# ОПТИЧЕСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ МАЛЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ

### П. М. Томчук, Б. П. Томчук

Институт физики Национальной академии наук Украины 252650, Киев, Украина

Поступила в редакцию 10 октября 1996 г.

Проведено теоретическое исследование зависимости поглощения малых металлических частиц от их формы и поляризации волны в ИК-диапазоне частот. Рассмотрено электрическое и магнитное поглощение малых частиц, размеры которых могут быть как больше, так и меньше длины свободного пробега электрона. Показано, что для асимметричных частиц, меньших длины свободного пробега, оптическая проводимость становится тензорной величиной. Показано, что как суммарное поглощение, так и соотношение между электрическим и магнитным поглощением резко зависит от формы частицы и поляризации волны. Построены графические зависимости отношений электрического и магнитного вкладов в поглощение от степени асимметрии частицы при разных поляризациях волны. Аналогичные зависимости построены для отношений компонент тензора оптической проводимости.

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Малые металлические частицы представляют собой интересный объект для физических исследований. Каждый раз, когда характерный размер такой частицы становится соразмерным с какой-либо физической величине размерности длины (типа длины де-Бройля, длины свободного пробега, длины электромагнитной волны, глубины скинслоя и т. п.), в свойствах малых частиц и их ансамблей проявляются новые черты. Так, при приближении размера частицы к длине де-Бройля существенным становится квантование электронного спектра. При размерах частиц меньших длины свободного пробега происходит резкое изменение интенсивности электрон-решеточного энергообмена [1–3]. Меняется и характер оптического поглощения. Оптические свойства частицы меняются также в зависимости от того, больше или меньше ее размеры, чем длина волны света и глубина скин-слоя.

К особенно далеко идущим физическим последствиям приводит резкое (на порядки [2, 3]) уменьшение электрон-решеточного энергообмена в малой металлической частице [4]. Именно благодаря такому ослаблению энергообмена в частице можно получить, при введении в электронную подсистему мощности, горячие электроны в стационарных (квазистационарных) условиях. Такие горячие электроны можно получить в островковых металлических пленках, нанесенных на диэлектрическую подложку, при пропускании тока вдоль туннельно связанной системы малых частиц [5, 6] или при облучении пленки лазерным пучком [7, 8].

Наличие горячих электронов позволяет объяснить особенности электронной и фотонной эмиссий из островковых металлических пленок под действием лазерного излучения [4,9]. Эти особенности состоят в том, что фотонная эмиссия наблюдается при облучении квантами CO<sub>2</sub>-лазера, энергия которых в 30–40 раз меньше работы выхода электрона из металлического островка, а среди эмитируемых фотонов наблюдаются и такие, энергия которых в десятки раз превышает энергию первичных квантов [9]. И все это происходит при интенсивностях лазерных пучков, при которых многоквантовые процессы еще не существенны и при которых пленка не разрушается. Ничего подобного при этих же интенсивностях облучения не наблюдается в сплошных металлических пленках или массивных металлах.

Настоящая работа посвящается оптическому поглощению малыми металлическими частицами, размеры которых значительно меньше длины волны света и могут быть как больше, так и меньше длины свободного пробега электрона. Характерной особенностью таких частиц является довольно резкая зависимость поглощения в инфракрасном диапазоне частот от формы частицы и поляризации волны. Так, мощность, поглощаемая частицами, одинаковыми по объему, но различными по форме, может различаться на несколько порядков [10]. Кроме чисто научного интереса эти особенности поглощения малыми частицами важны и для практики. В частности, при нанесении на поверхность твердых тел красок, содержащих малые металлические частицы, может резко измениться поглощение таких поверхностей и отражение от них. Для управления упомянутыми процессами нужно знать свойства таких частиц.

В космосе малые металлические частицы могут представлять серьезную угрозу для летательных аппаратов. Такие частицы можно разрушить лазерными пучками, но для успешного осуществления разрушения нужно знать особенности оптического поглощения частиц.

Оптические свойства малых частиц изучаются уже сравнительно давно и основные результаты этих исследований довольно полно отражены в имеющихся монографиях (см., например, [11]). Однако, что касается влияния формы малых частиц на их поглощение (в особенности частиц, меньших длины свободного пробега), то в этом вопросе имеются большие пробелы. На том, что уже сделано в этом направлении, нам удобнее остановиться чуть позже, после постановки задачи.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть металлическая частица находится в поле электромагнитной волны:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}^{(0)} \\ \mathbf{H}^{(0)} \end{pmatrix} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}.$$
 (1)

Здесь Е и **H** — соответственно электрическое и магнитное поля волны,  $\omega$  и **k** — частота и волновой вектор волны; координаты и время определяются с помощью **r** и *t*.

Будем считать, что длина волны ( $\lambda = 2\pi/k$ ) значительно превышает характерный размер частицы. В этом случае металлическая частица находится фактически в пространственно-однородных, но осциллирующих во времени электрических (Е) и магнитных (Н) полях. Электрическое поле  $\mathbf{E}^{(0)}e^{-i\omega t}$  индуцирует внутри частицы локальное потенциальное электрическое поле  $\mathbf{E}_{loc}$ , которое в свою очередь вызывает электрический ток (плотность его обозначим  $\mathbf{j}_e$ ). Магнитное поле волны  $\mathbf{H}^{(0)}e^{-i\omega t}$  индуцирует в частице вихревое электрическое поле  $\mathbf{E}_{ed}$ , которое обусловливает появление вихревого электрического тока  $\mathbf{j}_m$  (токи Фуко;  $\mathbf{j}_m$  — плотность вихревого тока). В результате суммарная диссипация энергии волны (поглощение частицы) равна

$$W = W_e + W_m = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V d\mathbf{r} (\mathbf{j}_e \mathbf{E}_{loc}^* + \mathbf{j}_m \mathbf{E}_{ed}^*), \qquad (2)$$

V — объем частицы.

Первое слагаемое в (2) соответствует электрическому поглощению, а второе — магнитному. Таким образом, для определения суммарного поглощения необходимо знать потенциальное  $E_{loc}$  и вихревое  $E_{ed}$  электрические поля и соответствующие им токи  $j_e$ и  $j_m$ .

Для частиц размером как больше, так и меньше длины свободного пробега электрона одновременное электрическое и магнитное поглощение было известно (т. е. имелись соответствующие формулы) только для частиц сферической формы. Суммарная энергия, поглощаемая частицей сферической формы (см., например, [12]), равна

$$W = \frac{9}{8\pi} V \omega \varepsilon'' \left[ \frac{1}{(2+\varepsilon')^2 + \varepsilon''^2} + \frac{\omega^2 R^2}{90c^2} \right] |\mathbf{E}^{(0)}|^2,$$
(3)

где  $\varepsilon'$  и  $\varepsilon''$  — соответственно действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости, R — радиус частицы, c — скорость света. Первое слагаемое в (3) описывает электрическое поглощение, а второе — магнитное.

Если размер частицы больше длины свободного пробега, т. е. доминирует объемное рассеяние, то выражение для диэлектрической проницаемости металла имеет известный стандартный вид:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon' + i\varepsilon'' = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} + i\frac{\nu}{\omega}\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2},\tag{4}$$

где  $\omega_p$  — плазменная частота,  $\nu$  — частота столкновений.

Воспользуемся формулами (3) и (4) для оценки относительного вклада электрического и магнитного поглощений в суммарное поглощение частицы. Возьмем для примера частицы золота. Тогда  $\omega_p \approx 5 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ ,  $\nu \approx 10^{13} \text{ c}^{-1}$ . Кроме того, примем  $R = 3 \cdot 10^{-6}$  см и частоту  $\omega$  равной частоте CO<sub>2</sub>-лазера, т. е.  $\omega \approx 2 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ . Тогда из (3) имеем  $\varepsilon' \approx -600$ ,  $\varepsilon'' \approx 30$ , а отношение магнитного поглощения к электрическому будет

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{1}{90} \left(\frac{\omega R}{c}\right)^2 |\varepsilon_0|^2 \approx 2.$$
(5)

Для данного конкретного набора параметров магнитное поглощение в два раза превосходит электрическое. Совершенно очевидно, что для разных параметров частиц и диапазона частот электрическое поглощение может быть как много больше, так и много меньше магнитного. Поэтому, исследуя зависимость оптического поглощения малой металлической частицы от ее формы, нужно учитывать как электрическое, так и магнитное поглощение. Между тем, для асимметричных частиц, меньших длины свободного пробега, не было даже попытки (за исключением [10]) получить полную поглощаемую мощность. Исследовалась только оптическая проводимость  $\sigma(\omega)$ , определяемая соотношением

$$\mathbf{j}_e = \sigma \mathbf{E}_{loc} \tag{6}$$

для частиц сферической [13], цилиндрической [14] формы и в виде параллелепипеда [15]. В упомянутых работах использовался квантовомеханический подход, а форма частиц выбиралась с таким учетом, чтобы соответствующая такой симметрии потенциальная яма допускала аналитическое решение уравнения Шредингера.

Для частиц размером большим длины свободного пробега оптическая проводимость известна ( $\sigma = \omega \varepsilon''/4\pi$ ), и задача учета влияния формы частицы на ее поглощение сводится к нахождению  $\mathbf{E}_{loc}$  и  $\mathbf{E}_{ed}$ . Локальное электрическое поле  $\mathbf{E}_{loc}$  в случае эллипсоидальной формы не зависит от координат и легко может быть выражено через компоненты тензора деполяризации. Это обстоятельство было использовано многими авторами для учета зависимости электрического поглощения от формы в случае доминирующей роли объемного рассеяния (см., например, [11] и цитируемую там литературу).

Магнитное поглощение эллипсоидальных металлических частиц, размеры которых превосходят длину свободного пробега электрона, рассмотрено для случая идеальной проводимости ( $\varepsilon'' \gg |\varepsilon'|$ ) в работе [16].

В большинстве теоретических работ, посвященных оптическому поглощению островковых металлических пленок, основное внимание уделено исследованию взаимного влияния металлических частиц (островков) на величину  $E_{loc}$ , а следовательно, на величину электрического поглощения (см., например, [17] и цитируемую там литературу). Учет упомянутого взаимного влияния металлических частиц действительно может в отдельных случаях в несколько раз изменить величину поглощаемой мощности [2]. Однако исследование влияния формы частиц на их электрическое и магнитное поглощение, а также на зависимость от поляризации соотношения между электрическим и магнитным поглощением не было проведено. Между тем в зависимости от упомянутых факторов величина поглощаемой мощности может изменяться не в разы, а на порядки величин.

#### 3. ЛОКАЛЬНЫЕ ПОЛЯ

В дальнейшем будем рассматривать металлические частицы эллипсоидальной формы. Исследование именно эллипсоидальной формы дает определенные преимущества. Во-первых, рассматривая эллипсоиды различной степени сплюснутости и вытянутости, можно получить большинство реальных форм частиц (от блиноподобных до антенноподобных). Во-вторых, для таких частиц легко определить потенциальные  $E_{loc}$  и вихревые  $E_{ed}$  локальные поля.

Как известно [12], потенциальное локальное электрическое поле  $E_{loc}$ , которое индуцировано внешним однородным электрическим полем  $E^{(0)}$ , для частиц эллипсоидальной формы не зависит от координаты. Поле  $E_{loc}$  может быть выражено линейно через  $E^{(0)}$  с помощью тензора деполяризации. В главных осях тензора деполяризации, которые совпадают с главными осями эллипсоида, имеем [11]:

$$(E_{loc})_j = E_j^{(0)} - 4\pi L_j P_j = E_j^{(0)} - L_j (\varepsilon - 1) (E_{loc})_j.$$
<sup>(7)</sup>

Здесь  $L_j$  — главные значения компонент тензора деполяризации, **Р** — вектор поляризации.

В случае асимметричных частиц размером меньше длины свободного пробега, как увидим, оптическая проводимость становится тензорной величиной, и формула (7) в этом случае нуждается в уточнении. Об этом мы скажем чуть ниже. Заметим еще, что в случае ансамбля частиц вектор поляризации в данной частице вызван не только полем внешней волны, но и полем наведенных этой волной диполей в других частицах [4]. Здесь мы не будем учитывать этих эффектов, хотя при необходимости это не трудно сделать [2].

Определяя  $(E_{loc})_i$  из (7), имеем

$$|(E_{loc})_{j}|^{2} = \frac{\left(E_{j}^{(0)}\right)^{2}}{\left[1 + L_{j}(\varepsilon' - 1)\right]^{2} + (L_{j}\varepsilon'')^{2}}.$$
(8)

В случае, когда оптическая проводимость малых металлических частиц становится тензорной величиной (с такой ситуацией встретимся позже), следует в (8) сделать замену  $\varepsilon'' \rightarrow 4\pi\sigma_{ij}/\omega$  ( $\sigma_{ij}$  — диагональная *j*-я компонента тензора оптической проводимости).

Приступим теперь к нахождению вихревого локального поля  $E_{ed}$ . Это поле должно определяться из решения уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_{ed} = -i\frac{\omega}{c}\mathbf{H}^{(0)},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_{ed} = 0,$$
(9)

которые необходимо дополнить граничными условиями

$$\mathbf{E}_{ed}\mathbf{n}_{s}\big|_{S} = 0. \tag{10}$$

Здесь  $\mathbf{n}_s$  — нормаль к поверхности S.

Прежде чем двигаться дальше, сделаем одно замечание. В правой части первого уравнения системы (9) в качестве магнитного поля внутри частицы фигурирует внешнее (пространственно-однородное) магнитное поле  $\mathbf{H}^{(0)}$ . Такое приближение будет оправдано при условии, что глубина скин-слоя  $\delta_H$  значительно больше характерных размеров частицы R:

$$\delta_H \equiv \left(\frac{\omega}{c} \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon}\right)^{-1} \gg R.$$

Для эллипсоидальной частицы под R в этом неравенстве следует понимать бо́льшую из полуосей эллипсоида. В дальнейшем будем полагать, что приведенное неравенство выполняется. Именно этот случай наиболее интересен, ибо тогда вклад вихревых токов в поглощение максимальный.

Учитывая постоянство H<sup>(0)</sup>, можно представить решение системы (9) в виде

$$(E_{ed})_j = \sum_{k=1}^3 \alpha_{jk} x_k \quad (x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z)$$
(11)

и однозначно определить набор констант  $\alpha_{ij}$  из системы (9) и условия (10). В результате получим

$$(E_{ed})_x = \frac{i\omega}{c} \left( \frac{zH_y^{(0)}}{R_z^2 + R_x^2} - \frac{yH_z^{(0)}}{R_x^2 + R_y^2} \right) R_x^2.$$
(12)

Остальные компоненты  $E_{ed}$  можно получить путем циклической перестановки. В (12)  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$  — полуоси эллипсоида.

Зная  $E_{loc}$  и  $E_{ed}$  для частиц с характерным размером, большим длины свободного пробега электрона, легко в соответствии с (2) получить формулу для поглощаемой мощности. Напомним, что в этом случае токи связаны с полем соотношением типа (6).

Если для простоты ограничиться эллипсоидом вращения (с осью вращения вдоль z), то из (2), (8), (12) и (6) получим

$$W = V \frac{\omega \varepsilon''}{8\pi} \times \left\{ \sum \frac{\left(E_{j}^{(0)}\right)^{2}}{\left[1 + L_{j}(\varepsilon' - 1)\right]^{2} + (L_{j}\varepsilon'')^{2}} + \frac{\omega^{2}R_{\perp}^{2}}{10c^{2}} \left(H_{\parallel}^{(0)}\right)^{2} + \frac{\omega^{2}}{5c^{2}} \frac{R_{\perp}^{2}R_{\parallel}^{2}}{R_{\perp}^{2} + R_{\parallel}^{2}} \left(H_{\perp}^{(0)}\right)^{2} \right\}, \quad (13)$$

где

$$H_{||}^{(0)} = H_z^{(0)}, \quad H_{\perp}^{(0)} = \sqrt{(H_x^{(0)})^2 + (H_y^{(0)})^2}, \quad R_x = R_y = R_{\perp}, \quad R_z = R_{||}$$

Формула (13) является обобщением формулы (3) на случай эллипсоидальной формы частиц. Напомним, что в (13)  $E^{(0)} = H^{(0)}$ . Мы не выразили в (13)  $H^{(0)}$  через  $E^{(0)}$ (как это сделано в (3)), чтобы нагляднее была видна зависимость поглощаемой мощности от поляризации волны. Главные значения компонент тензора деполяризации для частиц, имеющих форму эллипсоида вращения, имеют вид [12]

$$L_{x} = L_{y} = \frac{1}{2}(1 - L_{z}),$$

$$L_{z} = \begin{cases} \frac{1 - e_{p}^{2}}{2e_{p}^{3}} \left[ \ln \left( \frac{1 + e_{p}}{1 - e_{p}} \right) - 2e_{p} \right], & R_{\parallel} > R_{\perp}, \\ \frac{1 + e_{p}^{2}}{e_{p}^{3}} \left[ e_{p} - \operatorname{arctg} e_{p} \right], & R_{\parallel} < R_{\perp}, \end{cases}$$
(14)

где  $e_p^2 = |1 - R_\perp^2 / R_\parallel^2|.$ 

На рис. 1*а* представлена зависимость  $L_z$  от отношения полуосей эллипсоида  $R_{\perp}/R_{\parallel}$ . Компоненты тензора деполяризации  $L_j$  могут изменяться от нуля до единицы. В знаменателе формулы (8), как видим,  $L_j^2$  стоит сомножителем при  $(\varepsilon'-1)^2$ . В диапазоне частот CO<sub>2</sub>-лазера, как показывают проведенные выше оценки,  $\varepsilon'^2 \approx 4 \cdot 10^4$ . По этой причине  $|\mathbf{E}_{loc}|^2$  может весьма резко зависеть от формы частиц. На рис. 16 представлена зависимость  $|\mathbf{E}_{loc}|^2/|\mathbf{E}^{(0)}|^2$  от отношения полуосей  $R_{\perp}/R_{\parallel}$  для случая, когда  $\mathbf{E}^{(0)}$  направлено вдоль оси вращения эллипсоида. Мы видим, что отношение квадрата локального поля к квадрату внешнего поля волны может изменяться на несколько порядков. В соответствии с (13) это значит, что электрическое поглощение металлических частиц может изменяться на порядки величин в зависимости от формы частиц и поляризации волны. Это обстоятельство имеет большое значение. Во Введении мы уже упоминали, что при лазерном облучении металлических островковых пленок электронный газ металлических частиц становится горячим. В результате возникают электронная и фотонная эмиссии. В частности, электронная эмиссия представляет собой термоэмиссию



Рис. 1. Зависимости а) фактора деполяризации вдоль оси эллипсоида вращения от отношения полуосей эллипсоида и б) отношения квадрата локального электрического поля внутри частицы к квадрату электрического поля волны от отношения полуосей эллипсоида для указанной на рисунке поляризации волны

горячих электронов, которая в соответствии с формулой Ричардсона пропорциональна  $\exp(-\varphi/kT_e)$ . Здесь  $\varphi$  — работа выхода электрона, а  $T_e$  — электронная температура. Электронная эмиссия весьма резко зависит от электронной температуры  $T_e$ , которая определяется величиной поглощаемой частицей энергии. В свою очередь, поглощаемая энергия W тоже резко зависит от формы частиц и поляризации волны. В этой ситуации введение каких-либо средних (эффективных) сечений поглощения абсолютно недопустимо. Светятся и излучают электроны, в основном те частицы, поглощение которых максимально. Иными словами, эти явления определяются в основном частицами с экстремальным поглощением, а не частицами с некоторым средним («эффективным») поглощением, которые составляют большинство в островковой пленке.

## 4. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ

В предыдущем разделе мы определили локальные поля и заодно получили общее выражение для мощности, поглощаемой эллиптической металлической частицей в случае объемного рассеяния (т.е. для частиц размером больше длины свободного пробега). В этом разделе мы сосредоточим основное внимание на частицах, размеры которых меньше длины свободного пробега. Впрочем, развиваемый ниже метод годится как для частиц меньших, так и больших длины свободного пробега.

Итак, зная потенциальное и вихревое локальные электрические поля в частице, для определения поглощаемой мощности необходимо найти еще выражения для индуцируемых этими полями высокочастотных токов.

Плотность тока по определению равна

$$\mathbf{j} = \frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int \mathbf{v} f d^3(mv) = \frac{2m^3 e}{(2\pi\hbar)^3} \int \mathbf{v} f(\mathbf{v}) d^3 v, \tag{15}$$

где  $f(\mathbf{v})$  — функция распределения электронов по скоростям  $\mathbf{v}$ , e и m — заряд и масса электрона. Функцию распределения в присутствии локальных полей можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$f(\mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{v}),$$

П. М. Томчук, Б. П. Томчук

где  $f_0(\varepsilon)$  — фермиевская функция (которая зависит только от энергии,  $\varepsilon = mv^2/2$ ), а  $f_1(\mathbf{v})$  — обусловленная локальными полями добавка.

Вид  $f_1(\mathbf{v})$  должен быть определен из решения соответствующего кинетического уравнения. В линейном приближении по полю электромагнитной волны кинетическое уравнение имеет вид

$$(\nu - i\omega)f_1 + \mathbf{v}\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{F}\mathbf{v}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = 0.$$
(16)

Здесь мы учли, что  $f_1 \propto e^{-i\omega t}$ , а кроме того, использовали такие обозначения:  $\nu$  — частота объемных столкновений и

$$\mathbf{F} = \mathbf{E}_{loc}^{(0)} + \mathbf{E}_{ed}^{(0)}.$$
 (17)

Уравнение (16) должно быть дополнено граничными условиями для  $f_1$ . В качестве такого условия мы примем, как это часто делается, условия диффузного рассеяния электронов на границе, т.е.

$$f_{\perp}(\mathbf{r}, \mathbf{v})\big|_{S} = 0 \quad \text{при} \quad v_{n} < 0.$$
(18)

Здесь  $v_n$  — нормальная составляющая скорости к поверхности S.

В такой постановке в работе [18] было исследовано магнитное поглощение в сферической металлической частице. Для решения уравнения (16) с граничными условиями (18) мы воспользуемся методом характеристик, который показал свою эффективность в [18]. Однако для эллипсоидальных частиц используемый в [18] метод характеристик нуждается в определенной модификации. Суть этой модификации будет ясна ниже.

Итак, перейдем к деформированной системе координат, в которой первоначально эллипсоидальная форма частицы

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{x_i^2}{R_i^2} = 1$$
(19)

примет вид сферы (радиуса R). Иными словами мы полагаем, что

$$x_i = \frac{x'_i}{\gamma_i}, \quad \gamma_i = \frac{R}{R_i}, \quad R = (R_1 R_2 R_3)^{1/3}, \quad \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 = 1.$$
 (20)

При такой деформации объем частицы не изменяется, а меняется лишь ее форма. Поэтому неизменной остается и концентрация электронов, а значит, и нормировка функции f.

В деформированной системе координат уравнение (16) и граничные условия (18) примут соответственно вид

$$(\nu - i\omega)f_1 + \mathbf{v}'\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}'} + e\mathbf{F}(\mathbf{r}')\mathbf{v}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = 0,$$
(21)

$$f_{1}(\mathbf{r}',\mathbf{v}')\big|_{\mathbf{r}'=R} = 0 \quad \text{при} \quad \mathbf{r}'\mathbf{v}' < 0.$$
(22)

В (21) и (22) мы ввели также «деформированные» компоненты скорости

$$v_i' = \gamma_i v_i. \tag{23}$$

Уравнение характеристик уравнения (21) имеет вид

$$\frac{dx'_i}{v'_i} = -\frac{df_1}{\tilde{\nu}f_1} = dt', \quad \tilde{\nu} \equiv \nu - i\omega,$$
(24)

откуда следует

$$\mathbf{r}' = \mathbf{v}'t' + \mathbf{R},\tag{25}$$

где  $\mathbf{R}$  — радиус-вектор, конец которого находится в заданной точке поверхности сферы, с которой начинается траектория. При этом параметр t' можно формально рассматривать как «время» движения электрона вдоль траектории.

Если в (25) перенести в левую сторону v't' и возвести затем полученное равенство в квадрат, то решением этого, теперь уже скалярного, уравнения будет

$$t' = \frac{1}{v'^2} \left[ \mathbf{r'v'} + \sqrt{(R^2 - r'^2)v'^2 + (\mathbf{r'v'})^2} \right].$$
 (26)

Характеристика (26) зависит только от модуля R и не зависит от ориентации вектора **R**. Такая независимость характеристики от положения точки на поверхности стала возможной благодаря переходу к деформированным координатам (20).

Из (26) видим также, что t' = 0 при r' = R. Учитывая это обстоятельство, находим из (24) вид функции  $f_1$ , удовлетворяющей уравнению (21) и граничному условию (22):

$$f_{1} = -\frac{\partial f_{0}}{\partial \varepsilon} \int_{0}^{t'} d\tau \, e^{-\tilde{\nu}(t'-\tau)} e \mathbf{v} \mathbf{F} \left( \mathbf{r}' - \mathbf{v}'(t'-\tau) \right). \tag{27}$$

Учитывая координатную зависимость F (см. (17) и (12)), получаем из (27)

$$f_{1} = -e\frac{\partial f_{0}}{\partial \varepsilon} \left\{ \mathbf{v} \mathbf{E}_{loc}^{(0)} + \sum_{i,j=1}^{3} \alpha_{ij} v_{i} \left[ \frac{x_{j}'}{\gamma_{j}} + v_{j} \frac{\partial}{\partial \tilde{\nu}} \right] \right\} \left( \frac{1 - e^{-\tilde{\nu}t'}}{\tilde{\nu}} \right).$$
(28)

Если исходная форма частицы является сферической, то  $\alpha_{ij} = -\alpha_{ji}$  и последний член из (28) исчезает.

#### 5. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ

Используя (28), (14) и (2), получаем для электрического поглощения следующее выражение:

$$W_{e} = \frac{e^{2}m^{3}R^{3}}{(2\pi\hbar)^{3}} \operatorname{Re}\left[\frac{1}{\tilde{\nu}}\int |\mathbf{v}\mathbf{E}_{loc}^{(0)}|^{2}\delta(\varepsilon-\mu)\left(1-e^{-\tilde{\nu}t'}\right)d^{3}r'd^{3}v\right].$$
 (29)

Здесь  $\mu$  — энергия Ферми. Кроме того, мы учли, что

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \approx -\delta(\varepsilon - \mu).$$

Учитывая вид t' (в соответствии с (26)), интегрировать по  $\mathbf{r}'$  в (29) удобно, взяв за ось z' направление вектора  $\mathbf{v}'$  и проведя замену переменных

$$\zeta = \frac{r'}{R}, \quad \eta = \frac{v'}{R}t'. \tag{30}$$

В результате получаем

$$\int \left(1 - e^{\bar{\nu}t'}\right) d^3r' = 2\pi \int_0^R dr'r'^2 \int_0^\pi d\theta \sin\theta \left(1 - e^{-\bar{\nu}t'}\right) =$$
$$= R^3 \int_0^1 d\zeta \,\zeta^2 \int_{1-\zeta}^{1+\zeta} d\eta \left(\frac{\eta^2 - \zeta^2 + 1}{2\eta^2 \zeta}\right) \left(1 - e^{-\bar{\nu}R\eta/\nu'}\right) =$$
$$= \frac{R^3}{2} \int_0^2 \frac{d\eta}{\eta^2} \left(1 - e^{-\bar{\nu}R\eta/\nu'}\right) \int_{|\eta-1|}^1 d\zeta \,\zeta(\eta^2 - \zeta^2 + 1).$$

Дальнейшее вычисление интеграла затруднений не вызывает, и в результате из (29) получим

$$W_e = \frac{\pi e^2 m^3 R^3}{(2\pi\hbar)^3} \operatorname{Re}\left[\frac{1}{\tilde{\nu}} \int d^3 v |\mathbf{v} \mathbf{E}_{loc}^{(0)}|^2 \delta(\varepsilon - \mu) \psi(q)\right].$$
(31)

В (31) введены обозначения

$$\psi(q) = \frac{4}{3} - \frac{2}{q} + \frac{4}{q^3} - \frac{4}{q^2} \left(1 - \frac{1}{q}\right) e^{-q},$$

$$q \equiv q_1 - iq_2 = \frac{2\tilde{\nu}}{v'} R = \frac{2\nu}{v'} R - i\frac{2\omega}{v'} R.$$
(32)

Формула (31) определяет общий вид электрического поглощения металлической частицей эллипсоидальной формы при произвольном соотношении между объемным и поверхностным рассеянием.

Рассмотренный нами выше случай объемного рассеяния (случай Друде) следует из (31) при  $q \gg 1$ . В этом случае согласно (32)  $\psi(q) \approx 4/3$  и из (31) для электрического поглощения получаем

$$W_e \approx V \frac{e^2 n}{m} \frac{\nu}{\nu^2 + \omega^2} \frac{|\mathbf{E}_{loc}^{(0)}|^2}{2} \equiv V \sigma(\omega) \frac{|\mathbf{E}_{loc}^{(0)}|^2}{2}.$$
 (33)

Здесь n — концентрация электронов, которую можно выразить через скорость Ферми  $v_F$  или энергию Ферми  $\mu$ :

$$n = \frac{8\pi}{3} \frac{(mv_F)^3}{(2\pi\hbar)^3}, \quad v_F = \sqrt{\frac{2\mu}{m}}.$$
 (34)

Легко убедиться, что выражение (33) соответствует первому слагаемому в формуле (13).

Теперь займемся анализом ситуации, когда размеры частицы меньше длины свободного пробега и, следовательно, доминирует поверхностное рассеяние. Этой ситуации соответствует неравенство

$$q_1 = \frac{2\nu}{\nu'} R \ll 1. \tag{35}$$

Что касается  $q_2 \equiv 2\omega R/v'$ , то при доминирующей роли поверхностного рассеяния этот параметр может быть как больше, так и меньше единицы. Поэтому представляет интерес рассмотреть два предельных случая

$$q_2 = \frac{2\omega}{v'} R \gg 1, \tag{36a}$$

$$q_2 \ll 1. \tag{366}$$

Случай (36а) соответствует высокочастотному, а случай (36б) — низкочастотному поверхностному рассеянию.

В пренебрежении объемным рассеянием ( $q_1 \rightarrow 0$ ) и при произвольном  $q_2$  из (32) имеем

$$\operatorname{Re}\left[\frac{1}{\tilde{\nu}}\psi(q)\right] \approx \frac{1}{\omega}\left[\frac{2}{q_2} - \frac{4}{q_2^2}\sin q_2 + \frac{4}{q^3}(1 - \cos q_2)\right].$$
(37)

Это выражение фигурирует в (31). Мы видим, что появились слагаемые, которые осциллируют в зависимости от размеров частицы. Проявление подобных осцилляционных эффектов в сферических частицах исследовалось в случаях электрического [19] и магнитного [18] поглощения. Эти эффекты, небольшие сами по себе, в случае несимметричных частиц становятся еще менее актуальными. Это связано с тем, что величина «деформированной» скорости v', которая входит в выражение для  $q_2$ , зависит от углов. В силу этой угловой зависимости интегрирование по углам сглаживает осцилляционные эффекты. Кроме того, из (37) следует, что упомянутые осцилляции могут быть существенны только при  $q_2 = 2R\omega/v' \approx 1$ , т.е. когда время пролета электрона от стенки к стенке, 2R/v', совпадает с периодом электромагнитной волны. В рассматриваемых нами предельных случаях (36) упомянутые эффекты несущественны.

Итак, рассмотрим вначале высокочастотный случай (36а). При  $q_2 \gg 1$  и  $q_1 \ll 1$  имеем

$$\operatorname{Re}\left[\frac{1}{\tilde{\nu}}\psi(q)\right]\approx\frac{2}{\omega q_2}$$

и в соответствии с (31) получаем

$$W_e \approx \frac{\pi e^2 m^3 R^2}{(2\pi\hbar)^3 \omega^2} \int d^3 v \, v' |\mathbf{v} \mathbf{E}_{loc}^{(0)}|^2 \delta(\varepsilon - \mu). \tag{38}$$

Для исследования зависимости поглощения от формы частицы нам достаточно ограничиться эллипсоидом вращения. В этом случае

$$v' = R \sqrt{\frac{v_{\perp}^2}{R_{\perp}^2} + \frac{v_{\parallel}^2}{R_{\parallel}^2}},$$
 (39)

где  $v_{\perp}$  и  $v_{\parallel}$  — составляющие скорости электрона соответственно поперек и вдоль оси вращения эллипсоида. Интеграл в (38) с учетом (39) легко вычисляется:

$$W_{e} = V \frac{ne^{2}}{m\omega^{2}} \frac{v_{F}}{R_{\perp}} \frac{9}{16} \left[ \varphi_{\perp} \left| E_{\perp,loc}^{(0)} \right|^{2} + \varphi_{\parallel} \left| E_{\parallel,loc}^{(0)} \right|^{2} \right].$$
(40)

Здесь  $\varphi_{\perp}$  и  $\varphi_{\parallel}$  — функции эксцентриситета эллипсоида (напомним еще раз, что  $e_p^2 = = |1 - R_{\perp}^2 / R_{\parallel}^2|$ ):

$$\varphi_{\perp} = \frac{1}{2} \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{2e_{p}^{2}} \right) \sqrt{1 - e_{p}^{2}} + \frac{1}{e_{p}} \left( 1 - \frac{1}{4e_{p}^{2}} \right) \arcsin e_{p}, & R_{\perp} < R_{\parallel}, \\ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2e_{p}^{2}} \right) \sqrt{1 + e_{p}^{2}} + \frac{1}{e_{p}} \left( 1 + \frac{1}{4e_{p}^{2}} \right) \ln \left( \sqrt{1 + e_{p}^{2}} + e_{p} \right), & R_{\perp} > R_{\parallel}, \end{cases}$$

$$\varphi_{\parallel} = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2e_{p}^{2}} \right) \sqrt{1 - e_{p}^{2}} + \frac{1}{4e_{p}^{3}} \arcsin e_{p}, & R_{\perp} < R_{\parallel}, \\ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{2e_{p}^{2}} \right) \sqrt{1 - e_{p}^{2}} - \frac{1}{4e_{p}^{3}} \ln \left( \sqrt{1 + e_{p}^{2}} + e_{p} \right), & R_{\perp} > R_{\parallel}. \end{cases}$$

$$(41)$$

Имея общее выражение (40) для электрического поглощения металлической частицей эллипсоидальной формы в случае высокочастотного рассеяния, нетрудно определить компоненты тензора оптической проводимости. С этой целью запишем выражение для электрического поглощения через главные значения тензора проводимости  $\sigma_{ii}$ :

$$W_e = V \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{3} \sigma_{jj} \left| E_{j,loc}^{(0)} \right|^2, \tag{43}$$

и сравним его с (40). В результате находим

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} \equiv \sigma_{\perp} = \frac{ne^2}{m\omega^2} \frac{v_F}{R_{\perp}} \frac{9}{8} \varphi_{\perp}, \quad \sigma_{zz} = \sigma_{\parallel} = \frac{ne^2}{m\omega^2} \frac{v_F}{R_{\perp}} \frac{9}{8} \varphi_{\parallel}. \tag{44}$$

Случай сферической частицы следует из (44) при  $e_p \rightarrow 0$ ; учитывая (41), (42), на-ходим

$$\sigma_{\perp} = \sigma_{\parallel} = \frac{ne^2}{m\omega^2} \frac{3}{4} \frac{v_F}{R}.$$
(45)

Из сравнения (44) и (45) можно заключить, что оптическая проводимость малых металлических частиц, меньших длины свободного пробега, будет скалярной величиной только в случае симметричных частиц.

В общем же случае асимметричных частиц оптическая проводимость становится тензорной величиной, компоненты которой зависят от формы частицы. Рисунок 2*a* иллюстрирует зависимость  $\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel}$  от соотношения полуосей эллипсоида  $R_{\perp}/R_{\parallel}$ . Эта зависимость построена на основании формулы (44). Мы видим, что компоненты тензора оптической проводимости существенно отличается друг от друга в зависимости от степени асимметрии частицы.

Сравнивая между собой (45) и выражение для проводимости, следующее из (33) (при  $\omega \gg \nu$ ), видим, что в случае сферической частицы выражение для электрического поглощения при доминирующей роли поверхностного рассеяния можно получить из аналогичного выражения для случая Друде путем формальной замены  $\nu \to 3v_F/4R$ . Такой прием широко используется в литературе. Однако в случае асимметричных частиц подобная процедура не достигает цели. Появление в (40) множителя  $v_F/R_{\perp}$ , имеющего формально смысл «частоты пролета», связано с выделением отдельным множителем объема частицы V. Между тем поглощаемая мощность при доминирующей роли поверхностного рассеяния пропорциональна именно площади поверхности частицы. В этом легко убедиться, получив из (40), (41) и (42) простые аналитические выражения для случаев сильно вытянутого и сильно сплюснутого эллипсоидов:

$$W_e \approx \frac{9\pi}{128} V \frac{ne^2}{m\omega^2} \frac{v_F}{R_\perp} \left( \frac{3}{2} \left| \left( E_{loc}^{(0)} \right)_\perp \right|^2 + \left| \left( E_{loc}^{(0)} \right)_\parallel \right|^2 \right), \quad R_\perp \ll R_\parallel, \tag{46}$$

$$W_e \approx \frac{9}{32} V \frac{ne^2}{m\omega^2} \frac{v_F}{R_{\parallel}} \left( \frac{1}{2} \left| \left( E_{loc}^{(0)} \right)_{\perp} \right|^2 + \left| \left( E_{loc}^{(0)} \right)_{\parallel} \right|^2 \right), \quad R_{\perp} \gg R_{\parallel}.$$

$$(47)$$

Множители  $V/R_{\perp} \approx R_{\parallel}R_{\perp}$  в (46) и  $V/R_{\parallel} \approx R_{\perp}^2$  в (47) представляют собой не что иное как площади поверхности соответствующих эллипсоидов в указанных предельных случаях<sup>1)</sup>.

Рассмотрим теперь случай (366) низкочастотного поверхностного рассеяния, а именно

$$q_1 \ll q_2 \ll 1. \tag{48}$$

При этом частота электромагнитной волны значительно больше объемной частоты столкновений, но значительно меньше пролетной частоты (от стенки к стенке). При выполнении (48) имеем  $\psi(q) \approx q/2$  и согласно (31) получаем

$$W_e \approx \frac{\pi e^2 m^3 R^4}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{d^3 v}{v'} \left| \mathbf{v} \mathbf{E}_{loc}^{(0)} \right|^2 \delta(\varepsilon - \mu).$$
(49)

После вычисления интеграла (49) можно этому выражению опять придать вид (43), в котором теперь вместо (44) имеем

$$\sigma_{\perp} = \frac{9}{8} \frac{ne^2}{m} \frac{R_{\perp}}{v_F} \begin{cases} -\frac{1}{2e_p^2} \sqrt{1 + e_p^2} + \frac{1}{e_p} \left(1 + \frac{1}{2e_p^2}\right) \ln\left(\sqrt{1 + e_p^2} + e_p\right), \ R_{\perp} > R_{\parallel}, \\ \frac{1}{2e_p^2} \sqrt{1 - e_p^2} + \frac{1}{e_p} \left(1 - \frac{1}{2e_p^2}\right) \arcsin e_p, \qquad R_{\perp} < R_{\parallel}, \end{cases}$$
(50)  
$$\sigma_{\parallel} = \frac{ne^2}{m} \frac{R_{\perp}}{v_F} \begin{cases} \frac{1}{e_p^2} \sqrt{1 + e_p^2} - \frac{1}{e_p^3} \ln\left(\sqrt{1 + e_p^2} + e_p\right), \ R_{\perp} > R_{\parallel}, \\ -\frac{1}{e_p^2} \sqrt{1 - e_p^2} + \frac{1}{e_p^2} \arcsin e_p, \qquad R_{\perp} < R_{\parallel}. \end{cases}$$
(51)

10 **Ж**ЭТΦ, №2 (8)

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup> Вывод о пропорциональности поглощения площади поверхности малых сферических частиц был сделан раньше [20].



Рис. 2. Зависимость отношения проводимости поперек оси вращения эллипсоида ( $\sigma_{\perp}$ ) к проводимости вдоль оси ( $\sigma_{\parallel}$ ) от отношения полуосей эллипсоида:  $a - \omega \gg v_F/R_{\perp}$ ,  $v_F/R_{\parallel}$ ;  $\delta - \omega \ll v_F/R_{\perp}$ ,  $v_F/R_{\parallel}$ 

Довольно простой аналитический вид приобретает выражение (49) для поглощаемой мощности в предельных случаях сильно сплюснутого и сильно вытянутого эллипсоидов:

$$W_{e} \approx \frac{9}{16} V \frac{ne^{2}}{m} \frac{R_{\parallel}}{v_{F}} \left\{ \left[ \ln \left( 2 \frac{R_{\perp}}{R_{\parallel}} \right) - \frac{1}{2} \right] \left| E_{\perp,loc}^{(0)} \right|^{2} + \left| E_{\parallel,loc}^{(0)} \right|^{2} \right\}, \quad R_{\perp} \gg R_{\parallel},$$
(52)

$$W_e \approx V \frac{ne^2}{m} \frac{R_{\perp}}{v_F} \left( \frac{1}{2} \left| E_{\perp,loc}^{(0)} \right|^2 + \left| E_{\parallel,loc}^{(0)} \right|^2 \right), \quad R_{\perp} \ll R_{\parallel}.$$
(53)

Кроме того, при  $R_{\perp} = R_{\parallel}$  получаем из (49) уже известный из литературы результат для сферической частицы:

$$W_e \approx \frac{3}{8} V \frac{ne^2}{m} \frac{R}{v_F} \left| E_{loc}^{(0)} \right|^2.$$
 (54)

На рис. 26 представлена построенная по формулам (50) и (51) зависимость  $\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel}$  от отношения полуосей эллипсоида  $R_{\perp}/R_{\parallel}$ . Сравнивая рис. 2*a* и 2*6*, видим, что влияние асимметрии частицы на отношение компонент тензора проводимости не только количественно, но и качественно отличается в высокочастотном и низкочастотном случаях (при поверхностном рассеянии).

### 6. МАГНИТНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ

Магнитное поглощение определяется вторым слагаемым в (2). Учитывая (11), (15) и (28), получаем для магнитного поглощения следующее выражение:

$$W_m = \frac{e^2 m^3}{(2\pi\hbar)^3} \operatorname{Re} \int d^3 r' d^3 v \delta(\varepsilon - \mu) \sum_{(1)}^{(3)} \frac{\alpha_{lk}^* \alpha_{ij}}{\gamma_l \gamma_k \gamma_i \gamma_j} v'_i x'_k v'_i x'_j \left(\frac{1 - e^{-\tilde{\nu}t'}}{\tilde{\nu}}\right)$$
(55)

(здесь суммирование ведется по всем индексам от 1 до 3). При вычислении интеграла по  $d^3r'$  направим ось z' вдоль вектора v'. Тогда в соответствии с (26) t' не зависит от угла  $\varphi'$  (в плоскости, перпендикулярной вектору v'). Поэтому в (55) можно сначала провести интегрирование по  $\varphi'$ . При этом можно показать, что

$$\int_{0}^{2\pi} d\varphi' x_j' x_k' = 2\pi r'^2 \left[ \frac{v_j' v_k'}{v'^2} + \frac{\sin^2 \theta'}{2} \left( \delta_{jk} - 3 \frac{v_j' v_k'}{v'^2} \right) \right].$$
(56)

В (56)  $\theta'$  — угол между векторами  $\mathbf{r}'$  и  $\mathbf{v}'$ .

После подстановки (56) в (55) дальнейшая схема вычислений аналогична той, которая была использована выше при вычислении выражения для электрического поглощения (29). В результате формула (55) приводится к виду

$$W_{m} = \frac{\pi e^{2} m^{3} R^{5}}{2(2\pi\hbar)^{3}} \times \\ \times \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{\tilde{\nu}} \int d^{3}v \,\delta(\varepsilon - \mu) \left[\sum_{(1)}^{(3)} \frac{|\alpha_{ij}|^{2}}{\gamma_{i}^{2} \gamma_{j}^{2}} \,v_{i}^{'2} \psi_{1}(q) + 2 \sum_{(1)}^{(3)} \frac{|\alpha_{ij} + \alpha_{ji}|^{2}}{\gamma_{i}^{2} \gamma_{j}^{2}} \,\frac{v_{i}^{'2} v_{j}^{'2}}{v_{i}^{'2}} \psi_{2}(q)\right]\right\},$$
(57)

где введены обозначения

$$\psi_{1} = \frac{8}{15} - \frac{1}{q} + \frac{4}{q^{3}} - \frac{24}{q^{5}} - 8\left(\frac{1}{q^{3}} + \frac{3}{q^{4}} + \frac{3}{q^{5}}\right)e^{-q},$$

$$\psi_{2} = \frac{2}{5} - \frac{1}{q} + \frac{8}{3q^{2}} - \frac{6}{q^{3}} + \frac{32}{q^{5}} - 2\left(\frac{1}{q^{2}} + \frac{5}{q^{3}} + \frac{16}{q^{4}} + \frac{16}{q^{5}}\right)e^{-q} - \frac{3}{4}\psi_{1}(q).$$
(58)

Формула (57) определяет магнитное поглощение частицы в общем виде при произвольном соотношении между объемным и поверхностным вкладами. Для сферических частиц последнее слагаемое в (57) исчезает, поскольку в этом случае  $\alpha_{ij} = -\alpha_{ji}$ .

Информация о механизмах рассеяния содержится в величинах  $q = 2R\tilde{\nu}/v'$  и  $\tilde{\nu} \equiv \nu - i\omega$ .

Из (57) можно получить простые аналитические выражения в предельных случаях чисто объемного или чисто поверхностного рассеяния. В первом случае ( $|q| \gg 1$ ) мы получаем уже известное выражение для магнитного поглощения, которое определяется вторым и третьим слагаемыми формулы (13).

В случае доминирующей роли поверхностного рассеяния интерес представляет высокочастотный случай, поскольку вихревое поле  $E_{ed}$  пропорционально частоте, и, следовательно, относительная роль магнитного поглощения возрастает с ростом частоты. Поэтому будем полагать  $q_1 \ll 1$  и  $q_2 \gg 1$ . При этом из (57) следует

$$W_m \approx \frac{\pi e^2 m^3 R^4}{4(2\pi\hbar)^3 \omega^2} \int d^3 v \,\delta(\varepsilon - \mu) \left( \sum_{(1)}^{(3)} \frac{|\alpha_{ij}|^2}{\gamma_i^2} v_i^2 v' + \frac{1}{2} \sum_{(1)}^{(3)} |\alpha_{ij} + \alpha_{ji}|^2 \frac{v_i^2 v_j^2}{v'} \right). \tag{59}$$

Опять же, если ограничиться эллипсоидом вращения, интегралы в (59) легко вычисляются и получаем:

$$W_m \cong \frac{9}{128} V \frac{e^2 n v_F}{m c^2} R_{\perp} \left[ \varphi_{\perp} \left( H_{\parallel}^{(0)} \right)^2 + \frac{R_{\parallel}^4}{(R_{\perp}^2 + R_{\parallel}^2)^2} \Phi \left( H_{\perp}^{(0)} \right)^2 \right].$$
(60)

10\*



Рис. 3. Отношение энергий магнитного и электрического поглощений в зависимости от отношения полуосей эллипсоида для указанных на рисунках поляризаций волны

Здесь, помимо уже встречавшейся функции  $\varphi_{\perp}$  (41), нами введена новая функция  $\Phi$ :

$$\Phi = \begin{cases} \left(2 - \frac{1}{4e_p^2} - e_p^2\right)\sqrt{1 - e_p^2} + \frac{1}{2e_p}\left(1 + \frac{1}{2e_p^2}\right) \arcsin e_p, & R_\perp < R_{\parallel}, \\ \left(2 + \frac{1}{4e_p^2} + e_p^2\right)\sqrt{1 + e_p^2} + \frac{1}{2e_p}\left(1 - \frac{1}{2e_p^2}\right) \ln\left(\sqrt{1 + e_p^2} + e_p\right), & R_\perp > R_{\parallel}. \end{cases}$$
(61)

В случае сферических частиц (т. е. при  $e_p \rightarrow 0$ ) из (60) следует результат работы [18]:

$$W_m \approx \frac{3}{64} V \frac{e^2 n v_F}{m c^2} R \left( H^{(0)} \right)^2.$$
 (62)

Формула (60) принимает простой вид для случаев сильно вытянутого и сильно сплюснутого эллипсоидов:

$$W_m \approx \frac{9}{128} \frac{3\pi}{8} V \frac{e^2 n v_F}{mc^2} R_{\perp} \left[ \frac{1}{2} \left( H_{\parallel}^{(0)} \right)^2 + \left( H_{\perp}^{(0)} \right)^2 \right], \quad R_{\perp} \ll R_{\parallel}, \tag{63}$$

$$W_{m} \approx \frac{9}{128} V \frac{e^{2} n v_{F}}{m c^{2}} R_{\parallel} \left[ \left( \frac{R_{\perp}}{2R_{\parallel}} \right)^{2} \left( H_{\parallel}^{(0)} \right)^{2} + \left( H_{\perp}^{(0)} \right)^{2} \right], \quad R_{\perp} \gg R_{\parallel}.$$
(64)

Из (63) следует, что в случае сильно вытянутого эллипсоида магнитное поглощение при ориентации магнитного поля перпендикулярно оси вращения вдвое больше, нежели при параллельной ориентации. Аналогичная ситуация имеет место и при объемном поглощении.

Раньше мы оценивали относительный вклад в поглощение электрического и магнитного слагаемых для сферической формы частиц (см. (5)). Теперь, имея выражение для электрического (40) и для магнитного (60) поглощения в случае асимметричной формы частиц, мы можем опять вернуться к этому вопросу.

В случае асимметричной частицы соотношение между электрическим и магнитным вкладами в поглощение (при фиксированной частоте) резко зависит от степени асимметрии частицы и поляризации волны. На рис. За и 36 приведены зависимости  $W_m/W_e$  от отношения полуосей эллипсоида для двух разных поляризаций. Сравнивая между собой эти рисунки, видим, что зависимости величины  $W_m/W_e$  от соотношения полуосей эллипсоида для двух разных поляризаций сильно различаются не только количественно, но и качественно.

### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе для несферических частиц, размер которых меньше длины свободного пробега электрона, впервые получено выражение как для электрического, так и магнитного поглощения. Показано, что в случае малых асимметричных частиц с изменением их формы и при фиксированном объеме суммарное поглощение, а также соотношение между электрическим и магнитным поглощением могут измениться на порядки величин. Подобные резкие изменения возможны также и при изменении поляризации волны.

Простые аналитические формулы получены для частиц сильно вытянутых и сильно сплюснутых форм.

Показано, что для малых несферических металлических частиц, размер которых меньше длины свободного пробега электрона оптическая проводимость в отличие от случая Друде становится тензорной величиной. Найдены компоненты тензора проводимости для частиц, форма которых соответствует эллипсоиду вращения. Исследована зависимость этих компонент от степени асимметрии частицы.

В заключение заметим, что основная масса теоретических работ по оптическим свойствам островковых металлических пленок посвящена исследованию взаимного влияния частиц на формирование локальных полей и электрическое поглощение. В последнее время проведено также исследование отражения ИК-излучения от слоя малых металлических частиц (см. например [21]). Учет взаимного влияния частиц может действительно существенно изменить значения локальных полей. Как показывают оценки [2], в благоприятных случаях учет взаимного влияния частиц может даже в несколько раз изменить величину локального поля внутри данной частицы. Однако, как показано выше, учет влияния формы частиц с одновременным рассмотрением как электрического, так и магнитного поглощения может обусловливать изменение величины суммарного поглощения на несколько порядков. Поэтому эти факторы должны приниматься во внимание в первую очередь. Эти особенности поглощения тем более важны в таких явлениях как электронная и фотонная эмиссия из островковых металлических пленок под действием лазерного облучения [8,9]. Именно в этих явлениях определяющее значение имеют не средние (эффективные), а экстремальные сечения поглощения ансамбля металлических островков.

Работа поддержана Международным научным фондом (грант № К6D100).

# Литература

- 1. E. D. Belotskii and P. M. Tomchuk, Int. J. Electronics 69, 169 (1990).
- 2. Е. Д. Белоцкий, С. П. Лукянец, П. М. Томчук, ЖЭТФ 101, 163 (1992).
- 3. S. A. Gorban', S. A. Nepijko, and P. M. Tomchuk, Int. J. Electronics 70, 485 (1991).

- 4. E. D. Belotskii and P. M. Tomchuk Surf. Sci. 239, 143 (1990).
- 5. П. М. Томчук, Р. Д. Федорович, ФТТ 8, 276 (1966).
- 6. П. М. Томчук, Р. Д. Федорович, ФТТ 8, 3131 (1966).
- 7. R. D. Fedorovich, A. G. Naumovets, and P. M. Tomchuk, Prog. Surf. Sci. 42, 189 (1993).
- 8. А. А. Бендицкий, Л. В. Видута, Ю. А. Кулюпин и др., Изв. АН СССР, серия физ. 50, 1634 (1986).
- 9. А. А. Бендицкий, Л. В. Видута, В. И. Конев и др., Поверхность: физ., хим., мех. 10, 48 (1988).
- 10. P. M. Tomchuk, Surf. Sci. 330, 350 (1995).
- 11. Ю. И. Петров, Физика малых частиц, Наука, Москва (1982).
- 12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, Москва (1957).
- 13. A. Kawabata and R. Kubo, J. Phys. Soc. Jap. 21, 1765 (1966).
- 14. R. Ruppin and Yaton, Phys. St. Sol. B 74, 647 (1976).
- 15. D. M. Wood and N. W. Ashcroft, Phys. Rev. B 25, 6255 (1982).
- 16. М. Л. Левин, Р. З. Муратов, ЖТФ 38, 1623 (1968).
- 17. C. Pecharroman and J. E. Iglesias, Phys. Rev. B 49, 7137 (1994).
- 18. А. Г. Лесскин, В. Е. Пастернак, А. А. Юшканов, ЖЭТФ 83, 310 (1982).
- 19. E. I. Austin and M. Wilkinson, J. Phys.: Condensed Matter 5, 8451 (1993).
- 20. Э. А. Маныкин, П. П. Полуэктов, Ю. Г. Рубежный, ЖЭТФ 70, 2118 (1976).
- 21. А. Я. Бланк, А. Я. Шаршанов, ФНТ 21, 336 (1995).