ЖЭТФ, 1997, том 111, вып. 4, стр. 1320–1327 ©*1997*

АКУСТИКА РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СВЕРХТЕКУЧЕЙ ЖИДКОСТИ

Ю. В. Власов

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
117334, Москва, Россия

Поступила в редакцию 2 августа 1996 г.

Впервые в рамках современной ковариантной теории сверхтекучести вычислена скорость распространения первого и второго звука при произвольных температурах. Рассмотрены ударные волны малой интенсивности. В низкотемпературном пределе результаты согласуются с ранее известными выражениями, найденными другим методом.

1. ВВЕДЕНИЕ

Так исторически сложилось, что в ковариантной теории сверхтекучести [1–4] основное внимание уделялось фундаментальным проблемам, а прикладные задачи оставались в тени. Это в особенности относится к исследованию распространения звука в релятивистской сверхтекучей жидкости, которое было начато совсем недавно. Впервые вычисление скорости первого, второго и четвертого звуков провел Вильчинский [5], работая в рамках простой, но, как известно [1, 2, 4, 6], неверной модели (типа теории Израэля), в которой сверхтекучая и нормальная компоненты рассматривались как идеальные жидкости. Поэтому результаты работы [5] фактически относятся не к сверхтекучей жидкости, а к невзаимодействующим газам. На самом деле [1, 2] взаимодействие двух компонент приводит к тому, что обычная гидродинамика идеальной жидкости уже не применима, но требуется более сложный формализм, который разработали Лебедев, Халатников и Картер. Результаты, заслуживающие доверия, были получены Картером и Ланглуа [7] для фононного уравнения состояния. Однако значение скорости второго звука при произвольной температуре, когда спектр элементарных возбуждений отклоняется от фононного, до сих пор не вычислено достоверно. Этот пробел мы попытаемся ликвидировать ниже, используя недавно разработанную теорию ударных волн [8] в сверхтекучей жидкости. Хотя повторять изложение результатов [8] нет необходимости, в качестве введения в предмет, представляем некоторые сведения, имея которые, можно без труда вывести даже те промежуточные формулы, которые мы опустили, сочтя их малоценными.

В статье используется принятая в теории относительности система единиц $\hbar = c = 1$ и метрический тензор $g^{\mu\nu} = \mathrm{diag}\{-1, 1, 1, 1\}$.

2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ СВЕРХТЕКУЧАЯ ЖИДКОСТЬ

В ковариантной теории сверхтекучести [1–4] законы сохранения потока числа частиц

$$\nabla_\rho n^\rho = 0 \tag{1}$$

и потока энтропии

$$\nabla_\rho s^\rho = 0 \tag{2}$$

записываются в совокупности с законом сохранения (псевдо-)тензора энергии-импульса

$$\nabla_\rho T^\rho_\nu = 0, \tag{3}$$

где

$$T^\rho_\nu = n^\rho \mu_\nu + s^\rho \Theta_\nu + \Psi g^\rho_\nu, \tag{4}$$

а 1-формы, сопряженные с соответствующими 1-векторами, называются ковектором химического потенциала μ_ρ и ковектором температуры Θ_ρ. Функция же давления Ψ, связанная с лагранжианом L преобразованием Лежандра

$$\Psi = L - s^\rho \Theta_\rho, \tag{5}$$

зависит от трех инвариантов, а именно, от химического потенциала в сверхтекучей (это терминология Картера, Лебедева и Халатникова) системе отсчета

$$\mu^2 = -\mu_\rho \mu^\rho, \tag{6}$$

эффективной температуры

$$\Theta^2 = -\Theta_\rho \Theta^\rho \tag{7}$$

и произведения

$$z^2 = -\Theta^\rho \mu_\rho. \tag{8}$$

Итак, существуют четыре системы отсчета, которые связаны с динамическими переменными n^ρ, μ_ρ, s^ρ и Θ_ρ. Если бы мы работали с идеальной двухкомпонентной жидкостью, то имели бы две системы отсчета. Но в случае релятивистской сверхтекучей жидкости это отнюдь не так: например, система отсчета Эккарта не совпадает со сверхтекучей системой отсчета, ибо векторы n^λ и μ^λ не коллинеарны. Впрочем, из этих четырех переменных независимыми являются две, а две другие выражаются через них по формулам

$$n^\rho = F\mu^\rho + H\Theta^\rho, \quad s^\rho = H\mu^\rho + G\Theta^\rho, \tag{9}$$

где коэффициенты F, G и H вычисляются с помощью функции давления:

$$F = \frac{1}{\mu}\frac{\partial\Psi}{\partial\mu}, \quad G = \frac{1}{\Theta}\frac{\partial\Psi}{\partial\Theta}, \quad H = \frac{1}{2z}\frac{\partial\Psi}{\partial z}, \tag{10}$$

и являются составляющими обратного метрического тензора в пространстве динамических переменных [2]. При этом теории типа Израэля соответствуют конформно-плоской «метрике», и может возникнуть ложное предположение об эквивалентности с современной теорией при низких температурах, ибо тогда $H \to 0$. Ниже на примере изучения акустических волн мы увидим насколько несправедливо такое мнение.

Вместо зависимости от величины z можно ввести зависимость от относительной скорости w между сверхтекучей и нормальной компонентами с помощью формулы [7, 8]

$$z^2 = \frac{H}{G}\mu^2 w^2 + \sqrt{\left(\frac{H}{G}\mu^2 w^2\right)^2 + \Theta^2\mu^2}. \tag{11}$$

3. УДАРНЫЕ ВОЛНЫ

Общая теория разрывов в релятивистской сверхтекучей жидкости рассматривается в работе [8]. Изучая распространение звуковых и слабых ударных волн, будем исходить из общего формализма. Рассмотрим плоскую ударную волну, распространяющуюся вдоль оси x^1, с единичной нормалью $\lambda^\rho = (0,1,0,0)$ к гиперповерхности разрыва. При этом векторы и ковекторы удобно представить в виде

$$\begin{aligned} n^\rho &= n(\operatorname{ch}\varphi, \operatorname{sh}\varphi, 0, 0), \quad \mu_\rho = \mu(-\operatorname{ch}\psi, \operatorname{sh}\psi, 0, 0), \\ s^\rho &= s(\operatorname{ch}\alpha, \operatorname{sh}\alpha, 0, 0), \quad \Theta_\rho = \Theta(-\operatorname{ch}\beta, \operatorname{sh}\beta, 0, 0). \end{aligned} \tag{12}$$

Мы считаем, что среда перед поверхностью разрыва находится в состоянии покоя, а уравнения запишем в системе отсчета, сопутствующей ударной волне. Таким образом, перед фронтом относительная скорость будет равна нулю, и

$$\alpha_- = \beta_- = \varphi_- = \psi_-. \tag{13}$$

Последнее выражение определяет скорость среды $v = \operatorname{th}\psi_-$ перед фронтом ударной волны; очевидно, эта скорость равна скорости распространения разрыва в системе отсчета, в которой среда перед фронтом покоится.

Законы сохранения (1)–(3) приводят к следующим соотношениям на разрыве (квадратные скобки обозначают разность, индексы «+» и «−» обозначают состояния перед и за разрывом [8]:

$$[n^\rho\lambda_\rho] = 0, \quad [s^\rho\lambda_\rho] = 0, \quad [T^\rho_\nu\lambda_\rho] = 0. \tag{14}$$

Отсюда имеем

$$n^1_+ = n^1_-, \quad s^1_+ = s^1_-, \tag{15}$$

т. е. с учетом (12), (13),

$$n_+ \operatorname{sh}\varphi_+ = n_- \operatorname{sh}\varphi_-, \quad s_+ \operatorname{sh}\alpha_+ = s_- \operatorname{sh}\alpha_-. \tag{16}$$

С помощью последнего выражения в формуле (14) определяются два вида сильных разрывов [8], а именно, разрывы типа первого звука, которые характеризуются условием

$$\mu^0_+ = \mu^0_-,$$

и разрывы типа второго звука, для которых выполняется равенство

$$\Theta^0_+ = \Theta^0_-.$$

Формулы (12) и (16) приводят к соотношениям

$$\mu_+ \operatorname{ch}\psi_+ = \mu_- \operatorname{ch}\psi_-, \quad \Theta_+ \operatorname{ch}\beta_+ = \Theta_- \operatorname{ch}\beta_-. \tag{17}$$

Последние соотношения вместе с (16) позволяют с помощью формул (9) получить выражения для v через термодинамические величины для двух типов разрывов:

$$n_-v = F_+\sqrt{\mu_-^2 - \mu_+^2 + v^2\mu_+^2} + H_+\sqrt{\Theta_-^2 - \Theta_+^2 + v^2\Theta_+^2}, \tag{18}$$

$$s_-v = G_+\sqrt{\Theta_-^2 - \Theta_+^2 + v^2\Theta_+^2} + H_+\sqrt{\mu_-^2 - \mu_+^2 + v^2\mu_+^2}. \tag{19}$$

Решения уравнений (18) и (19) соответственно определяют разрывы аналогичные обычным ударным волнам и температурным разрывам в сверхтекучем гелии [9]. Следует также отметить, что величины μ и Θ возрастают [8] (это справедливо по крайней мере для фононного уравнения состояния).

4. ПЕРВЫЙ И ВТОРОЙ ЗВУК

Чтобы получить из формул (18), (19) скорость распространения первого и второго звука, выражения для параметров за фронтом разрыва заменяем конечной разностью $\mu_+ - \mu_- = \Delta\mu$, а индекс «$-$» опускаем и получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} &F(v^2-1)\Delta\mu + \mu v^2\frac{\partial F}{\partial\mu^2}\Delta\mu^2 + \mu v^2\frac{\partial F}{\partial\Theta^2}\Delta\Theta^2 + \mu v^2\frac{\partial F}{\partial z^2}\Delta z^2 + \\ &+H(v^2-1)\Delta\Theta + \Theta v^2\frac{\partial H}{\partial\mu^2}\Delta\mu^2 + \Theta v^2\frac{\partial H}{\partial\Theta^2}\Delta\Theta^2 + \Theta v^2\frac{\partial H}{\partial z^2}\Delta z^2 = 0, \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} &G(v^2-1)\Delta\Theta + \Theta v^2\frac{\partial G}{\partial\mu}\Delta\mu + \Theta v^2\frac{\partial G}{\partial\Theta^2}\Delta\Theta^2 + \Theta v^2\frac{\partial G}{\partial z^2}\Delta z^2 + \\ &+H(v^2-1)\Delta\mu + \mu v^2\frac{\partial H}{\partial\mu}\Delta\mu + \mu v^2\frac{\partial H}{\partial\Theta^2}\Delta\Theta^2 + \mu v^2\frac{\partial H}{\partial z^2}\Delta z^2 = 0. \end{aligned} \tag{21}$$

Для величины Δz^2 с помощью соотношения (11) записываем разложение

$$\Delta z^2 = \Theta\Delta\mu + \mu\Delta\Theta + (H/G)\mu\Theta w^2, \tag{22}$$

подстановка которого в (20), (21) в линейном приближении приводит к биквадратному уравнению

$$\begin{aligned} &\left\{v^2 - F\left[F + \mu\frac{\partial F}{\partial\mu} + \Theta\frac{\partial H}{\partial\mu} + \Theta\left(\mu\frac{\partial F}{\partial z^2} + \Theta\frac{\partial H}{\partial z^2}\right)\right]^{-1}\right\}\times \\ &\times\left\{v^2 - G\left[G + \Theta\frac{\partial G}{\partial\Theta} + \mu\frac{\partial H}{\partial\Theta} + \mu\left(\Theta\frac{\partial G}{\partial z^2} + \mu\frac{\partial H}{\partial z^2}\right)\right]^{-1}\right\} - \\ &-v^2\left\{H\left[H + \mu\frac{\partial F}{\partial\Theta} + \Theta\frac{\partial H}{\partial\Theta} + \mu\left(\mu\frac{\partial F}{\partial z^2} + \Theta\frac{\partial H}{\partial z^2}\right)\right]^{-1}\right\}\times \\ &\times\left\{H\left[H + \mu\frac{\partial H}{\partial\mu} + \Theta\frac{\partial G}{\partial\mu} + \Theta\left(\Theta\frac{\partial G}{\partial z^2} + \mu\frac{\partial H}{\partial z^2}\right)\right]^{-1}\right\} = 0 \end{aligned} \tag{23}$$

с решениями, определяющими скорость первого и второго звука.

Приближенное решение этого биквадратного уравнения состоит в том, что оно распадается на пару квадратных уравнений для первого звука

$$u_{\mathrm{I}}^2 = F\left[F + \mu\frac{\partial F}{\partial\mu} + \Theta\frac{\partial H}{\partial\mu} + \Theta\left(\mu\frac{\partial F}{\partial z^2} + \Theta\frac{\partial H}{\partial z^2}\right)\right]^{-1} = F\frac{\partial\mu}{\partial n} \tag{24}$$

и для второго звука

$$u_{\rm II}^2 = G\left[G + \Theta\frac{\partial G}{\partial\Theta} + \mu\frac{\partial H}{\partial\Theta} + \mu\left(\Theta\frac{\partial G}{\partial z^2} + \mu\frac{\partial H}{\partial z^2}\right)\right]^{-1} = G\frac{\partial\Theta}{\partial s}. \tag{25}$$

Данное приближенное решение справедливо при определенных допущениях (об этом см. ниже), а в самом общем случае первый и второй звук, как говорят, «зацепляются», т. е. уравнение (23) не распадается на (24) и (25). В то же время формулы (24), (25) в принципе не налагают никаких ограничений на уравнение состояния и таким образом обобщают частный случай, рассмотренный в [7].

Интересно сравнить (24), (25) с аналогичным нерелятивистским соотношением [9]. Для этого выразим величину G через детерминант тензора Картера [3, 7]: $G = B/K$, где B имеет размерность μ/n (а при низкой температуре совпадает с этим значением). С другой стороны, известно [7], что эффективная «плотность энергии» нормальной компоненты ρ_N связана с плотностью энтропии в сверхтекучей системе отсчета s_s соотношением $\rho_N = \Phi^2 K s_s^2$, причем Φ^2 называют дилатоном [3], а эффективная плотность сверхтекучей компоненты ρ_s выражается через химический потенциал μ_N в нормальной системе отсчета как $\rho_s = \Phi^2\mu_N^2$. Поэтому вместо формулы (7) можно записать

$$u_{\rm II}^2 = B\frac{s_s^2}{\mu_N^2}\,\frac{\rho_s}{\rho_N}\,\frac{\partial\Theta}{\partial s},$$

что имеет некоторое внешнее сходство с известным нерелятивистским выражением [9]. Однако полной аналогии с нерелятивистским случаем не может быть по той причине, что в ковариантной теории [1–4] нельзя ввести сохраняющийся нормальный и сверхтекучий ток. Можно показать, как формула (8) переходит в соответствующее нерелятивистское выражение [9]: «плотность энергии» нормальной и сверхтекучей компонент приобретает обычный смысл плотности массы, плотность энтропии при нерелятивистских скоростях будет одна и та же в любой системе отсчета, а химический потенциал стремится к постоянному значению, равному энергии покоя спаренных частиц.

Для проверки выражений (24), (25) в пределе малых температур, когда элементарными возбуждениями являются фононы, имеется соответствующий результат Картера и Ланглуа [7], полученный весьма громоздким методом Адамара. Но в случае достаточно высоких температур сверить соотношение (25) нам уже не с чем: выражение (25) в принципе не может совпадать со скоростью второго звука, вычисленной Вильчинским [5]. Итак, покажем, что формула (25) в пределе низких температур дает результат Картера и Ланглуа.

При низких температурах лагранжиан дается выражением [4]

$$\Lambda\{\mu, z, \Theta\} = \Lambda\{\mu\} - \psi\{\mu, z, \Theta\}, \tag{26}$$

где второе слагаемое, соответствующее вкладу элементарных возбуждений, в явном виде записывается как

$$\psi\{\mu, z, \Theta\} = \frac{1}{4}c_s\left(\frac{3}{4\underline{\hbar}}\right)^3 (G^{\nu\lambda}\Theta_\nu\Theta_\lambda)^2, \quad \underline{\hbar} = 0.99\hbar. \tag{27}$$

Здесь проективный тензор

$$G^{\nu\lambda} = g^{\nu\lambda} + \left(1 - \frac{1}{c_s^2}\right)\frac{\mu^\nu\mu^\lambda}{\mu^2} \tag{28}$$

и c_s — скорость первого звука. С помощью выражений (5), (9), (10), (26)–(28) без труда дифференцированием лагранжиана (9) вычисляем интересующие нас коэффициенты:

$$G = -c_s \left(\frac{3}{4\underline{\hbar}}\right)^3 \left[-\Theta^2 + \left(1 - \frac{1}{c_s^2}\right)\frac{z^4}{\mu^2}\right],$$
$$H = c_s \left(1 - \frac{1}{c_s^2}\right)\left(\frac{3}{4\underline{\hbar}}\right)^3 \frac{z^2}{\mu^2}\left[-\Theta^2 + \left(1 - \frac{1}{c_s^2}\right)\frac{z^4}{\mu^2}\right]. \tag{29}$$

Далее в соответствии с соотношениями (9), (10) вычисляем плотность энтропии:

$$s = c_s \left(\frac{3}{4\underline{\hbar}}\right)^3 \left[-\Theta^2 + \left(1 - \frac{1}{c_s^2}\right)\frac{z^4}{\mu^2}\right]^2 \sqrt{\Theta^2 - \left[1 - \left(\frac{1}{c_s^2}\right)^2\right]\frac{z^4}{\mu^2}}. \tag{30}$$

Уравнения (18), (19), а следовательно, и (24), (25) относятся к случаю, когда перед фронтом волны относительная скорость между компонентами равна нулю. Это соответствует тому, что $z^2 = \mu\Theta$. Тогда подстановка выражений (29) и (30) в формулу (25) дает равенство

$$u_{\mathrm{II}}^2 = c_s^2/3, \tag{31}$$

в точности совпадающее с результатом Картера и Ланглуа [7], несмотря на то что техника вычислений была совершенно различной. Согласие результатов, полученных двумя независимыми методами, дает основание быть уверенным в правильности обоих.

Аналогичное вычисление в рамках модели Израэля невзаимодействующих компонент с лагранжианом (26), (27) приводит к некорректному результату $u_{\mathrm{II}}^2 = 1/3$, тогда как формула (25) согласуется с нерелятивистским значением скорости второго звука [9]. Конечно, следует обратить внимание на тот факт, что при фононном спектре возбуждений скорость второго звука дается тем же выражением, что и для сверхтекучего гелия.

Нам остается только убедиться в том, что скорость первого звука (24) соответствует величине c_s, определенной Картером. Для этого воспользуемся соотношением $F = \Phi^2(1 + A^2/K)$ и асимптотическим поведением дилатона Φ^2, истинной аномалии A и детерминанта Картера K при низкой температуре [4]: $\Phi^2 = n/\mu + O(\Theta^4)$, $A^2/K = O(\Theta^4)$. Отсюда следует, что

$$u_{\mathrm{I}}^2 = \frac{n}{\mu}\frac{\partial\mu}{\partial n} \equiv c_s^2, \tag{32}$$

т. е. формула (24) также находится в полном согласии с современной теорией, что, впрочем, легко было заранее предвидеть.

Обратим внимание на асимптотику $H/G \sim O(\Theta)$ при низкой температуре. В теории Израэля всегда $H \equiv 0$. Но если мы необоснованно пренебрежем коэффициентом H, то получим уже упомянутый ответ $u_{\mathrm{II}}^2 = 1/3$. Пользующимся гидродинамикой идеальной жидкости при описании релятивистских сверхтекучих систем следует помнить, к чему приводит такая упрощенная теория.

5. РАЗРЫВЫ МАЛОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

Логическим завершением наших вычислений будет изучение разрывов малой интенсивности, иначе говоря, мы попытаемся выяснить, где появляются разрывы — перед или за звуковой волной? Обычные ударные волны распространяются (всегда) быстрее звуковых. Но в сверхтекучем гелии температурные разрывы могут возникать и на заднем фронте волны второго звука [9]. Посмотрим, так ли обстоит дело в релятивистской сверхтекучей жидкости.

В формулах (18) и (19) нам придется сохранить как линейные, так и квадратичной малости члены, исходя из приближенных выражений

$$\begin{aligned} nv &= (F + \Delta F)\left[\left\{2\mu\Delta\mu + (\Delta\mu)^2\right\}(v^2-1) + v^2\mu^2\right]^{1/2} + \\ &+ (H + \Delta H)\left[\left\{2\Theta\Delta\Theta + (\Delta\Theta)^2\right\}(v^2-1) + v^2\Theta^2\right]^{1/2}, \\ sv &= (H + \Delta H)\left[\left\{2\mu\Delta\mu + (\Delta\mu)^2\right\}(v^2-1) + v^2\mu^2\right]^{1/2} + \\ &+ (G + \Delta G)\left[\left\{2\Theta\Delta\Theta + (\Delta\Theta)^2\right\}(v^2-1) + v^2\Theta^2\right]^{1/2} \end{aligned}$$

и более точного, чем (22), разложения

$$\Delta z^2 = \Delta\Theta\mu + \Theta\Delta\mu + \frac{1}{2}\left(\Delta\Theta^2\frac{\mu}{\Theta} + 2\Delta\mu\Delta\Theta + \frac{\Theta}{\mu}\Delta\mu^2\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{H}{G}\mu^2 w^2\right)^2\frac{1}{\Theta\mu} + \frac{H}{G}\mu^2 w^2.$$

Опуская промежуточные арифметические выкладки, приведем окончательные результаты для случая фононного уравнения состояния:

$$v_{\mathrm{I}}^2 = u_{\mathrm{I}}^2 + \left\{2(1-u_{\mathrm{I}}^2) - u_{\mathrm{I}}^4\frac{\mu^2}{n}\frac{\partial^2 n}{\partial\mu^2}\right\}\frac{\Delta\mu}{\mu}, \tag{33}$$

$$v_{\mathrm{II}}^2 = u_{\mathrm{II}}^2 + \frac{3 - 16c_s - 9c_s^2}{6}\frac{\Delta\Theta}{\Theta}. \tag{34}$$

Формула (33) показывает, что при малой скорости первого звука u_{I} соответствующий разрыв распространяется всегда впереди звуковой волны. Более ясное понимание формул (33) и (34) мы можем получить на примере конкретных уравнений состояния. А именно, для политропного уравнения состояния будем иметь [10] $u_{\mathrm{I}}^2 = (1 - m/\mu)/\gamma$, где m — масса покоя спаренных частиц, $\gamma > 1$ — показатель политропы. Учитывая формулу (32), убеждаемся, что $v > u_{\mathrm{I}}$.

Из формулы (34) следует, что при малой скорости первого звука c_s температурные разрывы образуются на переднем фронте волны второго звука — это соответствует результатам для сверхтекучего гелия в низкотемпературном диапазоне [9]. Однако при $c_s \geq 0.97$ температурные разрывы отстают от второго звука, что является специфическим свойством релятивистской сверхтекучей жидкости.

Наконец, обратим внимание на тот почти очевидный факт, что подстановка скорости первого звука (24) в систему (18), разложенную в квадратичном приближении по скачкам величин на разрыве, показывает, что величины $\Delta\Theta$ и w^2 должны быть более высокого порядка малости, чем $\Delta\mu$. И в волне второго звука скачок $\Delta\mu$ и w^2 — величины порядка выше первого относительно $\Delta\Theta$.

6. ВЫВОДЫ

Итак, выше мы занимались вычислением скорости первого и второго звука в сверхтекучей релятивистской жидкости при произвольной температуре, а также обсудили, где возникают разрывы в волнах первого и второго звука. Основной результат заключается в формуле (23) и ее следствиях для первого (24) и второго звука (25). Уравнение (23) в отличие от модели Израэля и от результата работы [5] не распадается в общем случае на (24) и (25). Скорость первого звука (24) при низкой температуре определяется хорошо известным выражением (32), не вызывающим каких-либо сомнений. Выражение для скорости второго звука (25), справедливое при произвольных температурах, в частном случае низкотемпературного предела дает значение (31), ранее найденное Картером и Ланглуа [7]. В то же время выведенное нами соотношение (25) относится именно к релятивистской сверхтекучей жидкости, а не к модели Израэля, в рамках которой было вычислено значение скорости второго звука ранее. Таким образом, полученные выражения скорости первого и второго звука обобщают до сих пор известные результаты, являвшиеся или частными случаями для низкотемпературного предела [7] или относящиеся к приближенной модели [5], которая не может применяться для описания релятивистской сверхтекучей жидкости. В этом нас заставляет убедиться некорректное выражение скорости второго звука, найденное в случае фононного уравнения состояния.

Важно также отметить, что уравнение (23) универсально в том отношении, что оно применимо к любой двухкомпонентной системе, например, при гидродинамическом описании ядерной материи.

Что касается техники вычислений, то мы пользовались, безусловно, самым универсальным методом, ибо исходили из глобальных формул для ударных волн (18) и (19), которые в пределе (бесконечно малой амплитуды) приводят к скоростям распространения первого и второю звука. Такой подход позволил рассмотреть и разрывы малой интенсивности (33), (34).

Конечно, изложенный формализм можно было построить в терминах температуры и давления, как это делается в нерелятивистской теории [9], но это только усложнило бы вычисления, а физической наглядности не прибавило бы. Напротив, оперирование с температурой и химическим потенциалом позволяет записать все уравнения, так сказать, в симметричном виде, т. е. получить уравнения (20) и (21). Впрочем, такая «симметричность» пропадает, как только мы обращаемся к конкретным уравнениям состояния, что ясно видно из различия формул (31) и (32) или (33) и (34).

Автор признателен И. М. Халатникову, беседы с которым побудили к обобщению нерелятивистских результатов работы [9] с помощью релятивистской теории [1, 2].

Литература

1. В. В. Лебедев, И. М. Халатников, ЖЭТФ **82**, 1601 (1982).
2. B. Carter and I. M. Khalatnikov, Phys. Rev. D **45**, 4536 (1992).
3. B. Carter and I. M. Khalatnikov, Class. Quant. Grav. **11**, 2013 (1994).
4. B. Carter and I. M. Khalatnikov, Rev. Math. Phys. **6**, 277 (1994).
5. С. И. Вильчинский, ЖЭТФ **106**, 1430 (1994).
6. T. Olson, Phys. Lett. A **140**, 71 (1990).
7. B. Carter and D. Langlois, Phys. Rev. D **51**, 5856 (1995).
8. Yu. V. Vlasov, submitted to Phys. Rev. D.
9. I. M. Khalatnikov, *Introduction to the theory of superfluidity*, Addison, Redwood (1989), p. 75; И. М. Халатников, ЖЭТФ **23**, 253 (1952).
10. B. Carter and D. Langlois, Phys. Rev. D **52**, 4640 (1995).