

ПОРОГ ПОПЕРЕЧНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВСТРЕЧНЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЫ С ЛОКАЛЬНЫМ ФОТОРЕФРАКТИВНЫМ ОТКЛИКОМ

Б. И. Стурман, А. И. Черных

*Сибирское отделение Международного института нелинейных исследований
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 3 сентября 1996 г.

Получены пороговые условия неустойчивости встречных волн в нелинейной среде с локальным фоторефрактивным откликом относительно возбуждения поперечных малоугловых структур. Эти условия учитывают все актуальные процессы дифракции на отражающих решетках показателя преломления и не ограничены случаем строгого частотного вырождения волн. Исследована зависимость пороговой толщины кристалла и угла эмиссии вторичных волн от параметров кристалла и условий накачки. Показано, что при достаточно сильном разбалансе интенсивностей волн накачки, возбуждение стоячих световых структур сменяется возбуждением бегущих. Обсуждаются приложения теории к экспериментам с фоторефрактивными кристаллами LiNbO_3 и LiTaO_3 .

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что встречные волны в кубической нелинейной среде могут быть неустойчивыми относительно спонтанного образования малоугловых структур [1–4]. Эта поперечная неустойчивость носит абсолютный характер и имеет порог по толщине кристалла; в ее основе лежит положительная распределенная обратная связь. По своей природе поперечная неустойчивость аналогична так называемой беззеркальной генерации, обусловленной четырехволновым взаимодействием [5].

Как показывает опыт, результат развития поперечной неустойчивости чувствителен к условиям эксперимента и типу нелинейности. В различных условиях наблюдалось образование кольцевых, гексагональных и более сложных малоугловых световых структур вокруг пучков накачки [3, 4, 6, 7].

Теоретические исследования поперечной неустойчивости концентрировались в основном на отыскании пороговых условий образования световых структур. Вначале такие условия были найдены и исследованы применительно к керровским и бриллюэновским средам, а также к газам вблизи линий поглощения [1–4]. В последние годы все больший интерес вызывают исследования поперечной неустойчивости в средах с фоторефрактивной нелинейностью [8–11].

Интерес к фоторефрактивным нелинейным средам не случаен. Эти актуальные для различных приложений материалы предоставляют исключительно благоприятные условия для исследования вторичных световых структур. Необходимые интенсивности света лежат здесь в диапазоне интенсивностей непрерывных лазеров, а типичные нелинейные длины составляют миллиметры. Механизмы фоторефрактивной нелинейности хорошо изучены и контролируются [12].

Нелинейные изменения показателя преломления в фоторефрактивной среде обусловлены формированием поля пространственного заряда под действием света и линейным электрооптическим эффектом [12]. Принято различать два предельных типа фоторефрактивного нелинейного отклика: локальный и нелокальный¹⁾. В случае локального отклика стоячая синусоидальная световая картина индуцирует синусоидальную же пространственную модуляцию показателя преломления. В случае нелокального фоторефрактивного отклика индуцированное распределение показателя преломления сдвинуто на четверть периода относительно световой картины. То, какой тип фоторефрактивного отклика реализуется в конкретном случае, зависит от механизма электронного (дырочного) транспорта. Так, диффузия фотоэлектронов приводит к нелокальному фоторефрактивному отклику. Этот случай характерен для экспериментов с кристаллами KNbO_3 и BaTiO_3 . Локальный отклик реализуется обычно, если доминирует дрейф электронов во внешнем поле или фотогальванический эффект [13]. Типичный пример фоторефрактивной среды с локальным фоторефрактивным откликом — это кристаллы LiNbO_3 , обладающие сильным фотогальваническим эффектом.

История исследования поперечной неустойчивости в фоторефрактивных средах вкратце следующая. Образование бегущих кольцевых структур вокруг встречных пучков накачки было обнаружено впервые в 1985 г. в кристаллах LiNbO_3 [6]. Аналогичный эффект в этом же материале описывался позднее в работах [14, 15]. К сожалению, указанные наблюдения не получили ни правильной интерпретации, ни развития. Условия, в которых наблюдался эффект, по существу не контролировались. В 1993 г. поперечная неустойчивость была обнаружена в кристаллах KNbO_3 , сильно отличающихся от LiNbO_3 по фоторефрактивным свойствам [7]. Результатом неустойчивости было формирование гексагональных стоячих световых картин (гексагонов). В [7] и последующих работах [16, 17] было проведено весьма детальное исследование образующихся световых структур. В частности, была показана возможность контролируемого вращения и дрейфа гексагонов. В работе [18] было сообщено об образовании световых гексагонов в кристаллах BaTiO_3 , сходных с KNbO_3 по типу фоторефрактивного отклика.

Следует отметить, что в условиях всех описанных выше экспериментов образование вторичных световых структур было связано с дифракцией света на отражающих решетках показателя преломления с периодом близким к полудлине волны света в среде. Пропускающие решетки с большими периодами, образованные попутными волнами, были при этом чрезвычайно слабы.

Теоретические исследования фоторефрактивной поперечной неустойчивости были начаты в [7]. В этой работе рассматривался случай доминирующих пропускающих решеток показателя преломления, неактуальный для проведенных экспериментов. Далее в работах [9, 10] были независимо получены пороговые условия поперечной неустойчивости для случая доминирующих отражающих решеток. В работе [10] исследовался случай локального фоторефрактивного отклика, а работа [9] имела более общий характер. Применение результатов последней к случаю нелокального отклика показало отсутствие неустойчивости, что резко контрастировало с результатами экспериментов с KNbO_3 и BaTiO_3 . Как было показано недавно [11], в обеих предшествующих работах [9, 10] была допущена одна и та же элементарная ошибка. А именно, в исходной системе уравнений для слабых вторичных волн был упущен ряд существенных вкладов, связанных с поперечной модуляцией интенсивности света. Авторы работы [11] получили общую си-

¹⁾ Их также квалифицируют как случаи действительной и мнимой констант связи.

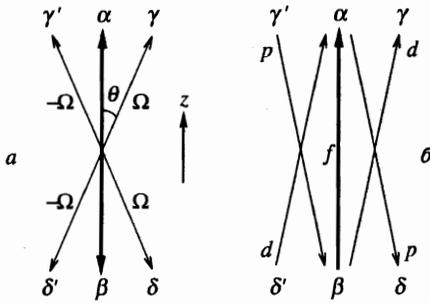


Рис. 1. Геометрия задачи: a — волновые векторы волн накачки (α , β) и боковых волн (γ , γ' и δ , δ'); b — векторы пространственных отражающих решеток f , p и d . Частотные расстройки для боковых волн равны $\pm\Omega$

стему уравнений для амплитуд слабых волн, учитывающую все существенные вклады, и успешно применили ее для анализа порога поперечной неустойчивости в кристаллах KNbO_3 с нелокальным фоторефрактивным откликом.

Пороговые условия неустойчивости были получены в [11] при следующих двух ограничениях: а) при полном отражении волн от зеркала обратной связи, установленного за кристаллом, и б) при строгом частотном вырождении для волн. Условие а) принципиально для сред с нелокальным фоторефрактивным откликом. Дело в том, что пучки накачки в этих средах обмениваются энергией за счет дифракции на отражающей решетке показателя преломления, сдвинутой на $\pi/2$ относительно распределения интенсивности света [12]. Тем самым, контраст исходной световой интерференционной картины меняется в пространстве. Исследование же устойчивости такого пространственно-неоднородного исходного состояния представляет значительные трудности. Условие а) реализует единственный для сред с нелокальным откликом частный случай, когда контраст исходной интерференционной световой картины постоянен. Предположение б) касается не условий эксперимента, а типа решений, отвечающих неустойчивости. Оно, видимо, оправдано для сред с нелокальным фоторефрактивным откликом, поскольку наблюдаемые в эксперименте вторичные световые структуры неподвижны.

Цель настоящей работы — исправить ошибку, допущенную нами в [10] и исследовать пороговые условия поперечной неустойчивости для среды с локальным фоторефрактивным откликом. Этот случай наиболее актуален для кристаллов LiNbO_3 и LiTaO_3 , доминирующим механизмом транспорта в которых является фотогальванический эффект [13]. Случай локального отклика представляет также особый теоретический интерес. Энергообмен между пучками накачки здесь отсутствует, и исследование устойчивости исходного состояния светового поля может быть проведено без каких-либо ограничений на условия эксперимента. В частности, соотношение интенсивностей пучков накачки может быть произвольным. С другой стороны, в случае локального отклика нет оснований считать вторичные световые картины стоячими. Частотные расстройки между боковыми волнами и накачкой на пороге неустойчивости должны определяться расчетом.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

Геометрия задачи ясна из рис. 1. Имеется пара встречных волн накачки, α и β , а также две симметричные пары слабых боковых волн, γ , γ' и δ , δ' . Поляризация всех волн предполагается одинаковой. Кроме того, мы считаем, что волны накачки име-

ют одну и ту же частоту ω , т.е. образованная ими интерференционная картина стоячая. Боковые волны имеют в общем случае частоты отличные от ω . Соответствующие частотные расстройки не могут, однако, значительно превосходить обратное время релаксации поля пространственного заряда t_d^{-1} . В противном случае, как хорошо известно [12], фоторефрактивная нелинейность становится неэффективной. В эксперименте актуальные значения расстроек не превышают $(10^2-10^3) \text{ с}^{-1}$. Столь малые расстройки не сказываются на длинах световых волн.

Волны $\alpha, \beta, \gamma, \gamma', \delta, \delta'$ формируют три отражающие решетки поля пространственного заряда (см. рис. 1б). Это основная решетка f с пространственной частотой $\mathbf{K}_f = \mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}_\beta$, записанная пучками накачки, и решетки p и d с векторами $\mathbf{K}_p = \mathbf{k}_\delta - \mathbf{k}_\alpha = \mathbf{k}_\beta - \mathbf{k}_{\gamma'}$ и $\mathbf{K}_d = \mathbf{k}_\gamma - \mathbf{k}_\beta = \mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}_{\delta'}$, сформированные с участием слабых боковых волн. Мы пренебрегаем отражающими решетками, записанными парами слабых волн, а также пропускающими решетками. Слабость последних в экспериментах с LiNbO_3 диктуется особенностями электронного транспорта [12, 13].

Изменения медленных амплитуд волн $A_j (j = \alpha, \beta, \gamma, \gamma', \delta, \delta')$ как функций координаты z и времени t происходят из-за дифракции света на пространственных решетках. Если обозначить через $E_{f,p,d}$ комплексные амплитуды поля пространственного заряда на частотах $\mathbf{K}_{f,p,d}$, то в соответствии с [10] в параксиальном приближении для амплитуд боковых волн имеем

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dz} + i\Delta\right) A_\gamma &= -is (E_d A_\beta + E_f A_\delta), \\ \left(\frac{d}{dz} + i\Delta\right) A_{\gamma'} &= -is (E_p^* A_\beta + E_f A_{\delta'}), \\ \left(\frac{d}{dz} - i\Delta\right) A_\delta &= is (E_p A_\alpha + E_f^* A_\gamma), \\ \left(\frac{d}{dz} - i\Delta\right) A_{\delta'} &= is (E_d^* A_\alpha + E_f^* A_{\gamma'}), \end{aligned} \tag{1}$$

где $s = \pi n^3 r / \lambda$, $\Delta = \pi n \theta^2 / \lambda$, n — показатель преломления, λ — длина волны света в вакууме, r — соответствующая компонента электрооптического тензора, и θ — угол распространения слабых волн внутри кристалла (рис. 1а). Применительно к кристаллам ниобата и танталата лития $n = n_0$ есть обыкновенный показатель преломления, а $r = r_{13}$ — табулированная электрооптическая константа. Параметр $\Delta(\theta)$ — просто разность $k - |k_z|$ для волновых векторов боковых волн, см. также [10].

Амплитуды волн накачки не являются константами. Они меняются в пространстве в силу дифракции на решетке f ,

$$\frac{dA_\alpha}{dz} = -is E_f A_\beta, \quad \frac{dA_\beta}{dz} = is E_f^* A_\alpha. \tag{2}$$

В уравнениях для амплитуд волн (1) и (2) мы пренебрегли производными по времени. Для случая фоторефрактивной нелинейности они малы из-за большой инерционности поля пространственного заряда [12, 13].

Уравнения (1), (2) для амплитуд волн не являются замкнутыми. Их нужно дополнить соотношениями, выражающими амплитуды решеток $E_{f,p,d}$ через амплитуды волн

A_j . Для получения этих выражений используем следующее исходное соотношение для поля пространственного заряда E :

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + \tilde{I}E = E_{ph}\tilde{I}, \quad (3)$$

где $\tau = t/t_d$ — безразмерное время, I — интенсивность света, нормированная на суммарную интенсивность пучков накачки, E_{ph} — характеристическое фотоиндуцированное поле, а тильда означает взятие пространственно-осциллирующей части. Применительно к ниобату и танталату лития E_{ph} есть фотогальваническое поле, являющееся важной характеристикой кристалла, а t_d — время диэлектрической релаксации, обратно пропорциональное интенсивности накачки. Действительность поля E_{ph} , входящего в соотношение (3), гарантирует локальность фоторефрактивного отклика, т.е. отсутствие фазового сдвига между стоячей решеткой интенсивности и распределением поля пространственного заряда.

Как следует из (3), амплитуда стоячей решетки f , наведенной волнами накачки α и β , есть

$$E_f = E_{ph} \frac{A_\alpha A_\beta^*}{|A_\alpha|^2 + |A_\beta|^2}. \quad (4)$$

При выводе соотношения (4) мы пренебрегли высшими пространственными гармониками с волновыми векторами кратными K_f . Как известно, даже при $|A_\alpha|^2 = |A_\beta|^2$ их учет не дает сколько-нибудь существенной поправки к E_f . В соответствии с (2), (4) интенсивности волн накачки $|A_{\alpha,\beta}|^2$ не зависят от координаты z .

Отражающие решетки p и d в общем случае не являются стоячими. Их амплитуды должны быть вычислены в главном (линейном) приближении по амплитудам боковых волн. Как следует из (3), имеются два типа вкладов в каждую из амплитуд E_p и E_d . Во-первых, для получения гармоник p и d мы можем учесть модуляцию интенсивности I на пространственных частотах K_p и K_d в правой части (3) и пренебречь модуляцией интенсивности во втором члене левой части. Вклады такого типа были учтены в работах [9, 10]. Во-вторых, мы можем учесть основную гармонику E во втором члене и одновременно поперечную модуляцию интенсивности на пространственной частоте: $K_t = K_d - K_f \equiv K_f + K_p$ (рис. 1б). Вклады этого типа были упущены в [9, 10] и учтены (в случае строгого частотного вырождения) в работе [11]. Как легко найти, амплитуды решеток интенсивности на пространственных частотах $K_{p,d,t}$ есть

$$\begin{aligned} I_p &= (A_\alpha^* A_\delta + A_\beta A_\gamma^*) / |A|_\Sigma^2, \\ I_d &= (A_\alpha A_\delta^* + A_\beta^* A_\gamma) / |A|_\Sigma^2, \\ I_t &= (A_\alpha^* A_\gamma + A_\alpha A_\gamma^* + A_\beta^* A_\delta + A_\beta A_\delta^*) / |A|_\Sigma^2, \end{aligned} \quad (5)$$

где $|A|_\Sigma^2 = |A_\alpha|^2 + |A_\beta|^2$. Поскольку амплитуда E_f не зависит от t , временная зависимость $I_{p,d,t}$ полностью определяет зависимость от времени амплитуд $E_{p,d}$. Из соотношений (5) нетрудно понять, что лишь когда частотные расстройку для боковых волн $\Omega_j = \omega - \omega_j$ удовлетворяют соотношениям

$$\Omega_\gamma = \Omega_\delta = -\Omega_{\gamma'} = -\Omega_{\delta'} \equiv \Omega, \quad (6)$$

каждая из решеток p и d состоит из одной (бегущей) компоненты, а каждая из боковых волн содержит лишь одну временную гармонику, см. также рис. 1. Считая условия (6) выполненными и полагая $E_{p,d} \propto \exp(-i\Omega t)$, получим из (3)

$$E_p = \frac{E_{ph}I_p - E_f^*I_t}{1 + i\nu}, \quad E_d = \frac{E_{ph}I_d - E_fI_t}{1 + i\nu}, \quad (7)$$

где $\nu = \Omega t_d$. Безразмерная расстройка ν может рассматриваться как внутренняя степень свободы для боковых волн.

Подстановка соотношений (4), (7) в (1) приводит при учете (5) к замкнутой системе линейных уравнений для амплитуд боковых волн. Эта система может быть дополнительно упрощена переходом к нормализованным амплитудам волн $a_{\gamma,\gamma'} = A_{\gamma,\gamma'} A_{\alpha}^{-1}$ и $a_{\delta,\delta'} = A_{\delta,\delta'} A_{\beta}^{-1}$. Учитывая фазовую модуляцию амплитуд $A_{\alpha,\beta}$ согласно уравнениям (2), приходим после простых вычислений к системе однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dz} + i\Delta\right) a_{\gamma} &= ig(V_{\beta}a_{\gamma} + Va_{\gamma'}^* - V_{\beta}a_{\delta} - Va_{\delta'}^*), \\ \left(\frac{d}{dz} - i\Delta\right) a_{\gamma'}^* &= -ig(Va_{\gamma} + V_{\beta}a_{\gamma'}^* - Va_{\delta} - V_{\beta}a_{\delta'}^*), \\ \left(\frac{d}{dz} - i\Delta\right) a_{\delta} &= ig(V_{\alpha}a_{\gamma} + Va_{\gamma'}^* - V_{\alpha}a_{\delta} - Va_{\delta'}^*), \\ \left(\frac{d}{dz} + i\Delta\right) a_{\delta'}^* &= -ig(Va_{\gamma} + V_{\alpha}a_{\gamma'}^* - Va_{\delta} - V_{\alpha}a_{\delta'}^*). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $g = \pi n^3 r E_{ph} / \lambda$ — константа связи, а V, V_{α}, V_{β} — безразмерные параметры:

$$V = \frac{m^2}{4(1 + i\nu)}, \quad V_{\alpha,\beta} = \frac{m^2}{4} + \frac{i\nu}{1 + i\nu} I_{\alpha,\beta}^2, \quad (9)$$

где $I_{\alpha,\beta}$ — нормализованные интенсивности волн накачки ($I_{\alpha} + I_{\beta} = 1$), а $m = 2\sqrt{I_{\alpha}I_{\beta}}$ — контраст исходной интерференционной картины.

Система (8) связывает между собой четыре амплитуды $a_{\gamma}, a_{\gamma'}^*, a_{\delta}, a_{\delta'}^*$. Наличие хотя бы одной боковой волны приводит, очевидно, к появлению остальных трех. В случае полного частотного вырождения ($\nu = 0$) имеем $V = V_{\alpha,\beta} = m^2/4$; система (8) совпадает здесь с полученной в работе [11] при действительной константе связи. При равных интенсивностях волн накачки имеем $I_{\alpha} = I_{\beta} = 1/2, m = 1$,

$$V = \frac{1}{4(1 + i\nu)}, \quad V_{\alpha} = V_{\beta} = \frac{1 + 2i\nu}{4(1 + i\nu)}. \quad (10)$$

Знак константы связи g в уравнениях (8) зависит от типа кристалла и условий эксперимента. Случай $g > 0$ отвечает дефокусировочной нелинейности, а случай $g < 0$ — фокусировочной. В LiNbO_3 и LiTaO_3 с доминирующим фотогальваническим транспортом имеет место нелинейность дефокусирующего типа, $g > 0$.

Рассмотрим некоторые свойства системы (8). В случаях $\nu = 0$ и $m = 1$ направления $+z$ и $-z$ оказываются физически эквивалентными. Как следствие этой пространственной симметрии, система (8) допускает решения в виде симметричной (S) и антисимметричной (A) мод, $a_{\gamma,\gamma'}(z) = \pm a_{\delta,\delta'}(-z)$. Как мы увидим ниже, указанное свойство

симметрии значительно упрощает структуру пороговых уравнений для поперечной неустойчивости. При $\nu \neq 0$, $m \neq 1$ свойство пространственной симметрии теряется.

Обратим внимание на то, что в случае строгого частотного вырождения ($\nu = 0$), каждый из параметров V , V_α , V_β пропорционален m^2 . Однако при $\nu \neq 0$ лишь два из них стремятся к нулю с уменьшением m . Это значит, что при $m^2 \ll 1$ взаимная связь волн γ , γ' , δ , δ' усиливается за счет введения частотной расстройки. Как мы увидим ниже, это обстоятельство может приводить к формированию бегущих световых картин вблизи порога поперечной неустойчивости.

3. ПОРОГОВЫЕ УСЛОВИЯ

3.1. Общие соображения

Пороговое уравнение для поперечной неустойчивости получается из условия существования ненулевых выходных амплитуд боковых волн при нулевых входных значениях. Другими словами, оно отвечает обращению в бесконечность коэффициента прохождения бесконечно слабого сигнала (например, волны γ), посланного на вход.

Возможность реализации поперечной неустойчивости целиком связана с тем, что граничные условия для волн γ, γ' и δ, δ' ставятся на противоположных гранях кристалла. Пусть для определенности входная и выходная грани расположены при $z = -l/2$ и $z = l/2$, так что l — толщина нелинейного слоя. Тогда, решая систему линейных однородных дифференциальных уравнений (8), мы можем выразить $a_j(l/2)$ с $j = \gamma, \gamma', \delta, \delta'$ через $a_j(-l/2)$ с помощью некоторой матрицы четвертого порядка $\hat{T}(l)$. Далее мы должны выразить алгебраически выходные значения $a_{\delta, \delta'}(-l/2)$ через входные $a_{\delta, \delta'}(l/2)$. Условием обращения в бесконечность коэффициента прохождения слабых волн служит при этом обращение в нуль соответствующего определителя второго порядка, равного $T_{\delta\delta}T_{\delta'\delta'} - T_{\delta\delta'}T_{\delta'\delta}$. Сходная процедура нахождения порогового условия беззеркальной генерации использовалась ранее для ряда шестипучковых оптических конфигураций (см., например, работы [19, 20]).

Вид порогового уравнения зависит от типа граничных условий. В дальнейшем мы ограничим наше рассмотрение нулевыми граничными условиями:

$$a_{\gamma, \gamma'}(-l/2) = 0, \quad a_{\delta, \delta'}(l/2) = 0. \quad (11)$$

Этот тип условий наиболее просто реализуется в эксперименте.

В общем случае пороговое условие комплексно. Оно включает в себя внешние параметры (толщину кристалла l , отношение интенсивностей пучков накачки $\rho = I_\beta/I_\alpha$) и внутренние параметры, допускающие автоподстройку вторичных волн (угол распространения θ и безразмерная расстройка ν). Решение порогового уравнения дает зависимость $l = l(\rho, \theta)$ и $\nu = \nu(\rho, \theta)$. Минимизация величины l как функции θ дает пороговое значение $l_{th}(\rho)$, а также пороговые значения угла эмиссии $\theta_{th}(\rho)$ и расстройки $\nu_{th}(\rho)$. При нахождении пороговых значений следует иметь в виду, что решение порогового уравнения может состоять из последовательности ветвей для $l(\theta, \rho)$ и $\nu(\theta, \rho)$.

3.2. Стоячие световые картины

Существенно, что в случае строгого частотного вырождения пороговое уравнение становится действительным. Это значит, что оно допускает решение $\nu = 0$, $l = l(\theta, \rho)$.

Как отмечалось в предыдущем разделе, при $\nu = 0$ система уравнений (8) обладает симметрией относительно замены $z \rightarrow -z$ и одновременной перестановки индексов $\gamma, \gamma' \leftrightarrow \delta, \delta'$. Как следствие этого она инвариантна относительно замены ρ на ρ^{-1} . Нулевые граничные условия (11) также инвариантны относительно отражения в плоскости $z = 0$. По этой причине пороговое условие может быть представлено в виде

$$S(l, \theta, m)A(l, \theta, m) = 0, \quad (12)$$

т. е. оно расщепляется на два уравнения $S(l, \theta, m) = 0$ и $A(l, \theta, m) = 0$, первое из которых отвечает симметричной, а второе — антисимметричной моде. Вычисления приводят к следующим выражениям для факторов S и A :

$$\begin{aligned} S &= \Delta \sin(\Delta l/2) \operatorname{sh}(\Gamma l/2) + \Gamma \cos(\Delta l/2) \operatorname{ch}(\Gamma l/2), \\ A &= \Delta \cos(\Delta l/2) \operatorname{ch}(\Gamma l/2) - \Gamma \sin(\Delta l/2) \operatorname{sh}(\Gamma l/2), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\Gamma = \sqrt{\Delta g m^2 - \Delta^2}. \quad (14)$$

Факторы S и A действительны при любом значении углового параметра Δ и любом знаке константы связи g . В то же время их структура зависит от знака разности $g m^2 - \Delta$. Если этот знак отрицателен, то входящие в (13) гиперболические функции аргумента $\Gamma l/2$ трансформируются в соответствующие тригонометрические. Обратим внимание на то, что отношение интенсивностей волн накачки ρ входит в соотношения (13) через контраст интерференционной картины $m = 2/(\rho^{1/2} + \rho^{-1/2})$. Это обстоятельство — прямое следствие упомянутой выше пространственной симметрии задачи.

Легко убедиться, что параметры g , l и m входят в соотношения (13) в виде двух безразмерных комбинаций

$$x = \frac{\Delta}{g m^2}, \quad y = l g m^2. \quad (15)$$

Это упрощает анализ пороговых условий. Если мы знаем значения x_{th} и y_{th} , отвечающие абсолютному минимуму функции $y(x)$, то с помощью (15) немедленно получаем зависимости l_{th} и θ_{th} от m и g . Отметим сразу же, что вытекающие из (15) зависимости $l_{th} \propto m^2$ и $\theta \propto m$ более резкие, чем они были найдены в работе [10].

Каждое из уравнений $S(x, y) = 0$ и $A(x, y) = 0$ дает последовательность ветвей для функций $y(x)$. Ветви одной симметрии (S или A) всегда отделены друг от друга. Ветви же разной симметрии (S и A) имеют точки пересечения. Наибольший интерес представляют две нижние ветви $y(x)$, отвечающие S - и A -модам. Их точки пересечения легко находятся из условия $A(x, y) = S(x, y) = 0$. Ответ имеет вид

$$x_j = \frac{(j+1)^2}{2j+1}, \quad y_j = \pi \frac{2j+1}{j+1}, \quad (16)$$

где j — целое положительное число.

Далее легко убедиться, что при $g > 0$ уравнение $A(x, y) = 0$ имеет решение $y = \pi$ при $x = 1$, и что эта точка отвечает локальному минимуму функции $y(x)$. Кроме того, можно показать численно, что найденное частное решение реализует абсолютный

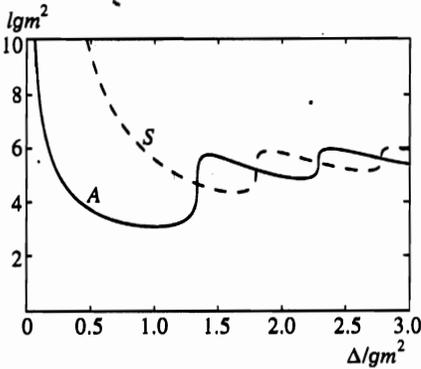


Рис. 2. Зависимость параметра $y = lgm^2$ от $x = \Delta/gm^2$ для антисимметричной (сплошная кривая) и симметричной (штриховая) мод

минимум $y(x)$. Следовательно, мы можем написать для пороговых значений l_{th} и θ_{th}

$$l_{th} = \frac{\pi}{g m^2}, \quad \theta_{th} = m n \sqrt{\tau E_{ph}}. \tag{17}$$

Отметим, что при $m = 1$ угол θ_{th} совпадает со значением, найденным в [10], а толщина l_{th} превышает прежнее значение в $\sqrt{2}$ раз.

На рис. 2 показаны две нижние ветви $y(x)$, отвечающие модам A и S. Они полностью отвечают перечисленным выше свойствам и качественно сходны по структуре с ветвями, полученными нами в работе [10]. Обращает на себя внимание, что каждая ветвь функции $y(x)$ имеет последовательность минимумов, причем значения y в соседних минимумах близки между собой. Это обстоятельство должно быть существенным для понимания нелинейной стадии поперечной неустойчивости, т. е. структуры возникающих вторичных световых картин.

3.3. Бегущие световые картины

Будем считать, что безразмерная расстройка ν отлична от нуля, и рассмотрим прежде всего случай равных интенсивностей волн накачки, $\rho = 1$. В этом случае система (8) по-прежнему допускает решение в виде A- и S-мод, а пороговое условие допускает представление (12). Вычисления приводят здесь к новым выражениям для факторов A и S:

$$S = \Delta \sin \frac{\kappa_+ l}{2} \sin \frac{\kappa_- l}{2} + \frac{\kappa_+ \kappa_-}{\Delta} \cos \frac{\kappa_+ l}{2} \cos \frac{\kappa_- l}{2}, \tag{18}$$

$$A = \Delta \cos \frac{\kappa_+ l}{2} \cos \frac{\kappa_- l}{2} + \frac{\kappa_+ \kappa_-}{\Delta} \sin \frac{\kappa_+ l}{2} \sin \frac{\kappa_- l}{2},$$

где

$$\kappa_+ = \sqrt{\Delta(\Delta - \epsilon g)}, \quad \kappa_- = \sqrt{\Delta(\Delta - g)}, \tag{19}$$

а $\epsilon = i\nu/(1 + i\nu)$. При $\nu \neq 0$ факторы A и S комплексны, а при $\nu = 0$ они задаются прежними выражениями (13), если в последних положить $m = 1$. Первый вопрос, возникающий при исследовании пороговых уравнений $A = 0$ и $S = 0$, следующий: имеют ли эти уравнения хотя бы одно решение $l = l(\Delta)$, $\nu = \nu(\Delta)$ с $\nu \neq 0$? Наше численное

исследование показало, что такие решения отсутствуют. Иными словами, при $m = 1$ возникающие вблизи порога неустойчивости световые картины должны быть стоячими.

Исследование порога неустойчивости в общем случае $\nu \neq 0$, $\rho \neq 1$ сопряжено с громоздкими вычислениями ввиду отсутствия пространственной симметрии. Такое исследование возможно, по-видимому, только численно. Однако при сильном различии в интенсивностях волн накачки, задача значительно упрощается. Кроме того, из общих соображений можно ожидать, что в этом пределе бегущие световые картины отвечают более низкому порогу, чем стоячие. Для того чтобы увидеть это, мы обратимся снова к исходной системе (8) и будем считать для определенности, что $\rho = I_\beta/I_\alpha \ll 1$. Как следует из (9), безразмерные параметры V , $V_{\alpha,\beta}$ приобретают вид

$$V \simeq \frac{\rho}{1 + i\nu}, \quad V_\alpha \simeq \frac{i\nu}{1 + i\nu}, \quad V_\beta \simeq \rho. \tag{20}$$

Лишь параметр V_α остается конечным при $\rho \rightarrow 0$. С другой стороны, из структуры системы (8) следует, что при $V_\alpha \gg V$, V_β связь между парами встречных волн (которая, очевидно, необходима для неустойчивости) становится намного сильнее, чем при $V_\alpha = 0$ (т. е. при $\nu = 0$).

Для нахождения порогового условия мы должны вычислить в главном приближении по ρ каждый из матричных элементов $T_{\delta\delta}$, $T_{\delta'\delta'}$, $T_{\delta\delta'}$ и $T_{\delta'\delta}$, связывающих между собой амплитуды a_δ и $a_{\delta'}$. Это нетрудно сделать, используя преобразование Лапласа по координате z . В результате получаем пороговое уравнение в виде

$$\cos[2l(\Delta - g\epsilon)] = \frac{(2\Delta - g\epsilon)}{2g^2\rho\Delta} \left(\frac{\Delta - g\epsilon}{1 - \epsilon} \right)^2, \tag{21}$$

где в соответствии с принятыми обозначениями $\epsilon = i\nu(1 + i\nu)^{-1}$.

Уравнение (21) комплексно. Его решение состоит из последовательности ветвей для $l(\Delta)$ и $\nu(\Delta)$. На рис. 3 изображены две нижние ветви функции $l(\Delta)$ и соответствующие ветви $\nu(\Delta)$. Видно, что функция $l(\Delta)$ для каждой из ветвей характеризуется одним плавным минимумом и что этому минимуму отвечает безразмерная расстройка ν , сравнимая с единицей. Минимальные значения l для ветвей 1 и 2 близки между собой, но они отвечают существенно разным значениям углового параметра Δ . Вычисления показывают, что при любом значении ρ пороговое, т. е. наименьшее, значение толщины l_{th} отвечает правой ветви $l(\Delta)$ (ветвь 1 на рис. 3а). На рис. 4 изображены зависимости пороговых значений l_{th} , Δ_{th} и ν_{th} от ρ . С уменьшением ρ пороговая толщина монотонно возрастает, стремясь к бесконечности по логарифмическому закону, а значения Δ_{th} и ν_{th} остаются конечными, испытывающими соответственно медленный рост и медленное убывание. Штриховые кривые на рис. 4а, б показывают зависимости $l_{th}(\rho)$ и $\Delta_{th}(\rho)$ для $\nu = 0$, отвечающие соотношениям (17). Видно, что во всем рассмотренном интервале изменения ρ пороговые значения l_{th} и Δ_{th} для бегущих световых картин ниже, чем для стоячих. Пересечения сплошных и штриховых кривых лежат за пределами этого интервала, где использованное приближение малых ρ , по-видимому, неприменимо.

Скорость движения световой картины на экране, расположенном вблизи выходной поверхности кристалла, есть $v = \Omega/K_t$, где $K_t = 2\pi n\theta/\lambda$. Используя принятые ранее определения для g и Δ , получаем на пороге неустойчивости

$$v_{th} = \frac{1}{2\pi n^2 \sqrt{r E_{ph}}} \frac{\lambda}{t_d} \frac{\nu_{th}}{\sqrt{\Delta_{th}/g}}. \tag{22}$$

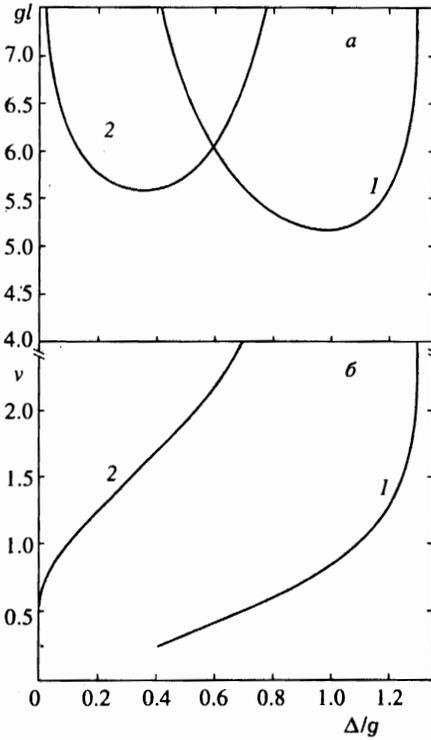


Рис. 3

Рис. 3. Две нижние ветви (1 и 2) функции $l(\Delta)$ для $\rho = 0.1$ (а) и соответствующие ветви функции $\nu(\Delta)$ (б)

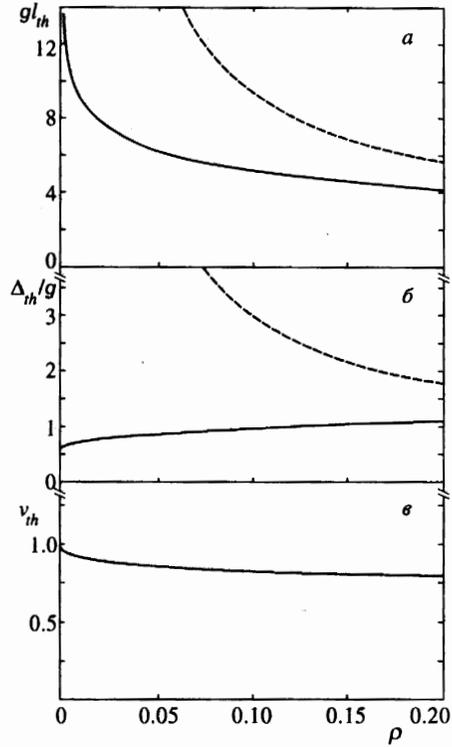


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость пороговых значений l_{th} (а), углового параметра $\Delta_{th} = \pi n \theta_{th}^2 / \lambda$ (б) и безразмерной расстройки $\nu_{th} = t_d \Omega_{th}$ (в) от отношения интенсивностей волн накачки ρ . Сплошные кривые отвечают бегущим, штриховые — стоячим световым картинам

Безразмерная комбинация $\nu_{th} / \sqrt{\Delta_{th} / g}$ слабо убывает с увеличением ρ и остается близкой к единице при $\rho < 0.2$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Проведем прежде всего численные оценки основных параметров теории применительно к экспериментам с кристаллами LiNbO_3 . Значения фотогальванического поля E_{ph} достигают здесь 10^2 кВ/см [13]. Принимая $E_{ph} = 25$ кВ/см, полагая $n = n_0$, $r = r_{13}$ и используя табличные значения $n_0 \approx 2.3$, $r_{13} \approx 8.6 \cdot 10^{-10}$ см/В, для толщины l_{th} и угла эмиссии в воздухе $\theta_{th}^a = n_0 \theta_{th}$ при равных интенсивностях пучков накачки получаем

$$l_{th} = 2 \text{ мм}, \quad \theta_{th}^a \simeq 1.5^\circ. \quad (23)$$

Константа связи g при принятых значениях параметров составляет примерно 16 см^{-1} . Полученные оценки не зависят от интенсивности света. Малость пороговой толщины указывает на то, что в эксперименте легко могут быть выполнены условия возбуждения как стоячих, так и бегущих световых картин.

Для оценки скорости движения световой картины v_{th} необходимо дополнительно знать время релаксации поля пространственного заряда t_d . В кристаллах LiNbO_3 оно, как правило, совпадает со временем диэлектрической релаксации и обратно пропорционально интенсивности накачки. Для образцов LiNbO_3 с высокими значениями E_{ph} время t_d при интенсивности 1 Вт/см может быть грубо оценено как 1 с . В соответствии с (22) это отвечает скорости $v_{th} \sim 10^{-3} \text{ см/с}$. Надежная регистрация столь медленных движений едва ли возможна. Проведенная оценка означает, что в эксперименте необходима фокусировка лазерных пучков до мощности порядка 10^2 Вт/см^2 .

Как уже отмечалось во Введении, нам известны три экспериментальные работы [6, 14, 15], которые с большой степенью уверенности можно квалифицировать как наблюдения поперечной неустойчивости в кристаллах LiNbO_3 . Наиболее подробное описание наблюдений дано в [6]. В этом эксперименте на кристалл направлялся один сфокусированный пучок накачки, а встречный пучок возникал благодаря относительно слабому эффекту нелинейного отражения [21, 22]. Интенсивность встречного пучка не контролировалась, но она заведомо была намного меньшей, чем у падающего. Возникавшие в эксперименте кольцевые световые структуры были бегущими, их скорость росла с увеличением интенсивности накачки. Характерный угол эмиссии составлял $1.5\text{--}2^\circ$. Таким образом, можно говорить о качественном согласии между наблюдениями и представленной выше теорией.

По нашему мнению, было бы весьма интересно провести целенаправленные эксперименты по исследованию поперечной неустойчивости в кристаллах LiNbO_3 , аналогичные по качеству экспериментам [16–18] с KNbO_3 и BaTiO_3 . Целью предлагаемых экспериментов может быть детектирование вторичных световых структур вокруг встречных пучков накачки и исследование свойств этих структур в зависимости от отношения интенсивностей ρ , полной интенсивности света, фотогальванического поля E_{ph} и толщины образца l . Имеющиеся предварительные наблюдения и теоретические расчеты свидетельствуют о легкости прохождения порога поперечной неустойчивости и о разнообразии запороговых световых структур.

5. ВЫВОДЫ

Мы показали, что в кристаллах LiNbO_3 и LiTaO_3 с доминирующим фотогальваническим транспортом встречные лазерные пучки становятся неустойчивыми относительно спонтанного возникновения малоугловых ($\theta^a \simeq 1^\circ\text{--}2^\circ$) световых структур, начиная с длин взаимодействия $l \simeq 1\text{--}2 \text{ мм}$. С уменьшением контраста исходной интерференционной картины возбуждение стоячих световых структур должно сменяться возбуждением бегущих. Имеющиеся литературные данные свидетельствуют о легкости возбуждения рассмотренной поперечной неустойчивости в кристаллах $\text{LiNbO}_3\text{:Fe}$ и $\text{LiNbO}_3\text{:Cu}$ и качественно согласуются с результатами теории. Целенаправленных исследований поперечной неустойчивости (аналогичных экспериментам с кристаллами KNbO_3 и BaTiO_3

при доминирующем диффузионном транспорте) в этих нелинейных материалах не проводилось.

Авторы признательны Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку (грант № 96-02-19126). Авторы благодарны М. Г. Степанову за квалифицированную помощь в компьютерном рисовании.

Литература

1. W. J. Firth, A. Fitzgerald, and C. Pare, *J. Opt. Soc. Amer.* B 7, 1087 (1990).
2. G. G. Luther and C. J. McKinstrie, *J. Opt. Soc. Amer.* B 7, 1125 (1990).
3. G. Grynberg, *Opt. Commun.* 66, 321 (1988).
4. J. Pender and L. Hesselink, *J. Opt. Soc. Amer.* B 7, 1361 (1990).
5. A. Yariv and D. M. Pepper, *Opt. Lett.* 1, 16 (1977).
6. В. В. Лемешко, В. В. Обуховский, *Письма в ЖТФ* 11, 1389 (1985).
7. T. Honda, *Opt. Lett.* 18, 598 (1993).
8. M. Saffman, D. Montgomery, A. A. Zozulja et al., *Phys. Rev. A* 48, 3209 (1993).
9. M. Saffman, A. A. Zozulya, and D. A. Anderson, *J. Opt. Soc. Amer.* B 11, 1409 (1994).
10. B. Sturman and A. Chernykh, *J. Opt. Soc. Amer.* B 12, 1384 (1995).
11. T. Honda and P. P. Banerjee, *Opt. Lett.* 21, 779 (1996).
12. *Photorefractive Materials and Their Applications*, ed. by P. Günter, J.-P. Huignard, Springer-Verlag, Berlin (1988), Vol. 1.
13. Б. И. Стурман, В. М. Фридкин, *Фотогальванический эффект в средах без центра симметрии и родственные явления*, Наука, Москва (1992).
14. V. Bazenov, S. Lyuksutov, R. Jungen et al., *Proc. SPIE* 1273, 48 (1990).
15. S. M. Liu, G. Y. Zhang, J. L. Wang et al., *Opt. Commun.* 70, 185 (1989).
16. P. P. Banerjee, H.-L. Yu, D. A. Gregory et al., *Opt. Lett.* 20, 10 (1995).
17. T. Honda, *Opt. Lett.* 20, 851 (1995).
18. T. Honda and H. Matsumoto, *Opt. Lett.* 20, 1755 (1995).
19. А. Д. Новиков, В. В. Обуховский, С. Г. Одулов, Б. И. Стурман, *Письма в ЖЭТФ* 44, 418 (1986).
20. B. Sturman, S. Odoulov, U. van Olfen et al., *J. Opt. Soc. Amer.* B 11, 1700 (1994).
21. И. Ф. Канаев, В. К. Малиновский, Б. И. Стурман, *ЖЭТФ* 74, 1599 (1978).
22. K. R. MacDonald, J. Feinberg, M. Z. Zha, and P. Günter, *Opt. Commun.* 50, 146 (1984).