ .

Собственно-энергетическая часть одноузельной функции Грина  $\mathscr{G}_{ii}$  (21), отвечающая диаграмме рис. 46, равна

$$\Sigma_N(T) = \lambda \bar{J}(R, T) \langle S_z \rangle_T \tag{49}$$

(множитель  $\lambda$  определяется геометрией решетки). Отсюда для среднего значения спина

$$\langle S_z \rangle_T = \frac{1}{2} \left( \langle a_i^+ a_i \rangle + \langle b_i^+ b_i \rangle - 1 \right)$$

получаем самосогласованное уравнение

$$\langle S_z \rangle_T = \frac{1}{2} F(T) \operatorname{th} \frac{\Sigma_N(T)}{2T},$$
(50)

которое, естественно, представляет собой стандартное уравнение Бриллюэна для молекулярного поля Вейсса, учитывающее эффект кондовского экранирования.

Уравнение среднего поля для параметра  $\Delta$  (28) определяется собственно-энергетической частью аномальной функции Грина  $\hat{G}_{ij}(\tau)$  (23), изображенной на рис. 4*в*. Эта диаграмма подставляется в уравнение Дайсона (рис. 3), которое в этом случае принимает вид

$$\hat{G}(\mathbf{p},\omega_n) = g_0(\omega_n) \left[ 1 - 2T \sum_m \sum_{\mathbf{q}} \tilde{J}(\mathbf{p} - \mathbf{q},\omega_n - \omega_m) \hat{G}(\mathbf{q},\omega_m) \hat{G}(\mathbf{p},\omega_n) \right].$$
(51)

Здесь  $g_0(\omega_n)$  — нулевая одноузельная функция Грина с компонентами (26), а  $\tilde{J}(\mathbf{p} - \mathbf{q}, \omega_n)$  — фурье-образ косвенного обменного интеграла (39), в приближении ближайших соседей имеющий вид

$$\tilde{J}(\mathbf{q},\varepsilon_m) = \sum_{\mathbf{i}=0,\langle \mathbf{i}\rangle_{nn}} \tilde{J}_R(\varepsilon_m) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} = \tilde{J}_0(\varepsilon_m) + \tilde{J}_R(\varepsilon_m)\varphi(\mathbf{q}).$$
(52)

Величина одноузельного интеграла  $J_0(T,0)$  оценивается как  $\alpha^2 T \ln(\varepsilon_F/T)$ . Поскольку этот интеграл содержит дополнительный фактор малости  $\alpha$  при  $T \sim T^*$  по сравнению с межузельным интегралом (46), он может быть опущен.

Пренебрегая, как обычно, частотной зависимостью РККИ-взаимодействия, мы приходим к среднеполевому уравнению (35) для  $\Delta$ , рассмотренному в предыдущем разделе, с константой связи  $J = \tilde{J}_R(T, 0)$ . Как видно из структуры аномальной собственно энергетической части (рис. 4*e*), эффект экранирования, ответственный за подавление локальных магнитных моментов, не влияет на межузельный параметр среднего поля  $\Delta$ , что естественным образом объясняется синглетностью RVB-спаривания. Радиус кондовского «экранирования» в рамках высокотемпературной теории возмущений оценивается как  $\hbar v_F/2T_K$ , что существенно превышает корреляционный радиус синглетной RVB-пары, так что спиновое рассеяние электронов на этих парах неэффективно.

Результат вычисления температур  $T^*$  и  $T_N$  с помощью уравнений (35), (46), (49) и (50) показан на рис. 7 (см. также [18]). Из этого рисунка видно, что при  $\alpha \rightarrow \alpha_{c0}$  эти



Рис. 7. Обобщенная диаграмма Доньяха, учитывающая существование RVB-фазы температуры сближаются, на диаграмме Доньяха появляется новая критическая точка  $\alpha_c$ , правее которой RVB-фаза стабилизируется относительно антиферромагнитной, и эта стабилизация происходит в логарифмической окрестности температуры Кондо. Вычисление  $T_N$  для  $\alpha > \alpha_c$  не имеет смысла, поскольку магнитное упорядочение в этой области должно происходить по другому сценарию.

Таким образом, мы приходим к выводу, что стабилизация спиновой жидкости типа однородной RVB-фазы в трехмерной решетке Кондо может иметь место только вблизи точки магнитной неустойчивости в условиях достаточно сильного экранирования локализованных спинов кондо-рассеянием на электронах проводимости. Этот результат, полученный в приближении среднего поля, показывает, что стабилизация спин-жидкостной фазы несовместима с образованием кондо-синглетных состояний, характеризуемых аномальными средними  $\langle c_i^+ f_i \rangle$  (см. [6,45]), поскольку аномальное кондорассеяние замораживается при  $T \approx T^* > T_K$ . Этим самым снимается известный «парадокс Нозьера» [46] о невозможности одновременного экранирования всех спинов в решетке Кондо электронами из тонкого слоя шириной  $T_K$  вокруг уровня Ферми. В предлагаемой картине процесс экранирования прекращается при достаточно высоких температурах выше  $T_K$ , сама температура Кондо не является сингулярной точкой теории, перенормировка sf-обменного интеграла замораживается при значении ~  $\tilde{J}(T^*)$ , а при  $T < T_K, T^*$  электроны взаимодействуют уже не с локализованными спинами, а со спин-жидкостными возбуждениями типа спинонов (см. также [47]).

Однако само приближение среднего поля для RVB-спаривания помимо уже отмеченных недостатков, связанных с нарушением локальной калибровочной инвариантности, в рассматриваемом случае обладает еще одним дефектом: оно не учитывает близости спиновой подсистемы к антиферромагнитной неустойчивости. В следующих разделах мы рассмотрим возможные следствия этой близости для RVB-состояния сначала в приближении самосогласованного поля, а затем за его рамками.

# 4. ВЛИЯНИЕ СПИНОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ И ЭФФЕКТОВ МАГНИТНОЙ АНИЗОТРОПИИ НА МЕХАНИЗМ СТАБИЛИЗАЦИИ RVB-ФАЗЫ

В предыдущем разделе мы нашли, что антиферромагнитные флуктуации неизбежно оказываются сильными в спиновой жидкости RVB-типа в трехмерной решетке Кондо при высоких температурах  $T \sim T^*$  и, в принципе, могут привести к возникновению магнитного порядка при  $T \ll T^*$ . Оставляя этот вопрос для дальнейших исследований, мы теперь рассмотрим влияние спиновых флуктуаций на характер перехода в состояние спиновой жидкости, оставаясь в рамках приближения среднего поля, но воспользовавшись его модификацией, полученной проекционным методом, в котором параметр порядка определяется уравнением (28). Построенная во втором разделе диаграммная техника с использованием хаббардовских операторов позволяет включить в рассмотрение также длинноволновые флуктуации калибровочных полей, возникающие вследствие U(1)-неинвариантности RVB-параметра порядка. Введение в эффективный гамильтониан слагаемых, учитывающих наличие фазы у функции  $\Delta$ , может быть проведено стандартным способом ([13, 14]). Как известно, длинноволновые флуктуации калибровочных полей не ведут к расходимостям, дестабилизирующим RVB-среднее в трехмерных системах. Поэтому введение таких флуктуаций сводится к обычным фермижидкостным перенормировкам с учетом требований частично-дырочной симметрии.





**Рис. 8.** Собственно-энергетическая часть для аномального пропагатора  $\mathscr{G}_{ij}$ , включающая вклад от критических флуктуаций в приближении среднего поля

Однако в двумерных решетках Гейзенберга флуктуации оказываются существенными и должны быть включены в рассмотрение [13, 14]. Мы не будем касаться вопроса длинноволновых флуктуаций калибровочных полей в дальнейшем, ограничившись приближением среднего поля в фиксированной калибровке.

Записав гамильтониан среднего поля в виде (29), мы в последующих вычислениях рассматривали дополнительные операторы в  $Y_{ij}^{(p,h)}$  как чисто статические проекционные операторы, устраняющие нефизические состояния в термодинамических средних. Рассмотрим теперь флуктуационную компоненту этого «кинематического» взаимодействия, преобразовав эффективный спинонный гамильтониан среднего поля для решетки Кондо следующим образом:

$$H_{MF}^{(RKKY)} = \tilde{J}\Delta\sum_{\mathbf{i}j\sigma}\phi_{\mathbf{i}j}^{\sigma} \equiv \tilde{J}\Delta\sum_{\mathbf{i}j}\left(a_{\mathbf{i}}^{+}K_{\mathbf{i}j}a_{\mathbf{j}} - a_{\mathbf{j}}K_{\mathbf{j}i}^{+}a_{\mathbf{i}}^{+} + b_{\mathbf{i}}K_{\mathbf{i}j}^{+}b_{\mathbf{j}}^{+} - b_{\mathbf{j}}^{+}K_{\mathbf{j}i}b_{\mathbf{i}}\right).$$
(53)

Здесь  $\tilde{J}$  — ренормированная константа РККИ-взаимодействия (46),

$$K_{ij} = S_i^- S_j^+ - S_i^z S_j^z + \frac{1}{4}$$

и  $K_{ij}^{+} = K_{ji}$ . В условиях близости к точке магнитной неустойчивости естественно рассматривать  $K_{ij}$  как оператор, описывающий критические возбуждения, сопровождающие распространение спинонов при температурах близких к  $T_N$ .

Для того чтобы получить выражение для спинонной функции Грина, соответствующее этому приближению, вернемся к определению ее собственно-энергетической части. В стандартной теории среднего поля (рис. 3) проекционные операторы учитывались в статическом приближении. Диаграммы рис. 8 показывают, каким образом из вершин, представленных на рис. 1, можно построить диагональные и недиагональные компоненты собственно-энергетической части функции Грина  $\hat{\mathscr{G}}_{ij}$ , включающие поперечные и продольные спиновые корреляторы. На этих диаграммах линиями с двойными стрелками обозначены аномальные пропагаторы

$$g_{\mathbf{ij}}^{\perp} = -\langle T_{\tau} a_{\mathbf{i}}(\tau) a_{\mathbf{j}}^{+}(\tau') \rangle,$$
  

$$g_{\mathbf{ij}}^{\perp} = -\langle T_{\tau} b_{\mathbf{i}}(\tau) b_{\mathbf{j}}^{+}(\tau') \rangle,$$
(54)

а волнистыми линиями — поперечные и продольные корреляционные функции

$$\mathcal{K}_{\mathbf{ij}}^{\pm}(\tau \to 0) = \langle T_{\tau} a_{\mathbf{j}}^{+}(\tau + 0) b_{\mathbf{j}}^{+}(\tau + 0) b_{\mathbf{i}}(0) a_{\mathbf{i}}(0) \rangle = \langle T_{\tau} S_{\mathbf{j}}^{+}(\tau + 0) S_{\mathbf{i}}^{-}(0) \rangle ,$$
  
$$\mathcal{K}_{\mathbf{ij}}^{zz}(\tau \to 0) = \langle T_{\tau} b_{\mathbf{j}}^{+}(\tau + 0) b_{\mathbf{j}}(\tau + 0) b_{\mathbf{i}}^{+}(0) b_{\mathbf{i}}(0) \rangle = \frac{1}{4} - \langle T_{\tau} S_{\mathbf{j}}^{z}(\tau + 0) S_{\mathbf{i}}^{z}(0) \rangle .$$
(55)

В отличие от полной аномальной функции Грина (23), аномальные функции (54) есть одночастичные пропагаторы, а из проекционных операторов сформированы межузельные спиновые корреляторы (55). Теперь сумма диагональных элементов

$$\Sigma_{\mathbf{ij}\uparrow}^{(d)} = \Sigma_{\mathbf{ij}\uparrow}^{(11)} + \Sigma_{\mathbf{ij}\uparrow}^{(22)}$$

в уравнении (28) дается диаграммами рис. 8a, а вкладу от недиагональных элементов

$$\Sigma_{\mathbf{i}\mathbf{j}\uparrow}^{(nd)} = \Sigma_{\mathbf{i}\mathbf{j}\uparrow}^{(12)} + \Sigma_{\mathbf{i}\mathbf{j}\uparrow}^{(21)}$$

отвечают диаграммы рис. 86. При выводе этих выражений использованы определение (3) и условие (6). Аналогичные диаграммы получаются для  $\Sigma_{ij}$ . Суммируя все эти вклады в приближении среднего поля, приходим к эффективному гамильтониану (53).

В критической области  $T_N < T < T^*$  основной вклад в спиновые корреляторы (55) дают длинноволновые возбуждения с  $\mathbf{k} \to 0$  и коротковолновые возбуждения с  $\mathbf{k} \to \mathbf{Q}$ , (см., например, [48], а также разд. 5). Поведение функции отклика  $K^R(\mathbf{k}, \omega)$  в длинноволновом (гидродинамическом) пределе  $\mathbf{k} \to 0$  определяется флуктуациями суммарной намагниченности подрешеток (в антиферромагнитных системах равной нулю) и имеет диффузионный характер

$$K^{R}(\mathbf{k},\omega) = K_{0}(\mathbf{k})\frac{iDk^{2}}{\omega + iDk^{2}}$$
(56)

где

$$K_{0}(\mathbf{k}) = \mathscr{H}(\mathbf{k}, \omega = 0) = \frac{\chi_{0}}{\tau + [1 - J(\mathbf{k})/J(\mathbf{Q})]} \approx \frac{1}{2}\chi_{0}(T_{N}),$$

$$J(\mathbf{k}) = J\sum_{(l)} e^{i\mathbf{k}l}, \quad \chi_{0}(T) = \frac{S(S+1)}{3T}, \quad \tau = \frac{T - T_{N}}{T_{N}}$$
(57)

(в выражении (56) мы перешли к запаздывающей функции Грина для действительной частоты ω).

Вблизи антиферромагнитного вектора Q поведение функции отклика носит релаксационный характер:

$$K^{R}(\mathbf{q},\omega) = \frac{1}{-i\omega/(\Gamma\chi_{0}) + K_{0}^{-1}(\mathbf{q})}, \quad \mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{Q},$$
(58)

где

$$K_0(\mathbf{q}) = \mathscr{K}(\mathbf{q}, \omega = 0) = \frac{\chi_0}{\tau + (ql_0)^2}$$
(59)

— статическая корреляционная функция Орнштейна–Цернике,  $l_0$  — длина свободного пробега элементарного возбуждения, по порядку величины близкая к постоянной решетки.

В приближении среднего поля мы пренебрегаем запаздыванием РККИ-взаимодействия, и тогда диаграммы рис. 8 дают для собственной энергии спинонов выражение

$$\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}} = \Sigma(\mathbf{k}) = 2\tilde{J}T^{2} \sum_{n,m\mathbf{q}} \sum_{s} \varphi(\mathbf{k} - \mathbf{q})g_{\mathbf{k}}(i\omega_{n})\mathcal{H}_{\mathbf{q}}^{s}(i\varepsilon_{m}) \approx$$
$$\approx \tilde{J}\Delta\left(\frac{\varphi(\mathbf{k})}{2} + 2T \sum_{\mathbf{q}} \varphi(\mathbf{k} - \mathbf{q})K_{0}(\mathbf{q})\right).$$
(60)

Здесь *s* — индекс поляризации, а аномальная функция Грина  $g_k$  берется в виде  $g_k(i\omega_n) = (i\omega_n - \tilde{\epsilon}_k)^{-1}$ . При высоких температурах в среднеполевом решении мы оставили только член с  $\varepsilon_m = 0$  в сумме по четным мацубаровским частотам, и тогда спиновая функция Грина  $\mathcal{K}^s(\mathbf{q}, 0)$  на диаграммах рис. 8 имеет один и тот же вид как в гидродинамической, так и в критической областях [48], так что главный вклад в перенормировку спинонного спектра дает статическая восприимчивость  $K_0(\mathbf{q})$  (59).

Параметр порядка  $\Delta$  (28), отвечающий приближению (53) и диаграммам рис. 8, определяется уравнением

$$\Delta = \frac{1}{z} \sum_{\mathbf{pq}} \varphi(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \left[ \frac{1}{2} \delta_{\mathbf{q},0} + 2T K_0(\mathbf{q}) \right] \operatorname{th} \frac{\bar{\epsilon}_{\mathbf{p}}}{2T}.$$
(61)

Самосогласованные уравнения (35) и (61) выведены для простейшего случая изотропного обменного взаимодействия, который, вообще говоря, никогда не реализуется в решетках Кондо. Поэтому, прежде чем анализировать влияние спиновых флуктуаций на  $T^*$ , мы обобщим теорию среднего поля на случай анизотропного обмена. Введем обменный интеграл  $J_{ij} = \{J_{||}, J_{\perp}\}$ , где  $J_{||}$  и  $J_{\perp}$  — константы связи для ближайших соседей соответственно в базисной плоскости и в перпендикулярном к ней направлении. Степень анизотропии взаимодействия определяется параметром  $\gamma = J_{\perp}/J_{||}$ . Теперь вместо гамильтониана (29) или (53) следует записать анизотропный гамильтониан среднего поля

$$H_{MF} = \sum_{\mathbf{i},\rho_{\perp}} J_{\perp} \Delta_{\perp} Y_{\mathbf{i},\mathbf{i}+\rho_{\perp}} + \sum_{\mathbf{i},\rho_{\parallel}} J_{\parallel} \Delta_{\parallel} Y_{\mathbf{i},\mathbf{i}+\rho_{\parallel}}.$$
 (62)

Здесь аномальные средние  $(Y_{i,i+\rho_n})$ , где  $u = \bot, \parallel$ , определяются из системы уравнений

$$\Delta_{u} = \frac{1}{z_{u}} \sum_{\mathbf{p}} \phi_{u} \left( \mathbf{p}, \frac{T}{T_{N}}, \gamma \right) \operatorname{th} \frac{\tilde{\epsilon}_{\mathbf{p}}^{u}(T/T_{N}, \gamma)}{2T}$$
(63)

с законом дисперсии

$$\tilde{\epsilon}_{\mathbf{p}}^{u}(T/T_{N},\gamma) = J_{u}\Delta_{u}\phi_{u}(\mathbf{p},T/T_{N},\gamma).$$
(64)

Перенормированный спиновыми флуктуациями структурный фактор  $\phi_u(\mathbf{p}, T/T_N, \gamma)$ выражается через структурный фактор  $\varphi_u(\mathbf{p})$  типа (33), где суммирование по ближайшим соседям I проводится соответственно только в базисной плоскости ( $\gamma < 1$ ) или в перпендикулярном к базисной плоскости направлении ( $\tilde{\gamma} = \gamma^{-1} < 1$ ):

$$\phi_u\left(\mathbf{p}, \frac{T}{T_N}, \gamma\right) = \frac{1}{2}\varphi_u(\mathbf{p}) + 2T\sum_{\mathbf{q}}\varphi_u(\mathbf{p} - \mathbf{q})K_0(\mathbf{q}).$$
(65)

Индекс  $\gamma$  в девой части (65) возникает вследствие анизотропного характера коррелятора  $K_0(\mathbf{q})$ . Таким образом, характер перехода в состояние спиновой жидкости определяется степенью анизотропии: в случае  $\gamma < 1$  спин-жидкостные корреляции возникают сначала в базисной плоскости, а при  $\gamma > 1$  — в направлении z. При дальнейшем понижении температуры спиновая жидкость, естественно, приобретает трехмерный характер при условии  $\gamma \neq (0, \infty)$ .

Температура перехода в состояние спиновой жидкости при учете спиновых флуктуаций определяется из решения уравнения

$$T_u^* = \frac{1}{2} \max\left\{J_{\parallel}, J_{\perp}\right\} \theta_u\left(\frac{T_u^*}{T_N}, \gamma\right),\tag{66}$$

где

$$\theta_u \left(\frac{T_u^*}{T_N}, \gamma\right) = (z_u N)^{-1} \sum_{\mathbf{p}} \phi_u^2 \left(\mathbf{p}, \frac{T}{T_N}, \gamma\right), \tag{67}$$

 $z_{\parallel}$  — координационное число в базисной плоскости,  $z_{\perp} = 2$ .

Для оценки роли спиновых флуктуаций в установлении режима спиновой жидкости удобно ввести температуру

$$T_u^{*(0)} = \frac{1}{2} \max\left\{J_{\parallel}, J_{\perp}\right\} \theta_u^{(0)}$$
(68)

перехода в состояние RVB в анизотропной решетке без учета влияния спиновых флуктуаций. Здесь

$$\theta_{u}^{(0)} = (z_{u}N)^{-1} \sum_{\mathbf{p}} \varphi_{u}^{2}(\mathbf{p}).$$
(69)

Тогда условием реализации перехода по спин-флуктуационному механизму является выполнение неравенства

$$\Upsilon_u(\gamma, T_u^{*(0)}/T_N) = \theta_u(T_u^{*(0)}/T_N, \gamma)/\theta_u^{(0)} > 1.$$
(70)

Значения параметра  $\Gamma_u(\gamma)$  ( $\Upsilon_u(\tilde{\gamma})$ ) для случая простой кубической решетки вычислены в Приложении III. Критические значения параметров анизотропии  $\gamma_{1,2}$ , при которых стабилизируется состояние спиновой жидкости в почти одномерной и почти двумерной магнитных решетках, приведены для случая  $T_u^{*(0)}/T_N = 1$  на рис. 9 для различных значений параметра  $\tau$ . Видно, что в только в сильно анизотропной ситуации, близкой к двумерной или одномерной (см. выражения (П.III.7) и (П.III.8), спиновые корреляции способствуют возникновению спиновой жидкости, а в изотропном случае учет антиферромагнитных флуктуаций в приближении среднего поля приводит к подавлению спин-жидкостной фазы.

Проведенный в этом разделе анализ еще раз указывает на ограниченность приближения среднего поля для описания спиновой жидкости. В частности, уже из диаграмм рис. 8 видно, что статическое приближение в критической области, вообще говоря, несправедливо, поскольку антиферромагнитные флуктуации задают свои собственные временной и энергетический масштабы, которые и будут определять истинный характер перехода из парамагнитного состояния в состояние спиновой жидкости.



Рис. 9. Параметр Y, описывающий влияние критических спиновых флуктуаций на температуру перехода в RVB-фазу для квазиодномерной (1D) и квазидвумерной (2D) решеток Кондо. Значение параметра  $\tau$  характеризует степень близости к антиферромагнитной неустойчивости. Состояние RVB возникает при  $\gamma < \gamma_1$  и  $\tilde{\gamma} < \tilde{\gamma}_2$  в случае соответственно оси и плоскости легкого намагничивания

# 5. КРИТИЧЕСКИЕ АНТИФЕРРОМАГНИТНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ И СПИНОВАЯ ДИФФУЗИЯ

Как уже говорилось в разд. 4, в антиферромагнетиках критические флуктуации носят различный характер в длинноволновой  $(k \rightarrow 0)$  и коротковолновой  $(k \rightarrow Q)$  областях, и функция спинового отклика для этих областей принимает соответственно вид (56) и (58). Критическая динамика антиферромагнетиков обычно рассматривается ренормгрупповыми методами в рамках феноменологических моделей [49, 50]. В работе [48] динамическая восприимчивость двумерного антиферромагнетика в диффузионной и релаксационной областях вычислялась с помощью диаграммной техники в представлении швингеровских бозонов. Мы исследуем частотную и импульсную зависимости динамической восприимчивости в трехмерном случае с использованием техники псевдофермионов.

Для вычисления коэффициента спиновой диффузии D и релаксационной постоянной  $\Gamma$  кроме спиновых корреляторов, определяемых уравнением Ларкина (19), следует знать низкочастотное поведение токового коррелятора

$$K_{\dot{S}\dot{S}}^{\alpha\beta}(\mathbf{k},\tau) = \delta_{\alpha\beta} \sum_{\mathbf{k}_{1}\mathbf{k}_{2}} V(\mathbf{k},\mathbf{p}_{1}) V(-\mathbf{k},-\mathbf{p}_{2}) \langle T_{\tau}(S_{\mathbf{p}_{1}+\mathbf{k}/2}^{\mu}S_{-\mathbf{p}_{1}+\mathbf{k}/2}^{\rho})_{\tau}(S_{-\mathbf{p}_{2}-\mathbf{k}/2}^{\mu}S_{\mathbf{p}_{2}-\mathbf{k}/2}^{\rho})_{0} \rangle, \quad (71)$$

где

$$V(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = J(\mathbf{k} + \mathbf{p}/2) - J(-\mathbf{k} + \mathbf{p}/2).$$

Для фурье-образа коррелятора  $K_{SS}$ , продолженного в верхнюю полуплоскость, существует точное уравнение, связывающее его с неприводимыми (неразрезаемыми по линии взаимодействия) собственно-энергетическими частями спиновой и токовой корреляционных функций

$$K_{\dot{S}\dot{S}}^{R}(\omega) = \Sigma_{\dot{S}\dot{S}}^{R} + \omega^{2} \frac{\Sigma_{SS}^{R} \mathscr{V} \Sigma_{SS}^{R}}{1 - \Sigma_{SS}^{R} \mathscr{V}}.$$
(72)

Здесь  $\mathscr{V} = (\Sigma^R)^{-1} - (K_0)^{-1}$  — вершинная часть, определяемая статическим откликом в критической области [19, 51].



Рис. 10. Собственно-энергетическая часть для функции Грина *У*<sub>іі</sub>, включающая вклад от критических флуктуаций в борновском приближении

Используя дисперсионные соотношения Крамерса–Кронига для запаздывающих и опережающих токовых корреляционных функций и аналитические свойства неприводимых собственно-энергетических частей, из уравнений (19) и (72) можно получить выражение

$$K_{SS}^{R}(\omega) = K_{0} \frac{\Gamma_{\mathbf{k},\omega}}{-i\omega + \Gamma_{\mathbf{k},\omega}},$$
(73)

справедливое как при  $\mathbf{k} \rightarrow 0$ , так и при  $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{Q}$ .

Спиновые корреляционные функции могут быть выражены через псевдофермионные функции Грина. Так, выражение для одноузельной восприимчивости имеет вид

$$\mathscr{H}_{\mathbf{i}}^{\perp}(\varepsilon_{m}) = T \sum_{m} \mathscr{G}_{\mathbf{i}\mathbf{i}}(\omega_{n} + \varepsilon_{m}) \mathscr{G}_{\mathbf{i}\mathbf{i}}(\omega_{n}), \tag{74}$$

см. (16). Здесь  $\mathscr{G}_{ii}(\omega_n)$  — фурье-компонента псевдофермионной функции Грина  $\mathscr{G}_{ii}(\tau) = \langle T_{\tau} f_i(\tau) f_i^{\dagger}(0) \rangle$ . Поскольку нефизические состояния при вычислении одноузельных средних для S=1/2 не возникают, здесь нет необходимости во введении проекционных операторов. При  $T \to T_N$  рассеяние на релаксационной моде дает в собственно-энергетическую часть функции Грина  $\Sigma(\omega_n)$  вклад, описываемый диаграммой рис. 10. В отличие от диаграммы рис. 8, здесь сплошным линиям соответствуют одноузельные пропагаторы  $\mathscr{G}_{ii}$ , а точкам — обменные вершины  $\tilde{J}(\mathbf{q})$ . Волнистой линии в этой диаграмме отвечает спиновая функция Грина (16), подчиняющаяся уравнению Ларкина (19). В отсутствие спин-жидкостных корреляций подставим в собственно-энергетическую часть  $\Sigma(\omega_n)$  псевдофермионной функции Грина затравочную функцию  $\mathcal{G}_{i\sigma}$  (26) и спиновую функцию  $\mathcal{K}(\varepsilon_m, \mathbf{q})$  в релаксаторной форме:

$$\Sigma(\omega_n) = \tilde{J}^2 T \sum_m N^{-1} \sum_{\mathbf{q}} \varphi(\mathbf{q})^2 \frac{1}{i(\varepsilon_m - \omega_n)} \frac{\Gamma \chi_0(T)}{|\varepsilon_m| + b(q)},\tag{75}$$

где  $b(q) = \Gamma[\tau + (ql_0)^2]$ , а Г должна быть найдена самосогласованно из уравнений Дайсона и Ларкина. Вычисляя сумму по частотам в (75) и делая аналитическое продолжение в комплексную плоскость z, приходим к следующему уравнению для полюсов псевдофермионной функции Грина:

$$z-\Sigma(z)=0.$$

$$\Sigma(z) = \sum_{\mathbf{q}} \frac{J^2 \varphi^2(\mathbf{q}) \mathscr{A}}{\pi} \frac{z}{z^2 + b_{\mathbf{q}}^2} \left[ \psi\left(-\frac{iz}{2\pi T}\right) - \psi\left(\frac{b_{\mathbf{q}}}{2\pi T}\right) - \frac{\pi T}{b_{\mathbf{q}}} + \frac{i\pi T}{z} \right], \tag{76}$$

где  $\mathcal{A} = \Gamma \chi_0(T)$ , а  $\psi(y)$  — дигамма-функция. Отсюда видно, что псевдофермионная функция Грина имеет в этом приближении вид  $\mathscr{G}_{ii}^R(\omega) \propto [\omega + i\Gamma(T)]^{-1}$ . Подставляя ее в уравнение (74), находим одноузельную восприимчивость

$$K_{i}^{R} = \frac{\bar{\chi}_{0}}{1 - i\omega/\Gamma},\tag{77}$$

которая, в свою очередь, подставляется в уравнение Ларкина (вообще говоря, включающее и вершинные поправки [48]), и система уравнений для  $\Gamma$  и  $l_0$  тем самым замыкается.

Спин-жидкостный вклад в поведение спиновых корреляционных функций в критической области может быть учтен путем введения аномальных межузельных вкладов в  $\Sigma(\omega)$  (рис. 10). Нелокальные фермиевские корреляции приведут к появлению новой характерной корреляционной длины, характеризующей ближний порядок, изменят температурную зависимость статической спиновой восприимчивости и динамических функций отклика. В результате следует ожидать изменения скейлингового поведения и частотно-импульсной зависимости спиновой восприимчивости.

Коэффициент спиновой диффузии также определяется собственно-энергетической частью токового коррелятора [51]:

$$D = \lim_{k \to 0, \omega \to 0} \frac{1}{k^2} \frac{\operatorname{Im} \Sigma_{\dot{S}\dot{S}}^{R}(\mathbf{k}, \omega)}{\omega} K_0^{-1}(\mathbf{k}).$$
(78)

Поскольку поведение токового коррелятора целиком определяется релаксационными процессами, влияние нелокальных спин-жидкостных корреляций должно привести к изменению скейлинговых характеристик спиновой восприимчивости и в гидродинамической области.

Проведенные в этом разделе вычисления не претендуют на полное описание критических явлений в антиферромагнетике. Они носят скорее иллюстративный характер и имеют целью, во-первых, продемонстрировать применимость предложенной диаграммной техники к традиционным задачам теории магнитных фазовых переходов, а во-вторых, наметить возможные пути учета влияния спин-жидкостных корреляций на антиферромагнитные флуктуации в критической области.

#### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе продемонстрировано, что состояние спиновой жидкости в решетке Кондо может оказаться более стабильным, чем состояние кондо-синглета, благодаря тем же процессам спинового рассеяния, которые ответственны за экранирование Кондо в случае достаточно сильного антиферромагнитного sf-обмена. Этот достаточно парадоксальный результат объясняется тем, что сильная конкуренция рассеяния Кондо и спин-жидкостных корреляций возникает при температурах близких к точке Нееля. В результате того что все корреляционные эффекты при этих температурах оказываются одного порядка, простое приближение среднего поля для описания поведения спиновой подсистемы в трехмерной решетке Кондо оказывается практически непригодным.

Предложенная в работе проекционная диаграммная техника, основанная на аналогии гамильтониана Хаббарда для электронов и гамильтониана Гейзенберга для псевдофермионов, в принципе, позволяет выйти за пределы стандартного среднеполевого описания однородной RVB-фазы [6, 16]. Попытка учесть антиферромагнитные флуктуации, не выходя за пределы приближения среднего поля (разд. 4), не приводит к результатам, вызывающим доверие. Однако предварительный анализ [52] показывает, что сформулированная в работе диаграммная техника позволяет отказаться от приближения среднего поля при описании эффектов, имеющих место в области критических антиферромагнитных флуктуаций, и найти более реалистический сценарий возникновения спиновой жидкости в решетке Кондо.

Исследование спиновой диффузии вблизи температуры Нееля, проведенное в последнем разделе, показывает, что диаграммные методы описания критических антиферромагнитных корреляций при высоких температурах позволяют получить новые физические результаты и в гидродинамической области.

Авторы глубоко признательны Ю. Кагану, Н. В. Прокофьеву, Г. Г. Халиуллину, Д. Е. Хмельницкому и Д. И. Хомскому за полезные обсуждения и критические замечания. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 95-02-04250а), Международной ассоциации INTAS (проект 93-2834) и Голландской организации по поддержке научных исследований NWO (проект 07-30-002).

### *ПРИЛОЖЕНИЕ* I

При вычислении поляризационного оператора  $\Pi(\mathbf{R})$  (40) мы используем асимптотическую форму функции Грина (41). Подставляя ее в (42), получаем для сферической поверхности Ферми выражение

$$\Pi(R,\varepsilon_m) = T\left(\frac{m}{2\pi R}\right)^2 \exp\left(-\frac{2|\varepsilon_m|}{v}R\right) \frac{\cos(2p_F R + i\varepsilon_m R/v)}{\sinh(2\pi T R/v)} + T\left(\frac{m}{2\pi R}\right)^2 \exp\left(-\frac{|\varepsilon_m|}{v}R\right) \times \left(\frac{|\varepsilon_m|}{2\pi T} + \frac{\sinh(|\varepsilon_m|R/v)}{\sinh(2\pi T R/v)}\exp\left(-\frac{|\varepsilon_m|}{v}R + 2ip_F R \operatorname{sign} \varepsilon_m\right)\right).$$
(II.I.1)

В статическом пределе оно сводится к

$$\Pi(R,0) = T\left(\frac{m}{2\pi R}\right)^2 \frac{\cos(2p_F R)}{\sin(2\pi T R/v)} = \frac{mp_F^4}{8\pi^3} \frac{\cos(2p_F R)}{(p_F R)^3} \left(1 - \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{T}{\varepsilon_F} p_F R\right)^2 + \dots\right),\tag{(II.I.2)}$$

откуда при T = 0 получаем (45).

В случае цилиндрической квазидвумерной поверхности Ферми

$$g(\mathbf{R}, z, \omega_n) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{i\omega_n - \xi(\mathbf{p})} \exp\left(i\mathbf{p}\mathbf{R} + ip_z z\right) =$$
$$= \int_{-p_{z0}}^{p_{z0}} \frac{dp_z}{2\pi} e^{ip_z z} \int \frac{pdpd\varphi}{(2\pi)^2} \frac{1}{i\omega_n - \xi(\mathbf{p})} e^{i\mathbf{p}\mathbf{R}},$$

$$g(\mathbf{R}, z, \omega_n) = \frac{\sin(p_{z0}z)}{\pi z} G(\mathbf{R}, \omega_n). \tag{\Pi.I.3}$$

Для  $p_{z0} \gg p_F$  эффективное РККИ-взаимодействие не зависит от  $p_{z0}$ ,

$$J_{RKKY}(\mathbf{R}) = \left(\frac{J}{\tilde{n}_0}\right)^2 \Pi(\mathbf{R}, 0) = \left(\frac{J}{\tilde{n}_0}\right)^2 \int \frac{d\omega}{2\pi} g^2(\mathbf{R}, \omega) =$$
$$= \left(\frac{J}{n_0}\right)^2 \int \frac{d\omega}{2\pi} G^2(\mathbf{R}, \omega). \tag{\Pi.I.4}$$

Здесь  $\tilde{n}_0 = 4\pi p_F^2 p_{z0}/(2\pi)^3 = p_{z0} p_F^2/2\pi^2 = p_{z0} n_0/\pi$ ,  $n_0 = p_F^2/2\pi$  — двумерная плотность электронных состояний и  $G(R, \omega_n)$  — двумерная функция Грина ( $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ ),

$$G(R,\omega_n) = \int \frac{pdpd\varphi}{(2\pi)^2} \frac{1}{i\omega_n - \xi(\mathbf{p})} \exp\left(ipR\cos\varphi\right). \tag{\Pi.I.5}$$

Воспользовавшись интегральным представлением функции Бесселя

$$J_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \exp\left(iz\cos\varphi\right) \tag{\Pi.I.6}$$

в асимптотическом пределе для больших |z|:

$$J_0(z) \approx \sqrt{\frac{2}{z\pi}} \cos\left(z - \frac{\pi}{4}\right),$$
 (Π.Ι.7)

получаем

$$G(R,\omega_n) = -i\operatorname{sign}\omega_n \frac{m}{\sqrt{2\pi p_F R}} \exp\left(-\frac{|\omega_n|}{2\varepsilon_F} p_F R + i\left(p_F R - \frac{\pi}{4}\right)\operatorname{sign}\omega_n\right). \quad (\Pi.I.8)$$

Подставив это выражение в (П.І.4), получаем

$$\Pi(R,\varepsilon_m) = -T \frac{m^2}{2\pi p_F R} \exp\left(-\frac{2|\varepsilon_m|}{v}R\right) \frac{\sin(2p_F R + i\varepsilon_m R/v)}{\operatorname{sh}(2\pi T R/v)} - T \frac{m^2}{2\pi p_F R} \exp\left(-\frac{|\varepsilon_m|}{v}R\right) \times \left(\frac{|\varepsilon_m|}{2\pi T} - \frac{\operatorname{sh}(|\varepsilon_m|R/v)}{\operatorname{sh}(2\pi T R/v)} \exp\left(-\frac{|\varepsilon_m|}{v}R + 2i(p_F R - \frac{\pi}{4})\operatorname{sign}\varepsilon_m\right)\right). \quad (\Pi.I.9)$$

В пределе низких температур это выражение переходит в

$$\Pi(R,0) = -T \frac{m^2}{2\pi p_F R} \frac{\sin(2p_F R)}{\sin(2\pi T R/v)} = = -\frac{mp_F^2}{4\pi^2} \frac{\sin(2p_F R)}{(p_F R)^2} \left(1 - \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{T}{\varepsilon_F} p_F R\right)^2 + ...\right), \qquad (\Pi.I.10)$$

а при T = 0 — в выражение (47).

### *ПРИЛОЖЕНИЕ* II

Усиление обменного РККИ-взаимодействия, связанное с кондовской перенормировкой одноузельной *sf*-обменной вершины, учтенной в логарифмическом приближении,

$$\Gamma(\varepsilon, \alpha) = \frac{1}{\left(1 + 2\alpha \ln(\varepsilon/\varepsilon_F)\right)^2} \tag{\Pi.II.1}$$

описывается выражением

$$f\left(p_F R, \alpha, \frac{T}{\varepsilon_F}\right) = \int_{T/\varepsilon_F}^{\infty} \frac{\exp\left(-p_F Rx\right) dx}{\left(1 + 2\alpha \ln(x)\right)^2}.$$
 (II.II.2)

Температурный ход этого интеграла определяется как параметром Доньяха  $\alpha$ , так и расстоянием между соседними кондо-центрами (параметром  $p_F R$ ).

Если пренебречь логарифмической перенормировкой (П.II.1), интеграл (П.II.2) при  $T \ll \varepsilon_F$  равен 1/ ( $p_F R$ ), и интеграл (44) сводится к обычной формуле РККИ (45). При учете процессов Кондо функция f (П.II.1) в интересующем нас интервале температур  $[T_K, 3T_K]$  может быть представлена приближенным выражением

$$f\left(p_F R, \alpha, \frac{T}{\varepsilon_F}\right) \approx \frac{1}{p_F R} \frac{1}{\left(1 - 2\alpha \ln(T/\varepsilon_F)\right)^{n(p_F R, \alpha)}},$$
 (II.II.3)

где показатель  $n = n(p_F R, \alpha)$  не зависит от температуры. В результате высокотемпературное поведение РККИ-взаимодействия определяется функцией  $\tilde{f}(p_F R, \alpha, T/\varepsilon_F) = f(p_F R, \alpha, T/\varepsilon_F)p_F R$ , которая приближенно представляется в виде

$$\widetilde{f}\left(p_F R, \alpha, \frac{T}{\varepsilon_F}\right) \approx \frac{1}{\left(1 + 2\alpha \ln(T/\varepsilon_F)\right)^{n(p_F R, \alpha)}}.$$
 (П.II.4)

На рис. 11 представлены температурные зависимости точной функции  $\tilde{f}(p_F R = 5.0, \alpha = 0.09)$ , найденной численно (сплошная линия), и приближенной функции  $\tilde{f}(p_F R = 5.0, \alpha = 0.09)$  (пунктирная линия) в интервале температур  $T_K < T < 3T_K$ . Показатель степени  $n = n(p_F R, \alpha)$  приближенной функции (П.II.4) показан на врезке как функция параметра  $p_F R$  в интервале  $2 < p_F R < 8$  для нескольких значений  $\alpha$  в интервале  $0.04 < \alpha < 0.165$ . Показатель находился по методу наименьших квадратов в интервале температур  $1.2T_K < T < 3T_K$ .



Рис. 11. Численные значения интеграла  $\tilde{f}(p_F R)$  (сплошная линия) и аппроксимирующей функции  $f(p_F R)$  (см. текст)

### *ПРИЛОЖЕНИЕ* III

В этом приложении вычисляется параметр  $\Upsilon$  (70), характеризующий влияние спиновых корреляций на температуру перехода в RVB-фазу для случая простой кубической решетки с анизотропным РККИ-взаимодействием, вызванным, например, несферичностью поверхности Ферми. Введем  $J_{\parallel} \equiv J_x = J_y$ ,  $J_{\perp} \equiv J_z$ . Тогда в выражение (57) для спинового коррелятора  $K_0(\mathbf{q}, \gamma)$  следует подставить величину

$$j_{\mathbf{q}} \equiv J_{\mathbf{q}} / |J_{\mathbf{Q}}| = -j_{\parallel}(\varphi_{\parallel} + \gamma \varphi_{\perp}), \qquad (\Pi. \mathrm{III.1})$$

где  $\varphi_{\parallel}(\mathbf{q}) = 2(\cos q_x + \cos q_y), \ \varphi_{\perp}(\mathbf{q}) = 2\cos q_z, \ a \ j_{\parallel} = J_{\parallel}/J_{\mathbf{Q}} \ (a = 1).$  Для вычисления входящих в выражение (65) сумм вида

$$T\sum_{\mathbf{q}}\varphi_{u}(\mathbf{p}-\mathbf{q})K_{0}(\mathbf{q},\gamma) = \frac{S(S+1)T}{6T_{N}j_{0}}\sum_{\mathbf{q}}\frac{\varphi_{u}(\mathbf{p}-\mathbf{q})}{T/T_{N}j_{0}-j_{\mathbf{q}}/j_{0}}$$
(II.III.2)

воспользуемся интегральным представлением для спинового коррелятора

$$K_0(\mathbf{q},\gamma) = \frac{S(S+1)j_{\mathbf{q}}}{6T_N j_0} \int_0^\infty dt \exp\left\{-\left(\frac{T}{T_N j_0} - \frac{j_{\mathbf{q}}}{j_0}\right)t\right\}.$$
 (II.III.3)

В случае, когда взаимодействие в базисной плоскости преобладает ( $\gamma < 1$ ), закон дисперсии спин-жидкостных возбуждений приобретает вид

$$\tilde{\epsilon}_{\mathbf{p}}^{\parallel}\left(\frac{T}{T_{N}},\gamma\right) = \frac{1}{2}J_{\parallel}\Delta_{\parallel}\left[1 - (2+\gamma)\frac{T}{T_{N}}A\left(\gamma,\frac{T}{T_{N}}\right)\right]\varphi_{\parallel}(\mathbf{q}),\tag{\Pi.III.4}$$

где функции  $A(\gamma, T/T_N)$  выражаются через интегралы от функций Бесселя:

$$A(\gamma,\tau) = \int_{0}^{\infty} dt \exp\{-(2+\gamma)(1+\tau)t\} I_{1}(t)I_{0}(t)I_{0}(\gamma t).$$
(II.III.5)

Учитывая, что для простой кубической решетки  $\theta_{||}^{(0)} = \theta_{\perp}^{(0)} = 1$ , получим

$$\Upsilon_{\parallel}(\gamma, T_u^{*(0)}/T_N) = [1 - (2 + \gamma)(1 + \tau)A(\gamma, \tau)]^2 / 4.$$
 (Π.ΙΙΙ.6)

В случае, когда преобладает взаимодействие перпендикулярно базисной плоскости ( $\tilde{\gamma} < 1$ ), вместо выражений (П.III.4)–(П.III.6) имеем

$$\tilde{\epsilon}_{\mathbf{p}}^{\perp}\left(\frac{T}{T_{N}},\gamma\right) = J_{\perp}\Delta_{\perp}\left[1 - (1 + 2\tilde{\gamma})\frac{T}{T_{N}}\tilde{A}\left(\gamma,\frac{T}{T_{N}}\right)\right]\cos p_{z},\tag{\Pi.III.4'}$$

$$\tilde{A}(\tilde{\gamma},\tau) = \int_{0}^{\infty} dt \exp\left\{-(1+2\tilde{\gamma})(1+\tau)t\right\} I_1(t) I_0^2(\tilde{\gamma}t), \qquad (\Pi.\text{III.5'})$$

$$\Upsilon_{\perp}(\tilde{\gamma}, T_u^{*(0)}/T_N) = \left[1 - (1 + 2\tilde{\gamma})(1 + \tau)\tilde{A}(\tilde{\gamma}, \tau)\right]^2 / 4.$$
(Π.ΙΙΙ.6')

Используя асимптотическое разложение интегралов

$$A(\gamma,\tau)|_{\gamma,\tau\to 0} \propto -\ln \max(\gamma,\tau), \quad \tilde{A}(\tilde{\gamma},\tau)|_{\tilde{\gamma},\tau\to 0} \propto [\max(\tilde{\gamma},\tau)]^{-1/2},$$

находим, что в окрестности  $T_N$  при сильных анизотропиях

$$\Upsilon_{\parallel}(\gamma, T_u^{*(0)}/T_N) \propto -\ln \max(\gamma, \tau), \qquad (\Pi. \text{III.7})$$

$$\Upsilon_{\perp}(\tilde{\gamma}, T_u^{*(0)}/T_N) \propto [\max(\tilde{\gamma}, \tau)]^{-1/2}, \qquad (\Pi.III.8)$$

и в результате сильные спиновые флуктуации способствуют возникновению спиновой жидкости.

# Литература

- 1. G. Zwicknagl, Adv. Phys. 41, 203, (1992).
- 2. A. C. Hewson, The Kondo Problem to Heavy Fermions, Cambridge University Press, Cambridge (1993).
- 3. S. Doniach, Physica B 91 231 (1977).
- 4. F. J. Ohkawa, Progr. Theor. Phys. Suppl. № 108, 209 (1992).
- 5. Y. Kuramoto and K. Miyake, Theor. Phys. Suppl. № 108, 199 (1992).
- 6. P. Coleman and N. Andrei, J. Phys.: Cond. Matt. 1, 4057 (1989).
- 7. J. A. Millis and P. A. Lee, Phys. Rev. B 35, 3394 (1987).
- 8. Yu. Kagan, K. A. Kikoin, and N. V. Prokof'ev, Physica B 182, 201 (1992).
- 9. J. Gan, P. Coleman, and N. Andrei, Phys. Lett. 68, 3476 (1992).
- 10. A. A. Abrikosov, Physics 2, 21 (1965).
- 11. I. Affleck and J. B. Marston, Phys. Rev. B 37, 3774 (1988).
- 12. I. Affleck, Z. Zou, T. Hsu, and P. W. Anderson, Phys. Rev. B 38, 745 (1988).
- 13. L. B. Ioffe and A. I. Larkin, Phys. Rev. B 39, 8988 (1989).
- 14. P. A. Lee and N. Nagaosa, Phys. Rev. B 46, 5621 (1992).
- 15. S. Elitzur, Phys. Rev. D 12, 3978 (1975).
- 16. G. Baskaran, Z. Zou, and P. W. Anderson, Solid State Comm. 63, 973 (1987).
- 17. A. Ruckenstein, P. Hirschfeld, and J. Appel, Phys. Rev. B 36, 857 (1987).
- 18. K. A. Kikoin, M. N. Kiselev, and A. S. Mishchenko, JETP Lett. 60, 358 (1994).
- 19. Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Скрябин, Статистическая механика магнитоупорядоченных систем, Наука, Москва (1987).

- 20. В. Г. Барьяхтар, В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский, Функции Грина в теории магнетизма, Наук. думка, Киев (1984).
- 21. H. Keiter and G. Morandi. Phys. Reports 109, 227 (1984).
- 22. F. Onufrieva and J. Rossat-Mignod, Phys. Rev. B 52, 7572 (1995).
- 23. D. C. Mattis, *The Theory of Magnetism*, Harper and Row, N. Y. (1965) (пер.: Д. Маттис, *Teopus магнетизма*, Мир, Москва (1967).
- 24. W. W. Lewis and R. B. Stinchcombe, Proc. Phys. Soc. 92, 1002 (1967).
- 25. S. E. Barnes, J. Phys. F 6, 1375 (1976).
- 26. G. Kotliar and A. E. Ruckenstein, Phys. Rev. Lett. 57, 1362 (1986).
- 27. P. Coleman, E. Miranda, and A. M. Tsvelik, Phys. Rev. Lett. 70, 2960 (1993).
- 28. X-G. Wen and P. A. Lee, Phys. Rev. Lett. 76, 503 (1996).
- 29. Y. Ono, T. Matsuura, and Y. Kuroda, Physica C 159, 878 (1989).
- 30. J. Hubbard, Proc. Roy. Soc. A 285, 542 (1965).
- 31. Р. О. Зайцев, ЖЭТФ 70, 1100 (1976).
- 32. T. Yanagisawa, Phys. Rev. B 40, 6666 (1989).
- 33. J. Brinckmann, Europhys. Lett. 28, 187 (1994).
- 34. А. И. Ларкин, ЖЭТФ 37, 264 (1959).
- 35. K. Kuboku, J. Phys. Soc. Jap. 62, 420 (1993).
- 36. C. Mudry and E. Fradkin, Phys. Rev. B 49, 5200 (1994).
- 37. D. R. Grempel and M. Lavagna, Solid State Comm. 83, 595 (1992).
- 38. T. Tanamoto, H. Kohno, and H. Fukuyama, J. Phys. Soc. Jap. 62, 617 (1993).
- 39. I. S. Sandalov and M. Richter, Phys. Rev. B 50, 12855 (1994).
- 40. P. W. Anderson, Mater. Res. Bull. 8, 153 (1973).
- 41. C. M. Varma, in *Theory of Heavy Fermions and Valence Fluctuations*, Springer Series in Solid-State Sciences, ed. by T. Kasuya and T. Saso, V. 62, Springer-Verlag, Berlin (1985), p. 277.
- 42. K. Yosida and A. Okiji, Progr. Theor. Phys. 34, 505 (1965).
- 43. A. A. Abrikosov and A. A. Migdal, J. Low Temp. Phys. 3, 519 (1970).
- 44. A. M. Tsvelik and P. B. Wiegmann, Adv. Phys. 32, 453 (1983).
- 45. K. Miura, T. Ono, and K. Kuboku, Physica C 179, 411 (1991).
- 46. F. Nozieres, Ann. de Phys. (Fr) 10, 1 (1985).
- 47. K. A. Kikoin, J. Phys.: Cond. Matt. 8, 3601 (1996).
- 48. A. Chubukov, Phys. Rev. B 44, 392 (1991).
- 49. B. I. Halperin and P. C. Hohenberg, Rev. Mod. Phys. 49, 435 (1977).
- 50. S. Chakraverty, B. I. Halperin, and D. Nelson, Phys. Rev. B 39, 2344 (1989).
- 51. S. V. Maleyev, Sov. Sci. Rev. A ed. by I. M. Khalatnikov, Harwood Press, New York (1987), Vol. 8, p. 323.
- 52. K. A. Kikoin, M. N. Kiselev, and A. S. Mishchenko, Preprint cond-matt/9608121.