ЖЭТФ, 1997, том 111, вып. 6, стр. 2001–2015

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И НАРУШЕНИЕ ПРЕЦИЗИОННОЙ КУМУЛЯЦИИ ПОЛОСТЕЙ И ПОТОКОВ ВЕЩЕСТВА В ПОЛЕ СИЛ ТЯЖЕСТИ, ИНЕРЦИИ И ИНЫХ ДИПОЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Г. А. Аскарьян, *И. В. Соколов*

Институт общей физики Российской академии наук
117942, Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 сентября 1996 г.

Рассмотрено поэтапно влияние сил тяжести и инерции на прецизионную кумуляцию полостей, быстрых потоков вещества, детонационных и ударных волн. Отмечены возможные действия этих сил на движения масс и волн, изменяющие их скорости, направления и структуру, и на свойства среды перед волнами, влияющие на изменения их параметров и рефракцию. Показаны преимущества экспериментов с прецизионной кумуляцией в невесомости.

1. ВВЕДЕНИЕ

Кумуляция — одно из наиболее интересных направлений науки и техники — перешла в последние годы в новые области маломасштабных процессов, сверхбольших плотностей, температур и давлений. Помимо многочисленных работ по лазерному термоядерному синтезу достаточно упомянуть успешные попытки получения вспышек термоядерных нейтронов с помощью сходящихся быстрых потоков вещества, разогнанных кумуляцией взрывчатого вещества, инициированной одновременным взрывом его внешней поверхности [1], получение сверхсильных магнитных полей при сжатии лайнеров, сгребающих магнитное поле с плазмой и без нее, уже давно назревшие возможности создания микрокритических масс делящихся веществ и микроядерных взрывов [2], ускорения частиц, генерации мезонов и нейтрино и т. п. [2, 3].

Речь идет фактически об увеличении плотности энергии в тысячи и более раз по сравнению с известной ранее кумуляцией во взрывной, военной и ультразвуковой областях за счет перехода к малым размерам фокусов и большим плотностям энергии. Однако на пути к таким маломасштабным процессам встречается ряд трудностей, связанных с нарушением симметрии кумуляции. Большей частью они банальны и технологически устранимы. Нас же будет в первую очередь интересовать трудноустранимое влияние силы тяжести и инерции на протекающие процессы.

Величина ускорения g сил тяжести и инерции может меняться в широких пределах — от $g = g_0 = 10^3$ см/с^2 (поле гравитации на Земле) до $g \sim (10\text{–}10^4)g_0$ при торможении быстрого тела в газовой или плотной среде и до $g = 0$ в невесомости.

Влияние этих сил может быть выражено в виде прямого воздействия на вовлекаемые в кумуляцию элементы среды, через изменение исходных свойств среды, по которой пойдет ударная или детонационная волна; наконец, воздействие силы во внешней части течения может приводить к накоплению возмущения и развитию неустойчивости во внутренних областях [4].

Упомянутая неустойчивость оказалась характерной для многих кумулятивных систем и не сводится к рэлей-тейлоровской или к рихтмайер-мешковской неустойчивостям. Она приводит к росту дипольных гармоник возмущения и самым тесным образом связана с силой тяжести — с одной стороны, неустойчивость может возбуждаться действием силы тяжести, с другой стороны, само наличие дипольного возмущения, даже если оно вызвано иными причинами (например, наличием градиента внешнего давления), часто может быть учтено введением в уравнения эффективной массовой силы типа силы тяжести. В этом последнем случае эффективное ускорение g может достигать $(10^5\text{–}10^6)g_0$.

Легко оценить влияние ускорения g на простейшую систему «импакт», когда невзаимодействующие частицы, первоначально расположенные на сфере с начальным радиусом R_0, слетаются к центру со скоростью V_0. Они столкнутся в точке, смещенной вниз от центра симметрии на расстояние

$$\Delta x = \frac{1}{2} g\tau^2, \quad \tau = R_0/V_0,$$

со скоростями, различающимися на $\delta V \sim 2V_0 \Delta x/R_0$. При использовании сталкивающихся частиц или волн для обжатия мишени такой диссонанс может проявиться на последней стадии сжатия, где нужна и существенна высокая степень симметрии воздействия.

При гидродинамической кумуляции ситуация принципиально иная в том смысле, что аналогичная оценка $\Delta x \sim g\tau^2$, τ — характерное время, может оказаться неправильной даже по порядку величины, причем действие силы тяжести может смещать точку кумуляции вверх, а не вниз.

К прямому воздействию силы тяжести можно отнести также начальную деформацию из-за силы тяжести. В данной работе этот эффект не обсуждается, хотя в некоторых случаях проблема его устранения кажется нетривиальной. Скажем, пузырек в жидкости, захлопывание которого является одним из примеров кумулятивного течения, можно считать сферическим, лишь если его размер мал по сравнению с так называемой капиллярной постоянной $k = \sqrt{2\sigma/g\rho_0}$, где σ — поверхностное натяжение, ρ_0 — плотность. Для воды $k \cong 0.4$ см. Если речь идет о начальных размерах пузырька ≥ 0.1 см, то искажения его формы нельзя считать малыми, тем более что, как показано ниже, при схлопывании пузырька эти искажения нарастают. При попытке стабилизировать начальную форму и начальное положение пузырька с помощью оболочек возникает задача учета влияния остатков этих оболочек на конечный результат кумуляции.

2. ВЛИЯНИЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА СИММЕТРИЮ СХЛОПЫВАНИЯ ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОСТИ

Одна из старых проблем кумуляции — схлопывание пузырька в жидкости под действием внешнего давления [5, 6] или резонансной раскачки цугом импульсов до малых размеров [7]. Такие динамичные пузырьки давно проявили себя как источники сильных ударных волн в акустике, ультразвуковой технологии, судовой практике. Они используются для обработки или разрушения поверхности, ускорения химических реакций, воздействия на среды, физические и биофизические процессы и структуры и т. п. Но это было на уровне давлений до кБар. Как поведут себя такие пузырьки при попытках получить давления в тысячи раз большие?

Прежде всего оценим, при каких начальных и конечных давлениях и размерах пузырька следует ожидать высоких скоростей схлопывания.

Для ориентировочных оценок примем модель несжимаемой жидкости. Условие несжимаемости при давлениях $\leq$ МБар не соблюдается для таких жидкостей как вода, но есть, например, ртуть, атомы которой многоэлектронны и потому плохо сжимаются, а также есть «твердые» тела, которые ведут себя при больших давлениях как жидкости с малой сжимаемостью. Сжатие полостей в первоначально твердых телах, превращающихся при больших давлениях в жидкость, лишено трудностей с начальной деформацией и начальным движением из-за архимедовой силы.

Приведем полезный для дальнейшего вывод выражения для скорости схлопывания из энергетических соображений. Пусть сферический пустой пузырек с начальным радиусом R_0 и текущим радиусом $R(t)$ захлопывается под действием давления P_0, приложенного к внешней удаленной поверхности несжимаемой жидкости с плотностью ρ_0. Работа, совершаемая внешним давлением, равна в каждый момент времени произведению P_0 на величину изменения объема, ограниченного внешней поверхностью жидкости, равную, с учетом несжимаемости, объему сжатия полости:

$$A = 4\pi P_0(R_0^3 - R^3)/3.$$

Эта работа равна кинетической энергии K жидкости, приходящей в движение при схлопывании пузырька. Поскольку в несжимаемой жидкости для данного момента времени скорость сферически-симметричного течения $v(r)$ удовлетворяет соотношению $vr^2 = \text{const}$, где r — расстояние от точки до центра, интегрирование по объему дает

$$K = 4\pi\rho R^3 \frac{\dot{R}^2}{2}.$$

Приравняв A и K, легко получаем известное выражение для скорости стенок полости [5, 6]:

$$\dot{R} = \sqrt{\frac{2P_0}{3\rho_0}\left(\frac{R_0^3}{R^3} - 1\right)}.$$

При малых R получаем $\dot{R} \sim R^{-3/2}$ и $K = \text{const}$. Таким образом, пузырек в несжимаемой жидкости действует как идеальный трансформатор работы, совершаемой внешним давлением, в кинетическую энергию движения жидкости, локализованную в малом объеме $\sim 4\pi R^3$. Ускорение внутренней поверхности растет как

$$\ddot{R} = \dot{R}\frac{d\dot{R}}{dR} = -\frac{P_0 R_0^3}{\rho_0 R^4}.$$

Равное нулю на внутренней поверхности давление нарастает в глубь жидкости с градиентом $\partial P/\partial r \sim \rho_0 \ddot{R}$, так что на расстояниях $\sim R$ от поверхности возникает давление

$$P \sim R\partial P/\partial r \sim P_0(R_0/R)^3.$$

При $R \to 0$ имеем $P \gg P_0$ в чудовищное число раз (но вспомним о несовершенстве модели несжимаемой жидкости). Нарастающее инерционное сжатие приповерхностного слоя вещества под действием высокого давления $P \gg P_0$ аналогично первой (адиабатической) стадии сжатия вещества программируемым лазерным импульсом, который обеспечивает нарастание и убыстрение сжатия до завершающего пика воздействия на сверхсжатое вещество.

Легко учесть влияние газа, находящегося внутри пузырька. При скоростях схлопывания, превышающих скорость звука в газе, следует учитывать образование в газе ударной волны (численные расчеты такого течения проведены в [8]). Если сжимающая газ граница пузырька ускоренно движется к центру, то, как хорошо известно из теории пинч-эффекта в плазме, сгребаемый оболочкой газ оказывается локализованным в тонком слое вблизи оболочки, который отделен фронтом ударной волны от невозмущенного газа. Кинетическую энергию этого слоя можно считать равной $4\pi\rho_g(R_0^3-R^3)\dot{R}^2/3$, ρ_g — начальная плотность газа, внутренняя же энергия газа, сжатого сильной ударной волной, обычно порядка кинетической. При $R \le R_m = R_0(\rho_g/\rho_0)^{1/3}$ эффективная масса вовлекаемой в движение жидкости становится меньше массы газа. При этом большая часть энергии движения оказывается переданной газу и рост плотности энергии ограничивается в силу конечности массы газа. Сходящаяся ударная волна в газе на этих масштабах должна отрываться от границы пузырька и ее дальнейшая кумуляция [5, 6, 9] не связана с движением стенок пузырька, но наследует все искажения его формы.

Существование критического масштаба R_m приводит к важному ограничению на степень объемного сжатия газа в пузырьке: она не может существенно превышать отношение начальных плотностей жидкости и газа или, что то же самое, максимально достижимая средняя плотность газа в пузырьке порядка плотности сжимающей его жидкости. Это ограничение является более жестким по сравнению с обычно анализируемым в гидроакустике случаем адиабатического сжатия воздушного пузырька в воде.

Принимая для оценок $P_0 \sim 1$ МБар, $\rho_g \sim 10^{-2}$ г/см^3, $\rho_0 \sim 10$ г/см^3 и $R_0 \sim 10$ см, мы получили бы на масштабах порядка 1 см скорости схлопывания порядка 10^7 см/с и плотность сжатого газа ~ 10 г/см^3, что может представлять интерес для управляемого термоядерного синтеза.

Принятые величины мы взяли для примера взрывного инициирования в качестве характерных, имея в виду дальнейшую необходимость учета как сжимаемости жидкости, так и, вообще говоря, ряда плазменных эффектов на границе раздела жидкость — плазма. При всей ограниченности модели несжимаемой жидкости она, тем не менее, позволяет весьма просто произвести учет действия силы тяжести на процесс кумуляции пузырька.

Причиной нарушения кумуляции может быть не только непосредственно гравитационное воздействие, но и перепад давления на внешней поверхности жидкости, т. е. малая асимметрия в распределении P_0. Такая асимметрия может приводить к ненулевому значению действующей на жидкость полной силы, под действием которой жидкость в целом приобретает инерциальное ускорение. В силу принципа эквивалентности воздействие такого ускорения можно описывать эффективным гравитационным ускорением, определяемым, как нетрудно понять, следующим выражением:

$$\mathbf{g}_{eq} = -\frac{\oint P_0 \mathbf{n}\, dS}{\int \rho_0 dV},$$

где поверхностный интеграл берется по внешней поверхности жидкости, единичный вектор направлен по нормали к поверхности внутрь жидкости, а объемный интеграл берется по всему объему жидкости. Возможен также случай, когда давление на внешней поверхности хотя и однородно, но «включается» на различных участках поверхности неодновременно. В этом случае эффективное ускорение действует в течение времени включения.

Чтобы изучить воздействие ускорения силы тяжести, реальной или эффективной, на схлопывание пузырька, рассмотрим следующую задачу. Пусть в несжимаемой жидкости, покоящейся в начальный момент времени $t = 0$, имелась пустая сферическая полость радиуса R_0. Жидкость приходит в движение под действием существующего в ней давления, и полость захлопывается. Найдем возникающее течение с учетом силы тяжести.

Поскольку сила тяжести потенциальна, а завихренность в жидкости в начальный момент времени отсутствовала, искомое течение будет потенциальным. Запишем условия потенциальности, несжимаемости и уравнение Эйлера [6]:

$$\mathbf{u} = \operatorname{grad}\varphi, \quad \Delta\varphi = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho}\operatorname{grad}P + \mathbf{g}. \tag{2.1}$$

Здесь $\mathbf{u}$, φ, P, ρ — соответственно скорости, давление и плотность. Проинтегрируем уравнение Эйлера по пространству, полагая, что на больших расстояниях от пузырька потенциал скорости равен нулю и распределение давления совпадает с гидростатическим:

$$P\Big|_{|\mathbf{x}|\to\infty} = P_0 + \rho\mathbf{g}\mathbf{x},$$

$P_0 = \text{const}$, $\mathbf{x}$ — радиус-вектор. Имеем

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}\operatorname{grad}^2\varphi + \frac{P - P_0}{\rho} = \mathbf{g}\mathbf{x}. \tag{2.2}$$

Введем систему сферических координат r, θ, начало которой совпадает с центром сферической полости в начальный момент времени, а ось $\theta = 0$ направлена вверх (против силы тяжести). Азимутальный угол не вводится, поскольку течение от него, очевидно, не зависит. Уравнение поверхности пузырька может быть представлено в виде $r = r_m(\theta, t)$. Разложим функцию $1/r_m(\theta, t)$ в ряд по полиномам Лежандра $P_n(\cos\theta)$ и одновременно разложим гармоническую (удовлетворяющую уравнению Лапласа) функцию потенциала скорости в ряд по шаровым функциям

$$\frac{1}{r_m} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t)P_n(\cos\theta), \quad \varphi = \sum_{n=0}^{\infty} b_n(t)P_n(\cos\theta)\left(\frac{1}{r}\right)^{n+1}. \tag{2.3}$$

Для получения уравнений для определения коэффициентов a_n, b_n используется тождество

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r_m}\right) = -\left(\frac{1}{r_m}\right)^2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{r_m}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right)\Bigg|_{r=r_m}. \tag{2.4}$$

Для вывода (2.4) необходимо временно перейти на поверхности $r = r_m$ к лагранжевым координатам t, ξ (см. [6]), обладающим тем свойством, что точка границы с фиксированным ξ совпадает во все моменты времени с одним и тем же элементом жидкости и, следовательно, перемещается в пространстве со скоростью $\mathbf{u}$. Используя известное дифференциальное выражение для преобразования от координат θ, t к координатам ξ, t:

$$\left(\frac{\partial r_m}{\partial t}\right)_\theta = \left(\frac{\partial r_m}{\partial t}\right)_\xi - \left(\frac{\partial r_m}{\partial\theta}\right)_\theta\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_\xi$$

и выражая скорости элемента жидкости, принадлежащего границе (производные при постоянном ξ), через потенциал скорости на границе, получим (2.4). Подставляя разложения (2.3) в уравнения (2.4), (2.2) и учитывая, что $P = 0$ при $r = r_m$, получаем систему уравнений

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{da_n}{dt} P_n(\cos\theta) =$$

$$= r_m^{-2} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n(n+1)}{r_m^{n+2}} P_n(\cos\theta) - \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{dP_n(\cos\theta)}{d\theta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{r_m^{n+1}} \frac{dP_n(\cos\theta)}{d\theta} \right), \tag{2.5}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{db_n}{dt} \frac{P_n(\cos\theta)}{r_m^{n+1}} + \frac{1}{2} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1) b_n P_n(\cos\theta)}{r_m^{n+2}} \right)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{r_m^{n+2}} \frac{dP_n(\cos\theta)}{d\theta} \right)^2 = \frac{P_0}{\rho} - g r_m \cos\theta. \tag{2.6}$$

В (2.5), (2.6) r_m должно быть выражено через ряд (2.3). После этого все произведения полиномов Лежандра должны быть представлены в виде суммы полиномов Лежандра и приравнивание нулю суммарного члена разложения при каждом полиноме дает бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений для определения a_n, b_n. Практически это удается проделать лишь для случая, когда все моды с $n \neq 0$ можно рассматривать как возмущение основного движения с $n = 0$. Такое допустимо, если начальные возмущения формы пузырька и поля скоростей малы; дополнительное условие малости силы тяжести приведено ниже. Линеаризация уравнений (2.5), (2.6) по величинам a_n, b_n $(n \geq 1)$ приводит к системе

$$\dot{a}_0 = a_0^4 b_0, \quad a_0 \dot{b}_0 + \frac{1}{2} b_0^2 a_0^4 = \frac{P_0}{\rho}, \tag{2.7}$$

$$\dot{a}_1 = 2b_1 a_0^5 + 4b_0 a_0^3 a_1, \quad \dot{b}_0 a_1 + \dot{b}_1 a_0^2 + 2b_1 b_0 a_0^5 + 2b_0^2 a_1 a_0^3 = -g/a_0, \tag{2.8}$$

$$\dot{a}_n = (n+1) b_n a_0^{n+4} + 4b_0 a_n a_0^3, \quad \dot{b}_0 a_n + \dot{b}_n a_0^{n+1} + (n+1) b_n b_0 a_0^{n+4} + 2b_0^2 a_0^3 a_1 = 0 \quad (n \geq 2). \tag{2.9}$$

Уравнения (2.7) описывают хорошо известный процесс сферической кумуляции пузырька и имеют решение вида

$$b_0 = \sqrt{\frac{2P_0}{3\rho} \left(\frac{R_0^3}{a_0} - \frac{1}{a_0^4} \right)}, \quad t = \int_{R_0^{-1}}^{a_0} \frac{da_0}{a_0^4 b_0(a_0)}. \tag{2.10}$$

Вблизи центра (когда $a_0 \gg R_0^{-1}$) из (2.10) получаем

$$R(t) = a_0^{-1}(t) \approx \left(\frac{25(\tau - t)^2 P_0 R_0^3}{6\rho} \right)^{1/5}, \quad \tau = \sqrt{\frac{3\rho}{2P_0}} \int_{R_0^{-1}}^{\infty} \frac{da_0}{\sqrt{R_0^3 a_0^7 - a_0^4}}. \tag{2.11}$$

Здесь введено обозначение τ для времени схлопывания.

Далее уравнения (2.8) описывают в линейном приближении рост возмущения с дипольной геометрией из-за воздействия силы тяжести на процесс схлопывания пузырька. Исключая из (2.8) b_0, b_1 с помощью (2.7), (2.8), получаем, что в этом приближении воздействие силы тяжести на пузырек приводит к его всплыванию, причем смещение пузырька вверх $\zeta(t) = -a_1 R^2$ описывается простым уравнением:

$$\frac{d}{dt}\left(R^3 \frac{d\zeta}{dt}\right) = 2gR^3. \tag{2.12}$$

Уравнение (2.12) имеет ясный физический смысл: пузырек с приведенной массой $2\pi R^3 \rho/3$ (это выражение имеется в [6]) всплывает под действием архимедовой силы $-4\pi R^3 \rho \mathbf{g}/3$. За время схлопывания τ приведенная масса обращается в нуль, а импульс архимедовой силы конечен и равен

$$\int_0^\tau \frac{4\pi}{3} g R^3 dt = \frac{5\pi}{6} g\tau R_0^3. \tag{2.13}$$

Поэтому скорость всплывания растет как

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{5R_0^3 \tau g}{4R^3},$$

т. е. значительно быстрее, чем скорость схлопывания

$$\frac{dR}{dt} \sim \frac{R_0^{5/2}}{R^{3/2}\tau}.$$

Линейное приближение применимо при $R \gg l \sim R_0^{1/3}(g\tau^2)^{2/3}$. Это условие выполняется на начальной стадии схлопывания для не слишком больших пузырей (таких, что $g\rho R_0 \ll P_0$). Однако вблизи центра на масштабах $R \sim l \sim R_0^{1/3}(g\tau^2)^{2/3}$ скорости всплывания и схлопывания сравниваются, и представления о сферической кумуляции пузырька теряют применимость. Отметим, что $l \gg g\tau^2$ и что для не слишком малых начальных размеров пузырька ограничения кумуляции, вызванные силой тяжести, могут сказаться раньше, чем другие ограничивающие факторы (сжимаемость, противодавление).

Наконец, уравнения (2.9) описывают рост начальных возмущений формы пузырька. Чтобы найти скорость роста возмущений вблизи центра, подставим в (2.9) соотношения (2.11). Для амплитуды $\zeta_n = -a_n R^2$ получаем асимптотику

$$\zeta_n \propto R^\alpha, \quad \alpha = -\frac{1}{4} \pm i\sqrt{\frac{24n - 25}{16}}. \tag{2.14}$$

Эти моды представляют собой гравитационные волны, в которых роль гравитационного ускорения играет ускорение поверхности пузырька при схлопывании ($\ddot{R}$). При больших n частота этих волн пропорциональна, как обычно, корню из волнового числа. Из-за сжатия занимаемой волнами поверхности амплитуда растет

$$|\zeta_n| \propto R^{-1/4},$$

однако медленнее, чем рассмотренная выше мода $n = 1$, для которой $\zeta \propto R^{-1/2}$. Рост амплитуды гравитационных волн является следствием сохранения адиабатического инварианта, энергия волн при этом растет как $R^{-5/2}$.

Этот результат, как нам кажется, представляет существенный интерес для общей проблемы устойчивости кумулятивных течений, поскольку, во-первых, растущими оказались возмущения на поверхности, устойчивой по Рэлею-Тейлору (инерционное ускорение направлено в сторону тяжелой жидкости), и, во-вторых, максимальной скоростью роста обладает дипольная мода возмущений.

Влияние силы тяжести на высшие моды в линейном приближении проявляется только через деформацию начальной формы пузырька. Можно пытаться избавиться от этих начальных несовершенств формы полости, заключая ее в тонкую легкую сферическую оболочку, но остатки оболочки могут ухудшать кумуляцию.

Если дипольная мода возбуждается действием эффективной силы тяжести, то следует иметь в виду, что эта эффективная сила может меняться во времени, и тогда в выражении для импульса архимедовой силы (2.13) гравитационное ускорение нельзя выносить из-под знака интегрирования. Более того, если эффективная сила меняется не только по величине, но и по направлению, то импульс архимедовой силы может обратиться в нуль, так что неустойчивость будет заметно подавлена. Отметим еще, что неустойчивость дипольной моды может развиваться и в отсутствие силы тяжести, если в начальный момент времени пузырек имеет малую скорость относительно жидкости. При описании этого последнего случая роль импульса архимедовой силы переходит просто к начальному импульсу пузырька (произведению скорости на приведенную массу).

Наконец, оценим сравнительную роль влияния противодавления и силы тяжести на кумуляцию при быстром (неадиабатическом) схлопывании газа в пузырьке. Сопоставление выражений для радиуса $R_{\tilde{m}}$, на котором начинает сказываться противодавление (см. выше), и для l показывает, что роль силы тяжести является преобладающей при

$$g \geq \frac{P_0}{\rho_0 R_0}\sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_0}}. \tag{2.15}$$

При мегабарных давлениях влияние собственно силы тяжести ($g = g_0$) вряд ли существенно. Однако когда давление на внешней поверхности жидкости инициируется с помощью взрыва, могут возникать значительные инерциальные силы, поскольку создающая такое давление детонационная волна сама по себе оказывается подверженной влиянию силы тяжести.

3. ВОЗДЕЙСТВИЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА СХОДЯЩУЮСЯ ДЕТОНАЦИОННУЮ ВОЛНУ

При движении в средах, создаваемых сходящейся детонацией или ударной волной, оценка прямого воздействия дает $\Delta \sim g(R_0/D)^2$, где D — скорость детонации, однако подробный учет воздействия сил тяжести на процесс детонации приводит к более резкой зависимости от g, особенно для газоподобных сред. Покажем это.

Рассмотрим сначала плоскую волну детонации, распространяющуюся вверх или вниз в газе с показателем адиабаты γ в поле тяжести. Предположим, что начальное равновесное состояние является изотермическим и теплота реакции не зависит от давления перед фронтом. При этом скорость детонации, определенная из условия Чепмена-Жуге (CJ), не зависит от высоты.

Уравнения движения используем в форме Лагранжа:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho^2}{\rho_0}\frac{\partial u}{\partial \xi} = 0, \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial \xi} = g, \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial (P/\rho^\gamma)}{\partial t} = 0. \tag{3.3}$$

Здесь введена лагранжева координата ξ (см. [6]), под которой будем понимать начальную вертикальную координату жидкой частицы, отсчитываемую от места инициирования детонации в направлении ее распространения. Соответственно, $g = \mp|\mathbf{g}|$ при движении вверх или вниз. Пусть индекс «0» соответствуют значениям параметров перед фронтом волны, а «1» — за фронтом. Поскольку P_0 и ρ_0 зависят от ξ:

$$P_0 \propto \rho_0 \propto \exp\left(g\xi(\partial\rho/\partial P)_T\right),$$

зависят от ξ и величины P_1, ρ_1, поэтому сохраняющееся в течении за фронтом значение энтропии различно для различных ξ:

$$P(t,\xi)/\rho^\gamma(t,\xi) = P_1(\xi)/\rho_1^\gamma(\xi) \neq \text{const}. \tag{3.4}$$

Введем скорость звука $c = \sqrt{\gamma P/\rho}$ и запишем уравнения движения в характеристической форме:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\rho c}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial \xi}\right)\left(u \pm \frac{2}{\gamma_1}c\right) = -\frac{\rho c^2}{\rho_0 \gamma}\frac{\partial}{\partial \xi}\ln\left(\rho_1^{\gamma/(\gamma-1)}P_1^{-1/(\gamma-1)}\right) + g. \tag{3.5}$$

Из-за градиента энтропии в правой части (3.5) кроме g появляется специфическое градиентное ускорение:

$$-\frac{\rho c^2}{\rho_0\gamma}\frac{\partial}{\partial\xi}\ln\left(\rho_1^{\gamma/(\gamma-1)}P_1^{-1/(\gamma-1)}\right) = -\frac{\rho c^2}{\rho_0}g\left(\frac{\partial\rho_0}{\partial P_0}\right)_T, \tag{3.6}$$

которое направлено против $\mathbf{g}$ и величина которого для сильной детонационной волны многократно превосходит g. Воздействие этого ускорения аналогично влиянию кривизны фронта на течение за волной детонации, которое описывается таким же уравнением, как и (3.5), но с заменой правой части на Kcu, K — кривизна. Так же, как и кривизна, градиентное ускорение в зависимости от знака приводит либо к пересжатой детонации, либо к особенности вблизи фронта.

Воздействие силы тяжести на плоскую волну легко рассчитывается при учете малости степени пересжатия, которая характеризуется малыми отклонениями δ величин за фронтом от значений, предписанных условием Чепмена-Жуге. Известные свойства нормальной детонационной волны, удовлетворяющей условию Чепмена-Жуге, приводят к упрощениям. В этом состоянии энтропия за фронтом имеет максимальное, а скорость волны D — минимальное значения по сравнению со всеми состояниями, которые допускаются условиями на разрыве. Следовательно, отклонения величин $\delta(P_1/\rho_1^\gamma)$ и δD имеют второй порядок малости, что позволяет с помощью закона сохранения массы на разрыве ($\delta\rho_1(D_{CJ} - u_{1CJ}) = \delta u_1\rho_1$) получить соотношения

$$\frac{\delta c_1}{c_{1CJ}} = \frac{\delta u_1}{D_{CJ} - u_{1CJ}}\frac{\gamma-1}{2}, \quad \frac{\delta P_1}{P_{CJ}} = \frac{2\gamma}{\gamma-1}\frac{\delta c_1}{c_{1CJ}}, \quad \frac{\delta\rho_1}{\rho_{1CJ}} = \frac{\delta u_1}{D_{CJ} - u_{1CJ}} \tag{3.7}$$

(индексом CJ обозначены значения величин, удовлетворяющие условию Чепмена-Жуге).

Далее, скорость нормальной волны относительно газа за ней равна локальной скорости звука:

$$D_{CJ} - u_{1CJ} = c_{1CJ},$$

что позволяет исключить u_{1CJ} из (3.7). К тому же, поскольку для нормальной детонации никакие возмущения в области течения за фронтом не могут догнать фронт, отсюда следует, что на распространение слабо пересжатой детонационной волны могут оказывать влияние только процессы в узкой области за фронтом волны, ширина d которой имеет такой же порядок малости, что и степень пересжатия.

Интегрируя уравнение (3.5) на C_--характеристике (т. е. уравнение (3.5) с нижними знаками в левой части) по области шириной d, получаем, с учетом (3.7), соотношение

$$u - 2c/(\gamma - 1) = \text{const},$$

справедливое вблизи фронта с точностью до величин второго порядка малости. Исключая с помощью этого соотношения u из уравнения (3.5) на C_+-характеристике и выражая в последнем ρ через c с помощью (3.4), имеем с той же точностью

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial \xi} = -\frac{\gamma+1}{4\gamma}U^2 g\left(\frac{\partial \rho_0}{\partial P_0}\right)_T, \quad U = D_{CJ}\left(\frac{c}{c_{CJ}}\right)^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}. \tag{3.8}$$

Поскольку для сильных волн $D_{CJ}^2 g(\partial\rho_0/\partial P_0)_T \gg g$, член g в (3.5) при переходе к (3.8) опущен.

Поведение решения уравнения (3.8) существенно зависит от знака градиентного ускорения. При $g > 0$ (волна движется вниз) ускорение отрицательно, характеристики C_+-семейства по отношению к фронту детонации являются уходящими. Детонация является нормальной, и решение уравнения (3.8) вблизи фронта можно искать в виде распространяющейся со скоростью D_{CJ} волны:

$$D_{CJ} - U = F(D_{CJ}t - \xi),$$

F — искомая функция. Определяя F с помощью (3.8), имеем

$$D_{CJ} - U = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2\gamma}D_{CJ}^2 g\left(\frac{\partial \rho_0}{\partial P_0}\right)_T (D_{CJ}t - \xi)}. \tag{3.9}$$

Скорость газа и скорость звука за фронтом волны, движущейся вниз, остаются постоянными, давление за фронтом равно давлению Чепмена-Жуге:

$$P_1 = P_{CJ}.$$

При движении волны вверх, когда $g < 0$ и правая часть (3.8) положительна, характеристики C_+ по отношению к фронту являются приходящими и модифицирует условия на разрыве, вызывая пересжатие детонации. Точное интегрирование уравнения (3.8) вдоль характеристик с начальным условием $U\big|_{t=0} = U_0(\xi)$ дает

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{U_0(\xi_0)} + \frac{\gamma+1}{4}gt\left(\frac{\partial \rho_0}{\partial P_0}\right)_T, \tag{3.10}$$

$$\xi = \xi_0 + \frac{4}{(\gamma+1)g}\left(\frac{\partial P_0}{\partial \rho_0}\right)_T \ln\left[1 + \frac{\gamma+1}{4} g \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial P_0}\right)_T tU_0(\xi_0)\right], \tag{3.11}$$

где ξ_0 — сохраняющаяся вдоль каждой характеристики величина, равная значению ξ на этой характеристике в момент времени $t = 0$. Отсчитывая время от момента инициирования детонации, получаем (см. [6]), что U_0 отлична от нуля только в очень узкой области значений ξ_0, ширина которой пренебрежимо мала, что позволяет опустить слагаемое ξ_0 в (3.11).

Удерживая в (3.11) два первых члена разложения в ряд по малой величине $gtD_{CJ}(\partial\rho_0/\partial P_0)_T$, что учитывает искривление характеристик под действием градиентного ускорения, найдем значение U_0 для характеристики, приходящей в момент времени t на фронт детонации:

$$\frac{1}{U_0} = \frac{1 - \left[(\gamma+1)/8\right] gt(\partial\rho_0/\partial P_0)_T}{D_{CJ}}. \tag{3.12}$$

Подстановка (3.12) в (3.10) позволяет найти значение U, а затем и все остальные гидродинамические величины за фронтом детонации. Особенно просто выглядит выражение для δP_1:

$$P_1 = P_{CJ} + \delta P_1, \quad \frac{\delta P_1}{P_{CJ}} = \frac{1}{4} D_{CJ} t |\mathbf{g}| \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial P_0}\right)_T. \tag{3.13}$$

Степень пересжатия волны, движущейся вверх, растет пропорционально длине пройденного ею пути $D_{CJ}t$. Получаем, что за детонационными волнами, движущимися вверх и вниз, давление различно, причем различие накапливается по мере движения волн. Этот эффект, будучи практически несущественным для плоской волны, может играть важную роль для сходящихся цилиндрических или сферических детонационных волн, поскольку пришедшие с разных сторон на мишень элементы волны приносят различные значения давления.

Теперь рассмотрим сферическую сходящуюся детонационную волну. Детонация на всем фронте является пересжатой из-за кривизны, и градиентное ускорение приводит к нарастающему по мере схождения различию давления $\delta P(R)$ в верхней и нижней точках фронта. На начальной стадии схождения степень пересжатия мала и можно использовать (3.13). При $R \ll R_0$ и (R и R_0 — текущее и начальное значения радиуса фронта) воздействие силы тяжести несущественно, но δP продолжает нарастать из-за неустойчивости кумуляции по отношению к неодномерным возмущениям. Рассматривая вблизи центра пересжатую детонационную волну как ударную, применим оценку скорости роста возмущений [10]:

$$\delta P/P \propto R^{-1}.$$

Для размера l, на котором $\delta P/P \sim 1$, получаем оценку

$$l \sim R_0^2 |\mathbf{g}| \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial P_0}\right)_T. \tag{3.14}$$

Приведенное рассмотрение можно применить к аэрозольным взрывам большого объема в атмосфере, инициируемым по сферической поверхности. Эти взрывы имеют большую энергию, мощные ударные волны и хорошую однородность схождения, что позволяет использовать и их для экспериментов по управляемому термоядерному синтезу и для генерации сильных магнитных полей. С помощью приведенных здесь выражений можно оценить минимальные размеры фокуса схождения детонационных волн. Обратим внимание на то, что максимально достижимое давление увеличивается с уменьшением размеров облака:

$$P \propto (R_0/l)^{0.8} \propto R_0^{-0.8}.$$

Оценка (3.14) применима также к сходящейся сферической ударной волне, если она создается так, что при $R = R_0$ скорость волны одинакова по всему фронту.

В жидком взрывчатом веществе помимо точного учета всех эффектов, определяющих величину $(\partial P/\partial \rho)_T$, может оказаться необходимым принимать также во внимание возможную зависимость скорости детонации от гидростатического давления P_0. При этом $(\partial \rho_0/\partial P_0)_T$ всюду заменяется на $(\partial \rho_0/\partial P_0)_T + 3\rho_0(\partial \ln D_{CJ}/\partial P_0)_T$.

Воздействие силы тяжести на сходящуюся детонационную волну обнаружено в замечательных экспериментах по газодинамическому термоядерному синтезу [1]. Сферический объем жидкого взрывчатого вещества с радиусом $R_0 \sim 0.5$ м инициировался одновременно по всей поверхности. Измерялся нейтронный выход от мишени, помещенной вблизи центра. Максимальный выход нейтронов (далекий от ожидаемого) соответствовал положению мишени на $\cong 0.1$ мм ниже центра симметрии. Было отдельно измерено значение $\lambda = (\partial \ln D_{CJ}/\partial P_0)_T \approx 5 \cdot 10^{-9}$ см^2/дин.

За время схождения фронт детонации должен смещаться вверх на $\Delta_r \sim R_0^2 \rho_0 g \lambda \sim \sim 0.1$ мм. Для достижения одновременности воздействия мишень следовало бы смещать вверх на Δ_r. С другой стороны, мы показали, что при схождении волны давление в нижней точке фронта больше, чем в верхней. Отсюда следует, что для достижения однородности давления на мишени ее, наоборот, надо смещать вниз от центра, чтобы в точках фронта с минимальным $\delta P(R)$ достигалась бы максимальная степень схождения детонационной волны по радиусу. Поэтому эмпирическая подгонка положения мишени в поисках стертого максимума от одновременного неоднородного воздействия к неодновременному однородному не позволяет полностью исключить влияние силы тяжести. В дополнение к смещению мишени вниз для однородности давления (очевидно, еще ниже, чем в выполненном эксперименте с максимальным выходом нейтронов) необходимо обеспечить одновременность прихода фронта на мишень (с помощью программированного запаздывания инициирования в нижних точках по отношению к верхним или небольшого изменения формы заряда).

4. ОБ ОСОБОЙ РОЛИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДИПОЛЬНОЙ МОДЫ ВОЗМУЩЕНИЙ В ИНЕРЦИАЛЬНОМ УПРАВЛЯЕМОМ ТЕРМОЯДЕРНОМ СИНТЕЗЕ

На роль гидродинамической неустойчивости кумулятивных течений по отношению к дипольным возмущениям до появления работы [1] в литературе практически не обращалось внимания. Между тем мода $n = 1$ имеет большую скорость роста, чем все остальные моды, и ее неустойчивость затрудняет реализацию управляемого термоядерного синтеза в крупномасштабных кумулятивных устройствах, и, в частности, газодинамического термоядерного синтеза.

Рассмотрим задачу о захлопывании жидкой сферической оболочки с внешним радиусом R_e и внутренним радиусом $R(t)$ (см. обозначения разд. 2) под действием внешнего давления

$$P_e = P_0 + \delta P_1 \cos\theta,$$

включающего малое возмущение с $n = 1$ ($\delta P_1 \ll P_0$). Предположим для простоты, что $R_e \gg R$. Тогда, во-первых, $R_e \approx \mathrm{const}$ и, во-вторых, задача описывается теми же уравнениями, что и в разд. 1, но с заменой $\mathbf{g}$ на эффективное инерциальное ускорение, равное

$$\mathbf{g}_{eff} = \frac{\delta P_1}{\rho R_e}\mathbf{e}_\theta \tag{4.1}$$

(единичный вектор $\mathbf{e}_\theta$ направлен по лучу $\theta = 0$, так что эффективное ускорение ориентировано по градиенту внешнего давления).

Действительно, потенциал скорости (2.3) в двухсвязном объеме жидкости может быть дополнен слагаемым вида $G(t)r\cos\theta$. Подстановка модифицированного таким образом потенциала в (2.2) при $\mathbf{g} = 0$ приводит к уравнению (2.2), в котором обозначение φ сохраняется для ряда (2.3), а эффективное ускорение равно $-G'(t)\mathbf{e}_\theta$. Граничное условие для (2.2) на внешней поверхности дает

$$G = -\delta P_1 t/(\rho R_e),$$

что и приводит к (4.1).

Используя результаты разд. 2, получаем оценку для конечных размеров сжатия

$$l \sim (g_{eff}\tau^2 R_0^2)^{1/3} \sim \left(\frac{\delta P_1 R_0^4}{P_e R_e}\right)^{1/3}. \tag{4.2}$$

Если схлопывание оболочки используется для сжатия находящегося во внутренней полости вещества, то максимально достижимое давление сжатого вещества составляет

$$P_{max} \sim \frac{P_e R_0^3}{l^3} \sim \frac{P_e^2 R_e}{\delta P_1 R_0}. \tag{4.3}$$

В крупномасштабных кумулятивных устройствах роль гидродинамической неустойчивости дипольной моды особенно велика вследствие того, что рост возмущения давления из-за действия силы тяжести во внешних слоях системы приводит к большим значениям эффективного ускорения во внутренних областях.

Рассмотрим следующую грубо идеализированную модель взрывного термоядерного синтеза. Представим себе наполненную DT толстую сферическую оболочку из тяжелого вещества, которое будем рассматривать как несжимаемую жидкость. Оболочка обжимается сходящейся детонационной волной в сферическом взрывном устройстве радиуса $R_b \gg R_e$. Найдем условие, при котором действие силы тяжести на систему не препятствует зажиганию.

Условие достижения термоядерной температуры $T \sim 3$ кэВ н нагрева DT термоядерными α-частицами $\rho_{\mathrm{DT}} l \sim 0.3$ г/см^2 приводит к необходимости выполнения неравенства

$$lP_{max} \geq 1 \text{ ГБар}\cdot\text{см}. \tag{4.4}$$

Определяем δP_1 из соотношений, использованных при выводе (3.14):

$$\delta P_1 \sim P_e \frac{R_b^2}{R_e L}, \quad \frac{1}{L} = \left[3\rho_0 \left(\frac{\partial \ln D_{CJ}}{\partial P_0}\right)_T + \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial P_0}\right)_T\right] g. \tag{4.5}$$

Соответствующая (4.5) величина эффективного ускорения (4.1), действующего в жидкой оболочке, превосходит гравитационное ускорение на несколько порядков величины, так что прямое воздействие силы тяжести на кумуляцию оболочки совершенно несущественно. Из (4.2)–(4.5) получаем необходимое условие

$$P_e \left(\frac{L^2 R_e^4 R_0}{R_b^4}\right)^{1/3} \geq 1 \text{ ГБар} \cdot \text{см}. \tag{4.6}$$

При $P_e \sim 1$ МБар, $R_b \sim 10^2$ см, $R_e \sim R_0 \sim 10^1$ см и $L \sim 10^5$ см (последнее значение соответствует приведенному в [1] значению $(\partial \ln D_{CJ}/\partial P_0)_T$ условие (4.6) не выполнено, т. е. воздействие силы тяжести на течение делает зажигание термоядерной реакции невозможным, хотя одномерные оценки в пренебрежении неустойчивостью моды $n = 1$ выглядят вполне благоприятно.

Из (4.6) следует, что при заданных R_e и R_0 имеет смысла слишком сильно наращивать внешний радиус, поскольку давление на мишени при этом нарастает медленнее, чем $R_b^{4/3}$, что препятствует выполнению неравенства (4.6).

Мы видели, что действие силы тяжести во многих случаях ухудшает качество прецизионной кумуляции. Ввиду серьезности связанных с этим ограничений кажется уместным замечание о том, что условие идеальной кумуляции и максимального выхода нейтронов достигается в невесомости. Может оказаться полезной даже кратковременная невесомость (сброс с небольшой высоты) после усреднения или затухания звуковых волн, возникающих при снятии силы тяжести.

5. ВЫВОДЫ

1. В кумулятивных устройствах большого размера, ориентированных на достижение сверхвысоких плотностей энергии, действует специфическая неустойчивость по отношению к возмущениям дипольной моды, которая может, в частности, возбуждаться действием силы тяжести.

2. Действие этой неустойчивости способно настолько сильно ограничивать нейтронный выход и препятствовать зажиганию, что может оказаться целесообразным проведение экспериментов в условиях невесомости (например, при свободном падении).

Авторы выражают признательность Е. Е. Мешкову за обсуждение работ [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

Литература

1. А. Н. Анисимов, А. Н. Аринин, М. И. Арифов и др., Тез. докл. межд. конф. «III Забабахинские научные чтения», Челябинск-70 (1991), с. 20, 21, 96.

2. Г. А. Аскарьян, В. А. Намиот, М. С. Рабинович, Письма в ЖЭТФ **7**, 597 (1973).
3. Г. А. Аскарьян, Письма в ЖЭТФ **28**, 322 (1978); УФН **128**, 727 (1979).
4. Г. А. Аскарьян, И. В. Соколов, Письма в ЖЭТФ **63**, 748 (1996).
5. Е. И. Забабахин, И. Е. Забабахин, *Явления неограниченной кумуляции*, Наука, Москва (1989).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1985).
7. Р. И. Нигматулин, В. Ш. Шагапов, Н. К. Вахитова, Р. Т. Лэхи, Докл. АН **341**, 37 (1995).
8. C. C. Wu and P. H. Roberts, Phys. Rev. Lett. **70**, 3424 (1993).
9. И. В. Соколов, УФН **160**, 143 (1990).
10. К. В. Брушлинский, Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша, АН СССР (1980).