ЖЭТФ, 1997, том 111, вып. 4, стр. 1245–1257

ВЕЙБЕЛЕВСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ОБРАТНОМ ТОРМОЗНОМ ПОГЛОЩЕНИИ ИНТЕНСИВНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. Ю. Романов, В. П. Силин, С. А. Урюпин

*Физический институт им. П. Н. Лебедева
Российской академии наук
117924, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 7 августа 1996 г.

Исследована вейбелевская неустойчивость в плазме с нестационарным трехтемпературным распределением электронов, формирующимся при обратном тормозном поглощении интенсивной эллиптически поляризованной электромагнитной волны. Показано, что электрон-ионные столкновения в сильном высокочастотном поле являются одновременно как причиной развития неустойчивости, так и причиной ее подавления. Найдены параметры плазмы и излучения, при которых спонтанные квазистационарные вихревые электромагнитные поля могут возрастать во много раз.

1. ВВЕДЕНИЕ

Давно известно (см., например, [1–4]), что плазма с анизотропным распределением электронов по скоростям неустойчива относительно генерации квазистационарных электромагнитных полей. Одной из наиболее изученных неустойчивостей такой плазмы является вейбелевская неустойчивость [1]. Согласно основным положениям теории в полностью ионизованной плазме порог развития вейбелевской неустойчивости определяется электрон-ионными столкновениями, которые, согласно общепринятой точке зрения, препятствуют развитию неустойчивости (см., например, [5,6]). Ситуация качественно изменяется, если плазма находится в поле высокочастотного интенсивного лазерного излучения. При этом сами электрон-ионные столкновения в процессе обратного тормозного поглощения излучения порождают анизотропию распределения электронов, являющуюся причиной неустойчивости [7,8]. Особенно ярко этот эффект проявляется тогда, когда амплитуда скорости осцилляций электрона в лазерном поле v_E превышает тепловую скорость электронов v_T, а кратность ионизации ионов Z велика настолько, что $Zv_T \gg v_E \gg v_T$. В этих условиях согласно работе [8] нагрев электронов при обратном тормозном поглощении излучения приводит к формированию анизотропного бимаксвелловского распределения электронов. Образование такого распределения может приводить к развитию вейбелевской неустойчивости. Вместе с тем согласно известным положениям теории [5,6] столкновения должны приводить к стабилизации вейбелевской неустойчивости. Имея в виду такое двойственное проявление электрон-ионных столкновений дадим последовательное описание их влияния на вейбелевскую неустойчивость плазмы, взаимодействующей с интенсивным лазерным излучением. Соответствующая теория излагается в настоящем сообщении.

Основу рассмотрения составляет кинетическое уравнение для функции распределения электронов, последовательно учитывающее влияние сильного высокочастотного электромагнитного поля на электрон-ионные столкновения. Во втором разделе показано, как в условиях $Zv_T \gg v_E \gg v_T$ под воздействием эллиптически поляризованной волны формируется нестационарная трехтемпературная функция распределения. При этом максимальная температура реализуется вдоль направления распространения волны, а минимальная — вдоль оси наибольшей напряженности поля. В третьем разделе в предположении, что порог неустойчивости значительно превзойден, проанализированы возможные неустойчивые конфигурации квазистационарных возмущений электромагнитного поля. Установлено, что наиболее эффективно нарастают возмущения с волновым вектором вдоль оси наименьшей температуры и с вектором напряженности электрического поля вдоль оси с большой температурой. В четвертом разделе дано последовательное описание влияния электрон-ионных столкновений в сильном поле излучения на инкремент наиболее неустойчивой квазистационарной моды. Установлены границы временных интервалов, параметры плазмы и излучения, при которых возможно развитие вейбелевской неустойчивости в плазме с нестационарным трехтемпературным распределением электронов по скоростям.

2. КИНЕТИКА ЭЛЕКТРОНОВ В СИЛЬНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим полностью ионизованную плазму в поле плоской электромагнитной волны вида

$$\mathbf{E}_0 = \frac{1}{2}(E_x \exp(i\varphi_x), E_y \exp(i\varphi_y), 0) \exp(-i\omega_0 t + ik_0 z) + \text{c.c.}, \tag{2.1}$$

где φ_x и φ_y — компоненты фазы, E_x и E_y — вещественные проекции вектора напряженности электрического поля на координатные оси, k_0 — волновое число, ω_0 — частота волны. Частоту ω_0 будем считать много большей плазменной частоты электронов ω_L. Тогда $k_0 = \omega_0/c$, где c — скорость света, а возможной зависимостью E_x и E_y от координаты можно пренебречь. Ограничимся изучением условий, когда скорость света много больше как тепловой скорости электронов v_T, так и амплитуды скорости их осцилляций в высокочастотном поле:

$$v_E = \frac{|e|E}{m\omega_0}, \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}, \tag{2.2}$$

где e и m — заряд и масса электрона. В таких условиях для описания движения электронов можно использовать кинетическое уравнение вида

$$\frac{\partial}{\partial t} f + \frac{e}{m}\mathbf{E}_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} f = \mathrm{St}(f) + \mathrm{St}(f, f), \tag{2.3}$$

где $f = f(\mathbf{v}, t)$, $\mathrm{St}(f)$ — электрон-ионный, а $\mathrm{St}(f, f)$ — электрон-электронный интегралы столкновений. Пренебрегая малым изменением энергии электронов при столкновениях с ионами для $\mathrm{St}(f)$ будем использовать выражение

$$\mathrm{St}(f) = \frac{1}{2}\nu(v) \frac{\partial}{\partial v_i}(v^2\delta_{ij} - v_i v_j) \frac{\partial}{\partial v_j} f, \tag{2.4}$$

$$\nu(v) = 4\pi Z e^4 n \Lambda m^{-2} v^{-3}, \tag{2.5}$$

где n — плотность электронов, Z — кратность ионизации ионов, Λ — кулоновский логарифм. Слабой логарифмической зависимостью параметра Λ от скорости будем пренебрегать. Остановимся на исследовании уравнения (2.3) в случае плазмы с ионами высокой кратности ионизации, $Z \gg 1$, и при условии, что амплитуда скорости осцилляций удовлетворяет неравенствам

$$Zv_T \gg v_E \gg v_T. \tag{2.6}$$

При этом эффективная частота электрон-ионных столкновений оказывается $\sim \nu(v_E)$, в то время как частота электрон-электронных столкновений $\sim \nu(v_T)/Z$. При рассмотрении воздействия мощного излучения на плазму благодаря левому неравенству (2.6) в уравнении (2.3) можно пренебречь электрон-электронным интегралом столкновений [8], а правое неравенство позволяет считать тепловое движение электронов медленным по сравнению с быстропеременным движением в высокочастотном поле. В этих условиях целесообразно переписать кинетическое уравнение в переменных

$$\tau = t, \quad \mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_E(t), \tag{2.7}$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v}_E(t) = \frac{e}{m}\mathbf{E}_0. \tag{2.8}$$

Тогда для функции распределения электронов в новых переменных $F = F(\mathbf{u}, \tau) = f(\mathbf{u} + \mathbf{v}_E(\tau), \tau)$ имеем

$$\frac{\partial}{\partial \tau}F = \frac{\partial}{\partial u_i}D_{ij}(\mathbf{u}, \tau)\frac{\partial}{\partial u_j}F, \tag{2.9}$$

$$D_{ij}(\mathbf{u}, \tau) = \frac{1}{2}u^3\nu(u)\left|\mathbf{u} + \mathbf{v}_E(\tau)\right|^{-3} \times \\ \times \left\{[\mathbf{u} + \mathbf{v}_E(\tau)]^2\delta_{ij} - [\mathbf{u} + \mathbf{v}_E(\tau)]_i\,[\mathbf{u} + \mathbf{v}_E(\tau)]_j\right\}. \tag{2.10}$$

Согласно уравнению (2.9) единственной причиной изменения функции F во времени являются видоизмененные внешним полем электрон-ионные столкновения, частота которых много меньше частоты излучения. В такой ситуации функцию F можно представить в виде суммы $F = \overline{F} + \delta\tilde{F}$, где $\overline{F} = \overline{F}(\mathbf{u}, \tau)$ — слабо изменяющаяся за период высокочастотного поля большая усредненная по периоду часть функции F:

$$\overline{F} = \frac{\omega_0}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi/\omega_0} d\tau\, F(\mathbf{u}, \tau), \tag{2.11}$$

а $\delta\tilde{F}$ — малая быстроосциллирующая добавка, обусловленная столкновениями, $|\delta\tilde{F}| \ll \overline{F}$. Тогда, усредняя уравнение (2.9) по периоду высокочастотного поля и опуская содержащие $\delta\tilde{F}$ малые слагаемые, для определения $\overline{F}$ находим

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\overline{F} = \frac{\partial}{\partial u_i}\overline{D_{ij}(\mathbf{u}, \tau)}\frac{\partial}{\partial u_j}\overline{F}, \tag{2.12}$$

где

$$\overline{D_{ij}(\mathbf{u}, \tau)} = \frac{\omega_0}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi/\omega_0} d\tau\, D_{ij}(\mathbf{u}, \tau). \tag{2.13}$$

Интересуясь закономерностями эволюции распределения электронов в сильном поле вида (2.1), зависимостью компонент тензора $D_{ij}(\mathbf{u},\tau)$ от скорости $\mathbf{u}$ можно пренебречь. При этом, используя соотношения (2.8), (2.10), для усредненных компонент тензора диффузии получаем

$$D_{xx} = \frac{D}{\rho^4\sqrt{1+\rho^2}}\frac{E_y^2}{E^2}\left\{\left(1-2\frac{E_x^2}{E^2}\sin^2\varphi\right)K\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right) - \right.$$
$$\left. - \left(1+\rho^2 - \frac{2}{1-\rho^2}\frac{E_x^2}{E^2}\sin^2\varphi\right)E\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right)\right\}, \tag{2.14}$$

$$D_{xy} = D_{yx} = -\frac{D}{\rho^4\sqrt{1+\rho^2}}\frac{E_xE_y}{E^2}\cos\varphi \times$$
$$\times\left\{K\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right) - (1+\rho^2)E\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right)\right\}, \tag{2.15}$$

$$D_{yy} = \frac{D}{\rho^4\sqrt{1+\rho^2}}\frac{E_x^2}{E^2}\left\{\left(1-2\frac{E_y^2}{E^2}\sin^2\varphi\right)K\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right) - \right.$$
$$\left. - \left(1+\rho^2 - \frac{2}{1-\rho^2}\frac{E_y^2}{E^2}\sin^2\varphi\right)E\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right)\right\}, \tag{2.16}$$

$$D_{zz} = \frac{D}{\sqrt{1+\rho^2}}K\left(\sqrt{\frac{2\rho^2}{1+\rho^2}}\right). \tag{2.17}$$

В формулах (2.14)–(2.17) $K(\kappa)$ и $E(\kappa)$ — полные эллиптические интегралы первого —

$$K(\kappa) = \int\limits_0^{\pi/2}\frac{d\psi}{\sqrt{1-\kappa^2\sin^2\psi}}, \tag{2.18}$$

и второго —

$$E(\kappa) = \int\limits_0^{\pi/2} d\psi\sqrt{1-\kappa^2\sin^2\psi}, \tag{2.19}$$

рода. Здесь использованы обозначения: $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$,

$$D = \frac{\sqrt{2}}{\pi}v_E^2\nu(v_E), \tag{2.20}$$

$$\rho^4 = 1 - \frac{4}{E^4}E_x^2E_y^2\sin^2\varphi. \tag{2.21}$$

Остальные компоненты тензора диффузии равны нулю: $D_{xz} = D_{zx} = D_{yz} = D_{zy} = 0$. Остановимся подробнее на исследовании уравнения (2.12) в интересном случае эллиптически поляризованной электромагнитной волны, для которой $\varphi = \pi/2$. Тогда $D_{xy} = D_{yx} = 0$, тензор диффузии диагонален, а уравнение (2.12) имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\overline{F} = D_{ii}\frac{\partial^2}{\partial u_i^2}\overline{F}, \tag{2.22}$$

где проводится суммирование по трижды повторяющимся индексам. Решение уравнения (2.22) имеет особенно простой вид, если начальное распределение электронов является максвелловским, $\overline{F}(\mathbf{u}, \tau = 0) = F_m(u) = (n/2\pi\sqrt{2\pi}\, v_T^3) \exp(-u^2/2v_T^2)$. В этом случае из (2.22) получаем

$$\overline{F} = \frac{n}{2\pi\sqrt{2\pi}\, v_{T_x} v_{T_y} v_{T_z}} \exp\left(-\frac{u_x^2}{2v_{T_x}^2} - \frac{u_y^2}{2v_{T_y}^2} - \frac{u_z^2}{2v_{T_z}^2}\right), \tag{2.23}$$

где компоненты тепловой скорости увеличиваются со временем по линейному закону:

$$v_{T_i}^2 = v_{T_i}^2(\tau) = 2D_{ii}\tau + v_T^2. \tag{2.24}$$

Тем самым при обратном тормозном поглощении интенсивного высокочастотного излучения реализуется анизотропный нагрев электронов и формируется трехтемпературное максвелловское распределение по скоростям. Отметим, что в частных случаях линейно ($E_y = 0$) либо циркулярно ($E_x = E_y = E/\sqrt{2}$) поляризованных волн две из трех температур совпадают, а распределение (2.23) переходит в найденное ранее [8] бимаксвелловское распределение. Абсолютные величины компонент тепловой скорости зависят от величин компонент тензора диффузии. В частности, для циркулярно поляризованной волны из формул (2.14)–(2.17) имеем $D_{xx} = D_{yy} = D_{zz}/2 = v_E^2 \nu(v_E)/\sqrt{8}$, что приводит к более эффективному нагреву электронов в направлении, ортогональном плоскости поляризации электромагнитной волны. Наиболее ярко анизотропия нагрева проявляется для волны с компонентами $E_x \gg E_y$. При этом из (2.14)–(2.17) находим

$$D_{zz} = \sqrt{2}\, D \ln(2E_x/E_y) > D_{yy} = \sqrt{2} D \left[\ln(2E_x/E_y) - 1/2\right] \gg D_{xx} = D/\sqrt{2}. \tag{2.25}$$

Согласно (2.25) при обратном тормозном поглощении излучения наиболее эффективно нагреваются электроны вдоль тех направлений, вдоль которых мала напряженность электрического поля. При $E_y \to 0$, что соответствует переходу к случаю линейно поляризованной волны, согласно (2.25) различием компонент тензора диффузии D_{zz}, D_{yy} можно пренебречь. При этом выражения (2.25) для этих компонент имеют логарифмическую зависимость от $v_{Ey} = eE_y/m\omega_0$, которая при учете теплового движения электронов и тогда, когда v_{Ey} оказывается меньше тепловой скорости электронов, сводится к логарифмической зависимости от v_T [8].

3. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ АНИЗОТРОПНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

В плазме с анизотропным распределением электронов может развиваться вейбелевская неустойчивость (см., например, [1, 2, 4]). Рассмотрим возможность развития этой неустойчивости в условиях формирования анизотропного распределения при обратном тормозном поглощении интенсивного электромагнитного излучения. Допустим, что в плазме возникло низкочастотное возмущение вида

$$\delta\mathbf{E}, \delta\mathbf{B}, \delta F \sim \exp(-i\omega t + i\mathbf{kr}) \tag{3.1}$$

с частотой ω много меньшей частоты излучения ω_0, но много большей обратного времени изменения нестационарного распределения электронов $\overline{F}$ (2.23):

$$\omega_0 \gg |\omega| \gg D_{ii}/v_{T_i}^2. \tag{3.2}$$

Для описания отклика плазмы на такое возмущение воспользуемся кинетическим уравнением для малой квазистационарной поправки δF к функции $\overline{F}$, в котором согласно (3.2) пренебрежено столкновениями,

$$i(\omega - \mathbf{ku})\delta F = \frac{e}{m}\left\{\delta\mathbf{E} + \frac{1}{\omega}\left[\mathbf{u}\left[\mathbf{k}\delta\mathbf{E}\right]\right]\right\}\frac{\partial}{\partial\mathbf{u}}\overline{F}, \tag{3.3}$$

и линеаризованными уравнениями Максвелла для полей $\delta\mathbf{E}$ и $\delta\mathbf{B}$,

$$[\mathbf{k}\delta\mathbf{E}] = \frac{\omega}{c}\,\delta\mathbf{B}, \tag{3.4}$$

$$[\mathbf{k}\delta\mathbf{B}] = -\frac{4\pi}{c}\,ie\int d\mathbf{u}\,\mathbf{u}\delta F - \frac{\omega}{c}\delta\mathbf{E}. \tag{3.5}$$

Будем рассматривать непотенциальные возмущения поля, когда $(\mathbf{k}\delta\mathbf{E}) = 0$. Тогда из уравнений (3.3)–(3.5) находим

$$\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k})\delta E_j = 0, \tag{3.6}$$

$$\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij}(1 - \omega_L^2/\omega^2 - k^2c^2/\omega^2) + \frac{\omega_L^2}{n\omega^2}\int d\mathbf{u}\frac{u_i u_j}{\omega - \mathbf{ku}}\left(\mathbf{k}\frac{\partial}{\partial\mathbf{u}}\right)\overline{F}. \tag{3.7}$$

Уравнение (3.6) имеет нетривиальные решения $\delta\mathbf{E} \neq 0$ при условии, что

$$\mathrm{Det}\left\{\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k})\right\} = 0. \tag{3.8}$$

Дисперсионное соотношение (3.8) позволяет исследовать возможность развития электромагнитной неустойчивости в зависимости от направления волнового вектора возмущений $\mathbf{k}$ и от направления поляризации возмущений $\delta\mathbf{E}$. Исследуем уравнение (3.8) применительно к описанию состояния плазмы, возникающего при поглощении плоской электромагнитной волны с волновым вектором $\mathbf{k}_0 = (0, 0, k_0)$ и компонентами $E_x \gg E_y$, когда согласно соотношениям (2.24), (2.25) различаются все три компоненты тепловой скорости электронов. Такое отличие особенно существенно после удвоения начальной тепловой энергии электронов, когда $v_{T_x} > v_{T_y} \gg v_{T_z}$. Отметим, что закономерности развития электромагнитной неустойчивости при воздействии линейно поляризованной волны ($E_y = 0$) автоматически следуют из соотношений, приводимых в этом разделе, если далее принять $v_{T_x} = v_{T_y} > v_{T_z}$. Аналогичные закономерности имеют место и при воздействии циркулярно поляризованной волны ($E_x = E_y = E/\sqrt{2}$), когда при изучении условий устойчивости следует принять $v_{T_x} = v_{T_y} < v_{T_z}$. Ниже остановимся на анализе более общего случая, когда все три компоненты тепловой скорости различны. С целью определения конфигурации наиболее неустойчивых возмущений рассмотрим следствия уравнений (3.6)–(3.8) для всех независимых ориентаций волнового вектора $\mathbf{k}$ и поля $\delta\mathbf{E}$.

Начнем анализ с рассмотрения возмущений, имеющих $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$ и $\delta\mathbf{E} = (0, 0, \delta E)$. Тогда, используя распределение (2.23), из (3.6)–(3.8) находим

$$\Lambda_{zz}(\omega, k) = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} - \frac{k^2c^2}{\omega^2} + \frac{\omega_L^2}{\omega^2}\frac{v_{T_z}^2}{v_{T_x}^2}\left[1 - J_+\left(\frac{\omega}{kv_{T_x}}\right)\right] = 0, \tag{3.9}$$

где функция $J_+(\beta)$ имеет вид [9]

$$J_+(\beta) = \beta \exp(-\beta^2/2) \int\limits_{i\infty}^{\beta} dy \, \exp(y^2/2). \tag{3.10}$$

В области низких частот, когда $|\omega| \ll kv_{T_x} \ll kc$, используя разложение

$$J_+(\beta) = -i\beta\sqrt{\pi/2}, \quad |\beta| \ll 1, \tag{3.11}$$

из уравнения (3.9) получаем $\omega = i\gamma$,

$$\gamma = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, kv_{T_x} \frac{v_{T_x}^2}{v_{T_z}^2} \left(\frac{v_{T_z}^2}{v_{T_x}^2} - 1 - \frac{k^2c^2}{\omega_L^2} \right). \tag{3.12}$$

Поскольку в обсуждаемых условиях $v_{T_z} > v_{T_x}$, то выражение (3.12) определяет инкремент вейбелевской неустойчивости для возмущений с малыми волновыми числами

$$k < \frac{\omega_L}{c} \sqrt{\frac{v_{T_z}^2}{v_{T_x}^2} - 1} \equiv k_m \sqrt{3}. \tag{3.13}$$

Максимальный инкремент γ_m имеют возмущения с волновым числом $k = k_m$. При этом

$$\gamma_m = \sqrt{\frac{8}{27\pi}}\, \omega_L \frac{v_{T_z}}{c} \left(1 - \frac{v_{T_x}^2}{v_{T_z}^2} \right)^{3/2}. \tag{3.14}$$

Так как γ_m должно быть меньше $k_m v_{T_x}$, то выражение (3.14) имеет место, если степень анизотропии температур мала:

$$v_{T_z}^2 - v_{T_x}^2 \ll \sqrt{9\pi/8}\, v_{T_z}^2. \tag{3.15}$$

В диапазоне больших частот, когда $kv_{T_x} \ll |\omega| \ll kc$, используя разложение

$$J_+(\beta) = 1 + \beta^{-2} + \ldots, \quad |\beta| \gg 1, \tag{3.16}$$

из (3.9) получаем $\omega = i\gamma$,

$$\gamma = kv_{T_z} (1 + k^2c^2/\omega_L^2)^{-1/2} \gg kv_{T_x}. \tag{3.17}$$

Такое решение реализуется лишь при условии, что степень анизотропии температур велика, $v_{T_z} \gg v_{T_x}$. Максимальное значение инкремента достигается при больших волновых числах, $k > \omega_L/c$, и не превышает величины $\omega_L v_{T_z}/c$ (сравни с (3.14)).

Отклик плазмы на возмущения с $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$ и $\delta\mathbf{E} = (0, \delta E, 0)$ описывается дисперсионным соотношением $\Lambda_{yy}(\omega, k) = 0$, которое отличается от (3.9) заменой v_{T_z} на меньшую скорость v_{T_y}. Следовательно, особенности нарастания таких возмущений описываются формулами (3.12)–(3.15) и (3.17), в которых следует заменить v_{T_z} на v_{T_y}. Поскольку $v_{T_y} < v_{T_z}$, максимальный инкремент этих возмущений меньше описываемого формулами (3.14), (3.17).

Отклик на возмущения с $\mathbf{k} = (0, k, 0)$ и $\delta\mathbf{E} = (\delta E, 0, 0)$ описывается функцией $\Lambda_{xx}(\omega, k)$, которая отличается от (3.9) заменой v_{T_z} на v_{T_x} и v_{T_x} на v_{T_y}. Так как $v_{T_y} > v_{T_x}$, то в этом случае возмущения затухают. Если, по-прежнему, $\mathbf{k} = (0, k, 0)$, а поле ориентировано вдоль другой оси $\delta\mathbf{E} = (0, 0, \delta E)$, то дисперсионное уравнение имеет вид (3.9), где вместо v_{T_x} входит большая скорость v_{T_y}. Поскольку скорость v_{T_y} близка к v_{T_z}, максимальный инкремент таких возмущений описывается соотношением

$$\gamma_m = \sqrt{\frac{8}{27\pi}}\,\omega_L \frac{v_{T_z}}{c}\left(1 - \frac{v_{T_y}^2}{v_{T_z}^2}\right)^{3/2} \tag{3.18}$$

и оказывается существенно меньше описываемого формулой (3.14). Наконец, отклик плазмы на возмущения с $\mathbf{k} = (0, 0, k)$ и $\delta\mathbf{E} = (\delta E, 0, 0)$ либо $\delta\mathbf{E} = (0, \delta E, 0)$ описывается соответственно функциями $\Lambda_{xx}(\omega, k)$ либо $\Lambda_{yy}(\omega, k)$. Эти функции отличаются от (3.9) заменой v_{T_x} на v_{T_z} и, соответственно, v_{T_z} на v_{T_x} либо v_{T_z} на v_{T_y}. Поскольку v_{T_z} больше как v_{T_x}, так и v_{T_y}, эти возмущения затухают. Из проведенного анализа следует, что наиболее эффективно нарастают непотенциальные возмущения поля, имеющие волновой вектор вдоль направления с наименьшей компонентой тепловой скорости электронов и поляризованные вдоль направления с наибольшей компонентой тепловой скорости.

4. ВЛИЯНИЕ СТОЛКНОВЕНИЙ НА НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Своеобразие электромагнитной неустойчивости при обратном тормозном поглощении интенсивного излучения состоит в том, что причиной неустойчивости является анизотропия температур, возникающая благодаря нагреву электронов при их столкновениях с ионами. В этом смысле можно говорить, что электрон-ионные столкновения являются причиной неустойчивости. Вместе с тем согласно основным положениям теории вейбелевской неустойчивости столкновения ведут к стабилизации неустойчивости и определяют порог ее возникновения [5, 6]. Для того чтобы выявить двойственную роль электрон-ионных столкновений, рассмотрим околопороговую теорию вейбелевской неустойчивости. При этом, имея в виду результаты предыдущего раздела, ограничимся рассмотрением наиболее эффективно возбуждаемых возмущений, имеющих конфигурацию $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$, $\delta\mathbf{E} = (0, 0, \delta E)$, $\delta\mathbf{B} = (0, \delta B, 0)$ и зависящих от одной координаты $\sim \exp(ikx)$. При описании таких возмущений откажемся от правого неравенства (3.2) и вместо (3.3) воспользуемся более общим уравнением, учитывающим влияние столкновений на квазистационарную поправку к функции $\overline{F}$ (2.23),

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial\tau}\delta F + iku_x\delta F + \frac{e}{m}\delta E\frac{\partial}{\partial u_z}\overline{F} + \frac{e}{mc}\delta B\left(u_x\frac{\partial}{\partial u_z} - u_z\frac{\partial}{\partial u_x}\right)\overline{F} = \\ = D_{xx}\frac{\partial^2}{\partial u_x^2}\delta F + D_{yy}\frac{\partial^2}{\partial u_y^2}\delta F + D_{zz}\frac{\partial^2}{\partial u_z^2}\delta F,\end{gathered} \tag{4.1}$$

где компоненты электромагнитного поля δE и δB сами определяются поправкой δF в соответствии с уравнениями Максвелла

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\delta B = ikc\delta E, \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\delta E = ikc\delta B - 4\pi e \int d\mathbf{u}\, u_z \delta F. \tag{4.3}$$

При рассмотрении уравнений (4.1)–(4.3) удобно ввести функции

$$\delta F_x(u_x,\tau) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} du_y \int\limits_{-\infty}^{\infty} du_z u_z \delta F(\mathbf{u},\tau), \tag{4.4}$$

$$F_m(u_x,\tau) = \frac{n}{\sqrt{2\pi}\, v_{T_x}} \exp\left(-\frac{u_x^2}{2v_{T_x}^2}\right), \tag{4.5}$$

не зависящие от компонент скорости u_y и u_z. Далее, принимая во внимание нестационарность функции $\overline{F}$ (2.23), (2.24), а также первый порядок дифференциальных уравнений (4.1)–(4.3), примем приближенно, что

$$\delta E, \delta B, \delta F_x \sim \exp\left[\int\limits_0^{\tau} d\tau' \gamma(\tau')\right]. \tag{4.6}$$

Тогда из (4.1)–(4.3) находим

$$\left[\gamma^2(\tau) + k^2c^2\right] \delta E = -4\pi e \int\limits_{-\infty}^{\infty} du_x \gamma(\tau) \delta F_x(u_x,\tau), \tag{4.7}$$

$$\gamma(\tau)\delta F_x(u_x,\tau) = \frac{e}{m}\delta E \left(1 - \frac{v_{T_z}^2}{v_{T_x}^2}\right) F_m(u_x,\tau) + \frac{\gamma(\tau)}{\gamma(\tau)+iku_x}\frac{e}{m}\delta E \frac{v_{T_z}^2}{v_{T_x}^2} F_m(u_x,\tau) + \\ + \frac{D_{xx}}{\gamma(\tau)+iku_x}\frac{\partial^2}{\partial u_x^2}\left[\gamma(\tau)\delta F_x(u_x,\tau)\right]. \tag{4.8}$$

На пороге возбуждения вейбелевской неустойчивости

$$|ku_x| \gg \gamma(\tau),\ D_{xx}/v_{T_x}^2. \tag{4.9}$$

Эти условия обеспечивают применимость приближения (4.6). Далее согласно (4.9) при решении уравнения (4.8), во-первых, можно воспользоваться соотношением

$$\left[\gamma(\tau) + iku_x\right]^{-1} = -i\mathrm{P}\left(\frac{1}{ku_x}\right) + \pi\delta(ku_x) \tag{4.10}$$

(где P — главное значение), а во-вторых, можно учитывать столкновения по теории возмущений. С учетом этих положений из (4.8) получаем

$$\gamma(\tau)\delta F_x(u_x,\tau) = \frac{e}{m}\delta E\left(1 - \frac{v_{T_z}^2}{v_{T_x}^2}\right) F_m(u_x,\tau) + \frac{e}{m}\delta E\left[\pi\delta(ku_x) - i\mathrm{P}\left(\frac{1}{ku_x}\right)\right] \times \\ \times \left\{\frac{v_{T_z}^2}{v_{T_x}^2}\gamma(\tau)F_m(u_x,\tau) + \left(1 - \frac{v_{T_z}^2}{v_{T_x}^2}\right) D_{xx}\frac{\partial^2}{\partial u_x^2} F_m(u_x,\tau)\right\}. \tag{4.11}$$

Подставляя выражение (4.11) в уравнение (4.7) и опуская малое слагаемое, пропорциональное $\gamma^2(\tau) \ll k^2c^2$, находим инкремент неустойчивости

$$\gamma(\tau) = \gamma_m(\tau) - \sqrt{\frac{2}{27\pi}}\,\omega_L \frac{v_{T_z}}{c}\left(1 - \frac{v_{T_x}^2}{v_{T_z}^2}\right)^{3/2}\left(1 - \frac{k}{k_m}\right)^2\left(2 + \frac{k}{k_m}\right), \tag{4.12}$$

$$\gamma_m(\tau) = \left(1 - \frac{v_{T_x}^2}{v_{T_z}^2}\right)\left\{\sqrt{\frac{8}{27\pi}}\,\omega_L \frac{v_{T_z}}{c}\sqrt{1 - \frac{v_{T_x}^2}{v_{T_z}^2}} - \frac{D_{xx}}{v_{T_x}^2}\right\}, \tag{4.13}$$

$$k_m = k_m(\tau) = \sqrt{3}\,\frac{\omega_L}{c}\sqrt{\frac{v_{T_z}^2}{v_{T_x}^2} - 1}. \tag{4.14}$$

В формулах (4.12)–(4.14) компоненты тепловой скорости электронов увеличиваются во времени в соответствии с законом (2.24). Максимальное значение инкремента $\gamma_m(\tau)$ имеют возмущения с волновым вектором равным $k_m(\tau)$. Выражение (4.13) отличается от полученного выше (3.14) тем, что содержит явную зависимость инкремента от эффективной частоты электрон-ионных столкновений в сильном поле. Как и в теории плазмы, не находящейся в поле излучения, порог вейбелевской неустойчивости пропорционален частоте столкновений электронов с ионами. Выражение (4.13) позволяет проследить, как по мере анизотропного нагрева электронов появляется возможность развития вейбелевской неустойчивости. В начальный момент времени, когда $v_{T_x} = v_{T_z} = v_T$, состояние плазмы устойчиво. В процессе нагрева электронов анизотропия температур увеличивается. Начиная с момента времени, когда максимальный инкремент $\gamma_m(\tau)$ становится положительным, вихревые электромагнитные возмущения возрастают по закону (4.6). В соответствии с формулой (4.13) момент появления неустойчивости τ_0 находится из уравнения

$$\frac{16}{27\pi}\,\frac{\omega_L^2}{c^2}\tau_0(D_{zz} - D_{xx}) = D_{xx}^2(2D_{xx}\tau_0 + v_T^2)^{-2}. \tag{4.15}$$

Отметим, что уравнение (4.15) справедливо при условии $v_{T_z}^2(\tau_0) = 2D_{zz}\tau_0 + v_T^2 < v_E^2$, обеспечивающем малость тепловой скорости электронов по сравнению с амплитудой скорости осцилляций в высокочастотном поле излучения. Если интенсивность излучения и частота электрон-ионных столкновений таковы, что $Zv_T \gg v_E \gg v_T$ и

$$\sqrt{\frac{8\pi}{27}}\sqrt{2\ln\frac{2E_x}{E_y} - 1}\,\frac{v_E}{c}\,\frac{\omega_L}{\nu(v_T)} \gg 1, \tag{4.16}$$

то неустойчивость появляется в момент

$$\tau_0 = \frac{27}{16}\,\frac{c^2}{v_T v_E}\,\frac{\nu(v_T)}{\omega_L^2}\left[2\ln\frac{2E_x}{E_y} - 1\right]^{-1}, \tag{4.17}$$

когда скорость $v_{T_x}(\tau_0)$ близка к начальной v_T, а $v_{T_z}(\tau_0)$ много меньше v_E. При этом на границе условия применимости (4.16) из (4.17) имеем оценку $\tau_0 \sim (v_E/v_T)\nu^{-1}(v_T) \sim$ $\sim (v_T^2/v_E^2)\nu^{-1}(v_E)$. Иными словами, это время оказывается много меньше характерного времени между электрон-ионными соударениями $\sim 1/\nu(v_E)$. Возникновение анизотропии распределения электронов обусловлено большой интенсивностью греющего излучения. Если, по-прежнему, $Zv_T \gg v_E \gg v_T$, но частота электрон-ионных столкновений несколько больше:

$$1 \gg \sqrt{\frac{8\pi}{27}} \sqrt{2\ln\frac{2E_x}{E_y} - 1}\, \frac{v_E}{c}\, \frac{\omega_L}{\nu(v_T)} \gg \frac{v_T^3}{v_E^3}\left(2\ln\frac{2E_x}{E_y}\right)^{3/2}, \qquad (4.18)$$

то неустойчивость появляется позднее в момент

$$\tau_0 = \frac{3}{4}\pi^{2/3}\left\{\frac{c^2}{v_E^2}\,\frac{1}{\omega_L^2\nu(v_E)}\,\frac{1}{2\ln(2E_x/E_y) - 1}\right\}^{1/3}. \qquad (4.19)$$

В этот момент скорость $v_{T_x}(\tau_0)$ существенно больше начальной v_T. Вместе с тем, благодаря правому неравенству (4.18), наибольшая компонента тепловой скорости $v_{T_z}(\tau_0)$ все еще меньше v_E. Здесь уместно указать, что к моменту времени, когда v_{T_z} окажется сравнимой с v_E, как в условиях (4.16), так и в условиях (4.18), описываемый соотношениями (4.6), (4.13) уровень вихревых возмущений электромагнитного поля увеличится во много раз по сравнению с начальным.

Последнее утверждение следует из даваемой линейной теорией неустойчивости простой оценки отношения B^2/B_{sp}^2 плотности энергии квазистационарного поля в момент времени $\tau_m \sim v_E^2/2D_{zz}$, когда $v_{T_z} \sim v_E$, к начальной плотности энергии спонтанных электромагнитных шумов. Согласно формуле (4.13) для возмущений поля с волновым числом $k_m \sim \sqrt{3}(\omega_L/c)(v_{T_z}/v_{T_x})$ (4.14) имеем

$$\frac{B^2}{B_{sp}^2} \sim \exp(2\gamma_m\tau_m) \sim \exp\left[\sqrt{\frac{2\pi}{27}}\,\frac{1}{\ln(2E_x/E_y)}\,\frac{\omega_L v_E}{c\nu(v_E)}\right].$$

Как видно из неравенств (4.16), (4.18), это отношение много больше единицы. Линейная теория дает максимально возможное увеличение начальных шумов, которое не реализуется тогда, когда еще до достижения момента времени τ_m станут существенны нелинейные эффекты, приводящие к насыщению вейбелевской неустойчивости. Как показывают численные исследования нелинейной стадии вейбелевской неустойчивости (см., например, [2]), плотность энергии магнитного поля в состоянии насыщения составляет не более 10% от кинетической энергии исходного анизотропного распределения электронов. Принимая во внимание это наблюдение и оценивая плотность кинетической энергии электронов в сильном высокочастотном поле как nmv_E^2, для энергии квазистационарного магнитного поля находим $B_m^2/4\pi \sim 0.1nmv_E^2$ или

$$B_m[\text{Гс}] \sim 2.5\cdot 10^5\left[\frac{n[\text{см}^{-3}]}{10^{20}}\right]^{1/2}\left[\frac{I[\text{Вт/см}^2]}{10^{15}}\,\lambda^2[\text{мкм}]\right]^{1/2},$$

где λ — длина волны излучения. Согласно последней оценке, при взаимодействии излучения неодимового лазера с $\lambda \sim 1$ мкм и $I \sim 4\cdot 10^{15}$ Вт/см^2 в плазме с плотностью электронов $n \sim 10^{20}$ см$^{-3}$, кратностью ионизации ионов $Z \sim 10$ и температурой электронов ~ 150 эВ генерируется магнитное поле ~ 0.5 мГс. Здесь температура электронов и кратность ионизации ионов выбраны такими, чтобы выполнялись условия применимости изложенной выше теории, предполагающие выполнение неравенств $Zv_T \gg v_E \gg v_T$.

Отметим, что предельное значение магнитного поля B_m может и не достигаться, если время τ_m меньше времени насыщения неустойчивости. В этом случае с момента времени τ_m эволюция распределения электронов описывается уравнениями, характерными для теории воздействия слабого высокочастотного излучения на горячую плазму, когда амплитуда скорости осцилляций электронов меньше эффективной тепловой скорости. При этом, как известно, не только вихревое магнитное поле, но и сами электрон-ионные столкновения приводят к релаксации анизотропии температуры, ослабляя тем самым эффективность трансформации кинетической энергии анизотропного распределения электронов в магнитную энергию. Еще одной причиной, затрудняющей генерацию магнитного поля, может быть малость длительности импульса лазерного излучения как по сравнению со временем насыщения вейбелевской неустойчивости

$$\tau_s[\text{с}] \sim \frac{1}{\gamma_m}\ln\frac{B_m}{B_{sp}} \gtrsim \sqrt{\frac{27\pi}{8}}\frac{c}{\omega_L v_E}\ln\frac{B_m}{B_{sp}} =$$
$$= 2\cdot 10^{-13}\left(\ln\frac{B_m}{B_{sp}}\right)\left[\frac{10^{20}}{n[\text{см}^{-3}]}\right]^{1/2}\left[\frac{10^{15}}{I[\text{Вт/см}^2]}\lambda^{-2}[\text{мкм}]\right]^{1/2}$$

(где B_{sp} — напряженность спонтанного магнитного поля), так и по сравнению со временем

$$\tau_m[\text{с}] \sim \frac{\pi}{4}\left[\frac{1}{\ln(2E_x/E_y)}\right]\nu^{-1}(v_E) =$$
$$= 10^{-13}\left(\frac{4}{\Lambda}\right)\left(\frac{10}{Z}\right)\left[\frac{10^{20}}{n[\text{см}^{-3}]}\right]\left[\frac{I[\text{Вт/см}^2]}{10^{15}}\lambda^2[\text{мкм}]\right]^{3/2}\frac{1}{\ln(2E_x/E_y)}.$$

Принимая при оценках $B_m/B_{sp} \sim 100$, $\Lambda \sim 4$, $Z \sim 10$, $n \sim 10^{20}$ см$^{-3}$, $E_x/E_y \sim 3$, в случае излучения неодимового лазера с $\lambda \sim 1$ мкм и интенсивностью $I \sim 4\cdot 10^{15}$ Вт/см^2 находим $\tau_s \sim \tau_m \sim 0.5$ пс. Для упомянутых параметров плазмы и излучения дополнительное ослабление эффективности генерации вихревого магнитного поля может проявиться лишь при использовании субпикосекундных лазерных импульсов.

В заключение отметим, что проведенное исследование вейбелевской неустойчивости плазмы, греющейся мощным излучением, показало, что с одной стороны, как и обычно, учет электрон-ионных столкновений необходим для определения пороговых условий из-за соответствующей диссипации. С другой стороны, именно электрон-ионные столкновения в процессе поглощения греющего плазму излучения формируют анизотропное в общем случае тримаксвелловское (2.23) распределение электронов по скоростям, что и является причиной возбуждения вейбелевской неустойчивости. При этом за весьма короткое время в плазме, греющейся мощным излучением, в условиях (2.6) возбуждаются квазистатические магнитные поля.

Работа выполнена в рамках проекта № 96-02-17002-а Российского фонда фундаментальных исследований, а также при частичной поддержке Международного научно-технического центра (проект № 310).

Литература

1. E. S. Weibel, Phys. Rev. Lett. 2, 83 (1959).

2. R. C. Davidson, D. A. Hammer, I. Haber, and C. E. Wagner, Phys. Fluids **15**, 317 (1972).
3. T. Okada, I. Yabe, and K. Niu, J. Phys. Soc. Jap. **43**, 1042 (1977).
4. Р. Дэвидсон, *Основы физики плазмы*, т. 1, Москва, Энергоатомиздат (1983), с. 443.
5. J. M. Wallace, J. U. Brackbill, C. W. Granfill, D. W. Forslund, and R. J. Mason, Phys. Fluids **30**, 1085 (1987).
6. А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы*, Высшая школа, Москва (1978), с. 145.
7. В. П. Силин, С. А. Урюпин, ЖЭТФ **111**, 107 (1997).
8. B. N. Chichkov, S. A. Shumsky, and S. A. Uryupin, Phys. Rev. A **45**, 7475 (1992).
9. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, *Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред*, Госатомиздат, Москва (1961), с. 91.