*ЖЭТФ, 1997, том 112, вып. 1(7), стр. 25–31* 

# СИНХРОТРОННЫЙ И АННИГИЛЯЦИОННЫЙ КАНАЛЫ РОЖДЕНИЯ АКСИОНА ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

*В. В. Скобелев*

*Московский государственный индустриальный университет*
*109280, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 26 ноября 1996 г.

Рассмотрены процессы образования аксиона в синхротронном $e^- \to e^- a$ и аннигиляционном $e^- e^+ \to a$ каналах в постоянном скрещенном поле $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = F^*_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = 0$, аппроксимирующем в ультрарелятивистской асимптотике постоянные поля других конфигураций. Получены вероятности и интенсивность излучения аксиона с анализом энергетических и полевых асимптотик. Из сравнения с характеристиками нейтринного канала $e^- \to e^- \nu\overline{\nu}$ найдены ограничения на массу аксиона и энергетический масштаб нарушения симметрии Печчеи–Куинн. Обсуждаются возможные астрофизические приложения.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Проблематика, связанная с возможным существованием аксиона в качестве псевдоскалярного голдстоуновского бозона в механизме нарушения глобальной симметрии Печчеи–Куинн [1], является сейчас достаточно популярной (см., например, обзор [2]). Это связано как с перспективой разумного объяснения наличия (квантовая хромодинамика) или отсутствия (электрослабый сектор) $CP$-инвариантности, так и с астрофизическими аспектами типа происхождения скрытой массы Вселенной. Ненулевая масса аксиона $m_a$ (если он существует) является его неотъемлемым атрибутом и однозначно выражается через энергетический масштаб $f$ нарушения глобальной симметрии[1)]

$$m_a = \left(\frac{6\cdot 10^6 \text{ГэВ}}{f}\right)\ \text{эВ}, \tag{1}$$

причем константы связи аксиона с обычными частицами пропорциональны $1/f$. Поэтому оценка возможного значения величины $f$ независимыми способами имеет принципиальное значение, тем более что теоретический диапазон простирается в громадных пределах от характерного электрослабого масштаба $(\sqrt{2}G)^{-1/2} \sim 250$ ГэВ до планковской массы $10^{19}$ ГэВ (невидимый аксион).

Одна из используемых методик заключается в нахождении нижней границы $f$ из условия, чтобы аксионная светимость при коллапсе звездных объектов не превышала нейтринную, считающуюся одним из главных механизмов охлаждения. В частности, представляют интерес синхротронный

$$e^- \to e^- \nu\overline{\nu}, \tag{2а}$$
$$e^- \to e^- a \tag{2б}$$

---

[1)] См. таблицу 2.1 на стр. 17 работы [2] и комментарии к ней.

и аннигиляционный

$$e^-e^+ \to \nu\overline{\nu}, \tag{3а}$$

$$e^-e^+ \to a \tag{3б}$$

каналы генерации нейтрино и аксионов, открытые при наличии сильных магнитных полей, образующихся при коллапсе, например, в нейтронную звезду (канал (3а) открыт и в отсутствие поля). Для расчета аксионной светимости, что является одной из целей настоящей работы, необходим конкретный вид лагранжиана $(aee)$-взаимодействия. В литературе используются две формы лагранжиана ($m$ — масса электрона)

$$\mathscr{L} = -ic\left(\frac{m}{f}\right) a\left(\overline{\Psi}\gamma^5\Psi\right), \tag{4а}$$

$$\mathscr{L} = c\frac{1}{2f}\,\frac{\partial a}{\partial x_\alpha}\left(\overline{\Psi}\gamma_\alpha\gamma^5\Psi\right) \tag{4б}$$

с псевдоскалярной и псевдовекторной связями соответственно, что может приводить как к совпадающим, так и к различным результатам [3] ($c$ — унитарный заряд электрона по отношению к глобальному преобразованию Печчеи–Куинн $U_{PQ}$ (1), имеющий порядок единицы). Оба лагранжиана отличаются на полную производную, и при отсутствии возбуждения электронно-позитронного вакуума достаточно ограничиться псевдоскалярным вариантом (4а).

Далее используем инвариантную технику вычисления процессов взаимодействия в постоянном скрещенном поле

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = F^*_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = 0, \tag{5}$$

где $F^*_{\mu\nu} = (1/2)e_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$ — дуальный тензор, которая изложена в известной работе Ритуса [4]. Этот метод дает адекватные результаты и в случае постоянных полей произвольной конфигурации, если выполняются неравенства

$$\frac{|F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}|}{F_0^2}, \frac{|F^*_{\mu\nu}F^{\mu\nu}|}{F_0^2} \ll 1, \chi^2, \tag{6}$$

где $F_0 = m^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс, а инвариантный параметр

$$\chi = \frac{\sqrt{e^2(pF^2p)}}{m^3} \tag{7}$$

выражается через ультрарелятивистский (согласно (6)) импульс электрона $p$.

Волновая функция электрона в постоянном скрещенном поле с потенциалом $a_\alpha\varphi$, $\varphi = kx$ имеет вид (далее по возможности сохраняем обозначения работы [4])

$$\Psi = \left(1 + \frac{e\hat{k}\hat{a}\varphi}{2kp}\right) u(p)\exp\left\{-i\left[\frac{eap}{2kp}\varphi^2 - \frac{e^2a^2\varphi^3}{6kp} + px\right]\right\}, \tag{8}$$

$$\overline{u}u = 2m.$$

Используя (4а) и (8), нетрудно получить следующее выражение для просуммированного и усредненного по поляризации электрона квадрата матричного элемента процесса $e^- \to e^-a$:

$$|M|^2 = \frac{4g^2(2\pi)^5}{L_\varphi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} ds\, \delta(sk + p - p' - k') \times$$
$$\times \left[(pp' - m^2)|A|^2 + 4\beta(kk')|A'|^2 + \alpha(kk')\,\mathrm{Im}(A^* A')\right], \tag{9}$$

$$A(s, \alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\varphi\, \exp\left[-i\left(\frac{\alpha\varphi^2}{2} - \frac{4}{3}\beta\varphi^3 - s\varphi\right)\right], \tag{9a}$$

$$\alpha = e\left(\frac{ap}{kp} - \frac{ap'}{kp'}\right), \quad \beta = \frac{e^2a^2}{8}\left(\frac{1}{kp} - \frac{1}{kp'}\right), \tag{9б}$$

где $L_\varphi$ — «большой интервал» фазы $\varphi$, $p'$ и $k'$ — импульсы конечного электрона и аксиона, $g = cm/f$ — эффективная константа взаимодействия, а производная $A'(s, \alpha, \beta)$ берется по первому аргументу.

Дальнейшие упрощения достигаются введением новых переменных

$$\chi = \frac{kp}{m^2}x, \quad \chi' = \frac{kp'}{m^2}x, \quad \kappa = \frac{kk'}{m^2}x, \quad x = \frac{\sqrt{e^2(-a^2)}}{m},$$
$$\rho = \frac{\alpha}{8\beta}, \quad \tau = \frac{eF^*_{\mu\nu}p^\mu p'^\nu}{m^4\kappa}, \quad u = \frac{\kappa}{\chi'} \tag{10}$$

с выражением функций $A$ через функции Эйри:

$$A = \frac{(4\beta)^{-1/3}}{\pi} \exp\left[-i\frac{s\alpha}{8\beta} + i\frac{8\beta}{3}\left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^3\right] \Phi(y), \tag{11}$$

$$y = (4\beta)^{2/3}\left[\frac{s}{4\beta} - \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^2\right], \tag{11a}$$

после чего дифференциальная вероятность излучения аксиона в единицу времени записывается в виде

$$dW_a = \frac{g^2\chi(2\chi/u)^{1/3}}{2\pi^3 p_0 x L_\varphi \chi'} \frac{u}{1+u} \left[\left(\frac{u}{2\chi}\right)^{2/3} (1+\tau^2)\Phi^2 + \Phi'^2\right] \frac{d^3k'}{2k'_0}, \tag{12}$$

$$y = \left(\frac{u}{2\chi}\right)^{2/3} \left(1 + \tau^2 + \tilde{m}^2\frac{1+u}{u^2}\right), \quad \tilde{m} = \frac{m_a}{m}, \tag{12a}$$

причем мы учли, что $\chi = \chi' + \kappa$. Характерной особенностью данного выражения является отсутствие зависимости от переменной $\rho$, что позволяет после преобразования фазового объема

$$\frac{d^3k'}{2k'_0} \to \frac{xm^2\chi' u}{2\chi(1+u)^2}\, d\rho\, d\tau\, du \tag{13}$$

выполнить интегрирование по $\rho$ [4]

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\rho = L_\varphi.$$

Используя также соотношения

$$y\Phi^2 + \Phi'^2 = \frac{1}{2}\frac{d^2}{dy^2}\Phi^2,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau\, \Phi^2(a + b\tau^2) = \frac{\pi}{2\sqrt{b}} \int_{2^{2/3}a}^{\infty} \Phi(z)dz,$$

получаем после интегрирования по «угловой» переменной $\tau$ распределение по «энергетической» переменной $u$:

$$W_a = -\frac{g^2m^2}{(2\pi)^2p_0} \int_0^{\infty} du \left[ \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3} \frac{u^2}{(1+u)^3}\Phi'(z) + \frac{\tilde{m}^2}{2(1+u)^2} \int_z^{\infty} \Phi(y)dy \right], \tag{14}$$

$$z = \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \left(1 + \tilde{m}^2 \frac{1+u}{u^2}\right). \tag{14a}$$

Интегрированием по частям выражение $W_a$ сводится к однократному интегралу

$$W_a = -\frac{g^2m^2}{(2\pi)^2p_0}\chi \int_0^{\infty} \frac{du}{1+u} \left[ \left(\frac{u}{\chi}\right)^{1/3} \frac{u}{(1+u)^2}\Phi'(z) - \frac{1}{6}\left(\frac{\tilde{m}}{\chi}\right)^2 \left(\frac{\chi}{u}\right)^{1/3} \times \right.$$
$$\left. \times \left(2 - \tilde{m}^2\frac{4+u}{u^2}\right)\Phi(z)\right], \tag{15}$$

не описывающему уже, разумеется, распределение по $u$.

Интеграл может быть взят при частных значениях параметров $\tilde{m}$ и $\chi$.

а) $\tilde{m} \ll \chi$, $\chi \ll 1$. В этом случае можно вообще положить $\tilde{m} = 0$. После простых вычислений получаем

$$W_a \simeq \frac{15g^2m^2}{32\pi\sqrt{3}\,p_0}\chi^3. \tag{16}$$

б) $\tilde{m} \ll \chi$, $\chi \gg 1$. Аналогично, полагая $\tilde{m} = 0$, а также заменяя

$$\Phi'(z) \to \Phi'(0) = -\frac{3^{1/6}}{2}\Gamma\left(\frac{2}{3}\right),$$

находим

$$W_a \simeq \frac{g^2m^2\Gamma(2/3)}{2\pi 3^{7/3}p_0}\chi^{2/3}. \tag{17}$$

в) $\tilde{m} \gg \chi$. Как нетрудно видеть, аргумент функций Эйри в этом случае велик всюду в области интегрирования, его минимальное значение равно

$$z_{min} = \frac{3}{2^{2/3}}\left(\frac{\tilde{m}}{\chi}\right)^{2/3} \gg 1, \quad \tilde{m} \ll 1. \tag{18}$$

Мы можем использовать асимптотическое представление

$$\Phi \simeq \frac{\sqrt{\pi}}{2} z^{-1/4} \exp\left(-\frac{2}{3} z^{3/2}\right). \tag{19}$$

Вычислить соответствующий интеграл нам не удалось, но в этом и нет необходимости, поскольку из (18) и (19) ясно, что вероятность в любом случае подавлена экспоненциальным фактором

$$\exp\left(-\sqrt{3}\,\frac{\tilde{m}}{\chi}\right) \ll 1. \tag{20}$$

Заметим, что аналогичный результат при анализе процесса $e^- \to e^- \nu\bar{\nu}$ с массивными нейтрино дал нам основание утверждать, что малую массу нейтрино можно измерить в экспериментах на электронных накопительных кольцах [5]. Было бы весьма заманчиво реализовать эту программу в случае синхротронного излучения аксионов, поскольку измерение массы одновременно определило бы и значение масштабной константы $f$ (см (1)). Однако это вряд ли возможно в обозримом будущем, так как неясно, существует ли вообще эта гипотетическая частица, не говоря уже об отсутствии аксионных детекторов.

Среднюю интенсивность излучения аксионов электроном можно получить, добавив в подынтегральное выражение (14) фактор

$$p_0' = p_0 \frac{u}{1+u}$$

и выполняя снова интегрирование по частям:

$$I_a = -\frac{g^2 m^2}{(2\pi)^2}\chi \int\limits_0^\infty \frac{du}{(1+u)^2} \left[ \left(\frac{u}{\chi}\right)^{1/3} \frac{u^2}{(1+u)^2}\Phi'(z) - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{12}\left(\frac{\tilde{m}}{\chi}\right)^2 \left(\frac{\chi}{u}\right)^{1/3} (1+2u)\left(2 - \tilde{m}\frac{4+u}{u^2}\right)\Phi(z)\right]. \tag{21}$$

Как и ранее, приведем асимптотические представления этого выражения:

а) $\tilde{m} \ll \chi$, $\chi \ll 1$:

$$I_a = \frac{g^2 m^2}{\pi}\chi^4. \tag{22}$$

б) $\tilde{m} \ll \chi$, $\chi \gg 1$:

$$I_a = \frac{7\Gamma(2/3) g^2 m^2}{2\pi 3^{13/3}}\chi^{2/3} \tag{23}$$

с теми же комментариями относительно случая $\tilde{m} \gg \chi$. Светимость из единицы объема в пренебрежении температурными эффектами получается из (21)–(23) умножением на концентрацию моноэнергетичных электронов $n$.

При рассмотрении аннигиляционного канала $e^+e^- \to a$ следует в выражении (9) сделать замены $k \to -k$, $p' \to -p'$ и заменить суммирование по спиновым состояниям конечного электрона усреднением, после чего получаем для вероятности аннигиляции в единицу времени:

$$W = \frac{g^2}{p_0 p_0' L_\varphi V x} \left(\frac{2\chi\chi'}{\kappa}\right)^{1/3} \left[\left(\frac{\kappa}{2\chi\chi'}\right)^{2/3} (1+\tau^2)\Phi^2(y) + \Phi'^2(y)\right], \tag{24}$$

$$y = \left(\frac{\kappa}{2\chi\chi'}\right)^{2/3} \left(1 + \tau^2 - \tilde{m}^2 \frac{\chi\chi'}{\kappa^2}\right), \tag{24a}$$

где $V$ — нормировочный объем, а результат представлен в симметризованной по переменным электрона $\chi$ и позитрона $\chi'$ форме с учетом соотношения $\kappa = \chi + \chi'$. Переход к физически разумному результату [4] получается умножением (24) на фактор $VnT$ ($n$ — концентрация электронов, $T$ — полное время) и заменой $T/L_\varphi \to 1/k_0$, что дает вероятность аксионной аннигиляции позитрона «за все время»

$$W_T = \frac{g^2 nm}{p_0 p_0' F e} \left(\frac{2\chi\chi'}{\kappa}\right)^{1/3} \left[\left(\frac{\kappa}{2\chi\chi'}\right)^{2/3} (1+\tau^2)\Phi^2(y) + \Phi'^2(y)\right], \tag{25}$$

где $F = k_0\sqrt{-a^2}$ — амплитуда поля.

Оценим величину масштабной константы $f$ из сравнения светимостей (или интенсивностей) за счет синхротронных каналов аксионного $e^- \to e^- a$ и нейтринного $e^- \to e^- \nu\bar{\nu}$ излучения. Типичные значения температуры и индукции магнитного поля в оболочках нейтронных звезд охватывают диапазоны [6] $T \sim 10^8$–$10^{10}$ K, $F \sim 10^{12}$–$10^{14}$ Гс, причем таким температурам в пренебрежении эффектами распределения соответствует энергия электронов $p_0 \sim m \cdot 10^{-2}$–$10^0$. «На грани» выполнения условий (6) следует взять верхнее значение энергии и нижнее значение поля со значением параметра $\chi \sim 10^{-2}$, что должно дать правильный по порядку величины результат и для «чисто» магнитного поля. Очевидно при этом $\tilde{m} \ll \chi$, эффективная энергия аксиона или нейтринных пар порядка $p_0\chi$ и в том же приближении вместо сравнения интенсивностей можно ограничиться сравнением вероятностей.

Используя выражение (16) и результаты работ [4, 5, 7], получаем из требования $W_a \lesssim W_\nu$ ($c \sim 1$)

$$f \gtrsim 10^7 \text{эВ}. \tag{26}$$

Заметим, что это с учетом (1) согласуется с условием $\chi \gg \tilde{m}$. Определяемая этим соотношением нижняя граница $f$ примерно на три порядка меньше, чем полученная из анализа астрофизических данных [2, 8]. Если последнюю границу принять за достоверную, то одна из интерпретаций нашего результата будет состоять в том, что вклад синхротронного механизма излучения нейтрино и аксионов в общую светимость при рассмотренных значениях параметров на самом деле мал на фоне остальных. Если же это допущение не имеет места, то из (26) и (1) получаем возможный диапазон массы аксиона:

$$m_a \lesssim 1 \text{ эВ}, \tag{27}$$

что оставляет надежду на ее измерение по аналогии с изложенной в [5] программой измерения массы нейтрино. В этом случае, очевидно, возрастает и роль аксиона как кандидата на «носителя» скрытой массы.

## Литература

1. R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977).
2. G. G. Raffelt, Phys. Rep. **198**, 1 (1990).
3. G. Raffelt and D. Seckel, Phys. Rev. Lett. **60**, 1793 (1988).
4. В. И. Ритус, Труды ФИАН **111**, 5 (1979).
5. В. В. Скобелев, ЖЭТФ **107**, 322 (1995).
6. А. Д. Каминкер, К. П. Левенфиш, Д. Г. Яковлев, Письма в астрон. журн. **17**, 1090 (1991).
7. Н. Р. Меренков, ЯФ **42**, 1484 (1985).
8. T. Altherr, E. Petigirard, and T. del Rio Caztelurrutia, Preprint CERN-TH 7044/93, Geneva (1993).