ЖЭТФ, 1997, том 111, вып. 4, стр. 1190–1193

ДИРАКОВСКАЯ ЧАСТИЦА С АНОМАЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ В ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЕ И В ПОСТОЯННОМ ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЯХ

О. Я. Савченко

Институт химической кинетики и горения
Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 25 июня 1996 г.

В циркулярно поляризованной волне, которая распространяется вдоль постоянного магнитного и электрического полей, определена волновая функция незаряженной дираковской частицы с аномальным магнитным моментом.

Волновая функция дираковской частицы в электромагнитной волне и в постоянном магнитном поле, направленном по волне, в [1] определена в случае, когда частица имеет заряд, но не имеет аномального магнитного момента. В предлагаемой статье волновая функция определена в случае, когда дираковская частица не имеет заряда, но имеет аномальный магнитный момент и на нее дополнительно действует постоянное продольное электрическое поле.

Волновая функция незаряженной дираковской частицы с аномальным магнитным моментом μ определяется следующим модифицированным уравнением Дирака [2]:

$$\left(\gamma_L \hat{k}_i + k_0\right)\psi = (i\mu/2\hbar c)F_{ij}\gamma_{ij}\psi,$$
$$\hat{k}_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad k_0 = \frac{m_0 c}{\hbar}, \quad F_{ij} = \frac{\partial \Phi_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j}. \tag{1}$$

Здесь m_0 — масса частицы, γ_i — матрицы Дирака [2, 3], Φ_i — компоненты 4-вектора поля, которые в правоциркулярной волне и в продольном постоянном магнитном и электрическом полях H и E определяются равенствами

$$\Phi_x = \Phi\sin\omega\eta - \frac{1}{2}Hy, \quad \Phi_y = \Phi\cos\omega\eta + \frac{1}{2}Hx, \quad \Phi_z = 0, \quad \Phi_t = iEz, \tag{2}$$

где $\omega\Phi$ — напряженность поля волны, $\omega c/2\pi$ — ее частота, $\eta = ct + z$. Решение уравнения (1) на базе делителя нуля

$$\Gamma = \frac{1}{4}(1 + i\gamma_{12})(1 + \gamma_4) \tag{3}$$

ищется ввиде суммы

$$\psi = \exp(ik_0 ct)(\psi_1 + \psi_2\gamma_1 + \psi_3\gamma_3 + \psi_4\gamma_{31})\Gamma. \tag{4}$$

Компоненты ψ_i этой суммы зависят только от η и определяются во вращающейся системе координат, в которой одна ось направлена по электрическому, а другая — по магнитному полю волны, следующей системой уравнений:

$$\begin{gathered}
g_\Phi e^{-i\omega\eta}(\psi_2 - i\psi_4) + \left(-g_E + \frac{1}{k_0}\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\psi_3 + \left(2 - g_H - \frac{i}{k_0}\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\psi_1 = 0, \\
- g_\Phi e^{i\omega\eta}(\psi_1 + i\psi_3) + \left(g_E + \frac{1}{k_0}\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\psi_4 + \left(g_H + \frac{i}{k_0}\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\psi_2 = 0, \\
g_\Phi e^{-i\omega\eta}(\psi_4 + i\psi_2) + \left(g_E + \frac{1}{k_0}\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\psi_1 + \left(-g_H + \frac{i}{k_0}\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\psi_3 = 0, \\
- g_\Phi e^{i\omega\eta}(\psi_3 - i\psi_1) + \left(-g_E + \frac{1}{k_0}\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\psi_2 + \left(2 + g_H - \frac{i}{k_0}\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\psi_4 = 0,
\end{gathered} \tag{5}$$

где g_Φ, g_E и g_H — отношение $\mu\omega\Phi$, μE и μH к m_0c^2 — собственной энергии частицы. Решение этой системы уравнений — следующие функции:

$$\begin{gathered}
\psi_1 = i(a_1^+ + a_1^-)\exp\left[i(\lambda - \omega/2)\eta\right], \quad \psi_2 = i(a_2^+ + a_2^-)\exp\left[i(\lambda + \omega/2)\eta\right], \\
\psi_3 = (a_1^+ - a_1^-)\exp\left[i(\lambda - \omega/2)\eta\right], \quad \psi_4 = (a_2^+ - a_2^-)\exp\left[i(\lambda + \omega/2)\eta\right].
\end{gathered} \tag{6}$$

Постоянные $a_1^\pm$, $a_2^\pm$ и собственные значения λ определяются следующими формулами:

$$\begin{gathered}
a_1^+ = \sqrt[4]{\left[\sqrt{1 + [g_\Phi/(g_\omega - g_H)]^2} \pm 1\right] \Big/ \left[\sqrt{1 + [g_\Phi/(g_\omega - g_H)]^2} \mp 1\right]}, \\
a_2^- = \mp\sqrt[4]{\left[\sqrt{1 + [g_\Phi/(g_\omega - g_H)]^2} \mp 1\right] \Big/ \left[\sqrt{1 + [g_\Phi/(g_\omega - g_H)]^2} \pm 1\right]}, \\
a_1^- = (1 - g_H + ig_E)a_1^+, \quad a_2^+ = (1 + g_H + ig_E)a_2^-, \\
\frac{\lambda}{k_0} = \frac{1}{2}(g_H^2 + g_E^2) \pm \sqrt{g_\Phi^2 + (g_\omega - g_H)^2},
\end{gathered} \tag{7}$$

где g_ω — отношение энергии фотона $\hbar\omega c$ к удвоенной собственной энергии частицы. Составляющие скорости $v/c = i\langle\psi^*|\gamma_\alpha|\psi\rangle/\langle\psi^*|\gamma_t|\psi\rangle$ определяются формулами

$$\begin{gathered}
\frac{v_e}{c} = \pm\frac{1}{2}\frac{g_E}{g_\omega - g_H}\frac{g_\Phi}{1 \pm g_H + \Delta}, \\
\frac{v_h}{c} = \mp\frac{1}{2}\frac{g_H}{g_\omega - g_H}\frac{g_\Phi}{1 \pm g_H + \Delta}, \\
\frac{v_z}{c} = \frac{\sqrt{1 + [g_\Phi/(g_\omega - g_H)]^2}}{1 \pm g_H + \Delta} - 1,
\end{gathered} \tag{8}$$

составляющие спина $i\langle\psi^*|\gamma_{\alpha\beta}|\psi\rangle/\langle\psi^*|\gamma_t|\psi\rangle$ — формулами

$$
\begin{aligned}
s_e &= \pm\frac{g_H g_E}{g_\omega - g_H}\,\frac{g_\Phi}{1 \pm g_H + \Delta},\\
s_h &= \pm\frac{1-(1/2)(g_H^2 - g_E^2)}{g_\omega - g_H}\,\frac{g_\Phi}{1 \pm g_H + \Delta},\\
s_z &= \frac{\pm 1 + g_H\sqrt{1+\left[g_\Phi/(g_\omega - g_H)\right]^2}}{1 \pm g_H + \Delta},
\end{aligned}
\tag{9}
$$

составляющие $d_\alpha = \langle\psi^*|\gamma_{\alpha t}|\psi\rangle/\langle\psi^*|\gamma_t|\psi\rangle$ — формулами

$$
\begin{aligned}
d_e &= \pm\frac{1}{2}\,\frac{g_H^2 - g_E^2}{g_\omega - g_H}\,\frac{g_\Phi}{1 \pm g_H + \Delta},\\
d_h &= \pm\frac{g_H g_E}{g_\omega - g_H}\,\frac{g_\Phi}{1 \pm g_H + \Delta} = s_e,\\
d_z &= \frac{g_H\sqrt{1+\left[g_\Phi/(g_\omega - g_H)\right]^2} \pm (1/2)(g_H^2 + g_E^2)}{1 \pm g_H + \Delta},
\end{aligned}
\tag{10}
$$

где $\Delta = (1+(1/2)g_H^2+(1/2)g_E^2)\sqrt{1+\left[g_\Phi/(g_\omega - g_H)\right]^2} - 1$, а нижние индексы e и h означают, что составляющие направлены по электрическому и магнитному полю волны. Электрическая поляризация равна дипольному электрическому моменту $\mu\mathbf{d}$, а магнитная поляризация — дипольному магнитному моменту $\mu\mathbf{s}$. Когда частота волны ν стремится к резонансной частоте $\nu_0 = 2\mu H/h$, электрическая поляризация состояния, согласно (10), стремится к пределу

$$
\begin{aligned}
P_e &= \pm\frac{1}{2}\mu^3(H^2 - E^2)/(m_0c^2)^2,\\
P_h &= \pm\mu^3 HE/(m_0c^2)^2,\\
P_z &= \mu^2 H/m_0 c,
\end{aligned}
\tag{11}
$$

а магнитная, согласно (9) — к пределу

$$
\begin{aligned}
M_e &= \pm\mu^3 HE/(m_0c^2)^2,\\
M_h &= \pm\mu\left[1 - \frac{1}{2}\mu^2(H^2 - E^2)/(m_0c^2)^2\right],\\
M_z &= \mu^2 H/m_0c^2.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Формулы (11), (12) описывают электрическую и магнитную поляризации состояния вблизи резонанса тем точнее, чем $|\nu_0 - \nu|$ меньше величины $|\mu\Phi\omega/h|$ — уширения резонанса полем волны. Поэтому в обычных магнитных полях, для которых $|\mu H/m_0c^2|$ и $|\mu E/m_0c^2|$ заведомо существенно меньше единицы, ориентированные по постоянному магнитному полю аномальные магнитные моменты незаряженных дираковских частиц, например нейтронов, переориентируются резонансной циркулярно поляризованной волной в направлении магнитного поля волны, а ориентированные против постоянного магнитного поля — в противоположном направлении, если уширение резонанса полем волны существенно превышает уширение резонанса тепловым движением частиц и неоднородностью постоянного магнитного поля. В общем случае поперечная электрическая поляризуемость α_e и поперечная магнитная поляризуемость α_h, которые равны отношению электрической и магнитной поперечных поляризаций к полю волны, определяются формулами

$$\alpha_e = \pm\frac{\mu^2}{\hbar(\nu-\nu_0)}\frac{(g_H - ig_E)^2}{1\pm g_H + \Delta},$$
$$\alpha_h = \pm\frac{\mu^2}{\hbar(\nu-\nu_0)}\frac{2-(g_H - ig_E)^2}{1\pm g_H + \Delta}. \tag{13}$$

В формулах (13) действительная и мнимая части α_e определяют соответственно составляющие электрической поляризуемости вдоль и перпендикулярно электрическому полю волны, а действительная и мнимая части α_h определяют составляющие магнитной поляризуемости вдоль и перпендикулярно магнитному полю волны. Мнимые составляющие α_e и α_h равны по величине, но имеют разные знаки. Поэтому энергия состояния в поле волны не меняется, а коэффициент преломления среды, состоящей из незаряженных дираковских частиц с аномальным магнитным моментом — действительная величина. Если эта среда достаточно разрежена, ее коэффициент преломления определяется формулой

$$n = 1 + 2\pi N(\alpha_e + \alpha_h) = 1 \pm \frac{2\mu^2 N}{\hbar(\nu-\nu_0)}\frac{1}{1\pm g_H + \Delta}, \tag{14}$$

где N — число частиц в единице объема. В пределе малых g_H и g_E формула (14) дает коэффициент преломления, равный коэффициенту преломления среды из классических частиц с магнитным моментом μ и механическим моментом $\hbar/2$.

Литература

1. P. J. Redmond, Math. Phys. **6**, 1163 (1965).
2. Г. Бете, Э. Солпитер, *Квантовая механика атома с одним и двумя электронами*, Москва (1966).
3. А. Зоммерфельд, *Строение атома и спектры*, т. 2, Москва (1956).