

## К ТЕОРИИ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ НА ОСНОВЕ ФЕРМИ-ЖИДКОСТНОГО ПОДХОДА

А. И. Ахиезер, А. А. Исаев, С. В. Пелетминский, А. П. Рекало, А. А. Яценко

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»  
310108, Харьков, Украина*

Поступила в редакцию 28 октября 1996 г.

На основе концепции ферми-жидкости Ландау рассмотрена теория сверхтекучести симметричной ядерной материи. В качестве потенциала межнуклонного взаимодействия выбирается эффективное взаимодействие Скирма (потенциалы  $Ska$ ,  $SkM$ ,  $SkM^*$ ,  $RATP$ ). Исследована зависимость критической температуры от плотности для различных сверхтекучих фаз ядерной материи. Показано, что при плотностях, близких к плотности насыщения, реализуется фаза, в которой спариваются протон и нейтрон в триплетном по спину состоянии. Указана возможность фазовых переходов по плотности из данной фазы в фазу с синглет-синглетным или триплет-триплетным спариванием нуклонов. Определена зависимость от плотности при  $T = 0$  энергетической щели в спектре квазичастиц в случае унитарных и неунитарных спиновых состояний. Фазовый переход в неунитарную фазу сопровождается появлением намагнитченности, которая найдена как функция плотности ядерной материи.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, атомное ядро может находиться в состоянии сверхтекучести. Об эффекте сверхтекучести в ядрах свидетельствуют такие экспериментальные факты, как наличие щели в энергетических спектрах четно-четных ядер, значения моментов инерции деформированных ядер, которые объясняются наличием сверхтекучей компоненты ядерного вещества, а также особенности возбужденных состояний ядер и вероятностей  $\alpha$ - и  $\beta$ -распадов [1-5]. Построение последовательной теории явления сверхтекучести в ядрах сильно затруднено ввиду конечных размеров ядер. Поэтому представляет интерес, особенно в связи с астрофизическими приложениями, изучение сверхтекучести бесконечной ядерной материи.

В настоящей работе мы исследуем сверхтекучесть ядерной материи исходя из феноменологической концепции ферми-жидкости Ландау [6]. При этом для простоты мы будем предполагать, что функционал энергии инвариантен относительно вращений в конфигурационном, а также в спиновом и изотопическом пространствах (спин-орбитальное взаимодействие для бесконечной однородной ядерной материи равно нулю). Поэтому классификация сверхтекучих фаз (куперовских пар) производится с помощью квантовых чисел, связанных с полным спином пары  $S = 0, 1$ , изотопическим спином  $T = 0, 1$ , их проекциями  $S_z$  и  $T_z$  на ось  $z$  и орбитальным моментом  $L = 0, 1, 2, \dots$ . Возможные значения орбитального момента  $L$  для каждого конкретного значения  $S$  и  $T$  должны находиться в соответствии с принципом Паули: при  $S = 0, T = 0$  или  $S = 1, T = 1$  величина  $L = 1, 3, 5, \dots$ , при  $S = 1, T = 0$  или  $S = 0, T = 1$  имеем  $L = 0, 2, 4, \dots$ . Каждая сверхтекучая фаза описывается своим набором параметров порядка: при  $S = 0, T = 0$  — скалярным параметром порядка  $\Delta_{00}$ , при  $S = 1, T = 0$  или  $S = 0, T = 1$  —

векторными параметрами порядка соответственно  $\Delta_{k0}$  или  $\Delta_{0k}$  ( $k = 1, 2, 3$ ), при  $S = 1$ ,  $T = 1$  — тензорным параметром порядка  $\Delta_{ik}$  ( $i, k = 1, 2, 3$ ) (речь идет о скалярах, векторах и тензорах в спиновом и изотопическом пространствах). Эти параметры порядка определяют соответствующие щели в энергетическом спектре квазичастиц.

На основе концепции ферми-жидкости Ландау формулируются уравнения для определения равновесных нормальной  $f$  и аномальной  $g$  функций распределения исходных фермионов (уравнения самосогласования) и в соответствии с указанной классификацией находится более простая система уравнений для компонент функций распределения (или параметров порядка). Анализ полученных уравнений позволяет найти как температуры перехода для различных фаз сверхтекучей ядерной материи, так и значения энергетических щелей в спектре куперовской пары. Отметим, что в случае неунитарных состояний (отличная от нуля проекция  $S_z$  или  $T_z$ ) фазовый переход в сверхтекучее состояние является также фазовым переходом в спиново-упорядоченное или изотопически-упорядоченное состояние (последнее означает, что спариваются нейтрон с нейтроном или протон с протоном). При этом температуры перехода, в отличие от энергетических щелей (для симметричной ядерной материи, когда плотности нейтронов и протонов равны), не зависят от величины проекций спинов  $S_z$  и  $T_z$ , но существенным образом зависят от значений  $S$  и  $T$ .

Отметим, что развиваемый метод отличается от обычно используемого в теории фазовых переходов метода функций Грина и теории БКШ [7–11]. Критические температуры для спариваний  $^1S_0$  и  $^3S_1$ – $^3D_1$  (в случае нецентральных сил) для ядерной материи были получены в работах [12–16]. Фазовые переходы в случае триплетного спаривания в спиновом пространстве в рамках теории БКШ с использованием сепарабельного взаимодействия изучались в [17–19]. При этом для описания нуклон-нуклонного взаимодействия использовались различные потенциалы: парижский, Грац, Монгана, Рейда и др. В работах [20, 21] изучалось  $^3D_2$ -спаривание в асимметричной ядерной материи и возможность его реализации в сердцевине массивных нейтронных звезд.

Развиваемая нами общая теория не использует конкретного вида потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия. Однако для получения конкретных численных результатов мы выбираем в качестве нуклон-нуклонного взаимодействия эффективное взаимодействие Скирма [22]. Это взаимодействие является самосогласованным: оно зависит от плотности ядерной материи и эффективно учитывает многочастичные взаимодействия нуклонов [23]. Мы используем различные варианты взаимодействия Скирма, наиболее адекватно описывающие свойства ядер [24].

Проведены численные расчеты зависимостей температур перехода и параметров порядка для различных фаз как функций плотности в случае симметричной ядерной материи. Кроме того, для неунитарных состояний исследована зависимость намагнитченности от плотности сверхтекучей ядерной материи.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Сверхтекучая ферми-жидкость описывается двумя функциями распределения фермионов: нормальной функцией распределения  $f_{\kappa_1\kappa_2} = \langle a_{\kappa_2}^+ a_{\kappa_1} \rangle$ ,  $f_{\kappa_1\kappa_2}^* = f_{\kappa_2\kappa_1}$ , где  $a_{\kappa}^+$  и  $a_{\kappa}$  — операторы рождения и уничтожения фермиона с импульсом  $\mathbf{p}$ , проекцией спина (изотопического спина)  $\alpha$  ( $a$ ),  $\kappa \equiv (\mathbf{p}, \alpha, a)$ , и аномальной функцией распределения  $g_{\kappa_1\kappa_2} = \langle a_{\kappa_2} a_{\kappa_1} \rangle$ ,  $g_{\kappa_1\kappa_2} = -g_{\kappa_2\kappa_1}$ ,  $\langle \dots \rangle = \text{Sp } \rho \dots$  — среднее рассматриваемого оператора,

$\rho$  – матрица плотности системы). Функции распределения  $f$  и  $g$  удобно объединить в матричную функцию распределения  $\hat{f}$ :

$$\hat{f}_{\kappa_1\kappa_2} = \begin{pmatrix} f_{\kappa_1\kappa_2} & g_{\kappa_1\kappa_2} \\ g_{\kappa_1\kappa_2}^+ & \delta_{\kappa_1\kappa_2} - f_{\kappa_2\kappa_1} \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Функцию распределения  $\hat{f}_{\kappa_1\kappa_2}$  будем называть статистическим оператором неравновесной сверхтекучей ферми-жидкости [25].

В основе концепции ферми-жидкости Ландау лежит задание энергии ферми-системы как функционала нормальной  $f$  и аномальной  $g$  функций распределения фермионов,  $E = E(f, g)$ . Функционал энергии определяет одночастичную энергию  $\varepsilon$  фермионов

$$\varepsilon_{\kappa_1\kappa_2} = \frac{\partial E}{\partial f_{\kappa_2\kappa_1}}, \quad \varepsilon_{\kappa_1\kappa_2}^* = \varepsilon_{\kappa_2\kappa_1} \quad (2.2)$$

и матричный параметр порядка системы

$$\Delta_{\kappa_1\kappa_2} = 2 \frac{\partial E}{\partial g_{\kappa_2\kappa_1}^+}, \quad \Delta_{\kappa_2\kappa_1} = -\Delta_{\kappa_1\kappa_2}. \quad (2.3)$$

Термодинамически равновесное состояние сверхтекучей ферми-жидкости определяется из условия максимума энтропии при заданных значениях энергии системы  $E(f, g)$  и числа частиц  $N_a, N_b$  сорта  $a$  и  $b$ , что приводит к уравнению самосогласования для определения функций распределения  $f$  и  $g$  (или, что то же самое, энергии  $\varepsilon_{\kappa_1\kappa_2}$  и параметра порядка  $\Delta_{\kappa_1\kappa_2}$ ) как функций температуры  $T$  и химических потенциалов  $\mu_a, \mu_b$  системы:

$$\hat{f} = \frac{1}{\exp(Y_0 \hat{\varepsilon} + \hat{Y}_4) + 1} \equiv \frac{1}{\exp(Y_0 \hat{\xi}) + 1}. \quad (2.4)$$

Здесь матрицы  $\hat{\varepsilon}, \hat{Y}_4$  имеют вид

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \Delta \\ \Delta^+ & -\bar{\varepsilon} \end{pmatrix}, \quad \hat{Y}_4 = \begin{pmatrix} Y_4 & 0 \\ 0 & -Y_4 \end{pmatrix},$$

где величины  $\varepsilon, \Delta, Y_4$ , в свою очередь, являются матрицами в пространстве переменных  $\kappa$ , причем  $Y_{4\kappa_1\kappa_2} = Y_{4a_1} \delta_{\kappa_1\kappa_2}$ , а тильда означает операцию транспонирования. Параметры  $Y_0, Y_{4a}, Y_{4b}$  в (2.4) связаны с температурой  $T$  и химическими потенциалами  $\mu_a, \mu_b$  формулами

$$Y_0 = \frac{1}{T}, \quad Y_{4a} = -\frac{\mu_a}{T}, \quad Y_{4b} = -\frac{\mu_b}{T}. \quad (2.5)$$

В работах [25–28] были проведены общие исследования уравнения самосогласования (2.4): диагонализация, построение термодинамики и гидродинамики, включение внешних электромагнитных полей (вывод уравнений Лондонов [29] и Гинзбурга–Ландау [30–32]) и т. д. В настоящей работе мы ограничимся случаем, когда функционал  $E(f, g)$  квадратичен по  $f$  и  $g$  и инвариантен относительно вращений в спиновом и изотопическом пространствах. Кроме того, будем предполагать, что состояние системы является пространственно-однородным.

Разложим нормальную функцию распределения  $f$  по матрицам Паули  $\sigma_i, \tau_k, \sigma_i \tau_k$ :

$$\begin{aligned} f_{p_1 \alpha_1 a_1, p_2 \alpha_2 a_2} &= f(\mathbf{p}_1)_{\alpha_1 a_1, \alpha_2 a_2} \delta_{p_1, p_2}, \\ f(\mathbf{p}_1) &= f_{00}(\mathbf{p}_1) + f_{k0}(\mathbf{p}_1) \sigma_k + f_{0k}(\mathbf{p}_1) \tau_k + f_{ik}(\mathbf{p}_1) \sigma_i \tau_k, \end{aligned} \quad (2.6)$$

а аномальную функцию распределения  $g$  — по матрицам  $\sigma_2, \sigma_i \sigma_2, \tau_2, \tau_k \tau_2$ :

$$\begin{aligned} g_{p_1 \alpha_1 a_1, p_2 \alpha_2 a_2} &= g(\mathbf{p}_1)_{\alpha_1 a_1, \alpha_2 a_2} \delta_{p_1, -p_2}, \\ g(\mathbf{p}_1) &= g_{00}(\mathbf{p}_1) \sigma_2 \tau_2 + g_{k0}(\mathbf{p}_1) \sigma_k \sigma_2 \tau_2 + g_{0k}(\mathbf{p}_1) \sigma_2 \tau_k \tau_2 + g_{ki}(\mathbf{p}_1) \sigma_k \sigma_2 \tau_i \tau_2. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Представим функционал энергии  $E(f, g)$  в виде

$$E(f, g) = E_0(f) + E_{int}(f) + E_{int}(g), \quad (2.8)$$

где

$$E_0(f) = 4 \sum_{\mathbf{p}} \varepsilon_0(\mathbf{p}) f_{00}(\mathbf{p}), \quad \varepsilon_0(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}, \quad (2.9)$$

$m$  — масса нуклона, и, в соответствии с требованием инвариантности функционала энергии по отношению к поворотам в спиновом и изотопическом пространствах, для  $E_{int}(f)$  и  $E_{int}(g)$  имеем

$$\begin{aligned} E_{int}(f) &= \frac{2}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} [f_{00}(\mathbf{p}) U_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) f_{00}(\mathbf{q}) + f_{k0}(\mathbf{p}) U_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) f_{k0}(\mathbf{q}) + \\ &+ f_{0k}(\mathbf{p}) U_2(\mathbf{p}, \mathbf{q}) f_{0k}(\mathbf{q}) + f_{ik}(\mathbf{p}) U_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}) f_{ik}(\mathbf{q})], \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} E_{int}(g) &= \frac{2}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} [g_{00}^*(\mathbf{p}) V_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) g_{00}(\mathbf{q}) + g_{k0}^*(\mathbf{p}) V_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) g_{k0}(\mathbf{q}) + \\ &+ g_{0k}^*(\mathbf{p}) V_2(\mathbf{p}, \mathbf{q}) g_{0k}(\mathbf{q}) + g_{ik}^*(\mathbf{p}) V_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}) g_{ik}(\mathbf{q})], \end{aligned} \quad (2.11)$$

где  $\mathcal{V}$  — объем системы. Величины  $U$  и  $V$  называются нормальными и аномальными амплитудами взаимодействия Ландау в сверхтекучей ферми-жидкости.

Энергию квазичастицы  $\varepsilon_{\kappa_1 \kappa_2}$  и параметр порядка  $\Delta_{\kappa_1 \kappa_2}$  также представим в виде разложения по матрицам Паули  $\sigma_k, \tau_k$ :

$$\varepsilon_{\kappa_1 \kappa_2} = \varepsilon_{\alpha_1 \alpha_2 a_1 a_2}(\mathbf{p}_1) \delta_{p_1, p_2}, \quad \Delta_{\kappa_1 \kappa_2} = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 a_1 a_2}(\mathbf{p}_1) \delta_{p_1, -p_2}, \quad (2.12)$$

где  $\varepsilon_{\alpha_1 \alpha_2 a_1 a_2}(\mathbf{p})$  и  $\Delta_{\alpha_1 \alpha_2 a_1 a_2}(\mathbf{p})$  — матрицы в спиновом и изотопическом пространствах:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\mathbf{p}) &= \varepsilon_{00}(\mathbf{p}) + \varepsilon_{k0}(\mathbf{p}) \sigma_k + \varepsilon_{0k}(\mathbf{p}) \tau_k + \varepsilon_{ik}(\mathbf{p}) \sigma_i \tau_k, \\ \Delta(\mathbf{p}) &= \Delta_{00}(\mathbf{p}) \sigma_2 \tau_2 + \Delta_{k0}(\mathbf{p}) \sigma_k \sigma_2 \tau_2 + \Delta_{0k}(\mathbf{p}) \sigma_2 \tau_k \tau_2 + \Delta_{ki}(\mathbf{p}) \sigma_k \sigma_2 \tau_i \tau_2. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Из условия  $\Delta_{\kappa_1 \kappa_2} = -\Delta_{\kappa_2 \kappa_1}$  и разложения (2.13) следует, что величины  $\Delta_{00}(\mathbf{p}), \Delta_{ik}(\mathbf{p})$  являются нечетными функциями  $\mathbf{p}$ , а величины  $\Delta_{i0}(\mathbf{p}), \Delta_{0i}(\mathbf{p})$  — четными функциями  $\mathbf{p}$ . Эти свойства симметрии приводят к тому, что синглет-синглетное и триплет-триплетное

спаривания нуклонов могут происходить в состояниях с нечетными значениями орбитального момента  $L$ , а синглет-триплетное и триплет-синглетное спаривания — в состояниях с четными значениями  $L$ .

Согласно определению (2.2), (2.3), величины  $\varepsilon$  и  $\Delta$  можно связать с функциями  $f$  и  $g$ . Именно, величины  $\varepsilon$  связаны с функциями  $f$  соотношениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_{00}(\mathbf{p}) &= \varepsilon_0(\mathbf{p}) + \frac{2}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}'} U_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_{00}(\mathbf{p}'), & \varepsilon_{i0}(\mathbf{p}) &= \frac{2}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}'} U_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_{i0}(\mathbf{p}'), \\ \varepsilon_{0k}(\mathbf{p}) &= \frac{2}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}'} U_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_{0k}(\mathbf{p}'), & \varepsilon_{ik}(\mathbf{p}) &= \frac{2}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}'} U_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_{ik}(\mathbf{p}'), \end{aligned} \quad (2.14)$$

а величины  $\Delta$  связаны с функциями  $g$  формулами

$$\begin{aligned} \Delta_{00}(\mathbf{p}) &= \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}'} V_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') g_{00}(\mathbf{p}'), & \Delta_{i0}(\mathbf{p}) &= \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}'} V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') g_{i0}(\mathbf{p}'), \\ \Delta_{0k}(\mathbf{p}) &= \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}'} V_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') g_{0k}(\mathbf{p}'), & \Delta_{ik}(\mathbf{p}) &= \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}'} V_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}') g_{ik}(\mathbf{p}'). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Свойствам симметрии параметров порядка  $\Delta$  должны соответствовать свойства симметрии потенциалов взаимодействия  $V_0, \dots, V_3$ :

$$\begin{aligned} V_0(-\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= V_0(\mathbf{p}, -\mathbf{p}') = -V_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}'), & V_3(-\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= V_3(\mathbf{p}, -\mathbf{p}') = -V_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}'), \\ V_1(-\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= V_1(\mathbf{p}, -\mathbf{p}') = +V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}'), & V_2(-\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= V_2(\mathbf{p}, -\mathbf{p}') = +V_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}'). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Для того чтобы получить уравнения самосогласования, необходимо выразить функции  $f$  и  $g$  через величины  $\varepsilon, \Delta$ . Эта задача будет рассмотрена в следующих двух разделах.

### 3. ТЕМПЕРАТУРЫ ПЕРЕХОДА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ СВЕРХТЕКУЧИХ ФАЗ

Вблизи точки фазового перехода параметры порядка  $\Delta$  малы. Поэтому, если уравнения самосогласования найдены, уравнения для определения температур перехода в различные сверхтекучие фазы могут быть получены линеаризацией уравнений самосогласования относительно величин  $\Delta$ . Однако мы здесь поступим иначе. Выражения для аномальных функций распределения  $g$  в линейном по  $\Delta$  приближении могут быть найдены разложением статистического оператора  $\hat{f}$  в ряд по степеням  $\Delta$  с сохранением линейных по  $\Delta$  членов. Представим для этого оператор  $\hat{\xi}$  в виде суммы

$$\hat{\xi} = \hat{\xi}_0 + \hat{\Delta}, \quad \hat{\xi}_0 = \begin{pmatrix} \xi & 0 \\ 0 & -\tilde{\xi} \end{pmatrix}, \quad \hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta \\ \Delta^+ & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Тогда для оператора  $\hat{f}$  в линейном по  $\Delta$  приближении имеем

$$\hat{f} = \hat{f}_0 + \hat{f}', \quad (3.2)$$

$$\hat{f}_0 = \begin{pmatrix} f_0 & 0 \\ 0 & 1 - \bar{f}_0 \end{pmatrix}, \quad \hat{f}' = - \begin{pmatrix} 0 & (1 - f_0) \int_0^\beta e^{-\lambda\xi} \Delta e^{-\lambda\bar{\xi}} (1 - \bar{f}_0) d\lambda \\ \bar{f}_0 \int_0^\beta e^{\lambda\bar{\xi}} \Delta^+ e^{\lambda\xi} f_0 d\lambda & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь

$$f_0 = [\exp(\beta\xi) + 1]^{-1}. \tag{3.3}$$

Сравнивая (2.1) и (3.2), для аномальной функции распределения  $g$  получим

$$g = -(1 - f_0) \int_0^\beta e^{-\lambda\xi} \Delta e^{-\lambda\bar{\xi}} (1 - \bar{f}_0) d\lambda. \tag{3.4}$$

В формуле (3.4) величина  $g$  является матрицей по импульсным, спиновым и изотопическим переменным, причем структура зависимости от импульсов определяется формулой (2.7). Далее мы будем предполагать, что фазовый переход в сверхтекучее состояние происходит из нормального состояния, в котором отсутствует спиновое упорядочение ( $f_{i0} = f_{ik} = 0$ ; для симметричной ядерной материи функция распределения  $f_{0k}$  также равна нулю). Считая, что амплитуды  $U_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ ,  $U_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  квадратичны по импульсам:

$$U_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = d_0 + e_0(\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2) + h_0 \mathbf{p} \mathbf{p}', \quad U_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = d_2 + e_2(\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2) + h_2 \mathbf{p} \mathbf{p}', \quad p, p' \leq p_0,$$

$p_0$  — импульс обрезания, величину  $\xi$  можно представить в виде

$$\xi = (\xi_0 \tau_0 + \xi_3 \tau_3) \sigma_0, \tag{3.5}$$

где

$$\xi_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_0} + \frac{Y_{4a}^* + Y_{4b}^*}{2Y_0}, \quad \xi_3 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_3} + \frac{Y_{4a}^* - Y_{4b}^*}{2Y_0},$$

$$\frac{1}{m_0} = \frac{1}{m} + (\rho_a + \rho_b) e_0, \quad \frac{1}{m_3} = (\rho_a - \rho_b) e_2$$

и перенормированные ферми-жидкостным взаимодействием величины  $Y_{4a}^*$ ,  $Y_{4b}^*$  определяются из условий нормировки

$$\frac{4}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}} f_{00}(\mathbf{p}) = \rho_a + \rho_b, \quad \frac{4}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}} f_{03}(\mathbf{p}) = \rho_a - \rho_b.$$

В этих формулах  $\sigma_0, \tau_0$  — единичные матрицы в спиновом и изотопическом пространствах,  $\rho_a, \rho_b$  — плотности фермионов сорта  $a$  и  $b$  (для симметричной ядерной материи  $1/m_3 = 0, \xi_3 = 0$ ). Таким образом, матрица  $\xi$  является диагональной. Выполняя интегрирование в (3.4), для матричного элемента  $g_{uv}(\mathbf{p})$  ( $u \equiv (\alpha, a)$ ) найдем

$$g_{uv}(\mathbf{p}) = - \frac{\Delta_{uv}(\mathbf{p})}{\xi_u(\mathbf{p}) + \xi_v(-\mathbf{p})} [1 - f_u^0(\mathbf{p}) - f_v^0(-\mathbf{p})]. \tag{3.6}$$

Используем теперь разложения (2.7),(2.13) для величин  $g$ ,  $\Delta$ . Поскольку эти разложения ведутся по линейно независимым симметричным и антисимметричным матрицам Паули, мы можем в формуле (3.6) вместо величин  $g_{uv}$ ,  $\Delta_{uv}$  подставить матричные элементы от соответствующих слагаемых. Так, в случае синглет-синглетного спаривания нуклонов имеем

$$g_{00}(\mathbf{p})(\tau_2)_{ab} = -\frac{\Delta_{00}(\mathbf{p})}{\xi_a(\mathbf{p}) + \xi_b(-\mathbf{p})} [1 - f_a(\mathbf{p}) - f_b(-\mathbf{p})](\tau_2)_{ab}, \quad a = 1, 2, \quad (3.7)$$

где

$$f_a = [\exp(Y_0 \xi_a) + 1]^{-1}, \quad \xi_a = (\xi_0 + \xi_3, \xi_0 - \xi_3).$$

Мы не выписываем в (3.7) зависимость от спиновых индексов, так как она является одинаковой для левой и правой частей уравнения. Полагая  $a = 1$ ,  $b = 2$ , получим

$$g_{00} = -\frac{\Delta_{00}}{4\xi_0} \left[ \text{th} \frac{Y_0(\xi_0 + \xi_3)}{2} + \text{th} \frac{Y_0(\xi_0 - \xi_3)}{2} \right].$$

Таким образом, уравнение для определения температуры перехода в сверхтекучую фазу с синглет-синглетным спариванием нуклонов ( $S = 0$ ,  $T = 0$ ), с учетом (2.15), где мы перешли от суммирования к интегрированию, имеет вид

$$\Delta_{00}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{4} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Delta_{00}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}')} \left[ \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') + \xi_3(\mathbf{p}'))}{2} + \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') - \xi_3(\mathbf{p}'))}{2} \right]. \quad (3.8)$$

Аналогично в случае синглет-триплетного спаривания из (3.6) получим

$$g_{0k}(\mathbf{p})(\tau_k \tau_2)_{ab} = -\frac{\Delta_{0k}(\mathbf{p})}{\xi_a(\mathbf{p}) + \xi_b(-\mathbf{p})} [1 - f_a(\mathbf{p}) - f_b(-\mathbf{p})](\tau_k \tau_2)_{ab}. \quad (3.9)$$

Полагая в (3.9)  $a = b = 1$ , имеем

$$i g_{01} + g_{02} = -\frac{1}{2} \frac{i\Delta_{01} + \Delta_{02}}{\xi_0 + \xi_3} \text{th} \frac{Y_0(\xi_0 + \xi_3)}{2}.$$

При  $a = b = 2$  найдем

$$-i g_{01} + g_{02} = -\frac{1}{2} \frac{-i\Delta_{01} + \Delta_{02}}{\xi_0 - \xi_3} \text{th} \frac{Y_0(\xi_0 - \xi_3)}{2}.$$

Наконец, если  $a = 1$ ,  $b = 2$ , то из (3.9) получим

$$g_{03} = -\frac{\Delta_{03}}{4\xi_0} \left[ \text{th} \frac{Y_0(\xi_0 + \xi_3)}{2} + \text{th} \frac{Y_0(\xi_0 - \xi_3)}{2} \right].$$

Таким образом, для определения температуры перехода в сверхтекучую фазу с синглет-триплетным спариванием нуклонов ( $S = 0$ ,  $T = 1$ ) приходим к уравнениям:

$$i\Delta_{01}(\mathbf{p}) + \Delta_{02}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{i\Delta_{01}(\mathbf{p}') + \Delta_{02}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}') + \xi_3(\mathbf{p}')} \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') + \xi_3(\mathbf{p}'))}{2}, \quad (3.10)$$

$$-i\Delta_{01}(\mathbf{p}) + \Delta_{02}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{-i\Delta_{01}(\mathbf{p}') + \Delta_{02}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}') - \xi_3(\mathbf{p}')} \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') - \xi_3(\mathbf{p}'))}{2}, \quad (3.11)$$

$$\Delta_{03}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{4} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Delta_{03}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}')} \left[ \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') + \xi_3(\mathbf{p}'))}{2} + \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') - \xi_3(\mathbf{p}'))}{2} \right], \quad (3.12)$$

которые описывают соответственно спаривания двух нейтронов (проекция изоспина  $T_z = -1$ ), двух протонов ( $T_z = +1$ ), протона и нейтрона ( $T_z = 0$ ).

Совершенно аналогично могут быть получены уравнения для определения температуры перехода, соответствующие другим видам спаривания. Так, в случае триплет-синглетного спаривания нуклонов ( $S = 1, T = 0$ ) имеем

$$\Delta_{k0}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{4} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Delta_{k0}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}')} \left[ \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') + \xi_3(\mathbf{p}'))}{2} + \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') - \xi_3(\mathbf{p}'))}{2} \right]. \quad (3.13)$$

Для триплет-триплетного спаривания ( $S = 1, T = 1$ ) соответствующие уравнения имеют вид

$$i\Delta_{k1}(\mathbf{p}) + \Delta_{k2}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{i\Delta_{k1}(\mathbf{p}') + \Delta_{k2}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}') + \xi_3(\mathbf{p}')} \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') + \xi_3(\mathbf{p}'))}{2}, \quad (3.14)$$

$$-i\Delta_{k1}(\mathbf{p}) + \Delta_{k2}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{-i\Delta_{k1}(\mathbf{p}') + \Delta_{k2}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}') - \xi_3(\mathbf{p}')} \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') - \xi_3(\mathbf{p}'))}{2}, \quad (3.15)$$

$$\Delta_{k3}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{4} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Delta_{k3}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}')} \left[ \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') + \xi_3(\mathbf{p}'))}{2} + \text{th} \frac{Y_0(\xi_0(\mathbf{p}') - \xi_3(\mathbf{p}'))}{2} \right]. \quad (3.16)$$

Здесь уравнение (3.14) определяет температуру перехода в фазу с триплетным спариванием в спиновом пространстве двух нейтронов ( $T_z = -1$ ), уравнение (3.15) — с триплетным спариванием двух протонов ( $T_z = 1$ ), уравнение (3.16) — с триплетным спариванием протона и нейтрона ( $T_z = 0$ ).

Отметим, что полученные уравнения (3.8), (3.10)–(3.16) справедливы для общего случая асимметричной ядерной материи, когда плотности протонов и нейтронов различны.

В дальнейшем мы остановимся на исследовании найденных уравнений для случая симметричной ядерной материи (одинаковые плотности нейтронов и протонов, т. е.  $Y_{4a}^* = Y_{4b}^*, \xi_3 = 0$ ). Тогда уравнения (3.8), (3.10)–(3.16) упрощаются и принимают вид

$$\Delta_{00}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Delta_{00}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}')} \text{th} \frac{Y_0 \xi_0(\mathbf{p}')}{2}, \quad (3.17)$$

$$\Delta_{30}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Delta_{30}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}')} \text{th} \frac{Y_0 \xi_0(\mathbf{p}')}{2}, \quad (3.18)$$

$$\Delta_{03}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Delta_{03}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}')} \text{th} \frac{Y_0 \xi_0(\mathbf{p}')}{2}, \quad (3.19)$$

$$\Delta_{33}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3} V_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Delta_{33}(\mathbf{p}')}{\xi_0(\mathbf{p}')} \text{th} \frac{Y_0 \xi_0(\mathbf{p}')}{2}. \quad (3.20)$$

Мы выписали здесь только те уравнения, которые приводят к различным температурам перехода. Так, уравнения (3.10)–(3.12), которые в случае асимметричной ядерной

материи определяют температуры перехода в состояния с различными проекциями изотопического спина ( $T_z = 0, \pm 1$ ) для синглет-триплетного спаривания нуклонов, в случае симметричной ядерной материи заменяются одним уравнением (3.19). Поэтому, по сути, для симметричной ядерной материи речь идет о переходах в сверхтекучие фазы с синглет-синглетным, триплет-синглетным, синглет-триплетным и триплет-триплетным спариваниями нуклонов, для каждой из которых существует некоторая своя температура перехода, не зависящая от проекций спина и изоспина. В дальнейшем мы будем обозначать эти температуры перехода соответственно как  $T_c(00)$  (синглет-синглетное спаривание),  $T_c(30)$  (триплет-синглетное спаривание),  $T_c(03)$  (синглет-триплетное спаривание),  $T_c(33)$  (триплет-триплетное спаривание).

В формулах (3.17)–(3.20) фигурируют аномальные амплитуды взаимодействия Ландау  $V_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ , ...,  $V_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ , которые в области малых импульсов могут быть разложены по аргументам  $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$ . С учетом свойств симметрии (2.16) имеем

$$\begin{aligned} V_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= c_0 \mathbf{p} \mathbf{p}', & V_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= c_3 \mathbf{p} \mathbf{p}', \\ V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= a_1 + b_1(\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2), & V_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= a_2 + b_2(\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Здесь коэффициенты разложения  $a, b, c$ , характеризующие аномальные амплитуды взаимодействия, являются независимыми параметрами теории, которые, вообще говоря, должны определяться из сравнения с экспериментом.

Уравнения (3.17)–(3.20) позволяют определить температуры перехода в различные сверхтекучие фазы, но при этом, в общем случае, требуется проведение численных расчетов. Аналитические выражения для температур перехода могут быть получены, если выполняется условие  $\varepsilon_F/2T_c \gg 1$  ( $\varepsilon_F$  — энергия Ферми).

Рассмотрим вначале случай синглет-синглетного спаривания. Этот вид спаривания определяется потенциалом  $V_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = c_0 \mathbf{p} \mathbf{p}'$  ( $p, p' \leq p_0$ ,  $p_0$  — импульс обрезания), откуда, с учетом (3.17), следует, что щель  $\Delta_{00}(\mathbf{p})$  имеет структуру

$$\Delta_{00}(\mathbf{p}) = \Delta_0 \mathbf{p} \mathbf{n}, \quad p \leq p_0, \quad (3.22)$$

где  $\mathbf{n}$  — произвольный действительный единичный вектор. Выполняя интегрирование по углам в (3.17), с учетом (3.22) для температуры перехода получим уравнение

$$1 + \frac{c_0}{12\pi^2 \hbar^3} \int_{p \leq p_0} dp p^4 \frac{1}{\xi_0} \text{th} \frac{Y_0 \xi_0}{2} = 0. \quad (3.23)$$

Вычисляя стоящий здесь интеграл в логарифмическом приближении ( $\varepsilon_F/2T_c \gg 1$ ), для температуры перехода  $T_c(00)$  в сверхтекучую фазу с синглет-синглетным спариванием нуклонов найдем:

$$T_c(00) = \frac{8\gamma}{\pi} \varepsilon_f \sqrt{\frac{y_0 - 1}{y_0 + 1}} \exp\left(\frac{6}{c_0 p_f^2 \nu} + \psi_4\right), \quad (3.24)$$

где

$$y_0 = \frac{p_0}{p_f}, \quad \psi_4 = \frac{y_0^3}{3} + y_0 - \frac{8}{3}, \quad \gamma = e^C$$

и  $\nu = m^* p_F / \pi^2 \hbar^3$  — плотность состояний на поверхности Ферми,  $C$  — постоянная Эйлера.

В случае триплет-синглетного спаривания нуклонов потенциал  $V_1(p, p') = a_1 + b_1 \times (\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2)$  ( $p, p' \leq p_0$ ), откуда для щели  $\Delta_{30}(\mathbf{p})$  с учетом (3.18) следует формула

$$\Delta_{30}(\mathbf{p}) = \Delta_1 + \Delta_2 \mathbf{p}^2, \quad p \leq p_0, \quad (3.25)$$

где  $\Delta_1, \Delta_2$  — некоторые коэффициенты, не зависящие от импульсов. Подставляя (3.25) в (3.18) и приравнявая определитель полученной системы линейных уравнений для величин  $\Delta_1, \Delta_2$  нулю, для температуры перехода найдем уравнение

$$1 + a_1 I_2 + 2b_1 I_4 + b_1^2 (I_4^2 - I_2 I_6) = 0. \quad (3.26)$$

Здесь

$$I_{2l} = \frac{1}{4\pi^2 \hbar^3} \int_{p \leq p_0} dp p^{2l} \frac{1}{\xi_0} \operatorname{th} \frac{Y_0 \xi_0}{2}, \quad l = 1, 2, 3.$$

Отсюда для температуры  $T_c(30)$  перехода в фазу с триплет-синглетным спариванием нуклонов в логарифмическом приближении получим

$$T_c(30) = \frac{8\gamma}{\pi} \varepsilon_f \sqrt{\frac{y_0 - 1}{y_0 + 1}} \exp \frac{1 + \frac{a_1 \nu}{2} \psi_2 + b_1 \nu p_f^2 \psi_4 + \left(\frac{b_1 \nu p_f^2}{2}\right)^2 (\psi_4^2 - \psi_2 \psi_6)}{\frac{a_1 \nu}{2} + b_1 \nu p_f^2 + \left(\frac{b_1 \nu p_f^2}{2}\right)^2 (2\psi_4 - \psi_2 - \psi_6)}, \quad (3.27)$$

где

$$\psi_2 = y_0 - 2, \quad \psi_6 = \frac{y_0^5}{5} + \frac{y_0^3}{3} + y_0 - \frac{46}{15}.$$

Аналогичное рассмотрение можно провести для случаев синглет-триплетного и триплет-триплетного спариваний. Для синглет-триплетного спаривания  $V_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = a_2 + b_2 \times (\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2)$  и температура перехода  $T_c(03)$  определяется формулой (3.27), в которой необходимо лишь заменить  $a_1$  на  $a_2$  и  $b_1$  на  $b_2$ . В случае триплет-триплетного спаривания  $V_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = c_3 \mathbf{p} \mathbf{p}'$  и температура перехода дается выражением (3.24) с заменой  $c_0$  на  $c_3$ .

Приведенные формулы относятся к предельному случаю  $2T_c/\varepsilon_F \ll 1$ . Если это условие не выполняется, то для определения температуры перехода необходимо найти численное решение уравнений (3.17)–(3.20). Для того чтобы можно было сделать некоторые численные оценки, выразим амплитуды Ландау через амплитуды нуклон-нуклонного взаимодействия, используя главное приближение по взаимодействию. С этой целью запишем гамильтониан взаимодействия нуклонов в виде

$$V_{int} = \frac{1}{2\mathcal{V}} \sum_{\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \kappa_4} v(\kappa_1, \kappa_2; \kappa_3, \kappa_4) a_{\kappa_1}^+ a_{\kappa_2}^+ a_{\kappa_3} a_{\kappa_4}, \quad (3.28)$$

где инвариантная относительно спиновых и изотопических вращений амплитуда взаимодействия  $v(\kappa_1, \kappa_2; \kappa_3, \kappa_4)$  имеет вид

$$\begin{aligned}
 v(\kappa_1, \kappa_2; \kappa_3, \kappa_4) \equiv v(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4)_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4}^{a_1 a_2 a_3 a_4} = & [v_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \delta_{\alpha_1 \alpha_3} \delta_{\alpha_2 \alpha_4} \delta_{a_1 a_3} \delta_{a_2 a_4} + \\
 & + v_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \sigma_{\alpha_1 \alpha_3} \sigma_{\alpha_2 \alpha_4} \delta_{a_1 a_3} \delta_{a_2 a_4} + v_2(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \delta_{\alpha_1 \alpha_3} \delta_{\alpha_2 \alpha_4} \tau_{a_1 a_3} \tau_{a_2 a_4} + \\
 & + v_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \sigma_{\alpha_1 \alpha_3} \sigma_{\alpha_2 \alpha_4} \tau_{a_1 a_3} \tau_{a_2 a_4}] \delta_{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4}, \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

где  $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)/2$ ,  $\mathbf{q} = (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4)/2$ . Мы сделали обычное в ядерной физике предположение о том, что амплитуды  $v_0, v_1, v_2, v_3$  не зависят от суммарного импульса сталкивающихся частиц.

Для нахождения функционала энергии, соответствующего гамильтониану взаимодействия (3.28), нужно усреднить оператор (3.28) по состоянию неравновесного идеального газа частиц [33]. Для этого состояния справедливы правила Вика усреднения операторов. Функционал энергии взаимодействия  $E_{int}(f)$  получается из оператора  $V_{int}$  путем следующей расстановки связей:

$$E_{int}(f) = \frac{1}{2\mathcal{V}} \sum_{\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \kappa_4} v(\kappa_1, \kappa_2; \kappa_3, \kappa_4) \{ \underbrace{a_{\kappa_1}^+ a_{\kappa_2}^+}_{\kappa_1 \kappa_2} a_{\kappa_3} a_{\kappa_4} \underbrace{a_{\kappa_3}^+ a_{\kappa_4}^+}_{\kappa_3 \kappa_4} \}.$$

Учитывая, что  $\underbrace{a_{\kappa_1}^+ a_{\kappa_2}^+}_{\kappa_1 \kappa_2} = f_{\kappa_1 \kappa_2}$ , получим (при  $k = (\mathbf{p} - \mathbf{q})/2$ )

$$\begin{aligned}
 U_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= 4v_0(\mathbf{k}, \mathbf{k}) - v_0(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) - 3v_1(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) - 3v_2(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) - 9v_3(-\mathbf{k}, \mathbf{k}), \\
 U_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= 4v_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}) - v_0(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) + v_1(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) - 3v_2(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) + 3v_3(-\mathbf{k}, \mathbf{k}), \\
 U_2(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= 4v_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}) - v_0(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) - 3v_1(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) + v_2(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) + 3v_3(-\mathbf{k}, \mathbf{k}), \\
 U_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= 4v_3(\mathbf{k}, \mathbf{k}) - v_0(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) + v_1(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) + v_2(-\mathbf{k}, \mathbf{k}) - v_3(-\mathbf{k}, \mathbf{k}).
 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Функционал энергии взаимодействия  $E_{int}(g)$  получается из оператора  $V$  путем следующей расстановки связей:

$$E_{int}(g) = \frac{1}{2\mathcal{V}} \sum_{\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \kappa_4} v(\kappa_1, \kappa_2; \kappa_3, \kappa_4) \underbrace{a_{\kappa_1}^+ a_{\kappa_2}^+}_{\kappa_1 \kappa_2} \underbrace{a_{\kappa_3} a_{\kappa_4}}_{\kappa_3 \kappa_4}.$$

Учитывая, что  $\underbrace{a_{\kappa_2} a_{\kappa_1}}_{\kappa_2 \kappa_1} = g_{\kappa_1 \kappa_2}$ , получим

$$\begin{aligned}
 V_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= v_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) - 3v_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) - 3v_2(\mathbf{p}, \mathbf{q}) + 9v_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \\
 V_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= v_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) + v_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) - 3v_2(\mathbf{p}, \mathbf{q}) - 3v_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \\
 V_2(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= v_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) - 3v_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) + v_2(\mathbf{p}, \mathbf{q}) - 3v_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \\
 V_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}) &= v_0(\mathbf{p}, \mathbf{q}) + v_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) + v_2(\mathbf{p}, \mathbf{q}) + v_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}).
 \end{aligned} \quad (3.31)$$

В дальнейшем в качестве потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия мы будем использовать взаимодействие Скимра [24]. Для взаимодействия Скимра функции  $v_0, \dots, v_3$  в формуле (3.29) равны

$$\begin{aligned}
 v_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= \frac{3}{8}t_0 + \frac{1}{16}t_3\rho^\alpha + \frac{3}{16\hbar^2}t_1(\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2) + \frac{1}{8\hbar^2}t_2(5 + 4x_2)\mathbf{p}\mathbf{p}', \\
 v_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= -\frac{1}{8}t_0(1 - 2x_0) - \frac{1}{48}t_3\rho^\alpha(1 - 2x_3) - \\
 &\quad - \frac{1}{16\hbar^2}t_1(1 - 2x_1)(\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2) + \frac{1}{8\hbar^2}t_2(1 + 2x_2)\mathbf{p}\mathbf{p}', \\
 v_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= -\frac{1}{8}t_0(1 + 2x_0) - \frac{1}{48}t_3\rho^\alpha(1 + 2x_3) - \\
 &\quad - \frac{1}{16\hbar^2}t_1(1 + 2x_1)(\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2) + \frac{1}{8\hbar^2}t_2(1 + 2x_2)\mathbf{p}\mathbf{p}', \\
 v_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= -\frac{1}{8}t_0 - \frac{1}{48}t_3\rho^\alpha - \frac{1}{16\hbar^2}t_1(\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2) + \frac{1}{8\hbar^2}t_2\mathbf{p}\mathbf{p}'.
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

Здесь  $\rho$  — плотность симметричной ядерной материи,  $t_0, \dots, t_3, x_0, \dots, x_3, \alpha$  — некоторые феноменологические параметры. В этих формулах предполагается, что импульсы  $p, p'$  не превосходят некоторого граничного импульса  $p_0$ , который, в свою очередь, несколько больше фермиевского импульса  $p_F$ ,  $p_0 \gtrsim p_F$  (для численных расчетов будем полагать  $p_0 = 1.1p_F$  [14]). Локальное взаимодействие Скирма описывает эффективное взаимодействие пары нуклонов при наличии нуклонной среды, что находит отражение в слагаемом, зависящем от плотности. Это слагаемое является следствием учета трехчастичных взаимодействий. Для симметричной ядерной материи со взаимодействием Скирма эффективная масса нуклона определяется выражением [24]

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{1}{16} [3t_1 + t_2(5 + 4x_2)] \rho, \tag{3.33}$$

где  $m$  — масса «голого» нуклона (ср. с формулой (3.5)).

Существует целый ряд наборов параметров  $t, x, \alpha$ , которые используются для описания физических характеристик основных состояний ядер (масса и радиус ядра, энергия связи, момент инерции и т. д.), а также для описания данных по гигантским резонансам и барьерам делений тяжелых ядер (см. [23], обзор [24] и ссылки в нем). Мы используем последние известные из литературы варианты взаимодействия Скирма (потенциалы Ska, SkM, SkM\*, RATP, см. табл. 1), причем в отличие от ранних работ, где показатель степени  $\alpha = 1$ , член, зависящий от плотности, содержит переменную степень плотности,  $1/6 \leq \alpha \leq 1/3$ .

Используя соотношения (3.21), (3.31), (3.32), для параметров  $a, b, c$ , характеризующих аномальные ферми-жидкостные амплитуды взаимодействия  $V_0, \dots, V_3$ , в случае взаимодействия Скирма получим выражения

$$a_{1,2} = t_0(1 \pm x_0) + \frac{1}{6}t_3\rho^\alpha(1 \pm x_3), \quad b_{1,2} = \frac{1}{2\hbar^2}t_1(1 \pm x_1), \quad c_{0,3} = \frac{1}{\hbar^2}t_2(1 \mp x_2). \tag{3.34}$$

Как следует из (3.21), (3.34), синглет-синглетное и триплет-триплетное спаривания нуклонов в соответствующих сверхтекучих фазах происходят в состояниях с орбитальным моментом  $L = 1$ , а триплет-синглетное и синглет-триплетное спаривания — в состояниях с  $L = 0$ .

Заметим, что если параметр  $x_2$  в эффективном взаимодействии Скирма равен нулю, то потенциалы  $V_0$  и  $V_3$  равны и температуры перехода в фазы с синглет-синглетным

Таблица 1

Параметры различных вариантов взаимодействия Скирма, используемые в данной работе (согласно обзору [24])

Потенциал	Ska	SkM	SkM*	RATP
$t_0$ , МэВ·фм <sup>3</sup>	-1602.78	-2645.00	-2645.00	-2160.00
$t_1$ , МэВ·фм <sup>5</sup>	570.88	385.00	410.00	513.00
$t_2$ , МэВ·фм <sup>5</sup>	-67.70	-120.00	-135.00	121.00
$t_3$ , МэВ·фм <sup>3+3α</sup>	8000.00	15595.00	15595.00	11600.00
$x_0$	-0.02	0.09	0.09	0.418
$x_1$	0.00	0.00	0.00	-0.36
$x_2$	0.00	0.00	0.00	-2.29
$x_3$	-0.286	0.00	0.00	0.586
$\alpha$	1/3	1/6	1/6	1/5

и триплет-триплетным спариваниями совпадают,  $T_c(00) = T_c(33)$  (это справедливо для потенциалов Ska, SkM, SkM\*). Результаты численного решения уравнений (3.17)–(3.20) представлены в виде диаграмм «плотность–критическая температура» на рис. 1. Видно, что качественное поведение кривых перехода для всех четырех потенциалов Скирма одинаково, хотя имеются и некоторые численные различия. Обратим внимание на то обстоятельство, что для плотности насыщения<sup>1)</sup>  $\rho_\infty$  ядерной материи для всех типов взаимодействия наибольшей является температура перехода в состояние с триплет-синглетным спариванием нуклонов, значения которой приведены в табл. 2.

Отметим, что сверхтекучесть ядерной материи со взаимодействием Скирма рассматривалась также в работе [14]. Однако там изучалось спаривание нуклонов без рассмотрения спиновой и изотопической структур пары, что означает пренебрежение спиновым обменным взаимодействием нуклонов при выводе функционала энергии (все параметры  $x_i$  в потенциалах Скирма положены равными нулю). Наше рассмотрение позволяет найти структуру фазовых диаграмм для различных сверхтекучих фаз и выяснить, в каком спиновом и изотопическом состоянии происходит спаривание нуклонов для различных плотностей ядерной материи.

Отметим теперь особенности полученных фазовых кривых. Из рис. 1 видно, что для потенциалов SkM, SkM\* существует некоторая критическая плотность — точка пересечения кривых  $T_c(30)$  и  $T_c(00)$  (или  $T_c(33)$ ) такая, что при плотностях  $\rho < \rho_c$  наибольшей является температура перехода в фазу с триплет-синглетным спариванием, а при плотностях  $\rho > \rho_c$  — температура синглет-синглетного или триплет-триплетного перехода (для потенциалов SkM, SkM\* они совпадают). Таким образом, для потенциалов SkM и SkM\* существует фазовый переход по плотности из триплет-синглетной в синглет-синглетную или триплет-триплетную фазу.

Аналогичный вывод справедлив для потенциала RATP с той лишь разницей, что фазовый переход по плотности из триплет-синглетной фазы может происходить только в триплет-триплетную фазу, так как для потенциала RATP уравнение для температуры

<sup>1)</sup> Под плотностью насыщения ядерной материи понимается плотность, при которой энергия связи на нуклон максимальна.

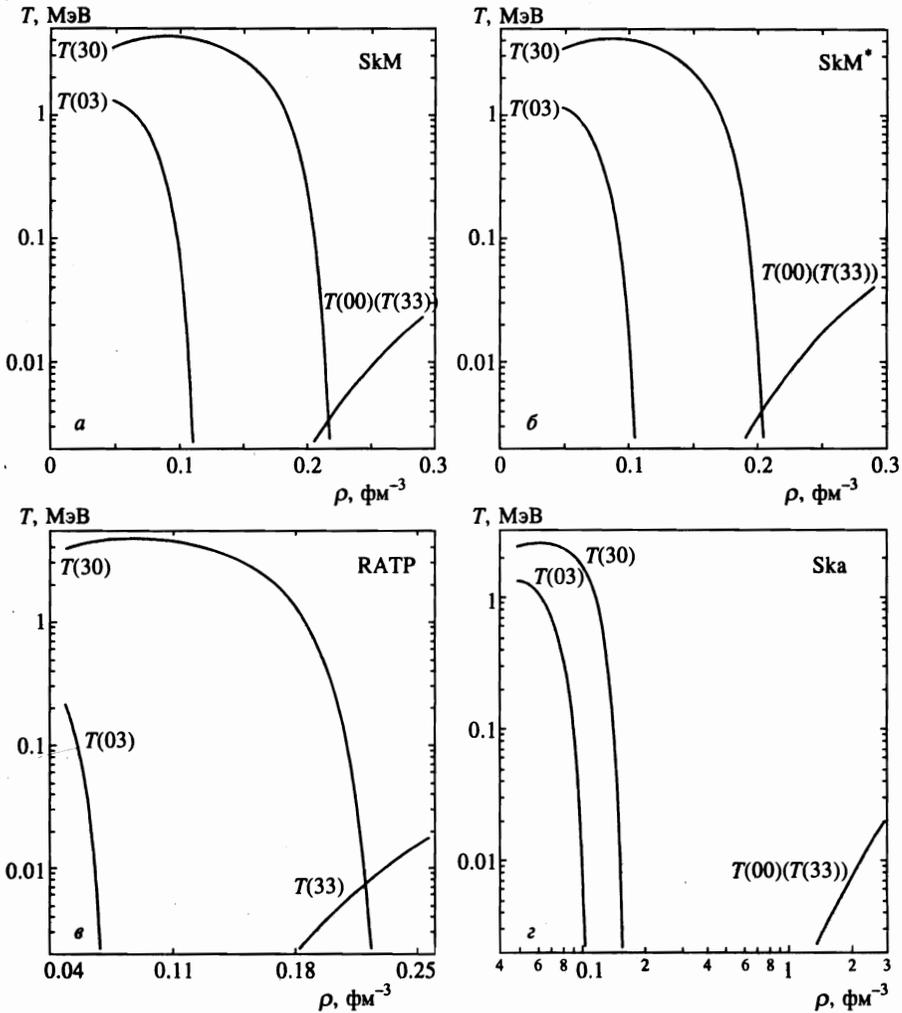


Рис. 1. Критическая температура как функция плотности для различных типов спаривания в случаях потенциалов SkM (а), SkM\* (б), RATP (в) и Ska (г)

перехода в фазу с синглет-синглетным спариванием решений не имеет.

Для потенциала Ska кривые  $T_c(30)$  и  $T_c(00)$  (или  $T_c(33)$ ) не пересекаются<sup>2)</sup>, так что фазовый переход из триплет-синглетной фазы в синглет-синглетную или триплет-триплетную осуществляется через нормальную фазу. Однако в данном случае речь идет, скорее всего, о формальной возможности фазового перехода, так как этот участок фазовой

<sup>2)</sup> Отметим, что в нашем рассмотрении мы ограничиваемся областью температур  $\gtrsim 10^{-3}$  МэВ, которая и представляет главный интерес, если учитывать возможные астрофизические приложения (для нейтронных звезд, например, внутренние температуры имеют порядок  $10^{-2}$  МэВ, [34]). Если продолжить кривые  $T_c(30)$  и  $T_c(00)$  (или  $T_c(33)$ ) далее по плотности, то, как легко видеть, они пересекутся, но точке пересечения отвечает критическая температура  $T_c \ll 10^{-3}$  МэВ.

Таблица 2

Значения критической температуры  $T_c(30)$ , энергетической щели для унитарных  $\Delta_{pF}^u$  и неунитарных  $\Delta_{pF}^{nu}$  состояний, а также плотности намагниченности  $m$  (неунитарные состояния) в случае триплет-синглетного спаривания нуклонов при плотности, равной плотности насыщения  $\rho_\infty$

Потенциал	Ska	SkM	SkM*	RATP
$T_c(30)$ , МэВ	0.0069	2.36	1.75	2.57
$\Delta_{pF}^u$ , МэВ	0.012	4.08	3.01	4.52
$\Delta_{pF}^{nu}$ , МэВ	0.0086	2.88	2.13	3.19
$m, \mu_{nuc1}/\text{фм}^3$	$1.4 \cdot 10^{-7}$	0.0013	0.0010	0.0009
$\rho_\infty, \text{фм}^{-3}$	0.1554	0.1603	0.1603	0.1599

диаграммы отвечает большим плотностям ядерной материи ( $\approx 1.3 \text{ фм}^{-3}$ ).

Для сравнения наших результатов с полученными в работе [14] отметим, что все вычисления там проводились с использованием старых потенциалов Скирма SI-SVI [23], известных еще с начала семидесятых годов, и из новых потенциалов выбирался лишь потенциал SkM\*. Для потенциала SkM\* авторы работы [14] пришли к выводу, что уравнение для критической температуры фазового перехода второго рода в сверхтекучее состояние при плотности, равной плотности насыщения, не имеет решения. Наши расчеты с потенциалом SkM\* показывают, что при плотности, равной плотности насыщения, реализуется не нормальное состояние, а сверхтекучая фаза с триплет-синглетным спариванием нуклонов и соответствующей критической температурой  $T_c(30) = 1.75 \text{ МэВ}$ . Различие объясняется тем, что, как уже отмечалось, в [14] не учитывались слагаемые в потенциале Скирма, описывающие спиновое обменное взаимодействие нуклонов. Такой учет, как видим, является принципиально важным и приводит к качественно другим выводам.

#### 4. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЩЕЛЬ

Из результатов анализа фазовых кривых, проведенного в предыдущем разделе, следует, что при плотностях, близких к плотности насыщения, реализуется сверхтекучая фаза с триплет-синглетным спариванием нуклонов ( $S = 1, T = 0$ ). Поэтому остановимся здесь на определении энергетической щели и параметров порядка для триплет-синглетного спаривания. С этой целью обратимся к уравнению самосогласования (2.4). Используя процедуру диагонализации, описанную в [25], это уравнение можно привести к форме, которая содержит операторы, действующие только в импульсном, спиновом и изотопическом пространствах. В результате для равновесных функций распределения  $f$  и  $g$  получим

$$f = Kn + X(1 - \bar{n})X^+K, \quad g = \widetilde{KnX} + K(1 - n)X, \quad (4.1)$$

где

$$n = \{\exp[Y_0(\xi - X\Delta^+)] + 1\}^{-1}, \quad \xi = \varepsilon + Y_4/Y_0, \quad K = (1 + XX^+)^{-1} \quad (4.2)$$

и матрица  $X$  удовлетворяет уравнению

$$\xi X + X\bar{\xi} + \Delta - X\Delta^+X = 0, \quad \bar{X} = -X. \quad (4.3)$$

В случае триплет-синглетного спаривания аномальная функция распределения  $g$  имеет вид

$$g_{\kappa_1\kappa_2} = g_{k0}(\mathbf{p}_1)\delta_{p_1,-p_2}(\sigma_k\sigma_2)_{\sigma_1,\sigma_2}(\tau_2)_{a_1,a_2}, \quad (4.4)$$

где  $g_{k0}(-\mathbf{p}) = g_{k0}(\mathbf{p})$ . Отсюда и из (2.3) следует, что

$$\Delta_{\kappa_1\kappa_2} = \Delta_{k0}(\mathbf{p}_1)\delta_{p_1,-p_2}(\sigma_k\sigma_2)_{\sigma_1,\sigma_2}(\tau_2)_{a_1,a_2}, \quad \Delta_{k0}(-\mathbf{p}) = \Delta_{k0}(\mathbf{p}).$$

С целью упрощения записи дальнейших формул будем использовать обозначения

$$\mathbf{g}_p \equiv (g_{10}(\mathbf{p}), g_{20}(\mathbf{p}), g_{30}(\mathbf{p})), \quad \Delta_p \equiv (\Delta_{10}(\mathbf{p}), \Delta_{20}(\mathbf{p}), \Delta_{30}(\mathbf{p})).$$

Для решения уравнения (4.3), определяющего матрицу  $X$ , нам необходимо знать структуру величины  $\xi$  в спиновом и изотопическом пространствах. Согласно (2.2), (4.2), эта структура определяется видом функционала энергии  $E(f, g)$ . В случае триплет-синглетного спаривания нуклонов зададим функционал  $E(f, g)$  формулой (ср. с общим выражением (2.8)–(2.11))

$$E(f, g) = 4 \sum_{\mathbf{p}} \varepsilon_0(\mathbf{p})f_{\mathbf{p}}^0 + \frac{2}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}}^0 U_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_{\mathbf{p}'}^0 + \frac{2}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \mathbf{g}_{\mathbf{p}}^* V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \mathbf{g}_{\mathbf{p}'}, \quad f_{\mathbf{p}}^0 \equiv f_{00}(\mathbf{p}). \quad (4.5)$$

Здесь мы предполагаем, что обменным взаимодействием в нормальной части ферми-жидкостной энергии, в силу малости намагнитченности, можно пренебречь (не путать с микроскопическим спиновым обменным взаимодействием нуклонов, учитываемом в потенциалах Скирма через посредство параметров  $x_i$ ). Из (4.5) с учетом (2.13), (2.14), (4.2) следует, что величина  $\xi$  в случае симметричной ядерной материи ( $Y_{4a} = Y_{4b} = Y_4$ ) пропорциональна единичным матрицам в спиновом и изотопическом пространствах:

$$\xi_{\kappa_1\kappa_2} = \xi_{p_1} \delta_{p_1,p_2} (\sigma_0)_{\sigma_1,\sigma_2} (\tau_0)_{a_1,a_2},$$

где

$$\xi_p = \varepsilon_0(\mathbf{p}) + \frac{Y_4}{Y_0} + \frac{2}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{p}'} U_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_{\mathbf{p}'}^0. \quad (4.6)$$

Тогда, решая уравнение (4.3) и учитывая формулу (4.1), для аномальной функции распределения будем иметь [35]

$$\mathbf{g}_p = \frac{1}{2\zeta_p G_p} \left\{ \frac{1}{2} (1 - n_p^0 - n_{-p}^0) [(2\zeta_p^2 - \Delta_p \Delta_p^*) \Delta_p + (\Delta_p^2) \Delta_p^*] + \right. \\ \left. + \frac{n_p^{\parallel} + n_{-p}^{\parallel}}{|\Delta_p \Delta_p^*|} \zeta_p^2 \left[ \left( 2 \left( \zeta_p^2 - \frac{1}{4} (\xi_p + \xi_{-p})^2 \right) - \Delta_p \Delta_p^* \right) \Delta_p - (\Delta_p)^2 \Delta_p^* \right] \right\}. \quad (4.7)$$

Здесь

$$n_p^0 = \frac{1}{2}(n_p^+ + n_p^-), \quad n_p^{\parallel} = \frac{1}{2}(n_p^+ - n_p^-), \quad n_p^{\pm} = \left\{ \exp \left[ Y_0 \left( -\zeta_p + \frac{\xi_p - \xi_{-p}}{2} \pm \frac{|\Delta_p \Delta_p^*|}{2\zeta_p} \right) \right] + 1 \right\}^{-1}$$

и величины  $\zeta_p, G_p$  определяются формулами

$$\zeta_p^2 = \frac{1}{2} \left[ \Delta_p \Delta_p^* + \frac{1}{4}(\xi_p + \xi_{-p})^2 + G_p \right], \quad G_p = \sqrt{\left[ \Delta_p \Delta_p^* + \frac{1}{4}(\xi_p + \xi_{-p})^2 \right]^2 - |\Delta_p \Delta_p^*|^2}.$$

Структура нормальной функции распределения  $f$  в импульсном, спиновом и изотопическом пространствах определяется выражением

$$f_{k_1 k_2} = [f_{p_1}^0 \delta_{\sigma_1, \sigma_2} + \mathbf{f}_{p_1}(\boldsymbol{\sigma})_{\sigma_1, \sigma_2}] \delta_{p_1, p_2} \delta_{a_1, a_2}, \quad \mathbf{f}_p \equiv f_{k0}(\mathbf{p}),$$

где, как следует из (4.1) и решения уравнения (4.3), функции  $f_p^0$  и  $\mathbf{f}_p$  имеют вид

$$f_p^0 = \frac{1}{2G_p} \left\{ (1 + n_p^0 - n_{-p}^0)G_p + \frac{\zeta_p}{2}(\xi_p + \xi_{-p}) \times \right. \\ \left. \times \left[ 1 - n_p^0 - n_{-p}^0 + \frac{2[\zeta_p^2 - (1/4)(\xi_p + \xi_{-p})^2 - \Delta_p \Delta_p^*]}{|\Delta_p \Delta_p^*|} (n_p^{\parallel} + n_{-p}^{\parallel}) \right] \right\}, \quad (4.8)$$

$$\mathbf{f}_p = -\frac{i[\Delta_p \Delta_p^*]}{2G_p} \left\{ \frac{\xi_p + \xi_{-p}}{4\zeta_p} \left[ 1 - n_p^0 - n_{-p}^0 - \frac{2\zeta_p^2}{|\Delta_p \Delta_p^*|} (n_p^{\parallel} + n_{-p}^{\parallel}) \right] + \frac{1}{|\Delta_p \Delta_p^*|} (n_p^{\parallel} - n_{-p}^{\parallel}) \right\}. \quad (4.9)$$

Таким образом, согласно (2.15), (4.6)–(4.9), величины  $\xi_p$  и  $\Delta_p$  должны находиться из уравнений

$$\xi_p = \varepsilon_0(\mathbf{p}) + \frac{Y_4}{Y_0} + \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{p'} \frac{U_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}')}{G_{p'}} \left\{ (1 + n_{p'}^0 - n_{-p'}^0)G_{p'} + \frac{\zeta_{p'}}{2}(\xi_{p'} + \xi_{-p'}) \times \right. \\ \left. \times \left[ 1 - n_{p'}^0 - n_{-p'}^0 + \frac{2(\zeta_{p'}^2 - (1/4)(\xi_{p'} + \xi_{-p'})^2 - \Delta_{p'} \Delta_{p'}^*)}{|\Delta_{p'} \Delta_{p'}^*|} (n_{p'}^{\parallel} + n_{-p'}^{\parallel}) \right] \right\}, \quad (4.10)$$

$$\Delta_p = \frac{1}{2\mathcal{V}} \sum_{p'} \frac{V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}')}{\zeta_{p'} G_{p'}} \left\{ \frac{1}{2}(1 - n_{p'}^0 - n_{-p'}^0) [(2\zeta_{p'}^2 - \Delta_{p'} \Delta_{p'}^*)\Delta_{p'} + \Delta_{p'}^2 \Delta_{p'}^*] + \right. \\ \left. + \frac{n_{p'}^{\parallel} + n_{-p'}^{\parallel}}{|\Delta_{p'} \Delta_{p'}^*|} \zeta_{p'}^2 \left[ \left( 2 \left( \zeta_{p'}^2 - \frac{1}{4}(\xi_{p'} + \xi_{-p'})^2 \right) - \Delta_{p'} \Delta_{p'}^* \right) \Delta_{p'} - \Delta_{p'}^2 \Delta_{p'}^* \right] \right\}. \quad (4.11)$$

Эти уравнения полностью решают общую задачу о триплет-синглетном спаривании нуклонов в сверхтекучей ядерной материи. В формулах (4.11) не предполагается какая-либо конкретная структура амплитуд взаимодействия, а требуется лишь выполнение свойств симметрии (2.16). В принципе, уравнения (4.10), (4.11) для определения величин  $\xi_p, \Delta_p$  должны решаться совместно. Мы, однако, будем пренебрегать влиянием конечности щели на величину  $\xi$  в уравнении (4.10) и поэтому будем полагать  $\xi_p = (p^2 - p_F^2)/2m^*$ .

Рассмотрим сначала состояния сверхтекучей ядерной материи, для которых произведение  $\Delta\Delta^+$  пропорционально единичной матрице в спиновом пространстве (что эквивалентно выполнению условия  $[\Delta_p\Delta_p^*] = 0$ ). Такие состояния называются унитарными. Унитарные состояния характеризуются нулевой проекцией полного спина пары нуклонов на ось квантования в спиновом пространстве. Параметр порядка для унитарных состояний имеет вид  $\Delta_p = d\Delta_p$ , где  $d$  — вещественный единичный вектор, направленный по оси квантования, и величина  $\Delta_p$ , как следует из (4.11), удовлетворяет уравнению

$$\Delta_p = -\frac{1}{2\mathcal{V}} \sum_{p'} V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Delta_{p'}}{E_{p'}} \operatorname{th} \frac{Y_0 E_{p'}}{2}, \quad E_p = \sqrt{\xi_p^2 + |\Delta_p|^2}. \quad (4.12)$$

Это уравнение имеет вид уравнения БКШ и обладает ненулевыми решениями  $\Delta_p \neq 0$  при температурах  $T < T_c(30)$ , где  $T_c(30)$  — критическая температура триплет-синглетного фазового перехода, определяемая уравнением (3.18). Потенциал  $V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  в уравнении (4.12) имеет, согласно (3.21), структуру

$$V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = a_1 + b_1(\mathbf{p}^2 + \mathbf{p}'^2), \quad p, p' \leq p_0.$$

Отсюда следует структура энергетической щели  $\Delta_p$ :

$$\Delta_p = \Delta_1 + \Delta_2 p^2, \quad p \leq p_0. \quad (4.13)$$

Решая уравнение (4.12) при  $T = 0$  в предположении, что  $\Delta_{p_F}/\varepsilon_F \ll 1$ , получим обычную связь между энергетической щелью  $\Delta_{p_F}$  на поверхности Ферми и температурой перехода  $T_c(30)$ :

$$\Delta_{p_F}(T = 0) = \frac{\pi}{\gamma} T_c(30),$$

где  $T_c(30)$  определяется формулой (3.27). В общем случае решение уравнения (4.12) может быть найдено только численно. Результаты численного интегрирования для щели при  $T = 0$ ,  $p = p_F$  представлены на рис. 2а. Видно, что потенциалы SkM, SkM\*, RATP дают близкие значения для  $\Delta_{p_F}(T = 0)$  в отличие от потенциала Ska, для которого получаются несколько меньшие значения. В табл. 2 приведены значения энергетической щели для различных вариантов взаимодействия Скирма при плотности, равной плотности насыщения  $\rho_\infty$ .

Рассмотрим теперь состояния сверхтекучей ядерной материи, для которых произведение  $\Delta\Delta^+$  не сводится к единичной матрице в спиновом пространстве. Такие состояния называются неунитарными. К неунитарным состояниям относятся, в частности, состояния с проекцией полного спина пары нуклонов на ось квантования, равной  $\pm 1$ . Для таких состояний параметр порядка  $\Delta_p$  имеет вид

$$\Delta_p = \mathbf{d}^{(\pm)} \Delta_p, \quad \mathbf{d}^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mp i \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2), \quad (4.14)$$

где  $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$  — некоторые вещественные ортонормированные векторы. Верхний знак в (4.14) соответствует проекции  $S_z = +1$ , нижний — проекции  $S_z = -1$ .

Зависимость величины  $\Delta_p$  от импульса, как следует из (4.11), находится из уравнения

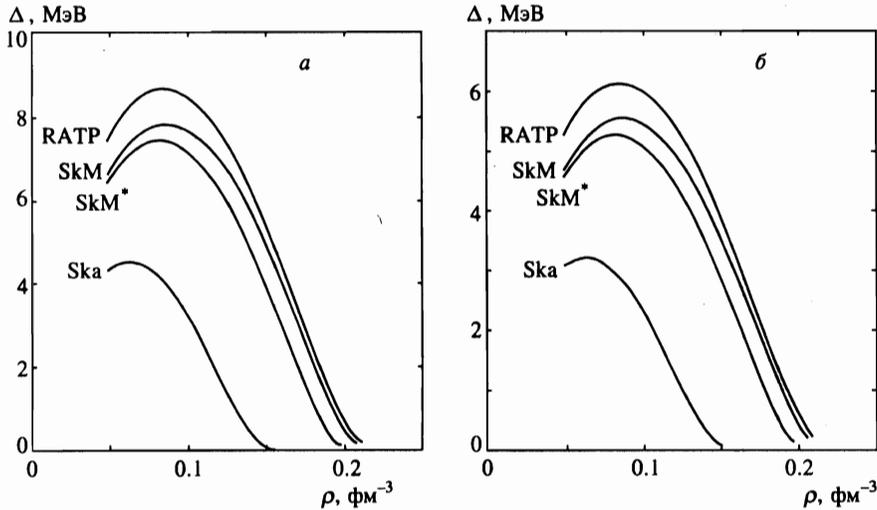


Рис. 2. Энергетическая щель как функция плотности для унитарных (а) и не-унитарных (б) состояний

$$\Delta_p = -\frac{1}{4\mathcal{V}} \sum_{p'} \frac{V_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}')}{G_{p'} E_{p'}} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \text{th} \frac{Y_0(2E_{p'}^2 + |\Delta_{p'}|^2)}{4E_{p'}} + \text{th} \frac{Y_0(2E_{p'}^2 - |\Delta_{p'}|^2)}{4E_{p'}} \right] (2E_{p'}^2 - |\Delta_{p'}|^2) + \left[ \text{th} \frac{Y_0(2E_{p'}^2 + |\Delta_{p'}|^2)}{4E_{p'}} - \text{th} \frac{Y_0(2E_{p'}^2 - |\Delta_{p'}|^2)}{4E_{p'}} \right] \frac{E_{p'}^2}{|\Delta_{p'}|^2} [2(E_{p'}^2 - \xi_{p'}^2) - |\Delta_{p'}|^2] \right\} \Delta_{p'}, \quad (4.15)$$

где

$$G_p = \xi_p^2 \sqrt{1 + 2 \frac{|\Delta_p|^2}{\xi_p^2}}, \quad E_p = \sqrt{\frac{1}{2}(\Delta_p^2 + \xi_p^2 + G_p)}.$$

При  $\Delta_p \rightarrow 0$  уравнение (4.15) переходит в уравнение (3.18) для определения температуры перехода в сверхтекучую фазу с триплет-синглетным спариванием нуклонов. Как и в случае унитарных состояний, решение уравнения (4.15) следует искать в виде (4.13). На рис. 2б приведены результаты численного расчета энергетической щели для неунитарных состояний сверхтекучей ядерной материи при  $T = 0$ ,  $p = p_F$ . Из сравнения рис. 2а и б видно, что величина щели для неунитарных состояний при тех же плотностях меньше величины щели для унитарных состояний. В табл. 2 приведены значения щели  $\Delta_{p_F}(T = 0)$  в случае неунитарных состояний для различных потенциалов Скирма при плотности, равной плотности насыщения. В связи с рассмотрением неунитарных состояний в спиновом пространстве отметим, что переход в соответствующую сверхтекучую фазу сопровождается одновременно появлением спонтанной намагниченности в сверхтекучей ядерной материи, что обусловлено упорядочением спинов спаривающихся нуклонов. Плотность намагниченности  $\mathbf{m}$  определяется выражением

$$\mathbf{m} = \text{Sp}_\kappa \mu f, \quad \mu = \frac{1}{2}(1 + \tau_3)\mu_p \sigma + \frac{1}{2}(1 - \tau_3)\mu_n \sigma, \quad (4.16)$$

где  $\mu$  — оператор магнитного момента нуклона,  $\mu_p, \mu_n$  — магнитные моменты соответственно протона и нейтрона,  $f$  — нормальная функция распределения нуклонов.

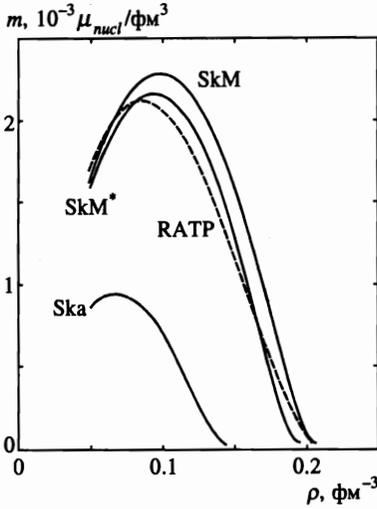


Рис. 3. Плотность намагниченности как функция плотности для неунитарных состояний в случае триплет-синглетного спаривания нуклонов (кривая, соответствующая потенциалу RATP, изображена штриховой линией)

Вычисляя след в (4.16), для плотности намагниченности  $m$  при  $T = 0$  имеем

$$m = -(\mu_p + \mu_n) \sum_{p \leq p_0} \frac{\xi_p |\Delta_p|^2}{E_p G_p}. \tag{4.17}$$

Результаты численного интегрирования для  $m$  представлены на рис. 3. Видно, что плотность намагниченности сравнительно мала (в перерасчете на нуклон  $\sim (0.006-0.008)\mu_{nucl}$  для плотности, равной плотности насыщения, в случае потенциалов SkM, SkM\*, RATP и  $9.1 \cdot 10^{-7}\mu_{nucl}$  для потенциала Ska;  $\mu_{nucl}$  — ядерный магнетон). Это объясняется тем, что, с одной стороны, в рассматриваемой сверхтекучей фазе спариваются протон и нейтрон, магнитные моменты которых направлены противоположно, а с другой стороны, по-видимому, большая часть ядерной материи находится в нормальном состоянии.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, нами рассмотрена полуфеноменологическая теория сверхтекучей ядерной материи на основе концепции ферми-жидкости Ландау. Проведена классификация различных сверхтекучих фаз симметричной ядерной материи и получены уравнения для определения соответствующих критических температур. В теории сверхтекучей ферми-жидкости нормальные и аномальные амплитуды взаимодействия Ландау, трактуемые феноменологически, рассматриваются как независимые и полученные уравнения не предполагают какой-либо связи между нормальными и аномальными ферми-жидкостными амплитудами. Однако, для того чтобы дать некоторую количественную оценку ферми-жидкостных амплитуд, мы используем главное приближение по взаимодействию и выражаем нормальные и аномальные ферми-жидкостные амплитуды через параметры эффективного взаимодействия между нуклонами. В качестве потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия выбирается эффективное взаимодействие Скирма

с последними известными из литературы значениями феноменологических параметров (потенциалы  $S_{ka}$ ,  $S_{kM}$ ,  $S_{kM^*}$ ,  $RATP$ ). Отметим, что мы явно выделяем спиновую и изотопическую структуры потенциала взаимодействия, что позволяет легко проследить за спиновой и изотопической структурами пары спаривающихся нуклонов.

Анализ температур перехода в различные сверхтекучие фазы симметричной ядерной материи показывает, что имеется возможность фазовых переходов по плотности из триплет-синглетной сверхтекучей фазы в синглет-синглетную или триплет-триплетную (потенциалы  $S_{kM}$ ,  $S_{kM^*}$ ) или из триплет-синглетной фазы в триплет-триплетную (потенциал  $RATP$ ). Для потенциала  $S_{ka}$  переход из триплет-синглетной фазы в синглет-синглетную или триплет-триплетную возможен только лишь через нормальную фазу.

В рассматриваемой нами ферми-жидкостной модели сверхтекучей ядерной материи с эффективным взаимодействием Скирма в качестве потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия мы приходим к выводу, что при плотностях, близких к плотности насыщения ядерной материи, реализуется триплет-синглетная сверхтекучая фаза (спариваются протон и нейтрон в триплетном спиновом состоянии). Хотя этот результат может показаться несколько неожиданным (в атомных ядрах реализуется синглетное спиновое спаривание), имеется целый ряд работ по сверхтекучести ядерной материи, где изучается триплетное по спину спаривание нуклонов (с использованием других потенциалов взаимодействия; см. ссылки во Введении).

Для триплет-синглетной сверхтекучей фазы возможны унитарные и неунитарные по спину состояния спаривающихся протона и нейтрона (проекция суммарного спина  $S_z$  равна соответственно  $S_z = 0$  и  $S_z = \pm 1$ ). Найдена зависимость от плотности для энергетической щели при  $T = 0$  в унитарном и неунитарном случаях. Для неунитарных состояний переход в сверхтекучую фазу сопровождается появлением спонтанной намагниченности, которая, однако, относительно невелика (см. табл. 2).

В качестве других проблем, связанных с изучением сверхтекучей ядерной материи, отметим исследование влияния асимметрии ядерной материи на температуру перехода и энергетическую щель для различных сверхтекучих фаз (асимметричная ядерная материя), вопрос влияния связанных состояний нуклонов (дейтронов) [20, 36, 37] на сверхтекучие свойства [27], а также построение уравнений гидродинамики и изучение кинетических явлений [38].

В заключение считаем своим приятным долгом выразить глубокую благодарность за дискуссии и обсуждение результатов работы проф. Г. Репке и проф. П. Шук.

## Литература

1. A. Bohr, B. Mottelson, and D. Pines, *Phys. Rev.* **110**, 936 (1958).
2. S. T. Belyaev, *Mat.-Phys. Meddl. Dan. Vid. Selsk* **31**, 11 (1959).
3. Н. Н. Боголюбов, *ДАН СССР* **119**, 52 (1958).
4. В. Г. Соловьев, *ЖЭТФ* **35**, 823 (1958); **36**, 1869 (1959); V. G. Solov'ev, *Nucl. Phys.* **9**, 655 (1958).
5. В. Г. Соловьев, *Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер*, Атомиздат, Москва (1963).
6. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **30**, 1058 (1956); **32**, 59 (1957).
7. J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **106**, 162 (1957); **108**, 1175 (1957).

8. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
9. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков, *Новый метод в теории сверхпроводимости*, АН СССР, Москва (1958).
10. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, Наука, Москва (1965).
11. В. Г. Соловьев, *Теория атомного ядра: Ядерные модели*, Энергоиздат, Москва (1981).
12. Th. Alm, G. Röpke, and M. Schmidt, *Z. Phys. A* **337**, 355 (1990).
13. L. Amundsen and E. Ostgaard, *Nucl. Phys. A* **437**, 487 (1985).
14. R. K. Su, S. D. Yang, and T. T. S. Kuo, *Phys. Rev. C* **35**, 1539 (1987); M. F. Jiang and T. T. S. Kuo, *Nucl. Phys. A* **481**, 294 (1988).
15. M. Baldo, J. Cugnon, A. Lejeune et al., *Nucl. Phys. A* **515**, 409 (1990).
16. J. M. Chen, J. W. Clark, E. Krotschek et al., *Nucl. Phys. A* **451**, 509 (1986).
17. R. Tamagaki, *Prog. Theor. Phys.* **44**, 905 (1970).
18. L. Amundsen and E. Ostgaard, *Nucl. Phys. A* **442**, 163 (1985).
19. A. Sedrakian, G. Röpke, and T. Alm, *Nucl. Phys. A* **594**, 355 (1995).
20. Th. Alm, B. L. Friman, G. Röpke et al., *Nucl. Phys. A* **551**, 45 (1993).
21. Th. Alm, G. Röpke, A. Sedrakian et al., Preprint MPG-VT-UR 66/95 (1995).
22. Т. Н. Р. Скурге, *Nucl. Phys.* **9**, 615 (1959).
23. D. Vautherin and D. M. Brink, *Phys. Rev. C* **5**, 626 (1972); Б. И. Барц, Ю. Л. Болотин, Е. В. Инопин, В. Ю. Гончар, *Метод Хартри-Фока в теории ядра*, Наукова Думка, Киев (1982).
24. M. Brack, C. Guet, and H.-В. Hakansson, *Phys. Rep.* **123**, 275 (1985).
25. А. И. Ахиезер, В. В. Красильников, С. В. Пелетминский et al., *Phys. Rep.* **245**, 1 (1994).
26. В. В. Красильников, С. В. Пелетминский, and А. А. Yatsenko, *Physica A* **162**, 513 (1990).
27. А. И. Ахиезер, С. В. Пелетминский, and А. А. Yatsenko, *Phys. Lett. A* **151**, 99 (1990).
28. А. И. Ахиезер, В. В. Красильников, С. В. Пелетминский и др., *УФН* **163**, В. 2, 1 (1993).
29. Н. London and F. London, *Proc. Roy. Soc. A* **149**, 71 (1935).
30. В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **20**, 1064 (1950).
31. Г. М. Элиашберг, *ЖЭТФ* **39**, 1437 (1960).
32. Л. П. Горьков, *ЖЭТФ* **34**, 1918 (1958).
33. А. И. Ахиезер, С. В. Пелетминский, *Методы статистической физики*, Наука, Москва (1977).
34. Д. М. Седракан, К. М. Шахабасян, *УФН* **161**, В. 7, 3 (1991).
35. А. А. Исаев, С. В. Пелетминский, *Укр. физ. журн.* **37**, 952 (1992).
36. M. Baldo, U. Lombardo, and P. Schuck, *Phys. Rev. C* **52**, 975 (1995).
37. G. Röpke, *Ann. Phys.* **3**, 145 (1994).
38. K. Morawetz and D. Kremp, *Z. für Phys. A* **351**, 157 (1995).